

CHUYÊN ĐỀ SỐ PHỨC

DẠNG 1. SỐ PHỨC VÀ CÁC PHÉP TOÁN

Câu 1. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2. B. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2 . D. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 .

Câu 2. Cho số phức $\bar{z} = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2. B. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2 . D. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 .

Câu 3. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

- A. $\bar{z} = 3 - i$. B. $\bar{z} = -3 + i$. C. $\bar{z} = 3 + i$. D. $\bar{z} = -3 - i$.

Câu 4. Số thực thỏa mãn $2 + (5 - y)i = (x - 1) + 5i$ là:

- A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -6 \\ y = 3 \end{cases}$.

Câu 5. Cho số phức $z = 1 + i$. Tính môđun của số phức $w = \frac{\bar{z} + 2i}{z - 1}$.

- A. $|w| = 2$. B. $|w| = \sqrt{2}$. C. $|w| = 1$. D. $|w| = \sqrt{3}$.

Câu 6. Cho số phức z tùy ý. Xét các số phức $w = z^2 + (\bar{z})^2$ và $v = z\bar{z} + i(z - \bar{z})$. Khi đó

- A. w là số thực, v là số thực; B. w là số thực, v là số ảo;
C. w là số ảo, v là số thực; D. w là số ảo, v là số ảo.

Câu 7. (NB). Thu gọn $z = (2 + 3i)(2 - 3i)$ ta được

- A. $z = 4$. B. $z = -9i$. C. $z = 4 - 9i$. D. $z = 13$.

Câu 8. (NB). Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Khi đó

- A. $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$. D. $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$.

Câu 9. Tìm phần thực, phần ảo của số phức sau: $z = \frac{3 - i}{1 + i} + \frac{2 + i}{i}$.

- A. Phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = -4i$. B. Phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = -4$.
C. Phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = 4i$. D. Phần thực: $a = -2$; phần ảo: $b = 4$.

Câu 10. Cho số phức $z = 2i + 3$ khi đó $\frac{z}{\bar{z}}$ bằng

- A. $\frac{5 - 12i}{13}$. B. $\frac{5 + 6i}{11}$. C. $\frac{5 + 12i}{13}$. D. $\frac{5 - 6i}{11}$.

Câu 11. Cho số phức $z = \left(\frac{1 + i}{1 - i}\right)^{2017}$. Tính $z^5 + z^6 + z^7 + z^8$.

- A. i . B. 1 . C. 0 . D. $-i$.

Câu 12. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Phần thực của số phức

$\left[(i - z_1)(i - z_2)\right]^{2017}$ là

- A. -2^{2016} . B. -2^{1008} . C. 2^{1008} . D. 2^{2016} .

Câu 13. Rút gọn số phức $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$ ta được

- A. $z = 5 + 3i$ B. $z = -1 - 2i$. C. $z = 1 + 2i$. D. $z = -1 - i$.

Câu 14. Kết quả của phép tính $(2 - 3i)(4 - i)$ là

- A. $6 - 14i$. B. $-5 - 14i$. C. $5 - 14i$. D. $5 + 14i$.

Câu 15. Phần thực của số phức $z = \frac{3+i}{(1-2i)(1+i)}$ là

- A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

Câu 16. Phần ảo của số phức $z = (2+i)^5$ là:

- A. 41 B. -38 C. -41 D. 38

Câu 17. Phần thực của số phức $z = (1+i)^{2012} + (1-i)^{2012}$ có dạng -2^a với a bằng:

- A. 1007 B. 1006 C. 2012 D. 2013

Câu 18. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$. Khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng:

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. $1 + \sqrt{3}$ D. 0

Câu 19. Cho số phức $z_1 = 1 + 7i; z_2 = 3 - 4i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. B. $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = 25\sqrt{2}$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 4i$. Xác định phần ảo của số phức $3z_1 - 2z_2$?

- A. 14 B. $14i$ C. -2 D. $-2i$

Câu 21. Cho số phức $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Số phức $(\bar{z})^2$ bằng?

- A. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $1 + \sqrt{3}i$. D. $\sqrt{3} - i$.

Câu 22. cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm phần ảo số phức w biết $\bar{w} = z + z^2 - \frac{1}{z}$.

- A. $-\frac{11}{5}$. B. $-\frac{32}{5}$. C. $\frac{32}{5}$. D. $\frac{11}{5}$.

Câu 23. cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Số phức z^2 có phần thực là:

- A. $a^2 + b^2$. B. $a^2 - b^2$. C. $a + b$. D. $a - b$.

Câu 24. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{10}$

- A. Phần thực của z là 31, phần ảo của z là 33. B. Phần thực của z là 31, phần ảo của z là $33i$.
C. Phần thực của z là 33, phần ảo của z là 31. D. Phần thực của z là 33, phần ảo của z là $31i$.

Câu 25. Số phức $\sqrt{2} - \sqrt{3}i$ có môđun bằng:

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ C. $\sqrt{2} - \sqrt{3}$. D. $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$.

Câu 26. Thực hiện phép tính $\frac{2+i}{1+2i}$ ta được kết quả:

- A. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$. B. $\frac{4\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5}i$. C. $-3 + i$. D. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$.

Câu 27. Trong các số phức sau số phức nào có môđun nhỏ nhất?

A. $3+2i$.

B. $1-4i$.

C. $4i$.

D. $4-i$.

Câu 28. Cho $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, tính môđun của số phức $\omega = 1 - z + z^2$ ta được:

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

Câu 29. Phần ảo của số phức $\left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i\right)^{2017}$ bằng:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2^{2018}}$.

B. $\frac{1}{2^{2018}}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2^{2017}}$.

D. 0.

Câu 30. Cho $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$, tính $(\bar{z})^{2017}$ ta được:

A. $(\bar{z})^{2017} = 2^{2016} - 2^{2016} \cdot \sqrt{3}i$

B. $(\bar{z})^{2017} = 2^{2016} + 2^{2016} \cdot \sqrt{3}i$

C. $(\bar{z})^{2017} = 2^{2018} - 2^{2018} \cdot \sqrt{3}i$

D. $(\bar{z})^{2017} = 2^{2018} + 2^{2018} \cdot \sqrt{3}i$

Câu 31. Thu gọn $z = (2+3i)(2-3i)$ ta được

A. $z = 4$.

B. $z = -9i$.

C. $z = 4-9i$.

D. $z = 13$.

Câu 32. Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Khi đó

A. $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

B. $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$.

D. $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$.

Câu 33. Tìm phần thực, phần ảo của số phức sau: $z = \frac{3-i}{1+i} + \frac{2+i}{i}$.

A. Phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = -4i$.

B. Phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = -4$.

C. Phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = 4i$.

D. Phần thực: $a = -2$; phần ảo: $b = 4$.

Câu 34. Cho số phức $z = 2i + 3$ khi đó $\frac{z}{\bar{z}}$ bằng

A. $\frac{5-12i}{13}$.

B. $\frac{5+6i}{11}$.

C. $\frac{5+12i}{13}$.

D. $\frac{5-6i}{11}$.

Câu 35. Cho số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Tính $z^5 + z^6 + z^7 + z^8$.

A. i .

B. 1.

C. 0.

D. $-i$.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Phần thực của số phức $\left[(i - z_1)(i - z_2)\right]^{2017}$ là

A. -2^{2016} .

B. -2^{1008} .

C. 2^{1008} .

D. 2^{2016} .

Câu 37. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z là

A. $z = 6 + 7i$.

B. $z = 6 - 7i$.

C. $z = -6 + 7i$.

D. $z = -6 - 7i$.

Câu 38. Tìm số phức z , biết $z = (3-i) + (2-6i)$.

A. $z = 1 + 5i$.

B. $z = 2 + 4i$.

C. $z = 1 - 5i$.

D. $z = 3 - 9i$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = -1 + 2i$. Tìm số phức $w = z - i\bar{z}$.

A. $w = -3 + 3i$

B. $w = 3 - 3i$

C. $w = -1 + i$

D. $w = 1 - i$.

Câu 40. Cho số phức z thỏa $(1+i)z - 2 - 4i = 0$. Tìm số phức liên hợp của z

A. $\bar{z} = 3 + i$.

B. $\bar{z} = 3 - i$.

C. $\bar{z} = 3 - 2i$.

D. $\bar{z} = 3 + 2i$.

Câu 41. Trong các số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 2 + 4i|$, số phức có môđun nhỏ nhất là

A. $z = 3 + i$.

B. $z = 5$.

C. $z = \frac{5}{2}i$.

D. $z = 1 + 2i$.

Câu 42. Số phức $1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{20}$ có giá trị bằng

A. -2^{10} .

B. $-2^{10} + (2^{10} + 1)i$.

C. $2^{10} + (2^{10} + 1)i$.

D. $2^{10} + 2^{10}i$.

Câu 43. Số phức liên hợp của số phức $2 - 3i$ là :

A. $2 + 3i$

B. $-2 - 3i$

C. $2i - 3$

D. $-2i - 3$

Câu 44. Số phức $z = 1 + (a+2)i$ là số thuần thực khi:

A. $a > -2$

B. $a = -1$

C. $a = -2$

D. $a < -1$

Câu 45. Cho $z_1 = 3 + i; z_2 = -4 + 3i$. Số phức $z = 2z_1 - 3z_2$ có dạng

A. $18 + 7i$

B. $18 - 7i$

C. $-18 + 7i$

D. $18 - 7i$

Câu 46. Số phức $z = 1 + ai$ có môđun bằng $\sqrt{10}$ khi

A. $a = 3$

B. $a = \pm 3$

C. $a = -3$

D. $a = \sqrt{10}$

Câu 47. Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$ là:

A. -2

B. -1

C. 0

D. 2

Câu 48. Cho số phức $z = (3 - \sqrt{2}i)i$. Khi đó nghịch đảo của số phức z là:

A. $\frac{3}{11}i + \frac{\sqrt{2}}{11}$

B. $\sqrt{11}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{11} - \frac{3}{11}i$

D. $3i + \sqrt{2}$

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH TRÊN TẬP SỐ PHỨC

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Giá trị của biểu thức $A = z\bar{z}$

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

Câu 50. Cho số phức z thỏa $(1+i)^2(2-i)z = 8+i - (1+2i)z$. Phần thực của số phức z là

A. $\frac{2}{3}$

B. -1

C. 1

D. $-\frac{3}{2}$

Câu 51. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn hình học của số phức z thỏa mãn $2 + 3i = (7 + 4i)\bar{z}$

A. $M\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$

B. $M\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$

C. $M\left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$

D. $M\left(\frac{1}{5}; -\frac{2}{5}\right)$

Câu 52. Biết $z = 2a + ai$ ($a < 0; a \in \mathbb{R}^*$) và $|z| = 5$. Phần thực, phần ảo của số phức z lần lượt là

A. $-2\sqrt{5}; -\sqrt{5}$.

B. $5\sqrt{2}; \sqrt{5}$.

C. $\sqrt{20}; -\sqrt{5}$.

D. $-2\sqrt{5}; \sqrt{5}$.

Câu 53. Số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa $x - 1 + yi = -x + 1 + xi + i$. Môđun của z bằng

A. $2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 54. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = 7$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 55. Tổng môđun các nghiệm của phương trình $(iz - 1)(z + 3i)(\bar{z} - 2 + 3i) = 0$ bằng

- A. 1. B. $4 + \sqrt{13}$. C. $\sqrt{13}$. D. 2.

Câu 56. Số nghiệm của phương trình $z + |z| = 0$

- A. 1 B. 3 C. 4 D. Vô số.

Câu 57. Trong $\mathbb{C}$, số phức z thỏa $z + |z| = 2 - 2i$. Biết $A > 4$, Giá trị của biểu thức $A = z \cdot \bar{z}$

- A. 3. B. $\frac{52}{9}$. C. $\frac{7}{2}$. D. 9.

Câu 58. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1-2i} + \bar{z} = 2$. Phần thực của số phức $w = z^2 - z$ là

- A. 1 B. 3 C. 2 D. -5

Câu 59. Cho số phức z thỏa $|z| + z = 3 + 4i$. Môđun của z bằng

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{25}{6}$. C. $\frac{6}{25}$. D. $\sqrt{\frac{25}{6}}$.

Câu 60. Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Môđun của số phức $w = 1 + z - z^2$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{457}$. C. $\sqrt{425}$. D. $\sqrt{445}$.

Câu 61. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn tổng của chúng bằng 4, tích của chúng bằng 29. Trên tập số phức z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình nào sau đây:

- A. $z^2 - 4z - 29 = 0$ B. $z^2 - 4z + 29 = 0$ C. $z^2 + 4z + 29 = 0$ D. $z^2 + 29z + 4 = 0$

Câu 62. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 84i^{2016} = 0$. Giá trị của biểu thức $P = z_1 z_2 - 3z_1 - 3z_2$ là:

- A. 102 B. 75 C. 66 D. i

Câu 63. Trên mặt phẳng phức, gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Diện tích tam giác OAB là:

- A. 16 B. 8 C. 6 D. 2

Câu 64. Trên tập số phức phương trình $z^2 + 2(m+1)z + 2m^2 + 4 = 0$ (với m là tham số thực) có tập nghiệm là:

- A. $\left\{-m-1+i\sqrt{m^2-2m+3}; -m-1-i\sqrt{m^2-2m+3}\right\}$ B. $\emptyset$
C. $\left\{-m-1+i\sqrt{-m^2+2m-3}; -m-1-i\sqrt{-m^2+2m-3}\right\}$ D. $\left\{m+1+i\sqrt{m^2-2m+3}; m+1-i\sqrt{m^2-2m+3}\right\}$

Câu 65. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + m^2 + 2m + 4 = 0$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thỏa mãn $|z_1 - z_2| \leq 3$

- A. 6 B. 5 C. 7 D. 4

Câu 66. Tìm tham số thực m để trên tập số phức phương trình $z^2 + (13-m)z + 34 = 0$ có một nghiệm là $z = -3 + 5i$:

- A. $m = 3$ B. $m = 5$ C. $m = 7$ D. $m = 9$

Câu 67. Tập nghiệm của phương trình $(2z-1)^2 + 9 = 0$ là:

- A. $\left\{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i; \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right\}$ B. $\left\{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i; -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right\}$ C. $\left\{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i\right\}$ D. $\emptyset$

Câu 68. Cho phương trình $Az^2 + Bz + C = 0, A \neq 0, A, B, C \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sai ?

A. Phương trình vô nghiệm khi biệt số $\Delta < 0$.

B. Nếu z_0 là nghiệm của phương trình thì $\overline{z_0}$ cũng là nghiệm của phương trình.

C. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình thì $z_1 + z_2 = -\frac{B}{A}, z_1 \cdot z_2 = \frac{C}{A}$.

D. Nếu z_0 là nghiệm thì $\frac{|z_0^2|}{z_0}$ cũng là nghiệm của phương trình.

Câu 69. Biết phương trình bậc hai với hệ số thực: $Az^2 + Bz + C = 0, A, B, C$ ở dạng tối giản, có một nghiệm $z = 2 + i$. Tính tổng $A+B+C$.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 70. Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Tìm số phức $w = z_1^{2017} + z_2^{2017}$.

A. -2^{2017}

B. 2^{2017}

C. -2^{2016}

D. 2^{2016}

Câu 71. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $\sqrt{5}z^2 - 2z + \sqrt{5} = 0$. Tính $\frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2}$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Câu 72. Tìm tọa độ hai điểm biểu diễn hai số phức là nghiệm của phương trình $4z^2 + 12z + 25 = 0$

A. $\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$ và $\left(-\frac{3}{2}; -2\right)$ B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ và $\left(-\frac{3}{2}; -2\right)$ C. $\left(\frac{3}{2}; -2\right)$ và $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ D. $\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$ và $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Câu 73. Tập nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0$ là

A. $\{-3i\}$. B. $\left\{-3i; \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. C. $\left\{-3i; 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. D. $\left\{-2i; 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

Câu 74. Tập nghiệm của phương trình $z^3 + 1 = 0$.

A. $\{\pm 1\}$. B. $\{-1\}$. C. $\left\{-1; 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}i; 2 - i\right\}$. D. $\left\{-1; 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

Câu 75. Tập nghiệm của phương trình $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$.

A. $\left\{-1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. B. $\left\{1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.
C. $\left\{-1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. D. $\left\{-1; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

Câu 76. Tìm các số thực a, b, c để phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i, z = 2$ làm nghiệm.

A. $a = 4, b = 6, c = -4$. B. $a = 4, b = 6, c = 4$. C. $a = 4, b = -6, c = 4$. D. $a = -4, b = 6, c = -4$.

Câu 77. Kí hiệu $z_1; z_2; z_3; z_4$ là 4 nghiệm của số phức $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$

A. $T = 4$. B. $T = 2\sqrt{3}$. C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$. D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$.

Câu 78. Biết phương trình $z^4 - 4z^3 + 14z^2 - 36z + 45 = 0$ có hai nghiệm thuần ảo. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình. Tính $A = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$?

A. $A = 6 + 2\sqrt{5}$. B. $A = 6 - 2\sqrt{5}$. C. $A = 6 + 3\sqrt{5}$. D. $A = 6 - 3\sqrt{5}$.

Câu 79. Tìm các số thực a, b để có phân tích $z^3 + 3z^2 + 3z - 63 = (z - 3)(z^2 + az + b)$.

A. $a = -8, b = 21$. B. $a = 8, b = -21$. C. $a = 6, b = 21$. D. $a = -6, b = -21$.

Câu 80. Để giải phương trình $\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^3 = 8$ một bạn học sinh làm như sau:

$$\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^3 = 8 \Leftrightarrow \left(\frac{z+1}{z-1}\right) = 2^3 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{z+1}{z-1} = 2 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow z+1 = 2z-2 \Leftrightarrow z = 3 \quad (3)$$

Lời giải trên là đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Bước 1 B. Bước 2 C. Bước 3 D. Lời giải đúng

Câu 81. Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm phương trình $27z^3 + 8 = 0$. Tính giá trị biểu thức

$$T = \frac{(z_1 + z_2 + z_3 + 1)^2}{|z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2}.$$

A. $T = \frac{4}{3}$. B. $T = \frac{3}{4}$. C. $T = 12$. D. $T = \frac{1}{12}$.

Câu 82. Cho z là số phức khác 1, thỏa mãn $z^{2017} = 1$. Tính giá trị biểu thức $T = 1 + z + z^2 + \dots + z^{2016}$.

A. $T = 1$. B. $T = 0$. C. $T = 2017$ D. $T = 2016$

Câu 83. Trên tập số phức, phương trình $z^{2017} = i\bar{z}$ có bao nhiêu nghiệm?

A.1 B.2017 C.2019 D.0

Câu 84. Tìm số phức z sao cho z^5 và $\frac{1}{z^2}$ là hai số phức liên hợp của nhau

A. $z = 1$ B. $z = 0$ C. $z = i$ D. $z = 1 + i$

DẠNG 3. TÌM SỐ PHỨC THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.

Câu 85. Rút gọn $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$.

A. $z = 1 + 2i$. B. $z = 5 + 3i$. C. $z = -1 - i$. D. $z = -1 - 2i$.

Câu 86. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính $w = z_1 - 2z_2$.

A. $w = 3 - i$. B. $w = -3 - 4i$. C. $w = -3 + 8i$. D. $w = 5 + 8i$.

Câu 87. Tìm số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 - \sqrt{3}i$

A. $\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$. B. $-1 + \sqrt{3}i$. C. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $1 + \sqrt{3}i$.

Câu 88. Tìm số phức z thỏa $(3 + i)\bar{z} + (1 + 2i)z = 3 - 4i$

A. $z = -1 + 5i$. B. $z = 2 + 3i$. C. $z = -2 + 3i$. D. $z = 2 + 5i$.

Câu 89. Số phức z thỏa mãn điều kiện $\bar{z} - \frac{5 - i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$ là:

A. $1 + \sqrt{3}i$ và $2 - \sqrt{3}i$. B. $-1 + \sqrt{3}i$ và $2 - \sqrt{3}i$. C. $-1 + \sqrt{3}i$ và $2 + \sqrt{3}i$. D. $1 + \sqrt{3}i$ và $2 + \sqrt{3}i$.

Câu 90. Cho phương trình $z^2 + 2i = 4z - 4$. Gọi α là phần ảo của nghiệm tương ứng với phần thực lớn hơn nghiệm còn lại và β là phần ảo của nghiệm còn lại. Khi đó giá trị biểu thức $A = \alpha^{2016} + \beta^{2017}$ là:

D. 3.

Câu 91. Tìm số phức thỏa mãn $(2+i)z = 4z+4-2i$

D. $z = -2$

Câu 92. Tìm số phức liên hợp của số phức, biết $3z + (2 + 3i)(1 - 2i) = 5 + 4i$

D. $z = 1 + \frac{5}{3}i$

Câu 93. Cho số phức $z = 3 - 5i$. Tìm số phức $w = z + i\bar{z}$

D. $w = -2 + 8i$

Câu 94. Cho số phức $z = 2 + 4i$. Tìm số phức liên hợp của $w = iz - \bar{z}$

D. $\overline{w} = -6 + 2i$

Câu 95. Cho số phức thỏa mãn $(2-3i)z + (4+i)\bar{z} = -(1+3i)^2$. Modun của số phức là:

D. $\sqrt{34}$

Câu 96. Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(2 - 3i)z = (1 + 2i)\bar{z} + 3 - 7i$. Tính $P = \frac{a}{b}$.

D. 2

Câu 97. Cho số phức $\bar{z} = 2 - 3i$. Hãy tìm số phức z ?

D. $z = -2 + 3i$

Câu 98. Cho số phức $z = (4-i) + (2+3i) - (5+i)$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z

D.2 và 3

Câu 99. Cho số phức z thỏa: $\bar{z}(1+2i)-1+3i=0$. Tìm điểm biểu diễn của số phức z

D. $D(1; -1)$

Câu 100. Tìm modun của số phức $z = 5 + 2i - (1 + i)^3$

D. $|z| = 2$

Câu 101. Cho số phức $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn: $(1 + 3i)z + (2 + i)\bar{z} = -2 + 4i$. Tính $P = a.b$

D. $P = 4$

Câu 102. Cho số phức z có phần thực dương và thỏa: $\bar{z} - \frac{(5 + \sqrt{3}i)}{z} - 1 = 0$

D. $|z| = \sqrt{7}$

Câu 103. Tìm số phức z thỏa mãn $z = (1-i)(2+i)$

D. $1+i$

Câu 104. Tìm số phức z biết: $\bar{z} = (1+i)(3-i)$

D. $2-2i$

Câu 105. Tìm số phức z biết: $z + 2i\bar{z} = (1+i)(3+i)$

A. $2 + 12i$

B. $2 - 12i$

C. $\frac{2}{3} - 4i$

D. $\frac{2}{3} + 4i$

Câu 106. Tìm số phức z biết: $(1+i)z + 2i\bar{z} = (1-i)(3+i)$

A. $3 - 5i$

B. $5 + 3i$

C. $5 - 3i$

D. $3 + 5i$

Câu 107. Tìm số phức z sao cho $(1+2i)z$ là số thuần ảo và $|2z - \bar{z}| = \sqrt{13}$

A. $z = 2 + i$ hoặc $z = -2 - i$

B. $z = -2 - i$

C. $z = -i$

D. $z = -2 - 2i$

Câu 108. Tìm mô đun của số phức z biết rằng: $|z - \bar{z}| = 1$ và $z + \bar{z} = 0$

A. $|z| = \frac{1}{2}$

B. $|z| = \frac{1}{3}$

C. $|z| = \frac{1}{4}$

D. $|z| = \frac{1}{5}$

Câu 109. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z - 2\bar{z} = 3 + 4i$. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. z có phần thực là -3

B. Số phức $\bar{z} + \frac{4}{3}i$ có mô đun bằng $\frac{\sqrt{97}}{3}$

C. z có phần ảo là $\frac{4}{3}$

D. z có mô đun bằng $\frac{\sqrt{97}}{3}$

Câu 110. Cho số phức z thỏa $z(1-2i) = (3+4i)(2-i)^2$. Khi đó, số phức z là:

A. $z = 25$

B. $z = 5i$

C. $z = 25 + 50i$

D. $z = 5 + 10i$

Câu 111. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$. Mô đun của z là:

A. $|z| = 3$

B. $|z| = 4$

C. $|z| = 5$

D. $|z| = 25$

Câu 112. Tìm số phức $\bar{z}$ thỏa mãn $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$

A. $\frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$

B. $\frac{22}{25} - \frac{4}{25}i$

C. $\frac{22}{25}i + \frac{4}{25}$

D. $-\frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$

Câu 113. Tìm phần thực của số phức z biết: $z + \frac{|z|^2}{z} = 10$

A. 10

B. 5

C. -5

D. $\sqrt{10}$

Câu 114. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $z + 2i\bar{z} = 3 + 3i$. Tính giá trị biểu thức $P = a^{2016} + b^{2017}$

A. 0

B. 2

C. $\frac{3^{4032} - 3^{2017}}{5^{2017}}$

D. $-\left(\frac{3^{4032} - 3^{2017}}{5^{2017}}\right)$

DẠNG 4. TẬP HỢP CÁC ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC.

Câu 115. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i| = 1$ là

A. Một đường thẳng.

B. Một đường tròn.

C. Một đoạn thẳng.

D. Một hình vuông.

Câu 116. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z , biết: $|z - (3 - 4i)| = 2$ là

A. Đường tròn tâm $I(3; -4); R = 2$.

B. Đường tròn tâm $I(-3; 4); R = 2$.

C. Đường tròn tâm $I(3; -4); R = 4$.

D. Đường tròn tâm $I(-3; 4); R = 4$.

Câu 117. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|^2 + 3z + 3\bar{z} = 0$ là

- A. Đường tròn tâm $I(3;0); R = 3$.
 B. Đường tròn tâm $I(-3;0); R = 3$.
 C. Đường tròn tâm $I(3;0); R = 9$.
 D. Đường tròn tâm $I(3;0); R = 0$.

Câu 118. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 1 - 3i| \leq 4$ là

- A. Hình tròn tâm $I(-1;3); R = 4$.
 B. Đường tròn tâm $I(-1;3); R = 4$.
 C. Hình tròn tâm $I(-1;-3); R = 4$.
 D. Đường tròn tâm $I(1;3); R = 4$.

Câu 119. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức thỏa mãn điều kiện $|z + 3i - 2| = 10$ là

- A. Đường thẳng $3x - 2y = 100$.
 B. Đường thẳng $2x - 3y = 100$.
 C. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 100$.
 D. Đường tròn $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 100$.

Câu 120. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|iz - (2 + i)| = 2$ là

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$.
 B. $x + 2y - 1 = 0$.
 C. $3x + 4y - 2 = 0$.
 D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Câu 121. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z + 1 - 2i$ trên mặt phẳng phức là

- A. Đường tròn tâm $(1;0)$, bán kính bằng 3.
 B. Đường tròn tâm $(2;-2)$, bán kính bằng 3.
 C. Đường tròn tâm $(2;0)$, bán kính bằng 3.
 D. Đường tròn tâm $(-2;2)$, bán kính bằng 3.

Câu 122. Trong mặt phẳng phức Oxy, tập hợp số phức z biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2 + z + \bar{z} = 0$ là đường tròn (C). Khi đó diện tích của đường tròn (C) là

- A. $S = \pi$.
 B. $S = 2\pi$.
 C. $S = 3\pi$.
 D. $S = 4\pi$.

Câu 123. Cho các số phức z thỏa mãn $|2z - 2 + 2i| = 1$. Môđun của số phức z nhỏ nhất có là bao nhiêu?

- A. $\frac{-1 + 2\sqrt{2}}{2}$.
 B. $\frac{1 + 2\sqrt{2}}{2}$.
 C. $\sqrt{2} + 1$.
 D. $\sqrt{2} - 1$.

Câu 124. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $|z - 2i| = |2z + \bar{z}|$ là

- A. Một Parabol.
 B. Một Elip.
 C. Một đường tròn.
 D. Một đường thẳng.

Câu 125. Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $w = \frac{z + i + 1}{z + z + 2i}$ là số thuần ảo?

- A. Một Parabol.
 B. Một Elip.
 C. Một đường tròn.
 D. Một đường thẳng.

Câu 126. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $\left| \frac{z - \bar{z}}{z - 2i} \right| = 2$ là?

- A. Một Parabol.
 B. Một Elip.
 C. Một đường tròn.
 D. Một đường thẳng.

Câu 127. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $|z+1-i| = |2z+\bar{z}|$ là một Parabol có đỉnh là I . Tọa độ của I là

- A. $I\left(\frac{1}{8}; \frac{17}{16}\right)$. B. $I(1; -1)$. C. $I(1; -4)$. D. $I\left(-4; \frac{1}{16}\right)$.

Câu 128. Cho số phức z thỏa mãn: $2|z-i| = |z-\bar{z}+2i|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $\frac{z}{2}$ là một Parabol có phương trình là?

- A. $y = \frac{1}{2}x^2$. B. $y = \frac{1}{4}x^2$. C. $y = x^2$. D. $y = 4x^2$.

Câu 129. Cho số phức z thỏa mãn $|z-\bar{z}+2i| = 2\left|\frac{3}{2}z + \frac{1}{2}\bar{z} - i\right|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z-3|$.

- A. $P_{\min} = \sqrt{5}$. B. $P_{\min} = 3$. C. $P_{\min} = 2$. D. $P_{\min} = \sqrt{3}$.

Câu 130. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+1| = |\bar{z}|$ là

- A. Đường thẳng. B. Đường tròn. C. Elip. D. Parabol.

Câu 131. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn phần thực của z bằng hai lần phần ảo của nó là

- A. Đường thẳng $x-2y=0$. B. Đường thẳng $2x-y=0$.
C. Đường thẳng $x+y=0$. D. Đường thẳng $x-y=0$.

Câu 132. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn phần thực của z thuộc đoạn $[-2; 2]$ là

- A. Đường thẳng $x+2=0$. B. Phần mặt phẳng giới hạn bởi $x=-2$ và $x=2$.
C. Đường thẳng $x=2$. D. Phần mặt phẳng giới hạn bởi Ox và đường thẳng $x=2$.

Câu 133. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+\bar{z}+3|=4$ là

- A. Đường thẳng $x = \frac{-1}{2}$. B. Đường thẳng $x = \frac{7}{2}$.
C. Đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = \frac{-7}{2}$. D. Đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$.

Câu 134. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-\bar{z}+1-i|=2$ là:

- A. Đường thẳng $y = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$. B. Đường thẳng $y = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$.
C. Đường thẳng $y = \frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$. D. Đường thẳng $x = \frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$.

Câu 135. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2+z| = |i-z|$ là

- A. Đường thẳng $4x+2y+3=0$. B. Đường thẳng $4x-2y+3=0$.
C. Đường thẳng $4x+2y-3=0$. D. Đường thẳng $4x+2y=0$.

Câu 136. Trong các số phức z thỏa mãn $|z-2-4i| = |z-2i|$. Số phức z có modun nhỏ nhất là

- A. $z = 2+2i$. B. $z = 2-2i$. C. $z = 2+i$. D. $z = 2-i$.

Câu 137. Trong các số phức z thỏa mãn $u = (z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i)$ là một số thực. Số phức z có modun nhỏ nhất là

- A. $z = 2 + 2i$. B. $z = -2 - 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. $z = -2 + 2i$

Câu 138. Trong các số phức z thỏa mãn $|iz - 3| = |z - 2 - i|$. Tính giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 139. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 3i| + |\bar{z} + 3| = 10$. Hai số phức z_1 và z_2 có môđun nhỏ nhất. Hỏi tích $z_1 z_2$ là bao nhiêu

- A. 25. B. -25. C. 16. D. -16.

DẠNG 5. BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC

Câu 140. Số phức $z = 1 - 2i$, được biểu diễn trong mặt phẳng (Oxy) bởi điểm M có hoành độ bằng :

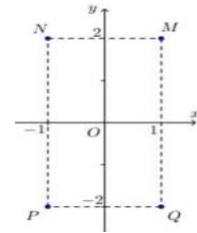
- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Câu 141. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là:

- A. $(6; 7)$. B. $(6; -7)$. C. $(-6; 7)$. D. $(-6; -7)$.

Câu 142. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 3 - i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên ?

- A. Điểm P. B. Điểm Q
C. Điểm M. D. Điểm N.



Câu 143. Trong mặt phẳng Oxy, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -3i$, $z_2 = 2 - 2i$, $z_3 = -5 - i$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Hỏi G là điểm biểu diễn số phức nào trong các số phức sau:

- A. $z = -1 - 2i$. B. $z = 2 - i$. C. $z = -1 - i$. D. $z = 1 - 2i$.

Câu 144. Trong mặt phẳng phức, ba điểm A, B và C lần lượt là điểm biểu diễn của 3 số phức $z_1 = 1 + 5i$, $z_2 = 3 - i$, $z_3 = 6$. Tam giác ABC là

- A. Tam giác vuông nhưng không cân. B. Tam giác vuông cân.
C. Tam giác cân nhưng không đều. D. Tam giác đều.

Câu 145. Ba điểm A, B và C lần lượt là điểm biểu diễn của 3 số phức $z_1 = 1 + 5i$, $z_2 = (1 + i)^2$, $z_3 = a - i$. Giá trị của a để tam giác ABC vuông tại B là

- A. $a = -3$. B. $a = -2$. C. $a = 3$. D. $a = 4$.

Câu 146. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(-2; 4)$ biểu diễn cho số phức z . Tìm tọa độ điểm B biểu diễn cho số phức $\omega = i\bar{z}$.

- A. $B(-4; 2)$. B. $B(2; 4)$. C. $B(2; -4)$. D. $B(4; -2)$.

Câu 147. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là:

- A. $M(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2})$. B. $M(-1; -1)$. C. $M(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2})$. D. $M(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}i)$.

Câu 148. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm A là điểm biểu diễn số phức $z=1+2i$, B là điểm thuộc đường thẳng $y=2$ sao cho tam giác OAB cân tại O. Điểm B là điểm biểu diễn của số phức

- A. $-1+2i$. B. $2-i$. C. $1-2i$. D. $3+2i$.

Câu 149. Trong mặt phẳng phức, cho A, B, C, D lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -2+i$, $z_2 = 1+4i$, $z_3 = 5$, z_4 . Tìm số phức z_4 để tứ giác ABCD nội tiếp được đường tròn là:

- A. $z_4 = 2-2i$. B. $z_4 = 4-2i$. C. $z_4 = 4-i$. D. $z_4 = 3+3i$.

Câu 150. Cho $A = \{z \mid |z-i| = |z+2|\}$, $B = \{z \mid |z-1-i| = 1\}$. Lấy $z_1 \in A, z_2 \in B$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là:

- A. 1. B. $\frac{9\sqrt{5}}{10}$. C. $\frac{9\sqrt{5}}{10} + 1$. D. $\frac{9\sqrt{5}}{10} - 1$.

Câu 151. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z+i}{z-2i} \right| = 1$ là

- A. Đường thẳng. B. Đường tròn. C. Hình tròn. D. Nửa đường thẳng.

Câu 152. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i| = 1$ là đường có phương trình

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 > 1$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 < 1$. D. $x-2y=1$.

Câu 153. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $z = x+iy$ thỏa mãn điều kiện $|z|=3$ là

- A. Đường tròn $x^2 + y^2 = 9$. B. Đường thẳng $y=3$.
C. Đường thẳng $x=3$. D. Hai đường thẳng $x=3$ và $y=3$.

Câu 154. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=2$, biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn tâm I có bán kính R. Tìm tọa độ I và bán kính R.

- A. $I(1;-2), R=2$. B. $I(-1;2), R=4$. C. $I(-2;1), R=2$. D. $I(1;-2), R=4$.

Câu 155. Cho số phức z thỏa mãn $(2-z)(\bar{z}+i)$ là số thuần ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường nào sau đây?

- A. $(x-1)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$. B. $x^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{7}{4}$.
C. $x^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$. D. $(x+\frac{1}{2})^2 + y^2 = 1$.

Câu 156. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-2+i| \leq 1$ là

- A. Hình tròn tâm $I(2;-1)$ và $R=1$. B. Đường tròn tâm $I(2;-1)$ và $R=1$.
C. Đường thẳng $x-2y=1$. D. Nửa hình tròn tâm $I(2;-1)$ và $R=1$.

Câu 157. Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1-i| = |z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó:

- A. $4x+6y-3=0$. B. $4x-6y-3=0$. C. $4x+6y+3=0$. D. $4x-6y+3=0$.

Câu 158. Tìm số phức z biết rằng điểm biểu diễn của z nằm trên đường tròn có tâm O, bán kính bằng 5 và nằm trên đường thẳng $d: x-2y+5=0$.

- A. $z = 3-4i$. B. $z = 3+4i$. C. $z = 4+3i$. D. $z = 4-3i$.

Câu 159. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $z' = \bar{z}+1$ biết $|z-2-2i| = 1$ là

A. Đường tròn tâm $I(2;-1)$ và $R=1$.

B. Đường tròn tâm $I(1;0)$ và $R=1$.

C. Đường tròn tâm $I(1;0)$ và $R=1$.

D. Đường tròn tâm $I(2;2)$ và $R=1$.

Câu 160. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1+i\sqrt{3})z+2$ biết rằng số phức z thỏa mãn $|z-1| \leq 2$.

A. Hình tròn tâm $I(3;\sqrt{3})$, bán kính $R=2$. B. Hình tròn tâm $I(3;3)$, bán kính $R=4$.

C. Hình tròn tâm $I(1;\sqrt{3})$, bán kính $R=4$. D. Hình tròn tâm $I(1;1)$, bán kính $R=2$.

Câu 161. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 và số phức $k = x + iy$ trên mặt phẳng phức. Khi đó tập hợp điểm P trên mặt phẳng phức để tam giác MNP vuông tại P là:

A. Đường thẳng có phương trình $y = x - \sqrt{5}$.

B. Là đường tròn có phương trình $x^2 - 4x + y^2 - 1 = 0$.

C. Là đường tròn có phương trình $x^2 - 4x + y^2 - 8 = 0$, nhưng không chứa M, N.

D. Là đường tròn có phương trình $x^2 - 4x + y^2 - 1 = 0$, nhưng không chứa M, N.

Câu 162. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z biết $|z-2| + |z+2| = 5$ là

A. $\frac{4x^2}{25} + \frac{4y^2}{9} = 1$. B. $\frac{4x^2}{25} + \frac{4y^2}{9} \geq 1$. C. $\frac{4x^2}{25} + \frac{4y^2}{9} \leq 1$. D. $\frac{4y^2}{25} + \frac{4x^2}{9} = 1$.

Câu 163. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3+4i| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = 2z + 1 - i$ là một đường tròn. Tọa độ tâm I và bán kính r của đường tròn đó là

A. $I(3;-4)$, $r=2$.

B. $I(4;-5)$, $r=4$.

C. $I(5;-7)$, $r=4$.

D. $I(7;-9)$, $r=4$.

Câu 164. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| \leq 1$ và $z - \bar{z}$ có phần ảo không âm. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là một miền phẳng. Diện tích S của miền phẳng này là

A. $S = \pi$.

B. $S = 2\pi$.

C. $S = \frac{1}{2}\pi$.

D. $S = 1$.

Bài tập tương tự

Câu 165. Số phức $z = -10 + 21i$, được biểu diễn trong mặt phẳng (Oxy) bởi điểm M có tung độ bằng

A. -10

B. 10

C. 21

D. -21

Câu 166. Số phức $z = -3 + 4i$, được biểu diễn trong mặt phẳng (Oxy) bởi điểm M có tọa độ là :

A. (-3,4)

B. (3,-4)

C. (3,4)

D. (-3,-4)

Câu 167. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Điểm M biểu diễn cho số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng Oxy là:

A. M(6; -7)

B. M(6; 7)

C. M(-6; 7)

D. M(-6; -7)

Câu 168. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 5i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z = -2 + 5i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.

B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành

C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O.

D. Hai điểm A và B cùng nằm trên đường thẳng $x = 5$.

Câu 169. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 2i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = 2 + 3i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.
 B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.
 C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O.
 D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 170. Trong mặt phẳng phức, điểm $M(3; -3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây:

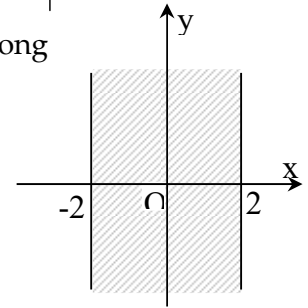
- A. $z = 3 + 3i$. B. $z = 3 - 3i$. C. $z = -3 + 3i$. D. $z = -3 - 3i$.

Câu 171. Trong mặt phẳng phức, đường tròn có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ là tập hợp các điểm diễn của số phức z thỏa mãn khẳng định nào sau đây

- A. $|z+1-2i|=2$. B. $|z-1-2i|=2$. C. $|z-1+2i|=2$. D. $|z-1+2i|=4$.

Câu 172. Cho hai số phức $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải $(-2; 2)$ (hình 1) điều kiện của a và b là:

- A. $\begin{cases} a \geq 2 \\ b \geq 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a \leq -2 \\ b \leq -2 \end{cases}$.
 C. $-2 < a < 2$ và $b \in \mathbb{R}$. D. $a, b \in (-2; 2)$.



(Hình 1)

Câu 173. Điểm M biểu diễn số phức $z = \frac{3+4i}{i^{2019}}$ có tọa độ là :

- A. $M(4;-3)$ B. $M(3;4)$ C. $M(-4;3)$ D. $M(3;-4)$

Câu 174. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = x + yi$ biết $2x - 1 + (3y + 2)i = 5 - i$.

- A. $M(3; -1)$. B. $M(2; -1)$. C. $M(3; \frac{-1}{3})$. D. $M(2; \frac{1}{3})$.

Câu 175. Điểm biểu diễn của số phức nào sau đây thuộc đường tròn $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$?

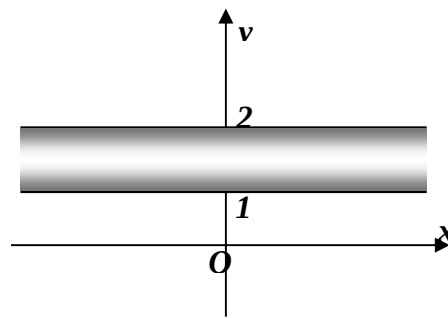
- A. $z = i + 3$ B. $z = -2 + 3i$ C. $z = 1 + 2i$ D. $z = 1 - 2i$

Câu 176. Điểm biểu diễn của số phức z là $M(1; 2)$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức C.

- A. $(3; -2)$ B. $(2; -3)$ C. $(2; 1)$ D. $(2; 3)$

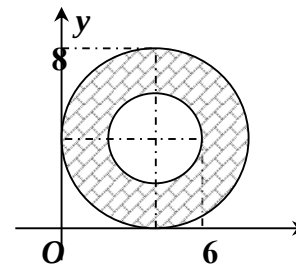
Câu 177. Phần gạch sọc trong hình vẽ bên là hình biểu diễn của tập các số phức nào sau đây:

- A. $\{z = x + yi \mid x \in \mathbb{R}, 1 \leq y \leq 2\}$
 B. $\{z = x + yi \mid x \in \mathbb{R}, 1 < y < 2\}$
 C. $\{z = x + yi \mid x \in \mathbb{R}, y = 1, y = 2\}$
 D. $\{z = x + yi \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$



Câu 178. Phần gạch sọc trong hình vẽ bên là hình biểu diễn của tập các số phức thỏa mãn điều kiện nào sau đây:

- A. $6 \leq |z| \leq 8$ B. $2 \leq |z+4+4i| \leq 4$
 C. $2 \leq |z-4-4i| \leq 4$ D. $4 \leq |z-4-4i| \leq 16$



Câu 179. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ và M, N là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

- A. $(0;1)$. B. $(1;0)$. C. $(0;-1)$. D. $(-1;0)$.

Câu 180. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -1+3i$, $z_2 = 1+5i$, $z_3 = 4+i$. Tìm điểm biểu diễn số phức D sao cho tứ giác ABCD là một hình bình hành.

- A. $2+i$. B. $2-i$. C. $5+6i$. D. $3+4i$.

Câu 181. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của đoạn thẳng MN là:

- A. $MN = 2\sqrt{5}$. B. $MN = 5$. C. $MN = -2\sqrt{5}$. D. $MN = 4$.

Câu 182. Cho số phức $z = 2 - m + (m-3)i$. Tọa độ điểm biểu diễn của số phức z có mô đun nhỏ nhất trên mặt phẳng (Oxy) là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $(2; -3)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 183. Cho hai số phức $z_1 = -3+6i$; $z_2 = \frac{-2i}{3} \cdot z_1$ có các điểm biểu diễn mặt phẳng phức là A, B. Khi đó tam giác ABO là:

- A. Tam giác vuông tại A. B. Tam giác vuông tại B.
C. Tam giác vuông tại O. D. Tam giác đều.

Câu 184. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -1+3i$; $z_2 = -3-2i$, $z_3 = 4+i$. Tam giác ABC là:

- A. Một tam giác cân. B. Một tam giác đều.
C. Một tam giác vuông. D. Một tam giác vuông cân.

Câu 185. Điểm biểu diễn của các số phức $z = 3 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$, nằm trên đường thẳng có phương trình là:

- A. $x = 3$. B. $y = 3$. C. $y = x$. D. $y = x + 3$.

Câu 186. Điểm biểu diễn của các số phức $z = a + ai$ với $a \in \mathbb{R}$, nằm trên đường thẳng có phương trình là:

- A. $y = x$. B. $y = 2x$. C. $y = 3x$. D. $y = 4x$.

Câu 187. Cho số phức $z = a - ai$ với $a \in \mathbb{R}$, điểm biểu diễn của số phức đối của z nằm trên đường thẳng có phương trình là:

- A. $y = 2x$. B. $y = -2x$. C. $y = x$. D. $y = -x$.

Câu 188. Cho số phức $z = a + a^2i$ với $a \in \mathbb{R}$. Điểm biểu diễn của số phức liên hợp của z nằm trên

- A. Đường thẳng $y = 2x$. B. Đường thẳng $y = -x + 1$.
C. Parabol $y = x^2$. D. Parabol $y = -x^2$.

Câu 189. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Trên mặt phẳng phức, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = \frac{i}{z_0}$?

- A. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Câu 190. Cho số phức z thỏa mãn $|2z - 1 + 3i| = 4$. Tập các điểm biểu thị cho z là một đường tròn có bán kính r là:

A. $r = 4$.

B. $r = 1$.

C. $r = \sqrt{2}$.

D. $r = 2$.

Câu 191. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là:

A. Đường tròn tâm I (0;-1) và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

B. Đường tròn tâm I (0;-1) và bán kính $R = \sqrt{2}$.

C. Đường tròn tâm I (-1;0) và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

D. Đường tròn tâm I (0;1) và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 192. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 4$.

B. $r = 5$.

C. $r = 20$.

D. $r = 22$.

Câu 193. Cho số phức $w = (1 + i)z + 2$ biết $|1 + iz| = |z - 2i|$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường tròn.

B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường elip.

C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là 2 điểm.

D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.

Câu 194. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là

A. $r = 4$.

B. $r = 8$.

C. $r = 2$.

D. $r = 16$.

Câu 195. Xét ba điểm A,B,C theo thứ tự trong mặt phẳng phức biểu diễn ba số phức phân biệt z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3|$. Biết $z_1 + z_2 + z_3 = 0$, khi đó tam giác ABC có đầy đủ tính chất gì?

A. Tù.

B. Vuông.

C. Cân.

D. Đều.

Câu 196. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 2$ là

A. Đường tròn tâm I(-1; 1), bán kính 2.

B. Đường tròn tâm I(1; -1), bán kính 2.

C. Đường tròn tâm I(1; -1), bán kính 4.

D. Đường tròn tâm I(1; -1), bán kính 4.

Câu 197. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 20$.

B. $r = \sqrt{20}$.

C. $r = \sqrt{6}$.

D. $r = 6$.

Câu 198. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số z thỏa mãn điều kiện: $|z - i| = |(1 + i)z|$ là đường tròn có bán kính là

A. $R = 1$.

B. $R = 2$.

C. $R = \sqrt{2}$.

D. $R = 4$.

Câu 199. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn phương trình $|6z - i| = |2 + 3i|$ và $|z_1 - z_2| = \frac{1}{3}$. Tính mô đun của $|z_1 + z_2|$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

DẠNG 6. SỐ PHỨC VÀ GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT.

Câu 200. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$, biết rằng số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1+i|=1$.

- A. $\sqrt{2}+1$ B. $1-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}-1$ D. $3-2\sqrt{2}$

Câu 201. Tìm số phức z có $|z|$ nhỏ nhất, biết rằng số phức z thỏa mãn $|z+2|=|i-z|$.

- A. $z = -\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$ B. $z = -\frac{3}{5} + \frac{3}{10}i$ C. $z = \frac{3}{5} + \frac{3}{10}i$ D. $z = \frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$

Câu 202. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$, biết rằng số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z+1 \right| = 1$

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 3

Câu 203. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $v = (z-i)(2+i)$ là một số thuần ảo. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-2+3i|$.

- A. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{85}}{5}$ C. $\frac{64}{5}$ D. $\frac{17}{5}$.

Câu 204. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-4|+|z+4|=10$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $v = |(m-4i) + (2+Mi)|$.

- A. 26 B. $\sqrt{26}$ C. $5\sqrt{2}$ D. 50

Câu 205. Tìm số phức z sao cho biểu thức $P = |z-2|^2 + |z+1-i|^2 + |z-2-5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, biết rằng số phức z thỏa mãn điều kiện $2|z-1-2i| = |3i+1-2z|$.

- A. $z = \frac{1}{4} + \frac{17}{4}i$ B. $z = \frac{1}{4} - \frac{17}{4}i$ C. $z = -\frac{1}{4} - \frac{17}{4}i$ D. $z = -\frac{1}{4} + \frac{17}{4}i$

Câu 206. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z-2+i|^2 - |z+1-4i|^2$, biết rằng số phức z thỏa mãn điều kiện $|z(i+1)+1+i| = \sqrt{2}$. Tính $M^2 + m^2$

- A. $M^2 + m^2 = 20$ B. $M^2 + m^2 = 20 + 12\sqrt{2}$
C. $M^2 + m^2 = 12\sqrt{2}$ D. $M^2 + m^2 = 10 + 6\sqrt{2}$

Câu 207. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $w = (z+3-i)(\bar{z}+1+3i)$ là một số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là:

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 208. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z+2-i}{z+1-i} \right| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z|$:

- A. $3+\sqrt{10}$ và $-3+\sqrt{10}$ B. 3 và $-3+\sqrt{10}$
C. $3+\sqrt{10}$ và $\sqrt{10}$ D. Không tồn tại.

Câu 209. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2+2i|=1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. $2\sqrt{2}+1$ và $2\sqrt{2}-1$. B. $\sqrt{2}+1$ và $\sqrt{2}-1$.
C. 2 và 1. D. $2\sqrt{3}+1$ và $2\sqrt{3}-1$.

Câu 210. Cho số phức z thỏa mãn: $|z-2i|=|z+2|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+2i| + |z-5+9i|$

A. $\sqrt{70}$

B. $3\sqrt{10}$

C. $4\sqrt{5}$

D. $\sqrt{74}$

Câu 211. Cho số phức z thỏa mãn: $\left| \frac{1+i}{1-i}z + 2 \right| = 1$, đặt $m = \min|z|$; $M = \max|z|$, tìm $|m + iM|$

A. $|m + iM| = \sqrt{10}$

B. $|m + iM| = 3\sqrt{2}$

C. $|m + iM| = 10$

D. $|m + iM| = 8$

Câu 212. Cho số phức z thỏa mãn: $|z - 3 - 4i| = \sqrt{2}$, tìm $|z|$ để biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt GTLN.

A. $5\sqrt{2}$

B. 10

C. $2\sqrt{5}$

D. $3\sqrt{5}$

Câu 213. Trong các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{(1+i)}{1-i}z + 2 \right| = 1$, z_0 là số phức có môđun lớn nhất. Môđun của z_0 bằng:

A. 1

B. 4

C. $\sqrt{10}$

D. 9

Câu 214. Trong các số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$, số phức có môđun nhỏ nhất là:

A. $z = 3 + 4i$

B. $z = -3 - 4i$

C. $z = \frac{3}{2} - 2i$

D. $z = \frac{3}{2} + 2i$

Câu 215. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm số phức z có môđun bé nhất.

A. $z = 2 + i$

B. $z = 3 + i$

C. $z = 2 + 2i$

D. $z = 1 + 3i$

Câu 216. Tìm số phức z thỏa mãn $(z - 1)(\bar{z} + 2i)$ là số thực và môđun của z nhỏ nhất?

A. $z = 2i$

B. $z = \frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$

C. $z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

D. $z = 1 + \frac{1}{2}i$

Câu 217. Cho số phức z thỏa $|z + i - 1| = |\bar{z} - 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

B. 1

C. $\sqrt{2}$

D. $\frac{1}{4}$

Câu 218. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 2i| = \frac{3}{2}$, số phức z có môđun nhỏ nhất là:

A. $z = 2 + \frac{3}{\sqrt{13}} + \frac{78 + 9\sqrt{13}}{26}i$

B. $z = 2 - 3i$

C. $z = 2 - \frac{3}{\sqrt{13}} + \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i$

D. $z = 2 + 3i$

Câu 219. Trong số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 3i| = |z + 2 - i|$, số phức z có môđun bé nhất là:

A. $z = 1 - 2i$

B. $z = -1 + 2i$

C. $z = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

D. $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

Câu 220. Tìm số phức z sao cho $|z - 3i + 1|$ đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $z = 1 + 3i$.

B. $z = -1 + 3i$

C. $z = 3 - i$

D. $z = -3 + i$

Câu 221. Tìm $|z|$ biết z là số phức thỏa mãn $\left| \frac{z-i}{2i+1} + 2 \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $|z| = \sqrt{13}$.

B. $|z| = 13$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 222. Tìm GTNN của $|z|$ biết z thỏa mãn $\left| \frac{4+2i}{1-i}z - 1 \right| = 1$.

- A. $|z| = \sqrt{2}$. B. $|z| = \sqrt{3}$. C. $|z| = 0$. D. $|z| = 1$.

Câu 223. Tìm GTLN của $|z|$ biết z thỏa mãn $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z + 1 \right| = 1$.

- A. $|z| = 1$. B. $|z| = 2$. C. $|z| = \sqrt{2}$. D. $|z| = 3$.

Câu 224. Cho z thỏa mãn $|z+i| = |z+1|$. Tìm GTNN của $|w|$ với $w = z+2i$

- A. $|w| = 2$. B. $|w| = \sqrt{3}$. C. $|w| = 1$. D. $|w| = \sqrt{2}$.

Câu 225. Cho z thỏa mãn $|z-2-4i| = |z-2i|$. Tìm GTLN của $|w|$ với $w = \frac{2+i}{z}$

- A. $|w| = 2\sqrt{2}$. B. $|w| = \frac{\sqrt{10}}{8}$. C. $|w| = \frac{\sqrt{10}}{4}$. D. $|w| = \sqrt{10}$.

Câu 226. Trong các số phức z thỏa mãn $|z-3+4i| = 5$, gọi z_0 là số phức có môđun lớn nhất. Tổng phần thực và phần ảo của z_0 bằng

- A. 9. B. -1. C. -2. D. 2.

Câu 227. Trong các số phức z thỏa mãn $|z-\sqrt{3}-i| \leq 2$, gọi z_1 và z_2 lần lượt là số phức có môđun lớn nhất, nhỏ nhất. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ bằng

- A. 4. B. $4\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 228. Trong các số phức z thỏa mãn $|z-2| = |z+4i|$, gọi z_0 là số phức có $3 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}$ môđun nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 229. Trong các số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z-2| \leq |z+1| \\ |z+i| \geq |z-3i| \end{cases}$, gọi z_0 là số phức có môđun nhỏ nhất.

Giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 230. Trong các số phức z thỏa mãn $|z+2| \geq |z-2|$, gọi z_0 là số phức sao cho $|z_0+1-2i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, môđun của z_0 bằng

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 2.

Câu 231. Trong các số phức z thỏa mãn $|z-4| + |z+4| = 10$, gọi z_0 là số phức có môđun nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. 4. B. 3. C. 2. D. $\sqrt{5}$.

Câu 232. Cho số phức z thỏa mãn $|z+2i-1| = |\bar{z}+i|$. Tìm các điểm M biểu diễn cho số phức z để MA ngắn nhất, với $A(1;4)$.

A. $M\left(\frac{23}{10}; \frac{1}{10}\right)$. B. $M\left(\frac{13}{5}; \frac{1}{5}\right)$. C. $M\left(\frac{13}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. D. $M\left(-\frac{13}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

Câu 233. Trong các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i| \leq 2\sqrt{5}$, gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M+n$

A. $M+n=2\sqrt{5}$ B. $M+n=3\sqrt{5}$ C. $M+n=4\sqrt{5}$ D. $M+n=\sqrt{5}$

Câu 234. Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $|2z+i| = |2\bar{z}-3i+1|$. Tìm các điểm M biểu diễn số phức z để MA ngắn nhất, với $A\left(1; \frac{3}{4}\right)$.

A. $M\left(-1; \frac{-5}{4}\right)$ B. $M\left(0; \frac{-9}{8}\right)$ C. $M\left(\frac{-9}{4}; 0\right)$ D. $M\left(\frac{1}{20}; -\frac{23}{20}\right)$.

Câu 235. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-4i| = |z-2i|$. Tìm z để $|z|$ nhỏ nhất

A. $z=3+i$ B. $z=1+3i$. C. $z=2+2i$. D. $z=4i$.

Hết

ĐÁP ÁN DẠNG 1. SỐ PHỨC VÀ CÁC PHÉP TOÁN

1. A	2. B	3. C	4. D	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.
51.	52.	53.	54.	55.	56.	57.	58.	59.	60.
61.	62.	63.	64.	65.	66.	67.	68.	69.	70.
71.	72.	73.	74.	75.	76.	77.	78.	79.	80.
81.	82.	83.	84.	85.	86.	87.	88.	89.	90.
91.	92.	93.	94.	95.	96.	97.	98.	99.	100.

DẠNG 1. SỐ PHỨC VÀ CÁC PHÉP TOÁN**HƯỚNG DẪN GIẢI****Câu 1.****Hướng dẫn giải:** Chọn A

♦ Tự luận:

• Phần thực: 3. Phần ảo: 2.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 2.**Hướng dẫn giải:** Chọn C

♦ Tự luận:

Ta có: $\bar{z} = 3 + 2i \Rightarrow z = 3 - 2i$

• Phần thực: 3. Phần ảo: -2.

♦ Trắc nghiệm: mode 2; shift 2: Conjg(3+2i)=3-2i.

Câu 3.**Hướng dẫn giải:** Chọn D

♦ Tự luận:

Ta có: $z = i(3i + 1) = -3 + i \Leftrightarrow \bar{z} = -3 - i$.♦ Trắc nghiệm: mode 2; nhập màn hình $i(3i + 1)$ bấm = kết quả $-3 + i$;

shift 2: Conjg(-3+i)=-3-i.

Câu 4.**Hướng dẫn giải:** Chọn A

♦ Tự luận:

Ta có: $\begin{cases} 2 = x - 1 \\ 5 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$.

♦ Trắc nghiệm: thế đáp án vào đẳng thức trên mà hai vế giống nhau ta được đáp án.

Câu 5.**Hướng dẫn giải:** Chọn B

♦ TỰ luận:

Ta có: $z = 1 + i \Rightarrow \bar{z} = 1 - i$. Suy ra $w = \frac{\bar{z} + 2i}{z - 1} = \frac{(1 - i) + 2i}{(1 + i) - 1} = 1 - i$. Vậy $|w| = \sqrt{2}$.

♦ Trắc nghiệm: mode 2; bấm shift hyp rồi nhập màn hình $\left| \frac{\text{conj}(1 + i) + 2i}{(1 + i) - 1} \right|$.

Câu 6.

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

♦ TỰ luận: Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có: $w = z^2 + (\bar{z})^2 = 2(x^2 + y^2)$ suy ra w là số thực **C**.

Suy ra $v = z\bar{z} + i(z - \bar{z}) = x^2 + y^2 + i(2yi) = x^2 + y^2 - 2y$ suy ra v là số thực **C**.

♦ Trắc nghiệm: mode 2; do z tùy ý nên ta chọn $z = 1 + 3i$ (chọn tùy ý).

* Nhập màn hình: $(1 + 3i)^2 + (\text{conj}(1 + 3i))^2 = -16$ suy ra w là số thực **C**.

* Nhập màn hình: $(1 + 3i)(\text{conj}(1 + 3i)) + i((1 + 3i) - \text{conj}(1 + 3i)) = 4$ suy ra v là số thực **C**.

Câu 7.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ TỰ luận: $z = 2^2 - (3i)^2 = 4 - 9i^2 = 4 + 9 = 13$.

♦ Trắc nghiệm: Bấm phép tính $(2 + 3i)(2 - 3i)$ ở chế độ số phức **C**.

Câu 8. (NB).

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ TỰ luận: $\frac{1}{z} = \frac{1}{1 + \sqrt{3}i} = \frac{1 - \sqrt{3}i}{(1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i)} = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 - 3i^2} = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + 3} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$.

♦ Trắc nghiệm: Chú ý công thức nghịch đảo số phức: $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \bar{z} = \frac{1}{4}(1 - \sqrt{3}i) = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$.

Câu 9. (TH):

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ TỰ luận: $z = \frac{(3 - i)(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} + \frac{-i(2 + i)}{-i^2} = \frac{3 - 4i + i^2}{2} + \frac{-2i - i^2}{1} = \frac{2 - 4i}{2} + \frac{1 - 2i}{1} = 2 - 4i$.

Vậy phần thực của số phức là $a = 2$; phần ảo của số phức là $b = -4$.

♦ Trắc nghiệm: mode 2; nhập màn hình $\frac{3 - i}{1 + i} + \frac{2 + i}{i} = 2 - 4i$.

Câu 10. (TH).

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

♦ TỰ luận: $\frac{1}{\bar{z}} = (\bar{z})^{-1} = \frac{1}{|\bar{z}|^2} \cdot z \rightarrow \frac{z}{\bar{z}} = \frac{z^2}{|z|^2} = \frac{(3 + 2i)^2}{3^2 + 2^2} = \frac{5 + 12i}{13}$.

Vậy phần thực của số phức là $a = 2$; phần ảo của số phức là $b = -4$.

♦ Trắc nghiệm: Chú ý là $\bar{z} = 3 - 2i$. Nhập màn hình $\frac{2i + 3}{3 - 2i}$ có kết quả là $\frac{5 + 12i}{13}$.

Câu 11. (VD).

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Xét $x = \frac{1+i}{1-i}$. Khi đó $x = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+2i+i^2}{1-i^2} = \frac{2i}{2} = i$ (Chú ý $i^2 = -1$).

Vậy $z = x^{2017} = i^{2017}$

Nhận xét: $i = i$; $i^2 = -1$; $i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$; $i^4 = i^3 \cdot i = (-i) \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$.

♦ Trắc nghiệm: Tính $x = \frac{1+i}{1-i}$ vào máy tính trên trường số phức, ra kết quả $x = i$.

Sử dụng chú ý cho trường hợp tổng quát: $i^{4k} = 1$; $i^{4k+1} = i$; $i^{4k+2} = -1$; $i^{4k+3} = -i$.

Câu 12. (VD).

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Theo Viét:
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 z_2 = 2 \end{cases}$$

Có $(i - z_1)(i - z_2) = i^2 - i(z_1 + z_2) + z_1 z_2 = -1 - i + 2 = 1 - i$. Nên $[(i - z_1)(i - z_2)]^{2017} = (1 - i)^{2017}$

$$(1 - i)^2 = 1 - 2i + i^2 = -2i \rightarrow (1 - i)^4 = 4i^2 = -4 = -2^2$$

Vậy $(1 - i)^{2017} = (1 - i)^{4 \cdot 504 + 1} = (-2^2)^{504} (1 - i) = 2^{1008} (1 - i)$

Do đó, phần thực của số phức $[(i - z_1)(i - z_2)]^{2017}$ là 2^{1008} .

♦ Trắc nghiệm: Tính $x = \frac{1+i}{1-i}$ vào máy tính trên trường số phức, ra kết quả $x = i$.

Sử dụng chú ý cho trường hợp tổng quát: $i^{4k} = 1$; $i^{4k+1} = i$; $i^{4k+2} = -1$; $i^{4k+3} = -i$.

Trắc nghiệm: Chú ý tính giá trị của biểu thức $[(i - z_1)(i - z_2)]$ qua định lý Viét như trên. Sau đó dùng máy tính để tính $(1 - i)^2, [(1 - i)^2]^2 = -4 = -2^2$.

Câu 13.

Hướng dẫn giải: Chọn D

Cách 1: $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i) = -1 - i$

Cách 2: Sử dụng máy tính với MODE 2.

Câu 14.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Cách 1: $(2 - 3i)(4 - i) = 8 - 2i - 12i + 3i^2 = 5 - 14i$

Cách 2: Sử dụng máy tính với MODE 2.

Câu 15.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: $\frac{3+i}{(1-2i)(1+i)} = \frac{3+i}{3-i} = \frac{(3+i)(3+i)}{3^2+1^2} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

Cách 2: Sử dụng máy tính với MODE 2.

Câu 16.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Cách 1: $z = (2+i)^5 = \left[(2+i)^2\right]^2 \cdot (2+i) = (3+4i)^2 (2+i) = (-7+24i)(2+i) = -38+41i$

Cách 2: Sử dụng máy tính

Câu 17.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Cách 1: $z = (1+i)^{2012} + (1-i)^{2012} = \left[(1+i)^2\right]^{1006} + \left[(1-i)^2\right]^{1006} = (2i)^{1006} + (-2i)^{1006} = -2^{1007}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính từng bước nhỏ.

Câu 18.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Giả sử $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 = a_2 + b_2i$ ($a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}$), theo bài:

$$\begin{cases} |z_1| = |z_2| = 1 \\ |z_1 + z_2| = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1 \\ (a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1 \\ 2(a_1b_1 + a_2b_2) = 1 \end{cases}$$

Vậy $|z_1 - z_2| = (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 = a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 - 2(a_1b_1 + a_2b_2) = 1$.

Câu 19.

Hướng dẫn giải: Chọn D

Cách 1: $z_1 + z_2 = 1 + 7i + 3 - 4i = 4 + 3i$.

Suy ra $|z_1 + z_2| = |4 + 3i| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Cách 2: Học sinh nhập vào máy tính $|1 + 7i + 3 - 4i|$ máy hiện ra kết quả bằng 5.

Câu 20.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: $3z_1 - 2z_2 = 3(1+2i) - 2(2-4i) = 3 + 6i - 4 + 8i = -1 + 14i$.

Phần ảo của số phức $3z_1 - 2z_2$ là 14.

Cách 2: Học sinh nhập vào máy tính $3(1+2i) - 2(2-4i)$ máy hiện $-1 + 14i$.

Phần ảo là của số phức $3z_1 - 2z_2$ là 14.

Câu 21.

Hướng dẫn giải: Chọn B

Cách 1: $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Khi đó $(\bar{z})^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{3}{4}i^2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Cách 2: Học sinh nhập vào máy tính $\left(\text{Conjg}\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right)^2$ máy hiện $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

(lưu ý: để bấm số phức liên hợp của số phức ta bấm MODE 2 để khởi động vào chương trình số phức, sau đó bấm SHIFT 2 2).

Câu 22.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Cách 1:

$$\begin{aligned}\bar{w} &= z + z^2 - \frac{1}{z} = 1 - 2i + (1 - 2i)^2 - \frac{1}{1 - 2i} \\ &= 1 - 2i + 1 - 4i + (2i)^2 - \frac{1 + 2i}{(1 - 2i)(1 + 2i)} \\ &= 1 - 2i + 1 - 4i - 4 - \frac{1 + 2i}{5} \\ &= -\frac{11}{5} - \frac{32}{5}i. \\ \Rightarrow w &= -\frac{11}{5} + \frac{32}{5}i.\end{aligned}$$

Phần ảo của w là $\frac{32}{5}$.

Cách 2: Học sinh nhập vào máy tính $\text{conjg}\left(X + X^2 - \frac{1}{X}\right)$ và bấm CALC $1 - 2i =$ máy hiện $-\frac{11}{5} + \frac{32}{5}i$. Phần ảo của số phức w là $\frac{32}{5}$.

Câu 23.

Hướng dẫn giải: Chọn B

Cách 1: $z^2 = (a + bi)^2 = a^2 + 2abi + (bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$.

Phần thực của z^2 là $a^2 - b^2$.

Cách 2: học sinh chọn bất kì một số phức ví dụ $z = 2 + 3i$ ($a = 2; b = 3$) và bấm máy $(2 + 3i)^2 = -5 + 12i$. Khi đó ta có phần thực là -5

Câu A: $2^2 + 3^2 = 13 \Rightarrow$ câu A sai.

Câu B: $2^2 - 3^2 = -5 \Rightarrow$ câu B đúng.

Câu C: $2 + 3 = 5 \Rightarrow$ câu C sai.

Câu D: $2 - 3 = -1 \Rightarrow$ câu D sai.

Chú ý: khi cho học sinh chọn một số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) tùy ý thì phải chọn giá trị a, b sao cho không có 2 đáp án ra cùng 1 giá trị. Ví dụ không nên chọn $z = 1 + i$ ($a = 1; b = 1$). Lúc này câu A và C cùng ra giá trị là 2 và câu B và D cùng ra giá trị là 0.

Câu 24.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Số phức cần tìm là tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân có số hạng đầu tiên là $1 + i$ và công bội $q = 1 + i$.

Do đó:

$$\begin{aligned}z &= u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = (1 + i) \cdot \frac{1 - (1 + i)^{10}}{1 - (1 + i)} = \frac{(1 + i)}{-i} \cdot \left(1 - [(1 + i)^2]^5\right) \\ &= (-1 + i) \cdot (1 - (2i)^5) = (-1 + i)(1 - 2^5 \cdot i^5) \\ &= (-1 + i)(1 - 32i) = 31 + 33i.\end{aligned}$$

Câu 25.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: $|\sqrt{2} - \sqrt{3}i| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}$. Do đó ta có đáp án **A**.

Cách 2: Nhập vào máy tính cầm tay và đọc đáp số.

Câu 26.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: $\frac{2+i}{1+2i} = \frac{(2+i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{4-3i}{5} = \frac{4}{5} - \frac{3i}{5}$.

Cách 2: Nhập vào máy tính cầm tay và đọc đáp số.

Câu 27.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: Ta có: $|2+3i| = \sqrt{13}$; $|1-4i| = \sqrt{17}$; $|4i| = 4$; $|4-i| = \sqrt{17}$. Do đó ta có đáp án **A**.

Cách 2: Nhập vào máy tính cầm tay các phương án và so sánh đáp số.

Câu 28.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: Ta có: $|\omega| = |1-z+z^2| = |1-\sqrt{3}i| = 2$. Do đó ta có đáp án **A**.

Cách 2: Sử dụng chức năng gán và tính toán trên Mode 2.

Câu 29.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: Ta có: $\left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i\right)^{2017} = \left(\left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i\right)^3\right)^{672} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i\right) = \left(\frac{-1}{8}\right)^{672} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i\right) = \frac{1}{2^{2018}} - \frac{\sqrt{3}}{2^{2018}}i$. Do đó

ta có đáp án **A**.

Cách 2: ... (Nhờ quý thầy, quý cô góp ý bổ sung dùm!!!)

Câu 30.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1:

Ta có: $z = \frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i} = 1 + \sqrt{3}i$. Do

đó:

$(\bar{z})^{2017} = (1 - \sqrt{3}i)^{2017} = \left((1 - \sqrt{3}i)^3\right)^{672} (1 - \sqrt{3}i) = (-8)^{672} (1 - \sqrt{3}i) = 2^{2016} - 2^{2016} \cdot \sqrt{3}i$

ta có đáp án **A**.

Cách 2: ... (Nhờ quý thầy, quý cô góp ý bổ sung dùm!!!)

Câu 31. (NB).

Hướng dẫn giải: Chọn D

Giải: $z = 2^2 - (3i)^2 = 4 - 9i^2 = 4 + 9 = 13$.

Trắc nghiệm: Bấm phép tính $(2+3i)(2-3i)$ ở chế độ số phức **C**.

Câu 32. (NB).

Hướng dẫn giải: Chọn D

Nhận xét: $\frac{1}{z} = \frac{1}{1+\sqrt{3}i} = \frac{1-\sqrt{3}i}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)} = \frac{1-\sqrt{3}i}{1-3i^2} = \frac{1-\sqrt{3}i}{1+3} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$.

Trắc nghiệm: Chú ý công thức nghịch đảo số phức: $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \bar{z} = \frac{1}{4}(1-\sqrt{3}i) = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$.

Câu 33. (TH):

Hướng dẫn giải: Chọn B

Giải: Có $z = \frac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} + \frac{-i(2+i)}{-i^2} = \frac{3-4i+i^2}{2} + \frac{-2i-i^2}{1} = \frac{2-4i}{2} + \frac{1-2i}{1} = 2-4i$

Vậy phần thực của số phức là $a = 2$; phần ảo của số phức là $b = -4$.

Câu 34. (TH):

Hướng dẫn giải: Chọn C

Giải: Có $\frac{1}{\bar{z}} = (\bar{z})^{-1} = \frac{1}{|\bar{z}|^2} \cdot z \rightarrow \frac{z}{\bar{z}} = \frac{z^2}{|z|^2} = \frac{(3+2i)^2}{3^2+2^2} = \frac{5+12i}{13}$

Trắc nghiệm: Chú ý là $\bar{z} = 3-2i$. Thực hiện phép tính $\frac{2i+3}{3-2i}$ trên trường số phức trên máy tính.

Câu 35. (VD):

Hướng dẫn giải: Chọn C

Giải: $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Xét $x = \frac{1+i}{1-i}$

Khi đó $x = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+2i+i^2}{1-i^2} = \frac{2i}{2} = i$ (Chú ý $i^2 = -1$)

Vậy $z = x^{2017} = i^{2017}$

Nhận xét: $i = i; i^2 = -1; i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i; i^4 = i^3 \cdot i = (-i) \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$.

Vậy $i^5 = i^4 \cdot i = i; i^6 = -1; i^7 = -i; i^8 = 1$.

Nên $z^5 + z^6 + z^7 + z^8 = 0$.

Trắc nghiệm: Tính $x = \frac{1+i}{1-i}$ vào máy tính trên trường số phức, ra kết quả $x = i$.

Sử dụng chú ý cho trường hợp tổng quát: $i^{4k} = 1; i^{4k+1} = i; i^{4k+2} = -1; i^{4k+3} = -i$.

Câu 36. (VD):

Hướng dẫn giải: Chọn C

Theo Viét: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 z_2 = 2 \end{cases}$

Có $(i-z_1)(i-z_2) = i^2 - i(z_1+z_2) + z_1 z_2 = -1 - i + 2 = 1 - i$. Nên $[(i-z_1)(i-z_2)]^{2017} = (1-i)^{2017}$

$(1-i)^2 = 1-2i+i^2 = -2i \rightarrow (1-i)^4 = 4i^2 = -4 = -2^2$

Vậy $(1-i)^{2017} = (1-i)^{4 \cdot 504 + 1} = (-2^2)^{504} (1-i) = 2^{1008} (1-i)$

Do đó, phần thực của số phức $[(i-z_1)(i-z_2)]^{2017}$ là 2^{1008} .

Trắc nghiệm: Chú ý tính giá trị của biểu thức $\left[(i-z_1)(i-z_2)\right]$ qua định lý Viet như trên. Sau đó dùng máy tính để tính $(1-i)^2, \left[(1-i)^2\right]^2 = -4 = -2^2$.

Phản nhận biết

Câu 37. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $z = 6 + 7i$. B. $z = 6 - 7i$. C. $z = -6 + 7i$. D. $z = -6 - 7i$.

Hướng dẫn giải Chọn B.

Áp dụng công thức $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi \Rightarrow \bar{z} = 6 - 7i$.

Chú ý: có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính trực tiếp.

Câu 38.

Hướng dẫn giải Chọn C.

Ta có $z = (3 - i) + (2 - 6i) = (3 + 2) + (-1 - 6)i = 5 - 7i$.

Chú ý: có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính trực tiếp.

Hướng dẫn giải

Câu 39. Hướng dẫn giải Chọn D.

$$\bar{z} = -1 + 2i \Rightarrow z = -1 - 2i$$

$$w = z - i\bar{z} = (-1 - 2i) - i(-1 + 2i) = -1 - 2i + i + 2 = 1 - i$$

Chú ý: có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính trực tiếp.

Câu 40.

Hướng dẫn giải Chọn C.

$$\text{Ta có } (1+i)z - 2 - 4i = 0 \Rightarrow z = \frac{2+4i}{1+i} = \frac{(2+4i)(1-i)}{2} = 3+2i \Rightarrow \bar{z} = 3-2i$$

Chú ý: có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính trực tiếp.

Câu 41. Hướng dẫn giải Chọn D.

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$. Khi đó: $|z| = |\bar{z} - 2 + 4i| \Leftrightarrow |x + yi| = |x - yi - 2 + 4i|$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = (x-2)^2 + (y-4)^2 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$. Tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z là đường thẳng $x + 2y - 5 = 0$.

$$|x + yi| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(5-2y)^2 + y^2} = \sqrt{5(y^2 - 4y + 4) + 5} = \sqrt{5(y-2)^2 + 5} \geq \sqrt{5}.$$

Suy ra: $|x + yi|$ bé nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $y = 2 \Rightarrow x = 1$.

Câu 42. Hướng dẫn giải Chọn B.

$$(1+i)^2 = 2i; \quad (1+i)^3 = -2+2i; \quad (1+i)^4 = -4$$

$$1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 = 1 + 1 + i + 2i - 2 + 2i = 5i$$

$$(1+i)^4 + (1+i)^5 + (1+i)^6 + (1+i)^7 = (1+i)^4 \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 \right] = -4(5i)$$

$$(1+i)^8 + (1+i)^9 + (1+i)^{10} + (1+i)^{11} = (1+i)^8 \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 \right] = (-4)^2(5i)$$

$$(1+i)^{12} + (1+i)^{13} + (1+i)^{14} + (1+i)^{15} = (1+i)^{12} \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 \right] = (-4)^3 (5i)$$

$$(1+i)^{16} + (1+i)^{17} + (1+i)^{18} + (1+i)^{19} = (1+i)^{16} \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 \right] = (-4)^4 (5i)$$

$$(1+i)^{20} = \left[(1+i)^4 \right]^5 = (-4)^5$$

$$1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{20} = 5i - 4.5i + (-4)^2 5i + (-4)^3 5i + (-4)^4 5i + (-4)^5 = -1024 + 1025i$$

Câu 43. Hướng dẫn giải **Chọn B.**

Câu 44. Hướng dẫn giải **Chọn C.**

Số phức z là số thuần thực $\Leftrightarrow a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = -2$.

Câu 45. Hướng dẫn giải **Chọn D**

$$\text{Ta có: } z = 2z_1 - 3z_2 = 2(3+i) - 3(-4+3i) = 6+2i+12-9i = 18-7i$$

Câu 46. Hướng dẫn giải **Chọn B.**

$$\text{Ta có: } |z| = \sqrt{1+a^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow 1+a^2 = 10 \Leftrightarrow a^2 = 9 \Leftrightarrow a = \pm 3$$

Câu 47. Hướng dẫn giải **Chọn D**

$$\text{Ta có } z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i. \text{ Khi đó: } P = |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 2$$

Câu 48. Hướng dẫn giải **Chọn C**

$$\text{Ta có: } z = \sqrt{2} + 3i \text{ Khi đó: } \frac{1}{z} = \frac{1}{\sqrt{2} + 3i} = \frac{\sqrt{2} - 3i}{(\sqrt{2} + 3i)(\sqrt{2} - 3i)} = \frac{\sqrt{2} - 3i}{11} = \frac{\sqrt{2}}{11} - \frac{3}{11}i$$

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH TRÊN TẬP SỐ PHỨC

Hướng dẫn giải

1. Phương trình bậc nhất:

Câu 49. (NB) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Giá trị của biểu thức $A = z \cdot \bar{z}$

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

Phân tích: Thực hiện chuyển vế tìm z (có z ta để vế trái không z chuyển sang vế phải)

Giải

$$(1-i)z - 1 + 5i = 0 \Leftrightarrow (1-i)z = 1 - 5i \Leftrightarrow z = \frac{1-5i}{1-i} (1) \Leftrightarrow z = 3 - 2i.$$

$$|z| = |3 - 2i| = \sqrt{13}. \text{ Chọn B.}$$

Hướng dẫn sử dụng Casio: Thực hiện phép tính $\frac{1-5i}{1-i}$ ở phương trình (1).

Tư duy trắc nghiệm: Thực hiện bấm máy chọn đáp án.

Câu 50. (NB) Cho số phức z thỏa $(1+i)^2(2-i)z = 8+i - (1+2i)z$. Phần thực của số phức z là

A. $\frac{2}{3}$

B. -1

C. 1

D. $-\frac{3}{2}$

Phân tích: Làm tương tự câu 1

Giải

$$\begin{aligned}(1+i)^2(2-i)z &= 8+i-(1+2i)z \Leftrightarrow (1+i)^2(2-i)z+(1+2i)z=8+i \\ \Leftrightarrow \left[(1+i)^2(2-i)+(1+2i) \right] z &= 8+i \\ \Leftrightarrow z &= \frac{8+i}{\left[(1+i)^2(2-i)+(1+2i) \right]} \quad (2) \\ \Leftrightarrow z &= \frac{2}{3}-i.\end{aligned}$$

Phần thực $\frac{2}{3}$. Chọn **A**.

Hướng dẫn sử dụng Casio: Thực hiện phép tính $\frac{1-5i}{1-i}$ ở phương trình (2).

Tư duy trắc nghiệm: Thực hiện bấm máy chọn đáp án.

Câu 51. (NB) Tìm tọa độ điểm M biểu diễn hình học của số phức z thỏa mãn $2+3i=(7+4i)\bar{z}$

A. $M\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$ **B.** $M\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$ **C.** $M\left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ **D.** $M\left(\frac{1}{5}; -\frac{2}{5}\right)$

Phân tích: Làm tương tự câu 1

Giải

$$2+3i=(7+4i)\bar{z} \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{2+3i}{7+4i} \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i \Leftrightarrow z = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i.$$

Phần thực $\frac{2}{5}$, phần ảo $-\frac{1}{5}$. Chọn **C**.

Hướng dẫn sử dụng Casio:

Bấm: **mode** $\rightarrow$ **2**.

Nhập thức: $2+3i-(7+4i)\bar{z}$. (bấm **Shift** $\rightarrow$ **2** $\rightarrow$ **2**).

Dùng tính năng **Calc**: **Calc** từng đáp án (mỗi đáp án là một số phức z để calc).

Tư duy trắc nghiệm: Thực hiện bấm máy chọn đáp án.

Câu 52. (NB) Biết $z = 2a + ai$ ($a < 0; a \in \mathbb{R}^*$) và $|z| = 5$. Phần thực, phần ảo của số phức z lần lượt là

A. $-2\sqrt{5}; -\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{2}; \sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{20}; -\sqrt{5}$. **D.** $-2\sqrt{5}; \sqrt{5}$.

Phân tích: Thay $z = 2a + ai$ ($a < 0; a \in \mathbb{R}^*$) vào $|z| = 5$ giải tìm a chọn $a < 0$.

Giải

$$z = 2a + ai \quad (a < 0; a \in \mathbb{R}^*) \text{ và } |z| = 5$$

$$|2a + ai| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(2a)^2 + a^2} = 5 \quad (1) \Leftrightarrow 5a^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 5 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{5}$$

Do $a < 0$ nên $a = -\sqrt{5} \Rightarrow z = -2\sqrt{5} - \sqrt{5}i$. Chọn **A**.

Hướng dẫn sử dụng Casio: Giải phương trình (1) bằng **shiftSolve** chọn $a < 0$.

Tư duy trắc nghiệm: Quan sát đáp án loại các đáp án không thỏa $z = 2a + ai$ ($a < 0; a \in \mathbb{R}^*$). Chọn đáp án sau khi tìm **A**.

Câu 53. (TH) Số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa $x - 1 + yi = -x + 1 + xi + i$. Môđun của z bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Phân tích:

Tìm vế nhóm phần thực, phần ảo.

Sử dụng công thức hai số phức bằng nhau tìm x, y .

Giải

$$\begin{aligned} x-1+yi &= -x+1+xi+i \Leftrightarrow x-1+yi = -x+1+(x+1)i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -x+1 \\ y = x+1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 1+2i \\ |z| &= \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

Chọn **D**.

Hướng dẫn sử dụng Casio: Đơn giản.

Tư duy trắc nghiệm: Thực hiện giải toán tìm đáp án.

Câu 54. (TH) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=7$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Phân tích:

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Thay vào giả thiết $|z|=7$ và z^2 là số thuần ảo. Thu được hệ theo ẩn x, y .

Giải hệ bằng phương pháp thế.

Giải

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$|z|=7$ và z^2 là số thuần ảo

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+y^2} = 7 \\ x^2-y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2 = 49 \\ x^2 = y^2 \end{cases} \Leftrightarrow 2x^2 = 49 \Leftrightarrow x = \pm \frac{7\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \pm \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$x = -\frac{7\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \pm \frac{7\sqrt{2}}{2}; x = \frac{7\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \pm \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

Chọn **A**.

Hướng dẫn sử dụng Casio:

Tư duy trắc nghiệm: Buộc giải tự luận

Câu 55. (TH) Tổng môđun các nghiệm của phương trình $(iz-1)(z+3i)(\bar{z}-2+3i)=0$ bằng

A. 1.

B. $4+\sqrt{13}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. 2.

Phân tích:

$$\text{Đây là phương trình tích dạng } A.B.C=0 \Leftrightarrow \begin{cases} A=0 \\ B=0 \\ C=0 \end{cases} \text{ .Giải từng phương trình như câu 1.}$$

Sau đó tính tổng môđun các nghiệm.

Giải

$$(iz-1)(z+3i)(\bar{z}-2+3i)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} iz-1=0 \\ z+3i=0 \\ \bar{z}-2+3i=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=\frac{1}{i} \\ z=-3i \\ \bar{z}=2-3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=-i \\ z=-3i \\ z=2+3i \end{cases}$$

Tổng môđun các nghiệm $T=1+3+\sqrt{14}=4+\sqrt{14}$ Chọn **B**.

Hướng dẫn sử dụng Casio: Đơn giản.

Tư duy trắc nghiệm: Tìm môđun chọn đáp án. Trong quá trình tìm môđun có thể loại đáp án.

Câu 56. (VD) Số nghiệm của phương trình $z+|z|=0$

- A.** 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** Vô số.

Phân tích:

Nhận thấy $z=0$ thỏa phương trình.

Gọi $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thay vào phương trình thu được hệ.

Giải hệ tìm x, y . Suy ra số nghiệm z .

Giải

$z=0$ thỏa mãn phương trình $z+|z|=0$.

Gọi $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$z+|z|=0 \Leftrightarrow x+yi+\sqrt{x^2+y^2}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+\sqrt{x^2+y^2}=0 \\ y=0 \end{cases}$$

$$x+\sqrt{x^2}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0x=0 \\ 2x=0 \end{cases}. \text{ Phương trình có vô số nghiệm.}$$

Chọn **D**.

Hướng dẫn sử dụng Casio:

Tư duy trắc nghiệm:

Câu 57. (VD) Trong $\mathbb{C}$, số phức z thỏa $z+|z|=2-2i$. Biết $A>4$, Giá trị của biểu thức $A=z \cdot \bar{z}$

- A.** 3. **B.** $\frac{52}{9}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** 9.

Phân tích:

Gọi $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thay vào phương trình thu được hệ.

Giải hệ tìm x, y . Suy ra số nghiệm z .

Giải

Gọi $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$z + |z| = 2 - 2i \Leftrightarrow x + yi + \sqrt{x^2 + y^2} = 2 - 2i \Leftrightarrow x + \sqrt{x^2 + y^2} + yi = 2 - 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow x + \sqrt{x^2 + 4} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 4} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$x = 0; y = -2 \Rightarrow z = -2i \Rightarrow \bar{z} = 2i \Rightarrow z \cdot \bar{z} = 4$$

$$x = -\frac{4}{3}; y = -2 \Rightarrow z = -\frac{4}{3} - 2i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{4}{3} + 2i \Rightarrow z \cdot \bar{z} = \frac{52}{9}.$$

Chọn **B**.

Hướng dẫn sử dụng Casio:

Bấm **mode** $\rightarrow$ **2**

Nhập thức với biến z là $X: z + |z| - 2 + 2i$ ($|z|$ nhập **Shift** $\rightarrow$ **Abs**)

Calc với $X = 100 + 0.01i$. Kết quả $198.0000005 + 2.01i$

$2.01 = 2 + 0.01 = 2 + y$ Tìm ra $y = -2$

Loại đáp án A, **C**.

Tư duy trắc nghiệm: Dùng máy tính loại đáp án.

Câu 58. (VD) Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1-2i} + \bar{z} = 2$. Phần thực của số phức $w = z^2 - z$ là

A. 1

B. 3

C. 2

D. -5

Phân tích:

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thay vào phương trình thu được hệ.

Giải hệ tìm x, y . Suy ra số nghiệm z .

Giải

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\frac{z}{1-2i} + \bar{z} = 2 \Leftrightarrow z + (1-2i)\bar{z} = 2 - 4i \Leftrightarrow x + yi + (1-2i)(x - yi) = 2 - 4i$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2y - 2xi = 2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 2 - i \Rightarrow w = z^2 - z = (2 - i)^2 - (2 - i) = 1 - 3i$$

Chọn **A**.

Hướng dẫn sử dụng Casio: Làm như câu 9.

Tư duy trắc nghiệm: Làm như câu 9.

Câu 59. Cho số phức z thỏa $|z| + z = 3 + 4i$. Môđun của z bằng

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{25}{6}$.

C. $\frac{6}{25}$.

D. $\sqrt{\frac{25}{6}}$.

Phân tích:

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thay vào phương trình thu được hệ.

Giải hệ tìm x, y . Suy ra số nghiệm z .

Giải

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\begin{aligned} |z| + z = 3 + 4i &\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} + x + yi = 3 + 4i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 + y^2} = 3 \\ y = 4 \end{cases} &\Rightarrow x + \sqrt{x^2 + 16} = 3 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{6} \\ \Rightarrow z = -\frac{7}{6} + 4i &\Rightarrow z = \sqrt{\left(-\frac{7}{6}\right)^2 + 4^2} = \frac{25}{6} \end{aligned}$$

Chọn **B**.

Hướng dẫn sử dụng Casio: Làm như câu 9.

Tư duy trắc nghiệm: Làm như câu 9.

Câu 60. Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Môđun của số phức $w = 1 + z - z^2$ bằng

A. 2.

B. $\sqrt{457}$.

C. $\sqrt{425}$.

D. $\sqrt{445}$.

Phân tích:

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thay vào phương trình thu được hệ.

Giải hệ tìm x, y . Suy ra số nghiệm z .

Giải

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\begin{aligned} |z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z &\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} - 2x + 2yi = -7 + 3i + x + yi \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} - 2x + 2yi &= x - 7 + (y + 3)i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} - 2x = x - 7 \\ 2y = y + 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} - 2x = x - 7 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x^2 + 9} = 3x - 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

z có phần thực nguyên nên $z = 4 + 3i$.

$$|w| = |1 + 4 + 3i - (4 + 3i)^2| = \sqrt{445}. \text{ Chọn } \mathbf{D}.$$

Hướng dẫn sử dụng Casio: Làm như câu 9.

Tư duy trắc nghiệm: Làm như câu 9.

2. Phương trình bậc 2.

Câu 61. (NB) Gọi z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn tổng của chúng bằng 4, tích của chúng bằng 29. Trên tập số phức z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình nào sau đây:

A. $z^2 - 4z - 29 = 0$

B. $z^2 - 4z + 29 = 0$

C. $z^2 + 4z + 29 = 0$

D. $z^2 + 29z + 4 = 0$

Bài giải

Phân tích: Đây là bài toán tìm phương trình biết tổng và tích các nghiệm nên ta nghĩ đến áp dụng định lý Viet đảo.

Cách giải tự luận:

Áp dụng định lý Viet đảo suy ra z_1, z_2 là hai nghiệm phương trình $z^2 - 4z + 29 = 0$

Giải theo hướng trắc nghiệm:

Bấm máy tính từng phương trình tìm các nghiệm và kiểm tra tổng các nghiệm bằng 4, tích các nghiệm bằng 29.

Hướng dẫn sử dụng máy tính:

Xét phương án A: Ấn tổ hợp phím $\text{MODE } 5 \ 3 \ 1 = -4 = -29 =$

Màn hình hiện ra 2 nghiệm, dễ dàng kiểm tra hai nghiệm không thỏa mãn đề bài.

Tương tự với các phương án khác **C**.

Câu 62. (NB) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 84i^{2016} = 0$. Giá trị của biểu thức $P = z_1 z_2 - 3z_1 - 3z_2$ là:

A. 102

B. 75

C. 66

D. i

Bài giải:

Phân tích:

Từ yêu cầu đề bài ta thấy trong biểu thức P có chứa tổng và tích hai nghiệm nên ta sử dụng định lý Viet.

Cách giải tự luận:

Ta có $i^{2016} = (i^2)^{1008} = (-1)^{1008} = 1$. Khi đó $z^2 - 6z + 84i^{2016} = 0 \Leftrightarrow z^2 - 6z + 84 = 0$

Áp dụng đl Viet đảo ta có $z_1 + z_2 = 6; z_1 \cdot z_2 = 84$. Suy ra $P = z_1 z_2 - 3(z_1 + z_2) = 84 - 3 \cdot 6 = 66$

Giải theo hướng trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính giải phương trình $z^2 - 6z + 84 = 0 \Leftrightarrow z_{1,2} = 3 \pm 5\sqrt{3}i$. Thay vào P ta được kết quả **C**.

Hướng dẫn sử dụng máy tính:

Xét phương án A: Ấn tổ hợp phím MODE 5 3 1 = - = 84 =

Màn hình hiện ra 2 nghiệm $z_1 = 3 + 5\sqrt{3}i, z_2 = 3 - 5\sqrt{3}i$. Thay vào biểu thức P suy ra đáp án C

Câu 63. (TH) Trên mặt phẳng phức, gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Diện tích tam giác OAB là:

A. 16

B. 8

C. 6

D. 2

Bài giải

Phân tích:

Để tính được diện tích tam giác OAB ta cần tìm tọa độ các điểm A, B . Hơn nữa hai nghiệm là hai số phức liên hợp nên tam giác OAB cân tại O . Vì vậy ta cần tìm tọa độ trung điểm H của đoạn AB để tính được độ dài đường cao OH .

Cách giải tự luận:

Dễ dàng tìm được hai nghiệm của pt là: $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 2 - 3i$. Suy ra $A(2; 3), B(2; -3)$

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow H(2; 0)$. Mà tam giác OAB cân tại O nên $S_{OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = 6$

Câu 64. (VD) Trên tập số phức phương trình $z^2 + 2(m+1)z + 2m^2 + 4 = 0$ (với m là tham số thực) có tập nghiệm là:

A. $\{-m-1+i\sqrt{m^2-2m+3}; -m-1-i\sqrt{m^2-2m+3}\}$ **B.** $\emptyset$

C. $\{-m-1+i\sqrt{-m^2+2m-3}; -m-1-i\sqrt{-m^2+2m-3}\}$ **D.** $\{m+1+i\sqrt{m^2-2m+3}; m+1-i\sqrt{m^2-2m+3}\}$

Bài giải

Phân tích:

Bài toán yêu cầu tìm tập nghiệm nên ta tính biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$ và áp dụng công thức nghiệm

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$$

Cách giải tự luận:

Ta có $\Delta' = -m^2 + 2m - 3 < 0, \forall m$. Suy ra $\Delta' = i^2 \cdot (m^2 - 2m + 3)$

Khi đó phương trình có hai nghiệm phức là:
 $z_1 = -m - 1 + i\sqrt{m^2 - 2m + 3}; z_2 = -m - 1 - i\sqrt{m^2 - 2m + 3}$

Giải theo hướng trắc nghiệm:

Cho m một giá trị cụ thể, chẳng hạn $m = 0$ và bấm máy tính ta tìm được hai nghiệm phức
 $z_{1,2} = -1 \pm i\sqrt{3}$

Sau đó thay $m = 0$ vào các phương án trả lời, thấy A là đáp án.

Hướng dẫn sử dụng máy tính:

Chọn $m = 0$ ta được phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$

Để tìm nghiệm ta ấn tổ hợp phím MODE 5 3 1=2 =4 = ta được hai nghiệm là $z_{1,2} = -1 \pm i\sqrt{3}$

Thay $m = 0$ vào các phương án ta thấy A có nghiệm giống như hai nghiệm đã tìm ở trên. Vậy chọn A

Câu 65. (TH) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + m^2 + 2m + 4$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thỏa mãn $|z_1 - z_2| \leq 3$

A. 6

B. 5

C. 7

D. 4

Bài giải

Phân tích:

Bài toán yêu cầu tìm số giá trị m nguyên nên ta cần biến đổi $|z_1 - z_2| \leq 3$ về một bất phương trình chỉ có ẩn m .

Cách giải tự luận:

Ta có $\Delta' = -m^2 - 2m - 3$

$$|z_1 - z_2| = |i\sqrt{|\Delta|}| = \sqrt{m^2 + 2m + 3}$$

$$|z_1 - z_2| \leq 3 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 3 \leq 9 \Leftrightarrow m \in [-1 - \sqrt{7}; -1 + \sqrt{7}]. \text{ Mà } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}$$

Câu 66. (VD) Tìm tham số thực m để trên tập số phức phương trình $z^2 + (13 - m)z + 34 = 0$ có một nghiệm là $z = -3 + 5i$:

A. $m = 3$ B. $m = 5$ C. $m = 7$ D. $m = 9$

Bài giải

Phân tích:

Vì $z = -3 + 5i$ là nghiệm của phương trình nên nó phải thỏa mãn phương trình. Do đó ta nghĩ đến việc thay nghiệm vào phương trình để tìm m .

Cách giải tự luận:

Thay $z = -3 + 5i$ vào phương trình $z^2 + (13 - m)z + 34 = 0$ ta được:

$$-16 - 3i + (13 - m)(-3 + 5i) + 34 = 0 \Leftrightarrow 13 - m = \frac{-18 + 30i}{-3 + 5i} \Leftrightarrow m = 7$$

Giải theo hướng trắc nghiệm:

Thay từng giá trị m vào phương trình ban đầu và tìm nghiệm bằng cách bấm máy tính.

Hướng dẫn sử dụng máy tính:

Thử phương án A: Với m bằng 3 ta giải phương trình $z^2 + 10z + 34 = 0$ bằng cách sử dụng tổ hợp phím MODE 5 3 1=10=34= ta thấy không có nghiệm nào là $z = -3 + 5i$.

Tương tự với các phương án khác **C**. Suy ra đáp án **C**.

Câu 67. Tập nghiệm của phương trình $(2z-1)^2 + 9 = 0$ là :

- A.** $\left\{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i; \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right\}$ **B.** $\left\{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i; -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right\}$ **C.** $\left\{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i\right\}$ **D.** $\emptyset$

Giải

• Phân tích: Ta khai triển hằng đẳng thức, đưa về phương trình bậc hai hoặc chuyển 9 sang vế phải ta được $(3i)^2$.

• Cách nhanh nhất: dùng Caiso.

• Cách tự luận: $(2z-1)^2 = 9i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2z-1=3i \\ 2z-1=-3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=\frac{1}{2}+3i \\ z=\frac{1}{2}-3i \end{cases}$, chọn **A**.

• CASIO: Biến đổi phương trình ta được: $2z^2 - 2z + 10 = 0$. Bấm mode 3 ta tìm được nghiệm

Câu 68. Cho phương trình $Az^2 + Bz + C = 0, A \neq 0, A, B, C \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sai ?

A. Phương trình vô nghiệm khi biệt số $\Delta < 0$.

B. Nếu z_0 là nghiệm của phương trình thì $\overline{z_0}$ cũng là nghiệm của phương trình.

C. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình thì $z_1 + z_2 = -\frac{B}{A}, z_1 \cdot z_2 = \frac{C}{A}$.

D. Nếu z_0 là nghiệm thì $\frac{|z_0|^2}{z_0}$ cũng là nghiệm của phương trình.

Giải.

Đáp án đúng **A**.

Phân tích: Đáp án A sai vì trên tập số phức phương trình bậc hai luôn có nghiệm.

Đáp án B đúng vì nếu $z_0 = a + bi$ là nghiệm

$$\text{suy ra } A(a+bi)^2 + B(a+bi) + C = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(a^2 - b^2) + Ba + C = 0 \\ 2Aab + Bb = 0 \end{cases}$$

$\overline{z_0} = a - bi$, thay vào PT

$$A(a-bi)^2 + B(a-bi) + C = A(a^2 - b^2) + Ba + C - (2Aab + Bb)i = A(a^2 - b^2) + Ba + C = 0$$

Suy ra điều phải chứng minh

Đáp án C đúng, gọi w là một căn bậc hai của Δ ta có

$$z_1 + z_2 = \frac{-B+w}{2A} + \frac{-B-w}{2A} = \frac{-B}{A}, z_1 \cdot z_2 = \frac{(-B)^2 - w^2}{4A^2} = \frac{B^2 - (B^2 - 4AC)}{4A^2} = \frac{C}{A}$$

Đáp án D đúng vì: $\frac{|z_0|^2}{z_0} = \frac{|z_0|^2}{z_0} \cdot \frac{z_0}{z_0} = z_0$ suy ra điều phải chứng minh

Câu 69. Biết phương trình bậc hai với hệ số thực: $Az^2 + Bz + C = 0, A, B, C$ ở dạng tối giản, có một nghiệm $z = 2 + i$. Tính tổng $A+B+C$.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Giải

Phân tích:

Thay nghiệm $z = 2 + i$ vào phương trình, sử dụng điều kiện hai số phức bằng nhau ta tìm được A, B

Không mất tính tổng quát giả sử $A = 1$, do $z = 2 + i$ là nghiệm phương trình đã cho

$$\Rightarrow (2+i)^2 + B(2+i) + C = 0 \Leftrightarrow 2B + C + 3 + (B+4)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B = -4 \\ C = 5 \end{cases}$$

Phương trình cần tìm $z^2 - 4z + 5 = 0$

Vậy $A + B + C = 2$. Chọn **C**.

Câu 70. Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Tìm số phức $w = z_1^{2017} + z_2^{2017}$.

A. -2^{2017}

B. 2^{2017}

C. -2^{2016}

D. 2^{2016}

Giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + \sqrt{3}i \\ z_2 = -1 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

Xét $z_1' = \frac{z_1}{2}$, bấm máy z_1' mũ 2017 ta được $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ nên $z_1^{2017} = -2^{2016} + 2^{2016} \cdot \sqrt{3}i$

Xét $z_2' = \frac{z_2}{2}$, bấm máy z_2' mũ 2017 ta được $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ nên $z_2^{2017} = -2^{2016} - 2^{2016} \cdot \sqrt{3}i$

Vậy $w = -2^{2017}$. Chọn **A**.

Câu 71. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $\sqrt{5}z^2 - 2z + \sqrt{5} = 0$. Tính $\frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2}$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Giải

$$\text{Cách 1. Ta có } \sqrt{5}z^2 - 2z + \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1+2i}{\sqrt{5}} \\ z_2 = \frac{1-2i}{\sqrt{5}} \end{cases} \quad \text{Dùng Casio ta có } \frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2} = 1$$

Cách 2. $z_1 + z_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}, z_1 \cdot z_2 = 1$ nên $\frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2} = 1$. Chọn **D**.

Câu 72. Tìm tọa độ hai điểm biểu diễn hai số phức là nghiệm của phương trình $4z^2 + 12z + 25 = 0$.

A. $\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$ và $\left(-\frac{3}{2}; -2\right)$ **B.** $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ và $\left(-\frac{3}{2}; -2\right)$

C. $\left(\frac{3}{2}; -2\right)$ và $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ **D.** $\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$ và $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Giải.

Phân tích: Ta tìm ngay được nghiệm của phương trình và sử dụng ý nghĩa hình học để chọn được đáp án.

$$\text{Ta có } 4z^2 + 12z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{3}{2} + 2i \\ z = -\frac{3}{2} - 2i \end{cases}, \text{ chọn } \mathbf{A}.$$

3. Phương trình bậc cao.

Câu 73. Tập nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0$ là

A. $\{-3i\}$. B. $\left\{-3i; \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. C. $\left\{-3i; 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. D. $\left\{-2i; 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

Bài giải:

Chọn đáp án C.

Phân tích: Phương trình đã cho có dạng phương trình tích.

Giải tự luận: $(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 + 9 = 0 \\ z^2 - z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 3i \\ z = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$.

Giải trắc nghiệm: Đưa về phương trình tích và bấm máy tính rồi chọn nghiệm theo yêu cầu.

Hướng dẫn dùng MTBT: Đơn giản.

Câu 74. Tập nghiệm của phương trình $z^3 + 1 = 0$.

A. $\{+1\}$. B. $\{-1\}$. C. $\left\{-1; 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}i; 2 - i\right\}$. D. $\left\{-1; 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

Bài giải:

Chọn đáp án D.

Phân tích: Dùng hằng đẳng thức đưa về phương trình tích.

Giải tự luận: $z^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)(z^2 - z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$.

Giải trắc nghiệm: Thế từng kết quả trong mỗi đáp án vào phương trình để chọn đáp án đúng.

Hướng dẫn dùng MTBT: Đơn giản.

Câu 75. Tập nghiệm của phương trình $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$.

A. $\left\{-1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. B. $\left\{1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.
C. $\left\{-1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$. D. $\left\{-1; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

Bài giải:

Chọn đáp án C.

Phân tích: Phân tích vế trái của phương trình thành nhân tử.

Giải tự luận: $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)(z^4 + z^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 \\ z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_4 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_5 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$.

Giải trắc nghiệm: Đưa về phương trình tích $(z+1)(z^4+z^2+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} z=-1 \\ z^2=-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$. Dùng MTBT

bấm máy căn bậc hai của số phức **C**. Sau đó chọn đáp án. Hoặc thế các nghiệm ở các đáp án vào phương trình rồi chọn đáp án đúng.

Hướng dẫn dùng MTBT:

Bấm căn bậc hai của số phức $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ta thực hiện như sau:

- Bước 1: MODE 2.

- BƯỚC 2: $\sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i} \angle \frac{\arg(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Suy ra căn bậc hai của số phức $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ là $\pm \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$.

Câu 76. Tìm các số thực a, b, c để phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i, z = 2$ làm nghiệm.

A. $a = 4, b = 6, c = -4$. **B.** $a = 4, b = 6, c = 4$. **C.** $a = 4, b = -6, c = 4$. **D.** $a = -4, b = 6, c = -4$.

Bài giải:

Chọn đáp án D.

Phân tích: Phương trình nhận $z = 1 + i$ và $z = 2$ làm nghiệm nên thay hai nghiệm vào phương trình ta được hệ phương trình, từ đó suy ra a, b, c .

Giải tự luận:

Phương trình đã cho nhận $z = 1 + i$

$$\begin{cases} (1+i)^3 + a(1+i)^2 + b(1+i) + c = 0 \\ 2^3 + 2^2a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 + 2i + 2ai + b(1+i) + c = 0 \\ 4a + 2b + c = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + c = 2 \\ 2a + b = -2 \\ 4a + 2b + c = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$$

Giải trắc nghiệm: Thay các số a, b, c được cho ở đáp án vào phương trình. Sau đó, dùng MTBT kiểm tra xem với các số a, b, c được cho ở đáp án nào phương trình cho nghiệm $z = 1 + i, z = 2$.

Hướng dẫn dùng MTBT: Đơn giản.

Câu 77. Kí hiệu $z_1; z_2; z_3; z_4$ là 4 nghiệm của số phức $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$

A. $T = 4$. **B.** $T = 2\sqrt{3}$. **C.** $T = 4 + 2\sqrt{3}$. **D.** $T = 2 + 2\sqrt{3}$.

Bài giải:

Chọn đáp án C.

Phân tích: Đặt giải phương trình dạng trùng phương ra nghiệm rồi tính T .

Giải tự luận:

$$z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ z = -2 \\ z = \sqrt{3}i \\ z = -\sqrt{3}i \end{cases}. \text{ Suy ra } A = |2| + |-2| + |\sqrt{3}i| + |-\sqrt{3}i| = 4 + 2\sqrt{3}.$$

Giải trắc nghiệm: Dùng máy tính giải phương trình. Sau đó dùng máy tính tính tổng $|z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

Hướng dẫn dùng MTBT: Giải phương trình rồi dùng chức năng tính mô đun cho ra kết quả.

Câu 78. Biết phương trình $z^4 - 4z^3 + 14z^2 - 36z + 45 = 0$ có hai nghiệm thuần ảo. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình. Tính $A = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$?

- A.** $A = 6 + 2\sqrt{5}$. **B.** $A = 6 - 2\sqrt{5}$. **C.** $A = 6 + 3\sqrt{5}$. **D.** $A = 6 - 3\sqrt{5}$.

Bài giải:

Chọn đáp án A.

Phân tích: Phương trình có hai nghiệm thuần ảo nên gọi hai nghiệm đó là ai và bi , $a, b \in \mathbb{R}$. Thay vào phương trình ta tìm được a và b . Sau đó đưa phương trình đã cho về phương trình tích.

Giải tự luận:

Gọi ai và bi là hai nghiệm thuần ảo của phương trình. Khi đó, thay $z = ai$, $z = bi$ vào phương trình ta suy ra được $a = 3$, $b = -3$. Do đó, hai nghiệm thuần ảo của phương trình là $z = 3i$, $z = -3i$.

$$\text{Khi đó, } z^4 - 4z^3 + 14z^2 - 36z + 45 = 0 \Leftrightarrow (z - 3i)(z + 3i)(z^2 - 4z + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3i \\ z = -3i \\ z = 2 + i \\ z = 2 - i \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } A = |3i| + |-3i| + |2 + i| + |2 - i| = 6 + 2\sqrt{5}.$$

Giải trắc nghiệm:

Hướng dẫn dùng MTBT:

Câu 79. Tìm các số thực a, b để có phân tích $z^3 + 3z^2 + 3z - 63 = (z - 3)(z^2 + az + b)$.

- A.** $a = -8, b = 21$. **B.** $a = 8, b = -21$. **C.** $a = 6, b = 21$. **D.** $a = -6, b = -21$.

Hướng dẫn:

Hướng giải tự luận

$$\begin{aligned} \text{Ta có } z^3 + 3z^2 + 3z - 63 &= z^2(z - 3) + z(z - 3) + 5z^2 + 6z - 63 \\ &= z^2(z - 3) + z(z - 3) + (z - 3)(5z + 21) = (z - 3)(z^2 + 6z + 21) \\ &\rightarrow a = 6, b = 21 \end{aligned}$$

Hướng dẫn sử dụng máy tính:

Thay lần lượt $z = 0, z = 1$ vào đẳng thức $z^3 + 3z^2 + 3z - 63 = (z - 3)(z^2 + az + b)$ ta thu được hệ phương trình $\begin{cases} -2(1 + a + b) = -56 \\ -3b = -63 \end{cases}$. Từ đó, sử dụng máy tính cầm tay giải hệ phương trình ta tìm được $a = 6, b = 21$.

Câu 80. Để giải phương trình $\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^3 = 8$ một bạn học sinh làm như sau:

$$\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^3 = 8$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{z+1}{z-1}\right)^3 = 2^3 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{z+1}{z-1} = 2 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow z+1 = 2z-2$$

$$\Leftrightarrow z = 3 \quad (3)$$

Lời giải trên là đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Bước 1

B. Bước 2

C. Bước 3

D. Lời giải đúng

Hướng dẫn: Để giải một phương trình trước tiên ta phải tìm điều kiện xác định của nó, do vậy lời giải trên sai ngay từ bước 1.

Câu 81. Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm phương trình $27z^3 + 8 = 0$. Tính giá trị biểu thức

$$T = \frac{(z_1 + z_2 + z_3 + 1)^2}{|z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2}.$$

A. $T = \frac{4}{3}$.

B. $T = \frac{3}{4}$.

C. $T = 12$.

D. $T = \frac{1}{12}$.

Hướng dẫn

Hướng giải tự luận

$$\text{Ta có } 27z^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow (3z+2)(9z^2+6z+4) = 0$$

$$\text{Suy ra } z = -\frac{2}{3}, z = -\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}i, z = -\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i.$$

$$\text{Từ đó suy ra } T = \frac{1}{12}.$$

Hướng dẫn sử dụng máy tính:

Bước 1: Sử dụng Mode-5-4 để giải phương trình bậc 3 tìm được các giá trị z_1, z_2, z_3 .

Bước 2: Sử dụng Mode-2 để đưa về môi trường làm việc với số phức và tính giá trị biểu thức

$$T = \frac{(z_1 + z_2 + z_3 + 1)^2}{|z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2}.$$

Câu 82. Cho z là số phức khác 1, thỏa mãn $z^{2017} = 1$. Tính giá trị biểu thức $T = 1 + z + z^2 + \dots + z^{2016}$.

A. $T = 1$.

B. $T = 0$.

C. $T = 2017$

D. $T = 2016$

Hướng dẫn: Vì z là số phức khác 1 nên

$$(1-z)T = (1-z)(1+z+z^2+\dots+z^{2016}) = 1-z^{2017} = 0.$$

$$\text{Suy ra } T=0$$

Câu 83. Trên tập số phức, phương trình $z^{2017} = i\bar{z}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1

B. 2017

C. 2019

D. 0

Hướng dẫn

Rõ ràng, $z = 0$ là một nghiệm phương trình. Với z khác 0, ta có $|z|^{2017} = |z|$ hay $|z| = 1$. Từ đó suy ra $z^{2018} = i$. Ta thấy phương trình $z^{2018} = i$ có 2018 nghiệm. Vậy tổng số nghiệm của phương trình là 2019.

Câu 84. Tìm số phức z sao cho z^5 và $\frac{1}{z^2}$ là hai số phức liên hợp của nhau

A. $z = 1$ B. $z = 0$

C. $z = i$

D. $z = 1 + i$

Hướng dẫn:

Hướng giải tự luận

Rõ ràng z khác 0, khi đó

$$z^5 = \overline{\left(\frac{1}{z^2}\right)} \Leftrightarrow z^3 = \frac{1}{z^2 z^2} \Leftrightarrow z^3 = \frac{1}{|z|^2}.$$

$$\text{Đặt } z = z + bi \text{ khi đó } z^3 = \frac{1}{|z|^2} \Leftrightarrow (a^3 - 3ab^2) + (3a^2b - b^3)i = \frac{1}{a^2 + b^2}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a^3 - 3ab^2 = \frac{1}{a^2 + b^2} \\ 3a^2b - b^3 = 0 \end{cases} \text{ hay } (a, b) = (1, 0) \text{ tức là } z = 1.$$

Hướng dẫn sử dụng máy tính:

Sử dụng Mode-2 để đưa về môi trường số phức, dùng phím CALC kiểm tra từng đáp án, nếu thỏa mãn thì chọn.

ĐÁP ÁN DẠNG 3. TÌM SỐ PHỨC THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.

101.	102.	103.	104.	105.	106.	107.	108.	109.	110.
111.	112.	113.	114.	115.	116.	117.	118.	119.	120.
121.	122.	123.	124.	125.	126.	127.	128.	129.	130.
131.	132.	133.	134.	135.	136.	137.	138.	139.	140.
141.	142.	143.	144.	145.	146.	147.	148.	149.	150.
151.	152.	153.	154.	155.	156.	157.	158.	159.	160.
161.	162.	163.	164.	165.	166.	167.	168.	169.	170.
171.	172.	173.	174.	175.	176.	177.	178.	179.	180.
181.	182.	183.	184.	185.	186.	187.	188.	189.	190.
191.	192.	193.	194.	195.	196.	197.	198.	199.	200.

HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 3. TÌM SỐ PHỨC THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.

Câu 85. Hướng dẫn giải: Chọn C

Ta có: $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i) = -1 - i$

Câu 86. Hướng dẫn giải: Chọn C.

Ta có: $w = z_1 - 2z_2 = (1 + 2i) - 2(2 - 3i) = -3 + 8i$

Câu 87. Hướng dẫn giải: Chọn A.

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{1 - \sqrt{3}i} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$$

Câu 88. Hướng dẫn giải: Chọn D.

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $(3 + i)\bar{z} + (1 + 2i)z = 3 - 4i$

$$\begin{cases} 4x - y - 3 = 0 \\ 3x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 5i$$

Câu 89. Hướng dẫn giải: Chọn C.

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$

$$\text{Ta có: } \bar{z} - \frac{5 - i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0 \Leftrightarrow z\bar{z} - z = 5 - i\sqrt{3} \Leftrightarrow a^2 + b^2 - a - bi = 5 - i\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - a = 5 \\ b = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - a - 2 = 0 \\ b = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \sqrt{3} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = 2 \\ b = \sqrt{3} \end{cases}$$

Câu 90. Hướng dẫn giải: Chọn C

$$z^2 + 2i = 4z - 4 \Leftrightarrow z^2 - 4z + 2i + 4 = 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(2i + 4) = -8i$$

Gọi $w = a + bi$ là một căn bậc hai của Δ .

$$\text{Ta có: } w^2 = (a + bi)^2 = -8i$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2abi - b^2 = -8i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 2ab = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow w = 2 - 2i$$

$$\text{Phương trình có 2 nghiệm phức là: } z_1 = \frac{4 + 2 - 2i}{2} = 3 - i; z_2 = \frac{4 - 2 + 2i}{2} = 1 + i.$$

Theo đề bài ta có: $\alpha = -1; \beta = 1$

$$A = \alpha^{2016} + \beta^{2017} = (-1)^{2016} + 1^{2017} = 2$$

Câu 91. Hướng dẫn giải: Chọn D

Cách 1:

$$(2 + i)z - 4z = 4 - 2i$$

$$\Leftrightarrow (2 + i - 4)z = 4 - 2i$$

$$\Leftrightarrow (-2 + i)z = 4 - 2i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{4 - 2i}{-2 + i} = -2$$

Cách 2: Từ A thay $z = 2$ vào phương trình $(2 + i)2 = 4.2 + 4 - 2i \Leftrightarrow 4 + 2i = 12 - 2i$ sai suy ra loại A. trong tự thử ra cho đến khi đúng thì chọn đáp án.

Câu 92. Hướng dẫn giải: Chọn C

Cách 1:

$$3z + (2 + 3i)(1 - 2i) = 5 + 4i$$

$$\Leftrightarrow 3z = 5 + 4i - (2 + 3i)(1 - 2i)$$

$$\Leftrightarrow 3z = -3 + 5i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-3 + 5i}{3} = -1 + \frac{5}{3}i \Rightarrow \bar{z} = 1 - \frac{5}{3}i$$

Cách

2: Từ

A. $\bar{z} = 1 - \frac{5}{3}i$ suy ra $z = -1 + \frac{5}{3}i$ thay vào phương trình

$$3\left(-1 + \frac{5}{3}i\right) + (2 + 3i)(1 - 2i) = 5 + 4i \Leftrightarrow 5 + 4i = 5 + 4i \text{ đúng nên chọn A.}$$

Câu 93. : Hướng dẫn giải. Chọn B

Cách 1: $w = z + i\bar{z} \Leftrightarrow w = 3 - 5i + i(3 + 5i) = -2 - 2i$

Cách

2:

thay A.

$w = 8 - 2i$ và $z = 3 - 5i$ vào phương trình

$w = z + i\bar{z} \Leftrightarrow 8 - 2i = 3 - 5i + i(3 + 5i) \Leftrightarrow 8 - 2i = -2 - 2i$ sai, thấy vế phải là $-2 - 2i$ chọn B.

Câu 94. Hướng dẫn giải. Chọn A

Cách 1: $w = iz - \bar{z} = i(2 + 4i) - (2 - 4i) = -6 + 6i \Rightarrow \bar{w} = -6 - 6i$

Cách

2:

Từ A.

$\bar{w} = -6 - 6i \Rightarrow w = -6 + 6i$ thay vào phương trình

ta

được

$w = iz - \bar{z} \Leftrightarrow -6 + 6i = i(2 + 4i) - (2 - 4i) \Leftrightarrow -6 + 6i = -6 + 6i$ đúng nên chọn A.

Câu 95. Hướng dẫn giải. Chọn B

Cách 1:

Gọi $z = x + yi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ thay vào phương trình

$$(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$$

$$\Leftrightarrow (2 - 3i)(x + yi) + (4 + i)(x - yi) = 8 - 6i$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2yi - 3xi + 3y + 4x - 4yi + xi + y = 8 - 6i$$

$$\Leftrightarrow (2x + 3y + 4x + y) + i(2y - 3x - 4y + x) = 8 - 6i$$

$$\Leftrightarrow (6x + 4y) + i(-2x - 2y) = 8 - 6i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 4y = 8 \\ -2x - 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$z = -2 + 5i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}$$

Cách

2:

sử dụng công thức đặc biệt

$$(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2 \Leftrightarrow (2 - 3i)(x + yi) + (4 + i)(x - yi) = 8 - 6i \quad (*)$$

Khi đó x, y là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (**)$

khí đó tìm hệ số $a_1; b_1; c_1; a_2; b_2; c_2$ như sau

+ $c_1 = 8; c_2 = -6$ (từ $8 - 6i$)

+ Gán $x=1; y=0$ vào vế trái của phương trình (*) được kết quả $6 - 2i = a_1 + a_2i \Rightarrow a_1 = 6; a_2 = -2$

+ Gán $x=0; y=1$ vào vế trái của phương trình (*) được kết quả $4 - 2i = b_1 + b_2i \Rightarrow b_1 = 4; b_2 = -2$ sau khi tìm được các hệ số trên ta tiến hành giải hệ (**)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 4y = 8 \\ -2x - 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases} \quad z = -2 + 5i \Rightarrow |z| = \sqrt{29} \text{ chọn B}$$

Câu 96. Hướng dẫn giải. Chọn D

Cách 1: $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

$$\begin{aligned}
 (2-3i)z &= (1+2i)\bar{z} + 3-7i \\
 \Leftrightarrow (2-3i)(a+bi) &= (1+2i)(a-bi) + 3-7i \\
 \Leftrightarrow 2a+2bi-3ai+3b &= a-bi+2ai+2b+3-7i \\
 \Leftrightarrow (2a+3b-a-2b) + i(2b-3a+b-2a) &= 3-7i \\
 \Leftrightarrow (a+b) + i(-5a+3b) &= 3-7i \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ -5a+3b=7 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $P = \frac{a}{b} = 2$ chọn **D**.

Cách

2:

Sử dụng công thức đặc biệt

$$(2-3i)z = (1+2i)\bar{z} + 3-7i \Leftrightarrow (2-3i)(x+yi) - (1+2i)(x-yi) = 3-7i \quad (*)$$

Khi đó x, y là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (**)$$

khí đó tìm hệ số $a_1; b_1; c_1; a_2; b_2; c_2$ như sau

$$+ c_1 = 3; c_2 = -7 \text{ (từ } 3-7i \text{)}$$

$$+ \text{ Gán } x=1; y=0 \text{ vào vế trái của phương trình } (*) \text{ được kết quả } 1-5i = a_1 + a_2i \Rightarrow a_1 = 1; a_2 = -5$$

$$+ \text{ Gán } x=0; y=1 \text{ vào vế trái của phương trình } (*) \text{ được kết quả } 1+3i = b_1 + b_2i \Rightarrow b_1 = 1; b_2 = 3$$

sau khi tìm được các hệ số trên ta tiến hành giải hệ (**)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ -5x+3y=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad z = 2+i \Rightarrow P = \frac{2}{1} = 2 \text{ chọn } \mathbf{D}.$$

Câu 97. Hướng dẫn giải: Chọn **A** $z = 2+3i$.

Câu 98. Hướng dẫn giải: Chọn **A**, $z = 1+i$. Vậy phần thực của z là 1 và phần ảo là 1

Câu 99. Hướng dẫn giải: Chọn **A**

Cách 1: $\bar{z}(1+2i) - 1 + 3i = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1-3i}{1+2i} = \frac{(1-3i)(1-2i)}{5} = -1-i$

Cách 2: sử dụng máy tính Casio. Nhập vế trái của pt($\bar{z}$ thay bằng conjg X) . Sau đó dùng lệnh Calc thì từ kết quả bên dưới. Đa nà ora 0 là đúng

Câu 100. Hướng dẫn giải: Chọn **A**

Cách 1: $z = 5+2i - (1+i)^3 = 5+2i - (1+3i+3i^2+i^3) = 7$. Vậy $|z| = 7$

Cách 2: Sử dụng máy tính Casio. Ấn Shift hyp nhập số phức z vào màn hình và ấn "="

Câu 101. Hướng dẫn giải: Chọn **A**

Cách 1: Gọi $z = a+bi, a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow \bar{z} = a-bi$. Thay vào pt ta có:

$$(1+3i)(a+bi) + (2+i)(a-bi) = -2+4i \Leftrightarrow (3a-2b) + (4a-b)i = -2+4i \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$$

Cách 2: Sử dụng Casio. Chuyển máy về chế độ số phức **C**. Nhập vế trái của pt thì thay bằng $a+bi$ có $\bar{z}$ thì thay bằng $a-bi$. Sau đó nhấn Calc **A=100; B=0,1** nhấn tiếp "=" Ta được q: 299,8 + 399,9i có thể đọc như sau: $299,8 = 300 - 0,2 = 3a - 2b; 399,9 = 400 - 0,1 = 4a - b$ (vì **A=100; B=0,1**). Như vậy ta

$$\text{được: } (1+3i)(a+bi) + (2+i)(a-bi) = -2+4i \Leftrightarrow (3a-2b) + (4a-b)i = -2+4i \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$$

Câu 102. Hướng dẫn giải: Chọn D

$$\bar{z} - \frac{(5 + \sqrt{3}i)}{z} - 1 = 0 \Leftrightarrow z \cdot \bar{z} - z - (5 + 3i) = 0$$

Gọi $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Thay vào pt ta có:

$$a^2 + b^2 - 5 - \sqrt{3}i - a - bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 5 - a = 0 \\ -\sqrt{3} - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\sqrt{3} \\ a^2 - a - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1; a = 2 \\ b = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Vì z có phần thực dương nên ta có $z = 2 - \sqrt{3}i \Leftrightarrow |z| = \sqrt{7}$

Câu hỏi nhận biết

Câu 103.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

cách 1. $z = 2 - i + 1 = 3 - i$ chọn phương án A

Cách 2: Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ giả thiết trong đề $a + bi = 3 - i \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$

Cách 3: sử dụng máy tính casio

Câu 104. Hướng dẫn giải: Chọn B.

Cách 1: $\bar{z} = (1 + i)(3 - i) = 4 + 2i$ chọn B

Cách 2: sử dụng máy tính casio

Cách 3: Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ giả thiết trong đề $a - bi = 4 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}$

Câu hỏi thông hiểu

Câu 105. Hướng dẫn giải: Chọn C.

Cách 1: Gọi $z = a + bi$ giả thiết trong đề $a + bi + 2a - 2bi = 2 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 2 \\ -b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -4 \end{cases}$ chọn C

Cách 2: dùng máy tính thử từng trường hợp

Câu 106. Hướng dẫn giải: Chọn D.

Cách 1: Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ giả thiết trong đề

$$(1 + i)(a + bi) + 2a - 2bi = 4 - 2i \Leftrightarrow a + bi + ai - b + 2a - 2bi = 4 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 4 \\ a - b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases}$$

Chọn D

Cách 2: Thử từng trường hợp bằng máy tính casio

Câu hỏi vận dụng

Câu 107. Hướng dẫn giải: Chọn A.

Cách 1: Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$

$(1 + 2i)(a + bi)$ là số thuần ảo nên $(1 + 2i)(a + bi) = a + bi + 2ai - 2b$ có $a = 2b$

$$|2z - \bar{z}| = \sqrt{13} \Leftrightarrow a^2 + 9b^2 = 13 \Leftrightarrow 4b^2 + 9b^2 = 13 \Leftrightarrow b = \pm 1 \text{ nên } z = 2 + i \text{ hoặc } z = -2 - i$$

chọn A

cách 2: dùng máy tính thử từng trường hợp

Câu 108. Hướng dẫn giải: Chọn A.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $|z - \bar{z}| = 1 \Leftrightarrow |2bi| = 1 \Leftrightarrow b = \pm \frac{1}{2}$

$z + \bar{z} = 0 \Leftrightarrow a + bi + a - bi = 0 \Leftrightarrow a = 0$ vậy $|z| = \frac{1}{2}$ **chọn A.**

Câu 109. Hướng dẫn giải: Chọn A.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$), suy ra $\bar{z} = x - yi$

Từ giả thiết, ta có: $x + yi - 2(x - yi) = 3 + 4i \Leftrightarrow -x + 3yi = 3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 3 \\ 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$

Vậy $z = -3 + \frac{4}{3}i \rightarrow |z| = \sqrt{(-3)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{97}{9}} = \frac{\sqrt{97}}{3}$. Do đó B sai.

Câu 110. Hướng dẫn giải: Chọn D.

$z(1 - 2i) = (3 + 4i)(2 - i)^2 \Leftrightarrow z = \frac{(3 + 4i)(4 - 4i + i^2)}{1 - 2i}$

Câu 111. Hướng dẫn giải: Chọn C.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$

$(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20 \Leftrightarrow (1 + 4i + 4i^2)(a + bi) + (a - bi) = 4i - 20$

$\Leftrightarrow (-3 + 4i)(a + bi) + (a - bi) = 4i - 20 \Leftrightarrow -3a - 3bi + 4ai + 4bi^2 + a - bi = -20 + 4i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 4b = -20 \\ 4a - 4b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

$\Leftrightarrow z = \frac{(3^2 - 16i^2)(1 + 2i)}{1^2 + 2^2} \Leftrightarrow z = 5 + 10i$

Câu 112. Hướng dẫn giải: Chọn B.

Ta có:

$\frac{2+i}{1-i} z = \frac{-1+3i}{2+i} \Rightarrow z = \frac{(-1+3i)(1-i)}{(2+i)^2}$

$= \frac{(-1+3i)(1-i)(2-i)^2}{25} = \frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$

Vậy đáp án cần tìm là B.

Sai lầm cần tránh: Ra đáp án của z mà khoanh luôn đáp án A, do không đọc kỹ đề bài là tìm $\bar{z}$.

Câu 113. Hướng dẫn giải: Chọn B.

Ta có:

$z + \frac{|z|^2}{z} = z + \bar{z} = 2 \cdot \text{Re}(z) = 10 \Rightarrow \text{Re}(z) = 5$ Vậy đáp án là B.

Câu 114. Hướng dẫn giải: Chọn B.

$\bar{z} = a - bi \Rightarrow i.z = ia + b$

$\Rightarrow z + 2i.\bar{z} = a + bi + 2(ia + b) = (a + 2b) + (b + 2a)i$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 3 \\ b + 2a = 3 \end{cases} \Rightarrow a = b = 1 \Rightarrow P = 1^{2016} + 1^{2017} = 2$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

ĐÁP ÁN DẠNG 4. TẬP HỢP CÁC ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC.

201.	202.	203.	204.	205.	206.	207.	208.	209.	210.
211.	212.	213.	214.	215.	216.	217.	218.	219.	220.
221.	222.	223.	224.	225.					

HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 4. TẬP HỢP CÁC ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC.

Câu 115. Hướng dẫn giải: Chọn **B**

Dựa vào hệ số của z và vế trái của biểu thức là một hằng số, khi tính modul sẽ là phương trình đường tròn.

Câu 116. Hướng dẫn giải: Chọn **A**

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$.

Thay vào biểu thức ta có: $|x + yi - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow |(x - 3) + (y + 4)i| = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$

Tập hợp các điểm M là đường tròn tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 2$.

Câu 117. Hướng dẫn giải: Chọn **B**

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$.

$$\Rightarrow \bar{z} = x - yi$$

Theo giả thiết ta có: $|x + yi|^2 + 3(x + yi) + 3(x - yi) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + y^2 = 9$

Tập hợp các điểm M là đường tròn tâm $I(-3; 0)$, bán kính $R = 3$.

Câu 118. Hướng dẫn giải: Chọn **A**

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$.

Theo giả thiết ta có: $|x + yi + 1 - 3i| \leq 4 \Leftrightarrow |(x + 1) + (y - 3)i| \leq 4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 \leq 16$

Tập hợp các điểm M là đường tròn tâm $I(-1; 3)$, bán kính $R = 4$ bao gồm cả phần bên trong đường tròn nên phải là hình tròn có tâm $I(-1; 3)$, bán kính $R = 4$.

Câu 119. Hướng dẫn giải: Chọn **C**

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$.

Theo giả thiết ta có: $|x + yi + 3i - 2| = 10 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 100$.

Câu 120. Hướng dẫn giải: Chọn **A**

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$.

$$\text{Ta có: } |x + yi - (2 + i)| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$$

Máy tính: Nhập biểu thức vào máy tính. (Chuyển hết về vế trái để vế phải bằng 0). Dùng phím CALC để thử.

Thử từng đáp án, cho x các giá trị cụ thể, rút y theo x ở từng đáp án và thay vào biểu thức

Cụ thể: Cho $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow$ được điểm $M(1; 0), N(1; 4)$ thuộc đường tròn ở **A**

Cho $x = 0, y = \frac{1}{2} \Rightarrow$ được điểm $P\left(0; \frac{1}{2}\right)$ thuộc đường thẳng ở B

Cho $x = \frac{2}{3}, y = 0 \Rightarrow$ được điểm $Q\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ thuộc đường thẳng ở C

Cho $x = -1 \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow$ được điểm $R(-1; -1), G(-1; 5)$ thuộc đường tròn ở D

Biểu thức nào cho kết quả bằng 0 thì chọn.

Câu 121. Hướng dẫn giải: Chọn B

Đặt $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$.

Điểm $M(x; y)$ biểu diễn Z trên mặt phẳng tọa độ, ta có

$$z - 1 = (x - 1) + yi \Rightarrow |z - 1| = 3 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 9$$

Do $z + 1 - 2i = (x + 1) + (y - 2)i$ có điểm $M'(x + 1; y - 2)$ biểu diễn $z + 1 - 2i$ trên mặt phẳng tọa độ.

Biến đổi: $(x - 1)^2 + y^2 = 9 \Leftrightarrow [(x + 1) - 2]^2 + [(y - 2) + 2]^2 = 9 \Rightarrow M' \in (C')$ tâm $(2; -2)$, bán kính bằng 3.

Câu 122. Hướng dẫn giải: Chọn A

Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$.

Điểm $M(x; y)$ biểu diễn Z trên mặt phẳng tọa độ, ta có

$$|z|^2 + z + \bar{z} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + x + yi + x - yi = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x = 0$$

Đường tròn có tâm $(-1; 0)$, bán kính $R = 1$

Vậy diện tích hình tròn: $S = \pi.R^2 = \pi$.

Câu 123. Cách mẹo

- Gọi số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|2z - 2 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |2x - 2 + 2yi + 2i| = 1$

$$\Leftrightarrow (2x - 2)^2 + (2y + 2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(1; -1)$ bán kính $R = \frac{1}{2}$

- Với mỗi điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$ sẽ thuộc đường tròn tâm O bán kính $R' = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Vì vậy để $R = |z|$ nhỏ nhất thì đường tròn (C') phải tiếp xúc ngoài với đường (C)

Khi đó điểm M sẽ là tiếp điểm của đường tròn (C) và (C') và $|z| = OM = OI - R = \frac{-1 + 2\sqrt{2}}{2}$

$$\sqrt{(1-0)^2 + (-1-0)^2} - \frac{1}{2} = \frac{-1 + 2\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là A

Câu 124. Hướng dẫn giải: Chọn A

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$|z - 2i| = |2z + \bar{z}| \Leftrightarrow a^2 + (b - 2)^2 = (3a)^2 + b^2 \Leftrightarrow b = -2a^2 + 1.$$

Vậy M thuộc Parabol $y = -2x^2 + 1$.

Câu 125. Hướng dẫn giải: Chọn A

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$w = \frac{z + i + 1}{z + \bar{z} + 2i} = \frac{a + 1 + (b + 1)i}{2a + 2i} = \frac{(a + 1 + (b + 1)i)(2a + 2i)}{4a^2 + 4} = \frac{(2a(a + 1) - 2(b + 1)) + (...)i}{4a^2 + 4}.$$

Để w là số thuần ảo thì $2a(a + 1) - 2(b + 1) = 0 \Leftrightarrow a^2 + a - 1 = b$.

Vậy M thuộc Parabol $y = x^2 + x - 1$.

Câu 126. Hướng dẫn giải: Chọn A

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\left| \frac{z - \bar{z}}{z - 2i} \right| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{2bi}{a + (b - 2)i} \right| = 2 \Leftrightarrow |2bi| = 2 \cdot |a + (b - 2)i| \Leftrightarrow b^2 = a^2 + (b - 2)^2 \Leftrightarrow b = \frac{1}{4}a^2 + 1.$$

Vậy M thuộc Parabol $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$.

Câu 127. Hướng dẫn giải: Chọn A

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$|z + 1 - i| = |2z + \bar{z}| \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b - 1)^2 = (3a)^2 + b^2 \Leftrightarrow b = -4a^2 + a + 1.$$

Vậy M thuộc Parabol $y = -4x^2 + x + 1$. Suy ra $I\left(\frac{1}{8}; \frac{17}{16}\right)$.

Câu 128. Hướng dẫn giải: Chọn A

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 2|a + (b - 1)i| = |(2b + 2)i| \Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 = (b + 1)^2 \Leftrightarrow b = \frac{1}{4}a^2 \Leftrightarrow \frac{b}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

Vậy M thuộc Parabol $y = \frac{1}{2}x^2$.

Câu 129. Hướng dẫn giải: Chọn A

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$|z - \bar{z} + 2i| = 2 \left| \frac{3}{2}z + \frac{1}{2}\bar{z} - i \right| \Leftrightarrow 4(b + 1)^2 = 4(4a^2 + (b - 1)^2) \Leftrightarrow b = a^2.$$

$$P = |z - 3| = \sqrt{(a - 3)^2 + (a^2)^2} = \sqrt{(a - 3)^2 + a^4}. \text{ Đặt } f(a) = a^4 + a^2 - 6a + 9.$$

$$f'(a) = 4a^3 + 2a - 6. f'(a) = 4a^3 + 2a - 6 = 0 \Leftrightarrow a = 1. \text{ Lập BBT suy ra } f(t) \text{ đạt GTNN bằng 5 khi } a = 1.$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \sqrt{5}.$$

Câu 130. Hướng dẫn giải: Chọn A

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Vì phần thực bằng hai lần phần ảo nên $x = 2y \Leftrightarrow x - 2y = 0$. Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x - 2y = 0$

Câu 131. Hướng dẫn giải: Chọn B

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Vì phần thực của z thuộc đoạn $[-2; 2]$ nên $-2 \leq x \leq 2$. Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là phần mặt phẳng giới hạn bởi $x = -2$ và $x = 2$.

Câu 132. Hướng dẫn giải: Chọn C

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có } |z + \bar{z} + 3| = 4 \Leftrightarrow |x + yi + x - iy + 3| = 4 \Leftrightarrow |2x + 3| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{-7}{2} \end{cases}$$

Câu 133. Hướng dẫn giải: Chọn C

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\begin{aligned} |z - \bar{z} + 1 - i| = 2 &\Leftrightarrow |x + yi - x + yi + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1 + (2y - 1)^2} = 2 \\ &\Leftrightarrow (2y - 1)^2 = 3 \Leftrightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Câu 134. Hướng dẫn giải: Chọn A

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$|2 + z| = |i - z| \Leftrightarrow |2 + x + yi| = |i - x - yi| \Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0$$

Câu 135. Hướng dẫn giải: Chọn A

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có $|x - 2 + (y - 4)i| = |x + (y - 2)i| \Leftrightarrow x + y - 4 = 0$. Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x + y - 4 = 0$.

$$\text{Mặt khác } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + x^2 - 8x + 16} = \sqrt{2x^2 - 8x + 16} = \sqrt{2(x - 2)^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}$$

Vậy $|z|_{\min} = 2\sqrt{2}$ khi $x = 2, y = 2$ nên $z = 2 + 2i$.

Câu 136. Hướng dẫn giải: Chọn C

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có } u = (z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i) = x^2 + y^2 + 4x - 4y + 6 + 2(x - y - 4)i$$

Vì u là số thực nên $x - y - 4 = 0$ nên tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x - y - 4 = 0$ (d). Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Modun của z nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất hay $OM \perp d$. Tìm được $M(-2; 2)$ nên $z = -2 + 2i$.

Câu 137. Hướng dẫn giải: Chọn D

▪ Gọi số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|iz - 3| = |z - 2 - i|$

$$\Leftrightarrow |-y - 3 + xi| = |x - 2 + (y - 1)i|$$

$$\Leftrightarrow (-y - 3)^2 + x^2 = (x - 2)^2 + (y - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 6y + 9 + x^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1$$

$$\Leftrightarrow x + 2y + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 20\sqrt{x^2 + (y - 3)^2} = 100 - 12y$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $(d): x+2y+1=0$

- Với mỗi điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$ thì $|z| = OM \geq OH$ với H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng (d) và OH là khoảng cách từ điểm O lên đường thẳng (d)

$$\text{Tính } OH = d(O; (d)) = \frac{|1.0 + 2.0 + 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Vậy } |z| \geq \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

$$\left| x + yi + \frac{1}{x + yi} \right| = \left| \frac{x^2 - y^2 + 1 + 2xyi}{x + yi} \right| = \left| \frac{x^3 - xy^2 + x + x^2yi + y^3i - yi + 2xy^2}{x^2 + y^2} \right|$$

Câu 138. Hướng dẫn giải: Chọn D

- Gọi số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z - 3i| + |\bar{z} + 3| = 10$

$$\Leftrightarrow |x + (y - 3)i| + |y + 3 + xi| = 10$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 3)^2} + \sqrt{(y + 3)^2 + x^2} = 10$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(y + 3)^2 + x^2} = 10 - \sqrt{x^2 + (y - 3)^2}$$

$$\Leftrightarrow (y + 3)^2 + x^2 = 100 - 20\sqrt{x^2 + (y - 3)^2} + x^2 + (y - 3)^2$$

$$\Leftrightarrow 20\sqrt{x^2 + (y - 3)^2} = 100 - 12y$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 + 16y^2 = 400$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ có 2 đỉnh thuộc trục nhỏ là $A(-4; 0), A'(4; 0)$

- Với mỗi điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$ sẽ thuộc đường tròn tâm O bán kính $R' = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Vì elip (E) và đường tròn (C) có cùng tâm O nên để OM nhỏ nhất thì M là đỉnh thuộc trục nhỏ

$$\Rightarrow M \equiv A' \Rightarrow z_1 = -4, M \equiv A \Rightarrow z_2 = 4$$

$$\text{Tổng hợp } z_1 \cdot z_2 = (-4) \cdot 4 = -16$$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

Câu 139. Hướng dẫn giải: Chọn D

- Nếu đề bài hỏi tích $z_1 z_2$ với $|z_1|, |z_2|$ có giá trị lớn nhất thì hai điểm M biểu diễn hai số phức trên là hai đỉnh thuộc trục lớn $B(0; -5), B'(0; 5)$

$$\Rightarrow M \equiv B' \Rightarrow z_1 = -5i, M \equiv A \Rightarrow z_2 = 5i$$

$$\text{Tổng hợp } z_1 z_2 = 5i \cdot (-5i) = -25i^2 = 25$$

ĐÁP ÁN DẠNG 5. BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC

226.	227.	228.	229.	230.	231.	232.	233.	234.	235.
236.	237.	238.	239.	240.	241.	242.	243.	244.	245.
246.	247.	248.	249.	250.	251.	252.	253.	254.	255.

HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 5. BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC

Câu 140. Hướng dẫn giải: Chọn A

Ta có $M(1 - 2i) \Leftrightarrow M(1; -2)$ suy ra hoành độ của điểm M là 1.

Câu 141. Hướng dẫn giải: Chọn B

Số phức $z = 6 + 7i \Rightarrow \bar{z} = 6 - 7i$ Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là: $(6; -7)$

Câu 142. Hướng dẫn giải: Chọn B

Mỗi số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) xác định một điểm $M(a; b)$,

Ta có $z = \frac{3-i}{1+i} = 1 - 2i$ vậy điểm biểu diễn có tọa độ là $(1; -2)$ nên đó là tọa độ điểm Q

Bình luận: Việc thực hiện phép chia $\frac{3-i}{1+i} = 1 - 2i$ ta có thể dùng MTBT.

Câu 143. Hướng dẫn giải: Chọn A

Ta có: $A(0; -3)$, $B(2; -2)$, $C(-5; -1)$. Suy ra $G(-1; -2)$. Vậy G là điểm biểu diễn số phức $z = -1 - 2i$.

Câu 144. Hướng dẫn giải: Chọn A

Có $A(1; 5)$, $B(3; -1)$ và $C(6; 0)$ nên tam giác ABC vuông tại B nhưng không cân.

Câu 145. Hướng dẫn giải: Chọn A

Có $A(1; 1)$, $B(0; 2)$ và $C(a; -1)$. Tam giác ABC vuông khi $a = -3$.

Câu 146. Hướng dẫn giải: Chọn D

Do $A(-2; 4)$ nên ta có $z = -2 + 4i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 4i \Rightarrow \omega = i\bar{z} = i(-2 - 4i) = 4 - 2i$. Vậy đáp án D.

Câu 147. Hướng dẫn giải: Chọn A

$z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$ do z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm nên tọa độ điểm M

biểu diễn số phức z_1 là $M(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2})$.

Bình luận: Việc giải phương trình $z^2 + z + 1 = 0$ ta có thể dùng MTBT để tìm nghiệm.

Câu 148. Hướng dẫn giải: Chọn A

Ta có $A(1; 2)$, $B(t; 2)$.

Tam giác OAB cân tại O nên $OA = OB$ suy ra $t = 1$ (loại) hoặc $t = -1$.

Vậy B là điểm biểu diễn của số phức $-1 + 2i$.

Câu 149. Hướng dẫn giải: Chọn B

+ Ta có $A(-2; 1)$, $B(1; 4)$, $C(5; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (-3; 3)$; $\overrightarrow{BC} = (4; -4) \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

$\Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại B $\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD có đường kính AC.

$$\Rightarrow \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 (*)$$

+ Do đó ta đi kiểm tra điều kiện (*).

+ Đáp án A có $D(2;-2)$. Ta có

$$\overrightarrow{DA} = (-4; 3); \overrightarrow{DC} = (3; 2)$$

$$\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = -4.3 + 3.2 \neq 0 \Rightarrow \text{loại A.}$$

+ Đáp án B có $D(4;-2)$. Ta có:

$$\overrightarrow{DA} = (-6; 3); \overrightarrow{DC} = (1; 2)$$

$$\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = -6.1 + 3.2 = 0 \Rightarrow \text{chọn B.}$$

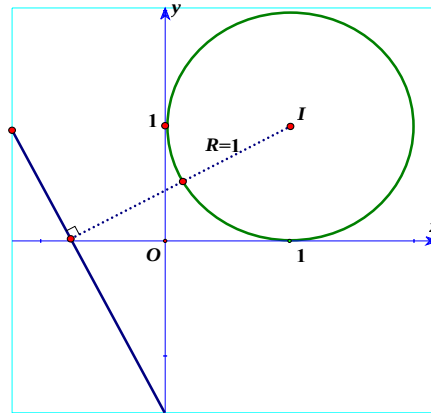
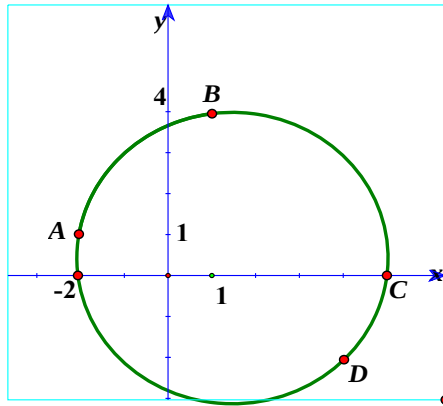
+ tương tự loại C, D.

Câu 150. Hướng dẫn giải: Chọn D

Lời giải: Dễ thấy tập các điểm biểu diễn của B trong mặt phẳng Oxy là đường tròn $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ có tâm $I(1;1)$, bán kính $R=1$.

- Tập các điểm biểu diễn của tập A là đường thẳng $4x + 2y + 3 = 0$ (d).
- Khi đó, GTNN của $|z_1 - z_2|$ chính là:

$$h = d(I, d) - R = \frac{|4.1 + 2.1 + 3|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} - 1 = \frac{9\sqrt{5}}{10} - 1$$



Câu 151. Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: Gọi điểm biểu diễn số phức z là $M(x; y)$

Điểm $A(0;-1)$, $B(0;2)$ lần lượt biểu diễn số phức $z_1 = -i; z_2 = 2i$

$$\left| \frac{z+i}{z-2i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z+i| = |z-2i| \Leftrightarrow MA = MB$$

Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường trung trực của đoạn AB.

Cách 2: Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$

$$\text{Giả thiết: } \left| \frac{z+i}{z-2i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z+i| = |z-2i| \Leftrightarrow |x+(y+1)i| = |x+(y-2)i| \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = x^2 + (y-2)^2$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $y = \frac{1}{2}$.

Câu 152. Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1. Gọi điểm biểu diễn số phức z là $M(x; y)$ $A(1;-2)$ $z' = 1 - 2i$

$$|z - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |z - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |z - z'| = 1 \Leftrightarrow MA = 1$$

Khi đó tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm A(1;-2) bán kính $R=1$

Cách 2. Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$

$$\text{Giả thiết: } |z - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |(x-1) + (y+2)i| = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 1.$$

Câu 153. Hướng dẫn giải: Chọn A

$$|z| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9.$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2 + y^2 = 9$.

Câu 154. Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\text{Giả sử } z = a + bi. \text{ Khi đó } |z - 1 + 2i| = 2 \Leftrightarrow |(a-1) + (b+2)i| = 2 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+2)^2 = 2^2.$$

Suy ra $I(1; -2), R = 2$.

Câu 155. Hướng dẫn giải: Chọn A

Gọi điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ là $M(x; y)$.

$$(2-z)(\bar{z}+i) = (2-x-yi)(x-yi+i) = (2x-x^2-y^2+y) - i(x+2y-2)$$

$$(2-z)(\bar{z}+i) \text{ là số thuần ảo khi và chỉ khi } 2x-x^2-y^2+y=0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$$

Câu 156. Hướng dẫn giải: Chọn A

Gọi điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ là $M(x; y)$.

$$\text{Số phức } z \text{ thỏa mãn } |z-2+i| \leq 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 1$$

Câu 157. Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\text{Giả sử } z = x + yi. \text{ Khi đó } |z+1-i| = |z-1+2i| \Leftrightarrow |(x+1) + (y-1)i| = |(x-1) + (2+y)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + (y+2)^2 \Leftrightarrow 4x-6y-3=0. \text{ Suy ra chọn B.}$$

Câu 158. Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\text{Giả sử } z = x + yi \text{ (} x^2 + y^2 \neq 0 \text{)}. \text{ Khi đó } x, y \text{ là nghiệm của hệ pt } \begin{cases} x-2y+5=0 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}.$$

Suy ra: $z = 3 + 4i$.

Câu 159. Hướng dẫn giải: Chọn A

Gọi là M điểm biểu diễn số phức $z = x + yi \Rightarrow M(x; y)$.

$$|z-2-2i|=1 \text{ thì tập hợp điểm M là đường tròn tâm } I(2; 2) \text{ bán kính } R=1$$

Khi đó tập hợp điểm biểu diễn $\bar{z}$ là đường tròn C' đối xứng với C qua Ox , từ đó suy ra tập điểm biểu diễn số phức $z' = \bar{z} + 1$ là đường tròn C' tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}(0; 1)$ thành đường tròn C'' tâm $I(2; -1), R=1$

Câu 160. Hướng dẫn giải: Chọn A

Giả sử $w = x + yi$.

$$\text{Khi đó: } x + yi = (1 + i\sqrt{3})z + 2 \Leftrightarrow x - 2 + yi = (1 + i\sqrt{3})z \Leftrightarrow \frac{x-2+yi}{1+i\sqrt{3}} - 1 = z - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-3) + (y-\sqrt{3})i}{1+i\sqrt{3}} = z - 1$$

$$\text{Lại có: } |z-1| \leq 2 \text{ nên } \left| \frac{(x-3) + (y-\sqrt{3})i}{1+i\sqrt{3}} \right| \leq 2 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 \leq 4. \text{ Suy ra chọn A.}$$

Câu 161. Hướng dẫn giải: Chọn D

Từ $z^2 - 4z + 9 = 0$ suy ra $M(2; \sqrt{5}), N(2; -\sqrt{5})$. Từ $k = x + iy$ suy ra $P(x; y)$.

Vì tam giác MNP vuông tại P nên: $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + y^2 - 1 = 0$.

Vì MNP là tam giác nên P không trùng với M, N. Suy ra chọn **D**.

Câu 162. Hướng dẫn giải: Chọn A

Gọi điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ là $M(x; y)$.

Điểm $A(-2; 0)$ và $B(2; 0)$ lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -2 + 0i$ và $z_2 = 2 + 0i$

Khi đó $AM = |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA}| = |z + 2|$ và $BM = |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB}| = |z - 2|$
 $|z - 2| + |z + 2| = 5 \Leftrightarrow MA + MB = 5$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường Elip(E) có hai tiêu điểm là A, B và độ dài trục lớn bằng $5 \Rightarrow$ (E) có phương trình là: $\frac{4x^2}{25} + \frac{4y^2}{9} = 1$.

Câu 163. Hướng dẫn giải: Chọn D

Ta có $z = \frac{w-1+i}{2}$

GT: $|z - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow |w - 7 + 9i| = 4$.

Đặt $w = x + yi$ thì $|w - 7 + 9i| = 4 \Leftrightarrow (x-7)^2 + (y+9)^2 = 16$. Do đó $I(7; -9)$ và $r=4$.

Câu 164. Hướng dẫn giải: Chọn C

Đặt $z = a + bi$. Ta có $|z - 1| \leq 1 \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 \leq 1$ và $z - \bar{z} = 2bi \Rightarrow b > 0$

Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là một miền phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1 - (x-1)^2} = \sqrt{2x - x^2}$ và trục hoành.

Do đó diện tích là: $S = \int_0^2 \sqrt{1 - (1-x)^2} dx = \frac{\pi}{2}$.

ĐÁP ÁN DẠNG 6. SỐ PHỨC VÀ GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT.

1. C	2. A	3. B	4. A	5. B	6. D	7. A	8. A	9. A	10. A
11. B	12. A	13. A	14. D	15. D	16. C	17. B	18. A	19. D	20. D
21. B	22. A	23. C	24. B	25. D	26. C	27. C	28. A	29. C	30. C
31. D	32. B	33. A	34. B	35. D	36. C	37.	38.	39.	40.

Hướng dẫn: **DẠNG 6. SỐ PHỨC VÀ GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT.**

Câu 200. Đáp án C

Cách 1.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thì $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ và $|z - 1 + i| = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$.

Đặt $\begin{cases} x = 1 + \cos \varphi \\ y = -1 + \sin \varphi \end{cases}$, với $\varphi \in [0; 2\pi]$. Khi đó:

$|z|^2 = x^2 + y^2 = 3 + 2(\cos \varphi - \sin \varphi) = 3 + 2\sqrt{2} \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) \geq (\sqrt{2} - 1)^2$. Đẳng thức xảy ra khi và

chỉ khi: $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ nên $|z|$ nhỏ nhất bằng $\sqrt{2} - 1$.

Cách 2:

Xét điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + i| = 1$ thuộc đường tròn $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$ có tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 1$. $|z| = OM$, đường thẳng OM cắt đường tròn tại hai điểm A, B ứng với OM lớn nhất, nhỏ nhất.

Câu 201. Câu 2. Cách 1: **Đáp án A**

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thì $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ và $|z + 2| = |i - z| \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0$. Ta có $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow |z|^2 = x^2 + y^2$ nhỏ nhất hay $|z|^2 = 5x^2 + 6x + \frac{9}{4}$ nhỏ nhất khi $x = -\frac{3}{5}$ và $x = -\frac{3}{10}$. Vậy số phức cần tìm là $z = -\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$

Cách 2:

Xét điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn điều kiện $|z + 2| = |i - z|$ thuộc đường thẳng $\Delta: 4x + 2y + 3 = 0$. $|z| = OM$, OM nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của O trên Δ , từ đó suy ra M .

Câu 202. Câu 3. **Đáp án B**

Cách 1: Đại số

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $\left| \frac{-2 - 3i}{3 - 2i}z + 1 \right| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 1$

Đặt $\begin{cases} x = \cos \varphi \\ y = -1 + \sin \varphi \end{cases}$, với $\varphi \in [0; 2\pi]$. Khi đó:

$|z|^2 = x^2 + y^2 = 3 + 2(\cos \varphi - \sin \varphi) = 2(1 - \sin \varphi) \leq 4$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ nên $|z|$ lớn nhất bằng 2.

Cách 2:

Xét điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2 - 3i}{3 - 2i}z + 1 \right| = 1$ thuộc đường tròn $x^2 + (y + 1)^2 = 1$ tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = 1$. $|z| = OM$, OM lớn nhất khi $OM = OI + R = 1 + 1 = 2$.

Câu 203. Câu 4. **Đáp án A**

C1: Đại số

C2: Hình học **C**.

Xét điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức $z = x + yi$, ta có $v = (z - i)(2 + i)$ là một số thuần ảo thì $2x - y + 1 = 0$. $|z - 2 + 3i| = \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 3)^2} = MA$ (trong đó $A(2; -3)$ biểu diễn cho số

phức $v = 2 - 3i$). MA đạt GTNN khi M là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng

$$2x - y + 1 = 0, \text{ từ đó tìm được tọa độ M là nghiệm: } \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + 2y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{6}{5} \\ y = -\frac{7}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z - 2 + 3i| = MA = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

Câu 204. Câu 5. **Đáp án B**

C1: Đại số

C2: Hình học **C**.

Gọi $z = x + yi, A(4;0), B(-4;0)$. Khi đó: $|z - 4| + |z + 4| = 10 \Leftrightarrow MA + MB = 10$ nên điểm M thuộc Elip có phương trình: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Ta có $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$, nên $|z|$ đạt GTLN bằng $OA = OA' = 5 = M$, $|z|$ đạt GTNN bằng $OB = OB' = 3 = m$

$$\text{Vậy } v = |(m - 4i) + (2 + Mi)| = |5 + i| = \sqrt{26}$$

Câu 205. Câu 6. **Đáp án D**

C1: Đại số

C2: Hình học **C**.

Xét điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức $z = x + yi$, $A(2;0); B(-1;1); C(2;5)$. Khi đó, $2|z - 1 - 2i| = |3i + 1 - 2z| \Leftrightarrow 2x + 14y - 5 = 0$. Gọi G là trọng tâm ΔABC thì $G(1;2)$

$$P = |z - 2|^2 + |z + 1 - i|^2 + |z - 2 - 5i|^2 = MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$$

P đạt giá trị nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của G trên $2x + 14y - 5 = 0$, suy ra tọa độ

$$\text{của M là nghiệm: } \begin{cases} 2x + 14y - 5 = 0 \\ 7x - y - 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{4} \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Câu 206. Câu 7. **Đáp án A**

$$\text{Gọi } z = x + yi, |z(i + 1) + 1 + i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 1$$

$$P = |z - 2 + i|^2 - |\bar{z} + 1 - 4i|^2 = x + y + 2$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x = 1 + \cos \varphi \\ y = \sin \varphi \end{cases}, \text{ với } \varphi \in [0; 2\pi]. \text{ Khi đó:}$$

$$P = x + y + 2 = \cos \varphi + \sin \varphi + 3 = \sqrt{2} \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right) + 3 \Rightarrow 3 - \sqrt{2} \leq P \leq 3 + \sqrt{2}$$

Câu 207. Câu 8: Đặt $z = x + yi$, khi đó $w = (x + 3 + (y - 1i))(x + 1 - (y - 3)i) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow y = x + 4$

Khi đó: $|z|^2 = x^2 + y^2 = x^2 + (x+4)^2 = 2(x+2)^2 + 8 \geq 8 \Leftrightarrow |z| \geq 2\sqrt{2}$

Câu 208. Câu 9: Đặt $z = x + yi$, khi đó: $\left| \frac{z+2-i}{z+1-i} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |x+2+(y-1)i| = \sqrt{2}|x+1+(y+1)i|$
 $\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 2(x+1)^2 + 2(y+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + (y+3)^2 = 10(1)$

Ta tìm nhỏ nhất của $T = x^2 + y^2$.

Cách 1(Đại số): Từ (1) $x^2 = 10 - (y+3)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{10} - 3 \leq y \leq \sqrt{10} + 3$. Do đó:

$$T = x^2 + y^2 = 10 - 6y \Rightarrow 19 - 6\sqrt{10} \leq T \leq 19 + 6\sqrt{10} \Leftrightarrow (\sqrt{10} - 3)^2 \leq |z|^2 \leq (\sqrt{10} + 3)^2$$

Cách 2(Hình học): (1) là đường tròn (C) tâm I(0;-3), bán kính $\sqrt{10}$; còn $T = x^2 + y^2$ là đường tròn tâm O, bán kính thay đổi (C'). Khi đó số phức cần tìm phải là giao của hai đường tròn đã cho, số phức có mô đun lớn nhất là khi (C') tiếp xúc ngoài với (C) nhỏ nhất khi tiếp xúc trong với (C). Vẽ hình ta thấy được đáp án **A**.

Cách 3: Đặt $\begin{cases} x = \sqrt{10} \cos t \\ y = -3 + \sqrt{10} \sin t \end{cases}, t \in [0; 2\pi]$, khi đó

$$T = x^2 + y^2 = 10 \cos^2 t + (\sqrt{10} \sin t - 3)^2 = 19 - 6\sqrt{10} \sin t, \text{ dễ dàng tìm được GTNN, GTLN.}$$

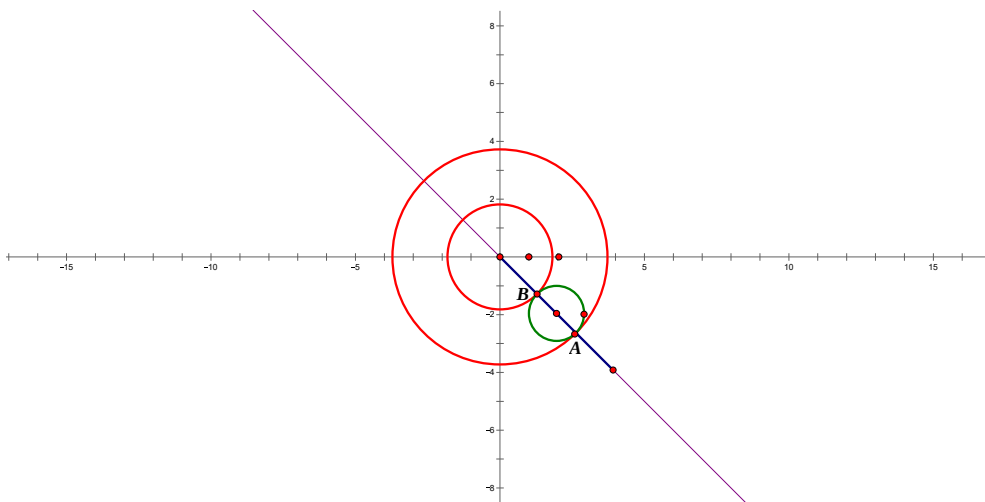
Câu 209. Câu 10: Tương tự câu 2

Cách 1: Đại số thông thường.

Cách 2: Ta dùng hình học.

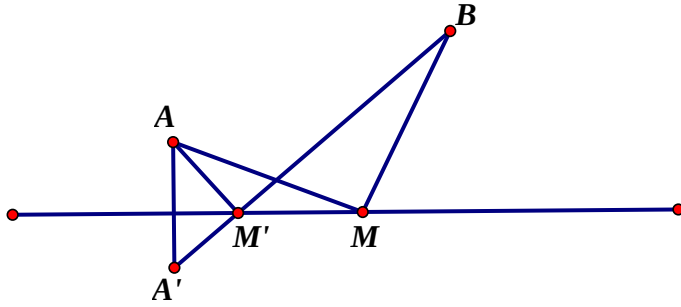
$|z - 2 + 2i| = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 = 1$, là đường tròn (C) tâm I(2;-2), bán kính R=1(màu xanh)

$T = x^2 + y^2$ là đường tròn (C') thay đổi(màu đỏ). GTLN là tiếp xúc ngoài tại điểm A, GTNN là tiếp xúc tại **B**. Trong đó A, B là giao của đường thẳng $y=-x$ với (C). Ta tìm được đáp án **A**.



Cách 3 : Lượng giá **C**.

Câu 210. Câu 11: $|z - 2i| = |z + 2| \Leftrightarrow x + y = 0$, tức biểu diễn hình học của số phức thỏa mãn giả thiết là đường thẳng $y=-x$. Xét điểm A(0;-2) và B(5;-9) thì $P = |z + 2i| + |z - 5 + 9i| = MA + MB$. Dễ thấy A, B cùng phía với đường thẳng $y=-x$, nên $MA+MB$ nhỏ nhất bằng BA' trong đó A' đối xứng với A qua đường thẳng $y=-x$:



Ta dễ tìm được $A'(2;0)$ đó đó $P_{\min}=A'B=3\sqrt{10}$

Câu 211. **Câu 12:** $\left| \frac{1+i}{1-i} z + 2 \right| = 1 \Leftrightarrow |iz + 2| = 1 \Leftrightarrow |z - 2i| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 = 1$

$T = x^2 + y^2 = 4y - 3$ với $(y-2)^2 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 3$ từ đó tìm được $m = \min |z| = 1$ và $M = \max |z| = 3$, do đó: $|m + iM| = \sqrt{10}$

Câu 212. **Câu 13:** Áp dụng tính chất $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$ thì ta có

$$|z+2|^2 - |z-i|^2 = (z+2)(\bar{z}+2) - (z-i)(\bar{z}+i) = 2(z+\bar{z}) + 3 - i(z-\bar{z}) = 4x + 2y + 3$$

$$\text{Khi đó: } |z-3-4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$$

$$\text{Đặt: } T = 4x + 2y = 4(x-3) + 2(y-4) + 20 \leq \sqrt{(16+4)((x-3)^2 + (y-4)^2)} + 20 = 2\sqrt{10} + 20$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } y-4 = \frac{x-3}{2}, \text{ khi đó } (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5 \Leftrightarrow x=5 \vee x=1 \Rightarrow y=5 \vee y=3$$

$$\text{Từ đó tìm được } |z| = 5\sqrt{2}$$

Câu 213. **Câu 14.**

$$\text{Cách 1: Gọi } z=a+bi, \text{ khi đó } \frac{1+i}{1-i} z + 2 = \frac{(1+i)^2}{2} (a+bi) + 2 = i(a+bi) + 2 = (2-b) + ai$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1+i}{1-i} z + 2 \right| = 1 \Leftrightarrow (2-b)^2 + a^2 = 1 \Leftrightarrow (2-b)^2 + a^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4b-3$$

Ta có $(2-b)^2 \leq 1 \Rightarrow 1 \leq b \leq 3 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4b-3 \leq 9 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} \leq 3 \Rightarrow |z_0| \leq 3$. Dấu bằng xảy ra khi $a=0; b=3 \Rightarrow z_0=3i$.

Đáp án D

$$\text{Cách 2: Gọi } z=a+bi, \text{ khi đó } \frac{1+i}{1-i} z + 2 = \frac{(1+i)^2}{2} (a+bi) + 2 = i(a+bi) + 2 = (2-b) + ai$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1+i}{1-i} z + 2 \right| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(2-b)^2 + a^2} = 1$$

$$\text{Gọi } \vec{u}(a;b), \vec{v}(0;2) \text{ ta có: } |\vec{u}| \leq |\vec{v}-\vec{u}| + |\vec{v}| \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} \leq \sqrt{(2-b)^2 + a^2} + 2 = 3$$

Dấu bằng xảy ra khi $a=0; b=3$,

Đáp án D

Câu 214. **Câu 15.**

Cách 1: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|\bar{z}-3+4i|=\sqrt{(a-3)^2+(b-4)^2}$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(a-3)^2+(b-4)^2} \Leftrightarrow 6a+8b-25=0$$

$$\text{Ta có } \sqrt{a^2+b^2}=\frac{1}{10}\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{6^2+8^2}\geq\frac{1}{10}(6a+8b)=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}\Rightarrow \min|z|=\frac{5}{2} \text{ khi } a=\frac{3}{2}; b=2\Rightarrow$$

Đáp án D.

Cách 2: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|\bar{z}-3+4i|=\sqrt{(a-3)^2+(b-4)^2}$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(a-3)^2+(b-4)^2} \Leftrightarrow 6a+8b-25=0 \Leftrightarrow a=\frac{25-8b}{6}$$

$$\text{ta có: } \sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\frac{25-8b}{6}\right)^2+b^2}\geq\frac{5}{2}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } b=2, a=\frac{3}{2}$$

Đáp án D.

Câu 215. Câu 16

Cách 1: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|z-2-4i|=|z-2i|\Leftrightarrow (a-2)^2+(b-4)^2=a^2+(b-2)^2$

$$\Leftrightarrow 4a+4b=16 \Leftrightarrow a+b=4$$

$$\text{Ta có: } a^2+b^2\geq\frac{1}{2}(a+b)^2=8. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } a=b=2 \Rightarrow z=2+2i$$

Đáp án C

Cách 2: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|z-2-4i|=|z-2i|\Leftrightarrow (a-2)^2+(b-4)^2=a^2+(b-2)^2$

$$\Leftrightarrow 4a+4b=16 \Leftrightarrow a+b=4$$

Gọi $\vec{u}(a;b), \vec{v}(1;1)$

$$\text{Ta có: } |\vec{u}||\vec{v}|\geq|\vec{u}\cdot\vec{v}| \Leftrightarrow (a^2+b^2)2\geq(a+b)^2=16 \Rightarrow a^2+b^2\geq8. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } a=b=2 \Rightarrow z=2+2i$$

Đáp án C.

Câu 216. Câu 17.

Cách 1: Gọi $z=a+bi$, khi đó $(z-1)(\bar{z}+2i)=(a^2+b^2-a-2b)+(b+2a-2)i$ là số thực nên

$$b+2a-2=0 \Leftrightarrow b=2-2a.$$

$$\text{Ta có: } a^2+b^2=a^2+(2-2a)^2=5a^2-8a+4=5\left(a-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{4}{5}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi}$$

$$a=\frac{4}{5}; b=\frac{2}{5} \Rightarrow z=\frac{4}{5}+i\frac{2}{5}$$

Đáp án B

Cách 2: Gọi $z=a+bi$, khi đó $(z-1)(\bar{z}+2i)=(a^2+b^2-a-2b)+(b+2a-2)i$ là số thực nên

$$b+2a-2=0 \Leftrightarrow b+2a=2.$$

Gọi $\vec{u}(a;b), \vec{v}(2;1)$

$$\text{Ta có: } |\vec{u}||\vec{v}|\geq|\vec{u}\cdot\vec{v}| \Leftrightarrow (a^2+b^2)5\geq(2a+b)^2=4 \Rightarrow a^2+b^2=\frac{4}{5}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi}$$

$$a=\frac{4}{5}; b=\frac{2}{5} \Rightarrow z=\frac{4}{5}+i\frac{2}{5}$$

Đáp án B.

Câu 217. Câu 18.

Cách 1: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|z+i-1| = |\bar{z}-2i| \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+1)^2 = a^2 + (b+2)^2$

$$\Leftrightarrow 2a+2b+2=0 \Leftrightarrow b=-1-\mathbf{A}.$$

Ta có: $a^2 + b^2 = a^2 + (-1-a)^2 = 2a^2 + 2a + 1 = 2\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi

$$a = -\frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2} \Rightarrow z = -\frac{1}{2} - i\frac{1}{2} \Rightarrow |z| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Đáp án A

Cách 2: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|z+i-1| = |\bar{z}-2i| \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+1)^2 = a^2 + (b+2)^2$

$$\Leftrightarrow 2a+2b+2=0 \Leftrightarrow a+b=-1.$$

Gọi $\vec{u}(a;b), \vec{v}(1;1)$

Ta có: $|\vec{u}||\vec{v}| \geq |\vec{u} \cdot \vec{v}| \Leftrightarrow (a^2 + b^2)2 \geq (a+b)^2 = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi

$$a = -\frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2} \Rightarrow z = -\frac{1}{2} - i\frac{1}{2} \Rightarrow |z| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Đáp án A

Câu 218. Câu 19.

Cách 1: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|z-3-3i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-3)^2 = 2$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 16 = 6a + 6b \leq \frac{3}{2}(a^2 + 4 + b^2 + 4)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 \geq 8. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } a=2; b=2 \Rightarrow z=2+2i$$

Đáp án D

Cách 2: Cách 1: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|z-3-3i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-3)^2 = 2$

Gọi $\vec{u}(a;b), \vec{v}(3-a;3-b)$

Ta có: $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}| \Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)} + \sqrt{(3-a)^2 + (3-b)^2} \geq 3\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi

$$a=b=2 \Rightarrow z=2+2i$$

Đáp án D

Câu 219. Câu 20.

Cách 1: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|z+3i| = |z+2-i| \Leftrightarrow a^2 + (b+3)^2 = (a+2)^2 + (b-1)^2$

$$\Leftrightarrow 4a-8b=4 \Leftrightarrow a=1+2b$$

Ta có: $a^2 + b^2 = (1+2b)^2 + b^2 = 5b^2 + 4b + 1 = 5\left(b + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}$. Dấu bằng xảy ra khi

$$b = -\frac{2}{5} \Rightarrow a = \frac{1}{5} \Rightarrow z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$$

Đáp án D

Cách 2: Gọi $z=a+bi$, khi đó $|z+3i| = |z+2-i| \Leftrightarrow a^2 + (b+3)^2 = (a+2)^2 + (b-1)^2$

$$\Leftrightarrow 4a-8b=4 \Leftrightarrow a-2b=1$$

Gọi $\vec{u}(a;b), \vec{v}(1;-2)$

Ta có: $|\vec{u}| |\vec{v}| \geq |\vec{u} \cdot \vec{v}| \Leftrightarrow (a^2 + b^2)5 \geq (a - 2b)^2 = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq \frac{1}{5}$. Dấu bằng xảy ra khi

$$b = \frac{-2}{5}, a = \frac{1}{5} \Rightarrow z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$$

Đáp án D.

Câu 220. Câu 21. Hướng dẫn giải: Chọn B

$$|z - 3i + 1| \geq 0 \text{ nên } |z - 3i + 1|_{\min} = 0 \Leftrightarrow z - 3i + 1 = 0 \Leftrightarrow z = -1 + 3i.$$

$$\text{Vậy } z = -1 + 3i$$

Câu 221. Câu 22. Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\left| \frac{z-i}{2i+1} + 2 \right| = \left| \frac{z+2+3i}{2i+1} \right| = \frac{|z+2+3i|}{|2i+1|}$$

$$\text{Nên } \left| \frac{z-i}{2i+1} + 2 \right|_{\min} \Leftrightarrow |z+2+3i|_{\min} \Leftrightarrow z+2+3i=0$$

$$\text{Vậy } z = -2 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}$$

Câu 222. Câu 23. Hướng dẫn giải: Chọn C

$$\text{Kiểm tra nhanh thấy } z=0 \text{ thỏa mãn } \left| \frac{4+2i}{1-i} z - 1 \right| = 1$$

$$\text{Nên } |z|_{\min} = 0$$

Câu 223. Câu 24. Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\left| \frac{-2-3i}{3-2i} z + 1 \right| = 1 \Leftrightarrow |-iz + 1| = 1$$

$$\text{Gọi } z = x + yi. \text{ Khi đó } |-iz + 1| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 1 (*)$$

Điểm biểu diễn $M(x; y)$ của z chạy trên đường tròn (*). Cần tìm M thuộc đường tròn này để OM lớn nhất. Dễ thấy OM lớn nhất khi $M(0; -2)$. Vậy $|z| = 2$

Câu 224. Câu 25. Hướng dẫn giải: Chọn D

$$\text{Gọi } z = x + yi. \text{ Khi đó } |z+i| = |z+1| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} \Leftrightarrow x = y$$

$$\text{Nên } |w| = |z+2i| = \sqrt{x^2 + (y+2)^2} = \sqrt{2x^2 + 4x + 4} \geq \sqrt{2}$$

$$\text{Nên } |w|_{\min} = \sqrt{2}$$

Câu 225. Câu 26. Hướng dẫn giải: Chọn C

$$|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 = x^2 + (y-2)^2 \Leftrightarrow x + y - 4 = 0$$

$$|w| = \left| \frac{2+i}{z} \right| = \frac{|2+i|}{|z|} \max \Leftrightarrow |z|_{\min} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (4-x)^2} \min = \sqrt{8}.$$

$$\text{Vậy } |w|_{\max} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

Câu 226. Câu 27. Đáp án là C.

Giải:

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(3; -4)$, bán kính bằng 5; đường tròn này đi qua gốc toạ độ O .

Điểm biểu diễn A của z_0 là điểm đối xứng của O qua I, nên $A(6; -8)$.

Suy ra $z_0 = 6 - 8i$.

Câu 227. Câu 28. Đáp án là **A**.

Giải:

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là hình tròn (C) tâm $I(\sqrt{3}; 1)$, bán kính bằng 2;

Các điểm biểu diễn của z_1, z_2 tương ứng là giao điểm của đường thẳng OI với hình tròn (C).

Khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng đường kính của (C).

Suy ra $|z_1 - z_2| = 4$.

Câu 228. Câu 29. Đáp án C

Giải:

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0$. Điểm biểu diễn H của z_0 là hình chiếu vuông góc của gốc toạ độ O trên đường thẳng **D**.

Tìm toạ độ của H, suy ra $z_0 = -\frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$. Do đó, $|z_0| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 229. Câu 30. Đáp án C

Giải:

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là nửa mặt phẳng phía trên của đường thẳng $d_1: y = 1$ và nửa mặt phẳng phía bên phải đường thẳng $d_2: x = \frac{1}{2}$.

Từ hình vẽ, ta suy ra giao điểm I của $d_1; d_2$ là điểm biểu diễn cho z_0 .

Ta có $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$, suy ra $z_0 = \frac{1}{2} + i$. Do đó, $|z_0| = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 230. Câu 31. Đáp án D

Giải:

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là nửa mặt phẳng bên phải trục tung (bao gồm cả trục tung). Nếu gọi $I(-1; 2)$ thì điểm H biểu diễn cho số phức z_0 thoả mãn $|z_0 + 1 - 2i|$ nhỏ nhất khi IH nhỏ nhất, tức là H là hình chiếu của I trên trục tung. Suy ra toạ độ H là $H(0; 2)$. Vậy môđun của z_0 bằng OH=2.

Câu 231. Câu 32. Đáp án B

Giải:

Nếu gọi $F_1(-4; 0), F_2(4; 0)$ là điểm biểu diễn các số phức -4 và 4, M là điểm biểu diễn số phức z , khi đó $|z - 4| + |z + 4| = 10 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là elip có các tiêu điểm $F_1(-4; 0), F_2(4; 0)$ và có trục lớn bằng 10.

Elip này có phương trình: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Điểm biểu diễn cho z_0 chính là giao điểm của Elip với trục tung; toạ độ là $(\pm 3; 0)$.

Khi đó môđun của z_0 bằng 3.

Câu 232. Câu 33.

Gọi $z = x + yi$

$|z + 2i - 1| = |\bar{z} + i| \Leftrightarrow 4x + 8y + 9 = 0 (d)$, đường thẳng đi qua A vuông góc với d có pt: $8x - 4y - 5 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 3y - 4 = 0 \\ 3x + y - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{23}{10}; \frac{1}{10}\right)$.

Câu 233. Câu 34.

Gọi $z = x + yi$

$|z - 1 + 2i| \leq 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 \leq 20$, Gọi $A(1; -2)$, đường thẳng OA có phương trình: $y = -2x$.

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 20 \\ y = -2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -6 \\ x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = 3\sqrt{5} \\ n = 0 \end{cases}$$

Câu 234. Câu 35.

Gọi $z = x + yi$

$|2z + i| = |2\bar{z} - 3i + 1| \Leftrightarrow 4x + 8y + 9 = 0 (d)$, đường thẳng đi qua A vuông góc với d có pt: $8x - 4y - 5 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 4x + 8y + 9 = 0 \\ 8x - 4y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{20}; -\frac{23}{20}\right)$.

Câu 235. Câu 36.

Gọi $z = x + yi$

$|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow x + y - 4 = 0$, đường thẳng đi qua A vuông góc với d có pt: $x - y = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow M(2; 2)$.