

PHAN DOÃN THOẠI (Chủ biên)
PHẠM THỊ BẠCH NGỌC

PHƯƠNG PHÁP GIẢI² TOÁN 7

THEO CHỦ ĐỀ

PHẦN ĐẠI SỐ

(BÁM SÁT CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

PHAN DOẢN THOẠI (Chủ biên) – PHẠM THỊ BẠCH NGỌC

PHƯƠNG PHÁP GIẢI **TOÁN 7** *THEO CHỦ ĐỀ*

PHẦN ĐẠI SỐ

(BÁM SÁT CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG)

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Chương trình toán trung học cơ sở được trình bày theo các chủ đề. Trong mỗi chủ đề có quy định chuẩn (mức độ cần đạt) về kiến thức và kĩ năng tương đối chi tiết. Do những quy định về thời lượng dạy học, mỗi chủ đề được phân phối trong một hoặc nhiều bài học của SGK. Để giúp học sinh THCS nắm vững kiến thức và phương pháp giải toán, chúng tôi biên soạn bộ sách :

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN THEO CHỦ ĐỀ

Bộ sách gồm 8 quyển. Mỗi lớp hai quyển: một quyển bao gồm các chủ đề Số học (lớp 6), Đại số (lớp 7, 8, 9); một quyển bao gồm các chủ đề Hình học.

Sách được phân chia thành các chương với tên chương như trong SGK. Mỗi chương gồm các chủ đề. Mỗi chủ đề gồm hai phần :

A. Kiến thức cần nhớ. Phần này trình bày tóm tắt những kiến thức cơ bản và nâng cao cần thiết cho việc giải toán.

B. Các dạng bài tập cơ bản. Dựa vào những nội dung cơ bản của từng chủ đề, chúng tôi đưa ra các dạng bài tập để thực hành và luyện tập các nội dung phục vụ cho chủ đề. Trong mỗi dạng bài tập có ba nội dung chính sau đây : **Phương pháp giải; Ví dụ; Bài tập.** Mỗi phương pháp giải đưa ra một số ví dụ minh họa tiêu biểu.

Hệ thống bài tập, về cơ bản gồm hai loại : Loại 1, áp dụng trực tiếp phương pháp và các ví dụ nêu trên; Loại 2, gồm các bài tập vận dụng một cách tổng hợp các phương pháp đó.

Các tác giả đã dành nhiều thời gian để sắp xếp các chủ đề theo thứ tự logic của chương trình; lựa chọn các ví dụ và bài tập từ dễ đến khó và cố gắng đáp ứng nhu cầu nắm vững kiến thức cơ bản của đa số học sinh, đồng thời hướng học sinh đi sâu (ở một số bài tập có dấu ***), phát triển những kiến thức được truyền thụ và rèn luyện kĩ năng.

Mặc dù bộ sách đã được các tác giả nhiều năm kinh nghiệm giảng dạy dày công biên soạn nhưng cũng không thể tránh khỏi thiếu sót, rất mong được bạn đọc góp ý.

Mọi thư từ góp ý xin gửi về :

P. Khai thác và Quản lí Để tài – Công ty CP Sách Giáo dục tại Tp Hà Nội.

Địa chỉ : Lô B1 DN 14/3 – Nguyễn Khánh Toàn – Quan Hoa – Cầu Giấy – Hà Nội.

Hà Nội, ngày 01 tháng 01 năm 2011.

Các tác giả

Chương 1

SỐ HỮU TỈ – SỐ THỰC

Chủ đề 1

TẬP HỢP Q CÁC SỐ HỮU TỈ

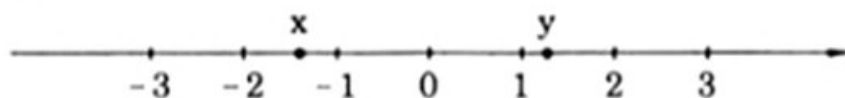
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Số hữu tỉ

Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$; $b \neq 0$. Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là $\mathbb{Q}$.

2. Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

Mỗi số hữu tỉ được biểu diễn bởi một điểm trên trục số. Khi biểu diễn trên trục số (nằm ngang), nếu $x < y$ thì điểm biểu diễn x ở bên trái điểm biểu diễn y .



3. So sánh hai số hữu tỉ

• Cho $x = \frac{a}{m}$; $y = \frac{b}{m}$ với $m > 0$.

Nếu $a < b$ thì $x < y$.

Nếu $a = b$ thì $x = y$.

Nếu $a > b$ thì $x > y$.

• Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương.

Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm.

Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

* Nếu a, b cùng dấu thì $\frac{a}{b} > 0$.

Nếu a, b trái dấu thì $\frac{a}{b} < 0$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Nhận biết một số hữu tỉ

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Muốn xác định xem một số có là số hữu tỉ hay không, ta hãy biến đổi xem số đó có dạng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$; $b \neq 0$ hay không.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Các số $0,3$; $-1,35$; $1\frac{3}{4}$ có là số hữu tỉ không? Vì sao?

Giải

Ta có thể viết $0,3 = \frac{3}{10}$; $-1,35 = -\frac{135}{100} = -\frac{27}{20}$; $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$.

Như vậy các số $0,3$; $-1,35$; $1\frac{3}{4}$ đều là số hữu tỉ.

Ví dụ 2. Các số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,(3)$; $-1,2(34)$ có là số hữu tỉ không? Vì sao?

Giải

Nhận xét: $0,(1) = \frac{1}{9}$; $0,(01) = \frac{1}{99}$ nên $0,(3) = 3 \cdot 0,(1) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

$$\begin{aligned} -1,2(34) &= -(1,2 + 0,0(34)) = -\left(\frac{12}{10} + \frac{34}{10} \cdot 0,(01)\right) \\ &= -\left(\frac{12}{10} + \frac{34}{10} \cdot \frac{1}{99}\right) = -\frac{1222}{990} = \frac{-611}{495}. \end{aligned}$$

Như vậy các số $0,(3)$; $-1,2(34)$ đều là số hữu tỉ.

Ví dụ 3*. Cho số x thỏa mãn $x^2 = 2$. Hỏi số x có là số hữu tỉ không?

Giải

Giả sử x là số hữu tỉ thì $x = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, (a, b) = 1$.

Theo bài ra ta có $x^2 = 2$ tức là $\frac{a^2}{b^2} = 2 \Leftrightarrow a^2 = 2b^2$.

Suy ra $a^2 \vdots 2$ nên $a \vdots 2$, vì vậy $a = 2m$ ($m \in \mathbb{Z}$).

Do đó $4m^2 = 2b^2 \Leftrightarrow 2m^2 = b^2$. Suy ra $b^2 \vdots 2$ nên $b \vdots 2$.

Từ $a \vdots 2, b \vdots 2$ mâu thuẫn với $(a, b) = 1$.

Vậy x không thể là số hữu tỉ.

☞ **Nhận xét.** Các số tự nhiên, số nguyên, số thập phân hữu hạn và vô hạn tuần hoàn, phân số, hỗn số đều là các số hữu tỉ.

III. BÀI TẬP

1. Vì sao các số $-2,4; -1\frac{4}{7}; -3$ là các số hữu tỉ?

2. Điền kí hiệu ($\in, \notin, \subset$) thích hợp vào ô vuông:

$$-7 \square \mathbb{Z}; -1,2 \square \mathbb{N}; \frac{1}{3} \square \mathbb{Q}; \mathbb{Z} \square \mathbb{Q}; 0,66... \square \mathbb{Q}.$$

3. Điền tên các tập hợp ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$) vào ô vuông:

$$-5 \notin \square; -\frac{1}{5} \notin \square; 0,2 \in \square; -1\frac{1}{4} \in \square.$$

4*. Cho số x thỏa mãn $x^2 = 5$. Hỏi x có là số hữu tỉ không?

5. Vẽ sơ đồ biểu diễn quan hệ giữa các tập hợp số tự nhiên, số nguyên, số hữu tỉ.

6. Dãy số nào sau đây cùng biểu diễn một số hữu tỉ?

a) $-0,3; \frac{-3}{10}; \frac{-6}{20}$.

b) $5; \frac{-5}{-1}; \frac{-10}{2}$.

c) $\frac{2}{13}; \frac{-7}{13}; \frac{-14}{26}$.

DẠNG 2. Biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để biểu diễn số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$), ta chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn từ điểm 0 đến điểm 1) thành b phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (bằng $\frac{1}{b}$ đơn vị cũ).

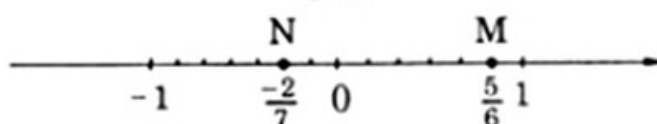
Nếu $a > 0$ thì số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ được biểu diễn bởi điểm M nằm bên phải của 0 và cách 0 một đoạn bằng a đơn vị mới.

Nếu $a < 0$ thì số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ được biểu diễn bởi điểm N nằm bên trái của 0 và cách 0 một đoạn bằng $|a| = -a$ đơn vị mới.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{-7}$ trên trục số.

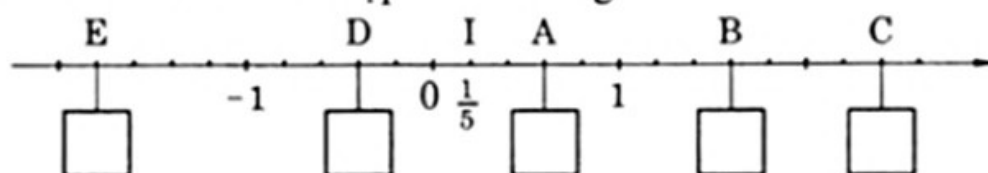
Giải



Số hữu tỉ $\frac{5}{6}$ biểu diễn bởi điểm M nằm bên phải của 0 và cách 0 một đoạn bằng 5 đơn vị mới (1 đơn vị mới = $\frac{1}{6}$ đơn vị).

Số $\frac{2}{-7} = \frac{-2}{7}$ biểu diễn bởi điểm N nằm bên trái của 0 và cách 0 một đoạn bằng 2 đơn vị mới (1 đơn vị mới = $\frac{1}{7}$ đơn vị).

Ví dụ 2. Điền số hữu tỉ thích hợp vào ô vuông.



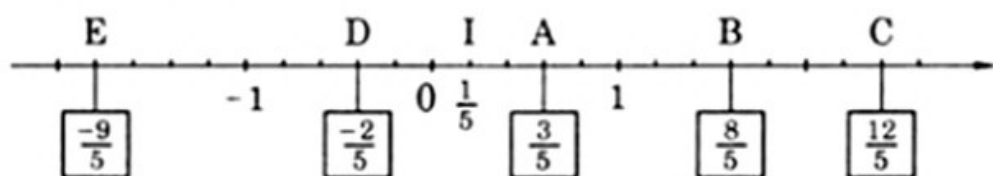
Giải

* Điểm A nằm bên phải điểm 0 và $0A = 30I$ (với $0I = \frac{1}{5}$) nên điểm A biểu diễn số $\frac{3}{5}$.

* Tương tự điểm B và C nằm bên phải điểm 0 và $0B = 8.0I$; $0C = 12.0I$ nên điểm B biểu diễn số $\frac{8}{5}$, điểm C biểu diễn số $\frac{12}{5}$.

* Điểm D và E nằm bên trái điểm 0 và $0D = 2.0I$; $0E = 9.0I$ nên điểm D biểu diễn số $-\frac{2}{5}$, điểm E biểu diễn số $-\frac{9}{5}$.

Từ đó, ta có thể điền như sau :

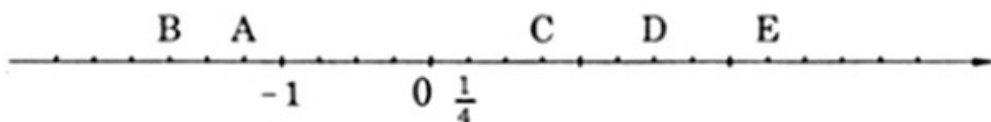


III. BÀI TẬP

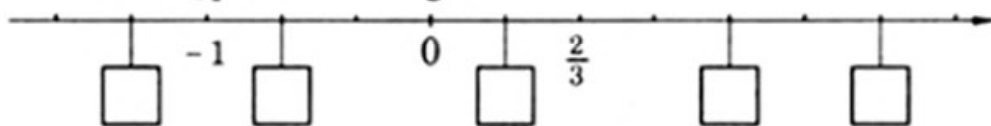
7. Biểu diễn trên cùng một trục số các số hữu tỉ sau :

$$-2 ; -1\frac{1}{2} ; 0 ; 1,2 ; 1\frac{3}{4} ; \frac{7}{-4}.$$

8. Trên trục số dưới đây, các điểm A, B, C, D, E biểu diễn số hữu tỉ nào ?



9. Điền số hữu tỉ thích hợp vào ô vuông.



DẠNG 3. So sánh các số hữu tỉ

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để so sánh hai số hữu tỉ ta có thể làm theo các cách sau :

- Đưa hai số hữu tỉ về cùng mẫu dương rồi so sánh tử số, tử số nào lớn hơn thì số đó lớn hơn.

- Hoặc sử dụng nhận xét $b > 0, d > 0$ thì $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ khi và chỉ khi $ad > bc$.

- Hoặc sử dụng nhận xét : Nếu $\frac{a}{b} - 1 > \frac{c}{d} - 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

Nếu $\frac{a}{b} + 1 > \frac{c}{d} + 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. So sánh các số hữu tỉ x và y , biết :

a) $x = -\frac{1}{7}$ và $y = \frac{3}{-8}$;

b) $x = \frac{13}{15}$ và $y = -\frac{-3}{5}$;

c) $x = -\frac{3}{4}$ và $y = -0,7$.

Giải

Đưa x và y về hai phân số có cùng mẫu dương rồi so sánh tử.

a) $x = -\frac{1}{7} = \frac{-8}{56}$ và $y = \frac{3}{-8} = \frac{-21}{56}$.

Do $-8 > -21$ nên $\frac{-8}{56} > \frac{-21}{56}$. Vì vậy $x > y$.

b) $x = \frac{13}{15}$ và $y = -\frac{-3}{5} = \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$. Do $13 > 9$ nên $x > y$.

c) $x = -\frac{3}{4} = \frac{-30}{40}$ và $y = -0,7 = \frac{-7}{10} = \frac{-28}{40}$.

Do $-28 > -30$ nên $y > x$.

Ví dụ 2*. a) Cho các số hữu tỉ $x = \frac{a}{b}$; $y = \frac{c}{d}$; $z = \frac{a+c}{b+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và $b > 0, d > 0$ và $x < y$.

Hãy chứng tỏ rằng $x < z < y$.

b) Hãy viết ba số hữu tỉ khác tử số và khác mẫu số sao cho chúng lớn hơn $-\frac{1}{5}$ và nhỏ hơn $-\frac{1}{6}$.

Giải

a) Do $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ và $b > 0, d > 0$ suy ra $ad < bc$. (1)

Cộng thêm ab vào hai vế của (1) ta được $ad + ab < bc + ab$

$$\Rightarrow a(d + b) < b(a + c)$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d}. \quad (2)$$

Cộng thêm cd vào hai vế của (1) ta được $ad + cd < bc + cd$

$$\Rightarrow (a + c)d < (b + d)c$$

$$\Rightarrow \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ hay $x < z < y$.

b) Theo câu a) ta có

$$\frac{-1}{5} < \frac{-1}{6} \Rightarrow \frac{-1}{5} < \frac{-2}{11} < \frac{-1}{6}.$$

$$\frac{-1}{5} < \frac{-2}{11} \Rightarrow \frac{-1}{5} < \frac{-3}{16} < \frac{-2}{11}.$$

$$\frac{-1}{5} < \frac{-3}{16} \Rightarrow \frac{-1}{5} < \frac{-4}{21} < \frac{-3}{16}.$$

Vậy $\frac{-1}{5} < \frac{-4}{21} < \frac{-3}{16} < \frac{-2}{11} < \frac{-1}{6}.$

Ví dụ 3. So sánh các số hữu tỉ x và y sau bằng cách nhanh nhất.

a) $x = \frac{999}{556}$ và $y = \frac{1000}{557}$;

b) $x = \frac{-313}{370}$ và $y = \frac{-314}{371}$;

c) $x = \frac{300}{-299}$ và $y = \frac{-500}{507}$.

Giải

a) Nhận thấy $999 - 556 = 1000 - 557 = 443$ nên ta làm như sau :

$$x - 1 = \frac{999}{556} - 1 = \frac{443}{556} ; y - 1 = \frac{1000}{557} - 1 = \frac{443}{557}.$$

Do $\frac{443}{556} > \frac{443}{557}$ nên $x - 1 > y - 1$. Suy ra $x > y$.

b) Nhận thấy $370 + (-313) = 371 + (-314) = 57$ nên ta làm như sau :

$$x + 1 = \frac{-313}{370} + 1 = \frac{57}{370} ; \quad y + 1 = \frac{-314}{371} + 1 = \frac{57}{371}.$$

Do $\frac{57}{370} > \frac{57}{371}$ nên $x + 1 > y + 1$. Suy ra $x > y$.

c) Nhận thấy $x < -1$ và $y > -1$. Do đó $x < y$.

III. BÀI TẬP

10. So sánh các số hữu tỉ sau đây :

a) $-0,5$ và $\frac{-51}{100}$;

b) $1\frac{7}{9}$ và $\frac{9}{5}$;

c) $\frac{-15}{37}$ và $\frac{10}{-29}$;

d) $\frac{-295}{118}$ và $\frac{-280}{133}$.

11. So sánh các số hữu tỉ sau bằng cách nhanh nhất.

a) $\frac{-1}{10}$ và $\frac{1}{1000}$;

b) $\frac{357}{-358}$ và $\frac{-1000}{999}$;

c) $\frac{-15}{31}$ và $\frac{151515}{-313131}$;

d) $\frac{-999}{605}$ và $\frac{1199}{-805}$.

12. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần :

$$\frac{-3}{5} ; \frac{-5}{9} ; 0,5 ; -1\frac{2}{3} ; \frac{10}{9}.$$

13. Hãy viết ba số hữu tỉ xen giữa hai số hữu tỉ $-\frac{3}{5}$ và $-\frac{5}{8}$.

14. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b > 0$. Hãy so sánh hai số hữu tỉ

a) $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+2010}{b+2010}$;

b) $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$, với $n \in \mathbb{N}^*$.

15*. Chứng tỏ rằng nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ($b > d > 0$) thì $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} < \frac{a-c}{b-d}$.

Chủ đề 2

CỘNG, TRỪ SỐ HỮU TỈ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cộng, trừ hai số hữu tỉ

Để cộng, trừ hai số hữu tỉ ta có thể viết chúng dưới dạng hai phân số cùng mẫu dương và áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.

* Với $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}$; $m > 0$), ta có :

$$x + y = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$$

$$x - y = \frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}.$$

* Phép cộng các số hữu tỉ có các tính chất sau :

- Giao hoán : $x + y = y + x$ với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$.
- Kết hợp : $(x + y) + z = x + (y + z)$ với mọi $x, y, z \in \mathbb{Q}$.
- Cộng với 0 : $x + 0 = 0 + x = x$ với mọi $x \in \mathbb{Q}$.

* Số đối của số hữu tỉ $x = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$) là số $-x = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$.

Ta có $x - y = x + (-y)$ với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$.

2. Quy tắc "chuyển vế "

Với mọi $x, y, z \in \mathbb{Q}$ thì $x + y = z \Leftrightarrow x = z - y$.

Trong $\mathbb{Q}$, ta cũng có tổng đại số, trong đó có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý như tổng đại số trong $\mathbb{Z}$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Thực hiện phép tính cộng, trừ

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để thực hiện phép tính cộng, trừ số hữu tỉ ta có thể thực hiện quy tắc cộng, trừ hai số hữu tỉ. Đối với dãy tính có nhiều số hạng ta có thể áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp, quy tắc dấu ngoặc để thực hiện một cách hợp lí nhất.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Hãy tính :

$$\text{a) } \frac{-14}{15} + \frac{-4}{20} ; \quad \text{b) } 15 + \frac{-4}{9} ; \quad \text{c) } \frac{-7}{8} - \left(\frac{-5}{9} \right).$$

Giải

Sau khi quy đồng mẫu số chung, ta cộng (trừ) tử và giữ nguyên mẫu

$$\text{a) } \frac{-14}{15} + \frac{-4}{20} = \frac{-14}{15} + \frac{-1}{5} = \frac{-14}{15} + \frac{-3}{15} = \frac{-14-3}{15} = \frac{-17}{15}.$$

$$\text{b) } 15 + \frac{-4}{9} = 15 - \frac{4}{9} = 14 + \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = 14\frac{5}{9}.$$

$$\text{c) } \frac{-7}{8} - \left(\frac{-5}{9} \right) = \frac{-7}{8} + \frac{5}{9} = \frac{-63}{72} + \frac{40}{72} = \frac{-23}{72}.$$

Ví dụ 2. Tính giá trị các biểu thức sau theo cách hợp lí nhất :

$$\text{a) } A = \left(\frac{1}{3} - \frac{8}{15} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{-7}{15} + 1\frac{1}{7} \right);$$

$$\text{b) } B = 0,25 + \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{8} - \frac{2}{5} + 1\frac{1}{4} \right).$$

Giải

Áp dụng các tính chất giao hoán và kết hợp, ta có

$$\text{a) } A = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{8}{15} + \frac{7}{15} \right) + \left(\frac{-1}{7} + 1\frac{1}{7} \right) = 1 - 1 + 1 = 1 ;$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= \left(0,25 - 1\frac{1}{4} \right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{8} \\ &= \left(\frac{1}{4} - 1 - \frac{1}{4} \right) + 1 - \frac{1}{8} = \frac{-1}{8} .. \end{aligned}$$

Ví dụ 3. Hãy viết số hữu tỉ $\frac{-7}{19}$ dưới dạng :

- a) Tổng của hai số hữu tỉ âm ;
- b) Hiệu của hai số hữu tỉ âm ;
- c) Hiệu của hai số hữu tỉ dương ;
- d) Tổng của hai số hữu tỉ trái dấu.

Giải

Có rất nhiều cách viết thỏa mãn điều kiện bài ra, chẳng hạn :

a) $\frac{-7}{19} = \frac{-4}{19} + \frac{-3}{19}$;

b) $\frac{-7}{19} = (-1) - \left(\frac{-12}{19}\right)$;

c) $\frac{-7}{19} = 1 - \frac{26}{19}$;

d) $\frac{-7}{19} = \frac{-10}{19} + \frac{3}{19}$.

III. BÀI TẬP

16. Hãy tính :

a) $\frac{-4}{15} + 0,25$;

b) $2,5 - \left(-\frac{3}{7}\right)$;

c) $1\frac{4}{7} + 3\frac{2}{4}$;

d) $\frac{-9}{27} - \frac{15}{30}$.

17. Hãy tính :

a) $\frac{5}{11} + \frac{23}{29} - \frac{16}{11}$;

b) $13\frac{2}{5} + \frac{15}{23} + 1\frac{6}{10}$;

c) $\frac{2}{5} - \left(\frac{-2}{7}\right) - \frac{14}{10}$.

18. Tính giá trị của các biểu thức sau theo cách hợp lí nhất :

a) $P = \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{3}{5} - \frac{7}{45} - \left(-\frac{5}{9}\right) + \frac{1}{12} + \frac{1}{35}$;

b) $Q = \left(5 - \frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(6 + \frac{7}{4} - \frac{8}{5}\right) - \left(2 - \frac{5}{4} + \frac{16}{5}\right)$.

19. a) Hãy viết số hữu tỉ $\frac{4}{15}$ dưới dạng tổng của hai số hữu tỉ dương.
 b) Hãy viết số hữu tỉ $-\frac{19}{20}$ dưới dạng tổng của hai số hữu tỉ âm.
 c) Hãy viết số hữu tỉ $-\frac{25}{29}$ thành tổng của một số nguyên và một số hữu tỉ không âm nhỏ hơn 1.
20. a) Hãy viết số $-\frac{99}{100}$ thành hiệu của hai số hữu tỉ âm.
 b) Hãy viết số $5\frac{3}{4}$ thành hiệu của hai số hữu tỉ trái dấu.

DẠNG 2. Toán tìm x

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tìm số hữu tỉ x trong một đẳng thức chứa phép tính cộng, trừ ; ta áp dụng quy tắc chuyển x về một vế (vế trái), chuyển các số hạng đã biết sang vế còn lại (vế phải) rồi thu gọn nó.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số hữu tỉ x, biết :

$$a) x + \frac{3}{5} = \frac{4}{7} ;$$

$$b) x - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} ;$$

$$c) \frac{-5}{7} - x = \frac{-9}{10} ;$$

$$d) \frac{5}{7} - x = 10.$$

Giải

$$a) x + \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \Leftrightarrow x = \frac{4}{7} - \frac{3}{5} \Leftrightarrow x = \frac{20}{35} - \frac{21}{35} \Leftrightarrow x = \frac{-1}{35}.$$

$$b) x - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = 1.$$

$$c) \frac{-5}{7} - x = \frac{-9}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{7} + \frac{9}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-50}{70} + \frac{63}{70} = \frac{13}{70}.$$

$$d) \frac{5}{7} - x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{5}{7} - 10 \Leftrightarrow x = \frac{5}{7} - \frac{70}{7} = \frac{-65}{7}.$$

Ví dụ 2. Tìm x, biết :

a) $x - \frac{1}{5} = \frac{3}{2} + \frac{1}{6}$;

b) $\frac{4}{5} - \left(\frac{-1}{8}\right) = \frac{7}{8} - x$;

c) $-1,25 + \frac{2}{15} - x = 2$;

d) $2\frac{1}{2} - x + \frac{4}{5} = \frac{2}{3} - \left(\frac{-4}{7}\right)$.

Giải

a) $x = \frac{1}{5} + \frac{3}{2} + \frac{1}{6} = \frac{6}{30} + \frac{45}{30} + \frac{5}{30} = \frac{56}{30} = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}$.

b) $x = \frac{7}{8} - \frac{4}{5} - \frac{1}{8} = \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{8}\right) - \frac{4}{5} = \frac{3}{4} - \frac{4}{5} = \frac{-1}{20}$.

c) $x = -1,25 + \frac{2}{15} - 2 = -3 - \frac{1}{4} + \frac{2}{15} = -3 - \frac{7}{60} = -3\frac{7}{60}$.

d) $x = 2\frac{1}{2} + \frac{4}{5} - \frac{2}{3} - \frac{4}{7} = 2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{7}\right)$
 $= 2 + \frac{13}{10} - \frac{26}{21} = 2 + 1 + \frac{3}{10} - 1 - \frac{5}{21} = 2 + \frac{3}{10} - \frac{5}{21} = 2\frac{13}{210}$.

III. BÀI TẬP

21. Tìm số hữu tỉ x, biết :

a) $x + \frac{4}{9} = \frac{-2}{7}$;

b) $x - \frac{5}{9} = -13$;

c) $\frac{-3}{5} - x = -0,75$;

d) $1\frac{4}{5} = -0,15 - x$.

22. Tìm x, biết :

a) $-1,62 + \frac{2}{5} + x = 7$;

b) $4\frac{3}{5} - x = \frac{-1}{5} + \frac{1}{2}$;

c) $\frac{-4}{7} - x = \frac{3}{5} - 2x$;

d) $\frac{5}{7} - \frac{1}{13} + 0,25 = 3\frac{1}{2} - x$.

23. Tìm x, biết :

a) $\frac{1}{2} - \left(x + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}$;

b) $\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{5}{8} - x\right) = \frac{1}{5}$.

Chủ đề 3

NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nhân hai số hữu tỉ

- Với $x = \frac{a}{b}, y = \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}; b, d \neq 0$) ta có

$$x \cdot y = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

- Hai số hữu tỉ có tích bằng 1 gọi là hai số nghịch đảo của nhau
Nghịch đảo của số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là $\frac{b}{a}$ ($a, b \in \mathbb{Z}^*$).
- Phép nhân các số hữu tỉ cũng có các tính chất giao hoán, kết hợp, nhân với 1, phân phối với phép cộng.

2. Chia hai số hữu tỉ

- Với $x = \frac{a}{b}, y = \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}; b, c, d \neq 0$) ta có

$$x : y = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

- Thương của phép chia số hữu tỉ x cho số hữu tỉ y ($y \neq 0$) gọi là tỉ số của hai số x và y , kí hiệu là $\frac{x}{y}$ hay $x : y$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Thực hiện phép tính

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

* Để thực hiện phép tính nhân, chia số hữu tỉ ta viết các số dưới dạng phân số rồi áp dụng các quy tắc của phép tính về phân số. Đối với một tích có nhiều thừa số ta có thể áp dụng các tính chất giao hoán, kết hợp để thực hiện phép tính hợp lí nhất.

* Trong dãy tính có cả các phép tính cộng, trừ, nhân, chia ta thực hiện theo thứ tự : nhân, chia trước ; cộng, trừ sau.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Hãy tính

$$\text{a) } 3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right); \quad \text{b) } \frac{-7}{8} : \left(-1\frac{2}{5}\right); \quad \text{c) } \frac{-3}{10} : 6; \quad \text{d) } 0,15 : \frac{-17}{18}.$$

Giải

$$\text{a) } 3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{3 \cdot (-2)}{5} = \frac{-6}{5} = -1\frac{1}{5}.$$

$$\text{b) } \frac{-7}{8} : \left(-1\frac{2}{5}\right) = \frac{-7}{8} : \frac{-7}{5} = \frac{-7}{8} \cdot \frac{5}{-7} = \frac{5}{8}.$$

$$\text{c) } \frac{-3}{10} : 6 = \frac{-3}{10} \cdot \frac{1}{6} = \frac{-3}{10 \cdot 6} = \frac{-1}{20}.$$

$$\text{d) } 0,15 : \frac{-17}{18} = \frac{15}{100} \cdot \frac{18}{-17} = \frac{15 \cdot 18}{100 \cdot (-17)} = \frac{-27}{170}.$$

Nhận xét: Tích (thương) của hai số hữu tỉ cùng dấu là số hữu tỉ dương.
Tích (thương) của hai số hữu tỉ trái dấu là số hữu tỉ âm.

Ví dụ 2. Hãy tính :

$$\text{a) } \frac{-3}{7} \cdot \frac{12}{-13} \cdot \left(\frac{-14}{15}\right);$$

$$\text{b) } (-3) \cdot \frac{-28}{25} \cdot \frac{15}{-14} \cdot \left(-\frac{5}{12}\right);$$

$$\text{c) } \frac{15}{35} : \frac{45}{56} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right);$$

$$\text{d) } \left(-1\frac{1}{2}\right) : \frac{3}{-4} \cdot \left(-4\frac{1}{2}\right).$$

Giải

$$\text{a) } \frac{-3}{7} \cdot \frac{12}{-13} \cdot \left(\frac{-14}{15}\right) = \frac{(-3) \cdot (-12) \cdot (-14)}{7 \cdot 13 \cdot 15} = -\frac{3 \cdot 12 \cdot 14}{7 \cdot 13 \cdot 15} = -\frac{24}{65};$$

$$\text{b) } (-3) \cdot \frac{-28}{25} \cdot \frac{15}{-14} \cdot \left(-\frac{5}{12}\right) = (-3) \cdot \frac{-28}{25} \cdot \frac{-15}{14} \cdot \frac{-5}{12} = \frac{3 \cdot 28 \cdot 15 \cdot 5}{25 \cdot 14 \cdot 12} = \frac{3}{2};$$

$$\text{c) } \frac{15}{35} : \frac{45}{56} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{-3}{5} = -\frac{3 \cdot 4 \cdot 3}{7 \cdot 5 \cdot 5} = -\frac{36}{175};$$

$$\text{d) } \left(-1\frac{1}{2}\right) : \frac{3}{-4} \cdot \left(-4\frac{1}{2}\right) = \frac{-3}{2} \cdot \frac{-4}{3} \cdot \frac{-9}{2} = -\frac{3 \cdot 4 \cdot 9}{2 \cdot 3 \cdot 2} = -9.$$

Nhận xét: Tích của một số chẵn các số hữu tỉ âm là số hữu tỉ dương.
Tích của một số lẻ các số hữu tỉ âm là số hữu tỉ âm.

Ví dụ 3. Tính giá trị của biểu thức sau theo cách hợp lí nhất.

$$a) A = \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{7} + \frac{3}{7} : \frac{5}{3} - \frac{2}{7} : 1\frac{2}{3} ;$$

$$b) B = \left(-13 \cdot \frac{2}{5} + \frac{-2}{9} : 2\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{11}{9} \right) \cdot 2\frac{1}{2} ;$$

$$c) C = \left(\frac{-4}{5} + \frac{5}{7} \right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-1}{5} + \frac{2}{7} \right) : \frac{2}{3} ;$$

$$d) D = \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right).$$

Giải

Vận dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng.

$$\begin{aligned} a) A &= \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{5} - \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} \\ &= \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{6}{7} + \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \right) = \frac{3}{5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left(-13 \cdot \frac{2}{5} + \frac{-2}{9} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{11}{9} \right) \cdot \frac{5}{2} \\ &= \left(-13 - \frac{2}{9} + \frac{11}{9} \right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = -13 + \left(\frac{11}{9} - \frac{2}{9} \right) = -12. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) C &= \left(\frac{-4}{5} + \frac{5}{7} \right) \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{-1}{5} + \frac{2}{7} \right) \cdot \frac{3}{2} \\ &= \left(\frac{-4}{5} + \frac{5}{7} + \frac{-1}{5} + \frac{2}{7} \right) \cdot \frac{3}{2} = \left(\left(\frac{-4}{5} + \frac{-1}{5} \right) + \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{7} \right) \right) \cdot \frac{3}{2} = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) D &= \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{10}{15} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{2}{22} - \frac{5}{22} \right) \\ &= \frac{4}{9} : \frac{-3}{5} + \frac{4}{9} : \frac{-3}{22} = \frac{4}{9} \cdot \frac{-5}{3} + \frac{4}{9} \cdot \frac{-22}{3} \\ &= \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{-5}{3} + \frac{-22}{3} \right) = \frac{4}{9} \cdot \frac{-27}{3} = -4. \end{aligned}$$

Ví dụ 4. Hãy viết số hữu tỉ $\frac{-7}{15}$ dưới dạng :

- a) Tích của hai số hữu tỉ.
b) Thương của hai số hữu tỉ.

Giải

Có nhiều cách viết thỏa mãn điều kiện bài ra, chẳng hạn :

$$a) \frac{-7}{15} = \frac{-7}{5} \cdot \frac{1}{3} ; \frac{-7}{15} = \frac{14}{3} \cdot \frac{-1}{10} ;$$

$$b) \frac{-7}{15} = \frac{7}{5} : (-3) .$$

III. BÀI TẬP

24. Tính

$$a) (-3) : \frac{-1}{6} ;$$

$$b) 0,5 : \left(-1\frac{1}{2}\right) ;$$

$$c) 1\frac{4}{7} : \left(-1\frac{2}{5}\right) ;$$

$$d) 1\frac{3}{8} : (-0,15) .$$

25. Hãy tính giá trị của các biểu thức M, N, P rồi sắp xếp các kết quả tìm được theo thứ tự từ nhỏ đến lớn

$$M = \frac{-3}{8} \cdot 1\frac{3}{5} + \frac{1}{7} \cdot \left(-1\frac{1}{6}\right) ;$$

$$N = 2\frac{1}{3} \cdot \left(-3\frac{1}{4}\right) \cdot (-2,5) ;$$

$$P = \left(\frac{3}{5} - 0,2\right) \cdot \left(0,5 - \frac{4}{5}\right) .$$

26. Tính giá trị các biểu thức sau theo cách hợp lí nhất

$$a) A = \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{9} - \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{5}\right) ;$$

$$b) B = \frac{\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{7}\right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{7}\right)}{\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{9}\right) + \frac{3}{9} \cdot \frac{1}{5}} .$$

- 27*. Tính nhanh

$$M = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-3} + \frac{1}{-3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{-5} + \frac{1}{-5} \cdot \frac{1}{6} .$$

28. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \left(\frac{ab}{2} - \frac{6ab}{7} \right) : \frac{5b^2}{14}, \text{ biết } a = \frac{2007}{2010} \text{ và } b = \frac{2011}{2010}.$$

29. a) Viết số hữu tỉ $\frac{-7}{18}$ thành tích của hai số hữu tỉ.

b) Viết số hữu tỉ $\frac{-50}{77}$ thành thương của hai số hữu tỉ.

DẠNG 2. Toán tìm x

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

* Để tìm x trong một đẳng thức, ta thực hiện quy tắc của phép tính (+, -, ×, :)

* Để tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn điều kiện $A < x < B$ với A, B là các biểu thức ta cần tính A, B rồi từ đó suy ra x.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm x, biết :

a) $\left(\frac{1}{2} + 1,5 \right) \cdot x = \frac{1}{5}$

b) $\left(-1\frac{3}{5} + x \right) : \frac{12}{13} = 2\frac{1}{6};$

c) $\left(x : 2\frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{7} = \frac{-3}{8}$

d) $\frac{-4}{7} \cdot x + \frac{7}{5} = \frac{1}{8} : \left(-1\frac{2}{3} \right).$

Giải

a) $\left(\frac{1}{2} + 1,5 \right) \cdot x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 2 \cdot x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5} : 2 \text{ (tìm thừa số)} \Leftrightarrow x = \frac{1}{10}.$

b) $\left(-1\frac{3}{5} + x \right) : \frac{12}{13} = 2\frac{1}{6} \Leftrightarrow -1\frac{3}{5} + x = \frac{13}{6} \cdot \frac{12}{13} \text{ (tìm số bị chia)}$

$$\Leftrightarrow x = 2 + 1\frac{3}{5} \Leftrightarrow x = 3\frac{3}{5}.$$

c) $\left(x : 2\frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{7} = \frac{-3}{8} \Leftrightarrow x \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{-3}{8} \Leftrightarrow x = \frac{-3}{8} : \frac{3}{49} \text{ (tìm thừa số).}$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-49}{8} = -6\frac{1}{8}.$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{-4}{7} \cdot x + \frac{7}{5} &= \frac{1}{8} : \left(-1\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{-4}{7}x + \frac{7}{5} = \frac{1}{8} \cdot \frac{-3}{5} \\ &\Leftrightarrow -\frac{4}{7}x = \frac{-3}{40} - \frac{7}{5} \Leftrightarrow x = \frac{-59}{40} : \frac{-4}{7} = \frac{413}{160} = 2\frac{93}{160}. \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Tìm số hữu tỉ x , biết :

$$\text{a) } \left(3x + \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0; \quad \text{b) } \left(x - \frac{3}{2}\right)(2x + 1) > 0;$$

$$\text{c) } (2 - x)\left(\frac{4}{5} - x\right) < 0.$$

Giải

Nhận xét. Với $x, y \in \mathbf{Q}$ thì :

$$xy = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } y = 0$$

$$xy > 0 \Leftrightarrow x > 0; y > 0 \text{ hoặc } x < 0; y < 0$$

$$xy < 0 \Leftrightarrow x > 0; y < 0 \text{ hoặc } x < 0; y > 0.$$

$$\text{a) } \left(3x + \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{1}{5} = 0 \text{ hoặc } x - \frac{1}{2} = 0.$$

$$\text{Từ } 3x + \frac{1}{5} = 0 \text{ suy ra } 3x = -\frac{1}{5} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5} : 3 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{15}.$$

$$\text{Từ } x - \frac{1}{2} = 0 \text{ suy ra } x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } x = -\frac{1}{15} \text{ hoặc } x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{b) } \left(x - \frac{3}{2}\right)(2x + 1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{3}{2} > 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x - \frac{3}{2} < 0 \\ 2x + 1 < 0. \end{cases}$$

$$\text{Với } \begin{cases} x - \frac{3}{2} > 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases} \text{ thì } \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ suy ra } x > \frac{3}{2}.$$

$$\text{Với } \begin{cases} x - \frac{3}{2} < 0 \\ 2x + 1 < 0 \end{cases} \text{ thì } \begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ suy ra } x < -\frac{1}{2}.$$

Vậy $x \in \mathbf{Q}$ thỏa mãn $x < -\frac{1}{2}$ hoặc $x > \frac{3}{2}$.

$$c) (2-x)\left(\frac{4}{5}-x\right) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \\ \frac{4}{5}-x < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 2-x < 0 \\ \frac{4}{5}-x > 0. \end{cases}$$

$$\text{Với } \begin{cases} 2-x > 0 \\ \frac{4}{5}-x < 0 \end{cases} \text{ thì } \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{4}{5} \end{cases}. \text{ Do đó } \frac{4}{5} < x < 2.$$

$$\text{Với } \begin{cases} 2-x < 0 \\ \frac{4}{5}-x > 0 \end{cases} \text{ thì } \begin{cases} x > 2 \\ x < \frac{4}{5} \end{cases}. \text{ (loại)}$$

Vậy $x \in \mathbf{Q}$ thỏa mãn $\frac{4}{5} < x < 2$.

Ví dụ 3. Tìm số x nguyên, biết rằng

$$\frac{3}{7} \cdot 15\frac{1}{3} + \frac{3}{7} \cdot 5\frac{2}{3} < x < \left(3\frac{1}{2} : 7 - 6\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right).$$

Giải

Thực hiện phép tính

$$\frac{3}{7} \cdot 15\frac{1}{3} + \frac{3}{7} \cdot 5\frac{2}{3} = \frac{3}{7} \left(15\frac{1}{3} + 5\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{7} \cdot 21 = 9$$

$$\left(3\frac{1}{2} : 7 - 6\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{7}{2} \cdot \frac{1}{7} - \frac{13}{2}\right) \cdot \frac{-7}{3} = -6 \cdot \frac{-7}{3} = 14.$$

Do đó $9 < x < 14$ mà $x \in \mathbf{Z}$ nên $x \in \{10; 11; 12; 13\}$.

Ví dụ 4. Tìm hai số hữu tỉ x, y sao cho

$$x + y = xy = x : y.$$

Giải

Từ điều kiện suy ra $y \neq 0$.

Do $xy = x : y$ suy ra $x = xy^2 \Leftrightarrow x(y^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $y^2 - 1 = 0$.

Với $x = 0$ thì từ $0 + y = 0 \cdot y$ suy ra $y = 0$ (không thỏa mãn điều kiện).

Với $y^2 = 1$ thì $y = 1$ hoặc $y = -1$.

Với $y = 1$ thì $x + 1 = x \cdot 1$. Vô lí.

Với $y = -1$ thì $x - 1 = x \cdot (-1)$, suy ra $x = \frac{1}{2}$.

Rõ ràng với $x = \frac{1}{2}$; $y = -1$ ta có $\frac{1}{2} + (-1) = \frac{1}{2} \cdot (-1) = \frac{1}{2} : (-1)$.

III. BÀI TẬP

30. Tìm x , biết :

a) $x : \left(\frac{1}{9} - \frac{2}{5} \right) = -\frac{1}{2}$;

b) $\left(\frac{-3}{5} + 1,25 \right) \cdot x = \frac{1}{3}$;

c) $\frac{1}{3}x + \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9} \right) = \frac{-3}{4}$;

d) $\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \right) : \frac{-2x}{3} = \frac{-12}{19}$.

31. Tìm các số hữu tỉ x , biết rằng :

a) $\left(x - \frac{5}{3} \right) : -1\frac{3}{4} = 0$;

b) $\left(x - \frac{1}{5} \right) \left(1\frac{3}{5} + 2x \right) = 0$;

c) $\left(x - \frac{4}{7} \right) : \left(x + \frac{1}{2} \right) > 0$;

d) $(2x - 3) : \left(x + 1\frac{3}{4} \right) < 0$.

32. Tìm số nguyên x , biết rằng :

$$\left(-1\frac{1}{2} : \frac{3}{-4} \right) \cdot \left(-4\frac{1}{2} \right) - \frac{1}{4} < \frac{x}{8} < -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} : \frac{1}{8} + 1.$$

33*. Tìm hai số hữu tỉ x, y sao cho

$$x - y = xy = x : y.$$

Chủ đề 4

GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ THẬP PHÂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ x , kí hiệu $|x|$, là khoảng cách từ điểm x đến điểm 0 trên trục số.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{nếu } x \geq 0 \\ -x & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

☞ *Nhận xét:* Với mọi $x \in \mathbf{Q}$ thì $|x| \geq 0$; $|x| = |-x|$ và $|x| \geq x$.

2. Cộng, trừ, nhân, chia số thập phân

* Để cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số thập phân rồi làm theo quy tắc các phép tính cộng, trừ, nhân, chia phân số.

* Với $x, y \in \mathbf{Q}$ ta có :

$$xy = \begin{cases} |x| \cdot |y| & \text{với } x, y \text{ cùng dấu} \\ -|x| \cdot |y| & \text{với } x, y \text{ trái dấu.} \end{cases}$$

$$\frac{x}{y} = \begin{cases} \frac{|x|}{|y|} & \text{với } x, y \text{ cùng dấu} \\ -\frac{|x|}{|y|} & \text{với } x, y \text{ trái dấu.} \end{cases}$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Thực hiện phép tính cộng, trừ, nhân, chia số thập phân

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Trong thực hành, ta cộng, trừ, nhân, chia hai số thập phân theo các quy tắc về giá trị tuyệt đối và về dấu tương tự như đối với số nguyên.

Đối với biểu thức có nhiều phép tính và có dấu ngoặc ta thực hiện quy tắc dấu ngoặc và thứ tự thực hiện phép tính như đối với số nguyên.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tính

a) $(-1,23) - 0,125$;

b) $(-3,25) + 1,74$;

c) $(-5,12) \cdot (-3,2)$;

d) $(-9,15) : 2,5$.

Giải

a) $(-1,23) - 0,125 = -(1,23 + 0,125) = -1,355$.

b) $(-3,25) + 1,74 = -(3,25 - 1,74) = -1,51$.

c) $(-5,12) \cdot (-3,2) = 5,12 \cdot 3,2 = 16,384$.

d) $(-9,15) : 2,5 = -(9,15 : 2,5) = -3,66$.

Ví dụ 2. Tính nhanh

a) $A = (-2,5) + 15,7 + (-1,5) + (-12,7)$;

Lời giải

$$1) 100 - 3 \cdot (8 + x) = 1 \Leftrightarrow 3 \cdot (8 + x) = 100 - 1 \Leftrightarrow 8 + x = 99 : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 33 - 8 \Leftrightarrow x = 25.$$

$$2) [(x + 12) - 17] : 5 = 4 \Leftrightarrow (x + 12) - 17 = 5 \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow x + 12 = 20 + 17 \Leftrightarrow x = 37 - 12$$

$$\Leftrightarrow x = 25.$$

$$3) x : 15 + 42 = 15 + 25 \cdot 8 \Leftrightarrow x : 15 + 42 = 15 + 200$$

$$\Leftrightarrow x : 15 = 215 - 42 \Leftrightarrow x = 15 \cdot 173$$

$$\Leftrightarrow x = 2595.$$

$$4) (x + 40) \cdot 15 = 75 \cdot 24 \Leftrightarrow x + 40 = 5 \cdot 24 \Leftrightarrow x = 120 - 40 \Leftrightarrow x = 80.$$

III. BÀI TẬP

52. Tìm số tự nhiên x , biết rằng :

a) $(x - 32) - 15 = 0$;

b) $234 + (345 - x) = 500$;

c) $456 - (x + 23) = 326$;

d) $(567 - x) + 121 = 641$.

53. Tìm số tự nhiên y , biết rằng :

a) $(5 \cdot y - 15) : 5 = 0$;

b) $14 \cdot (y - 7) = 210$;

c) $84 - 4 \cdot (2 \cdot y + 1) = 48$;

d) $15 \cdot y - 2009 = 1201$.

54. Tìm số tự nhiên z , biết rằng

a) $[(z + 32) - 15] \cdot 2 = 60$;

b) $[161 + (153 - z)] \cdot 18 = 3870$;

c) $[(z \cdot z + 55) - 31] \cdot 14 = 560$;

d) $[43 - (56 - z)] \cdot 12 = 384$.

55. Chiến thắng Điện Biên Phủ diễn ra năm nào ? Biết rằng số chỉ năm là một số có bốn chữ số $\overline{abcd}$ trong đó $\overline{ab} + \overline{cd} = 73$, $\overline{cd} - \overline{ab} = 35$.

DẠNG 4. Toán về phép chia có dư

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Trong phép chia có dư :

$$\text{số bị chia} = \text{số chia} \times \text{thương số} + \text{số dư} \quad (0 \leq \text{số dư} < \text{số chia}).$$

$$\text{số chia} = (\text{số bị chia} - \text{số dư}) : \text{thương số}.$$

$$\text{thương số} = (\text{số bị chia} - \text{số dư}) : \text{số chia}.$$

$$\text{số dư} = \text{số bị chia} - \text{số chia} \times \text{thương số}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số dư và thương trong phép chia :

1) 571 chia cho 15 ;

2) 763 chia cho 17.

Lời giải

Nhận xét rằng số dư bao giờ cũng nhỏ hơn số chia.

1) Ta có $571 = 38 \cdot 15 + 1$, nên phép chia 571 cho 15 được thương là 38 và dư là 1.

2) Do $763 = 44 \cdot 17 + 15$, nên phép chia 763 cho 17 được thương là 44 và dư 15.

Ví dụ 2. Tìm số chia và thương số trong phép chia, khi biết số bị chia bằng 49 và số dư là 11.

Lời giải

Ta có : số chia . thương số = số bị chia – số dư = $49 - 11 = 38$.

Lại có : số chia phải lớn hơn số dư, nên số chia lớn hơn 11.

Ta có : $38 = 19 \cdot 2$. Suy ra có hai khả năng :

1) Số chia là 38, thương số là 1.

2) Số chia là 19, thương số là 2.

Ví dụ 3. Tìm số chia và số dư trong phép chia, khi biết số bị chia là 36 và thương là 7.

Lời giải

Gọi số chia là b , số dư là r ($b \in \mathbb{N}^*$, $0 \leq r < b$) thì $36 = 7 \cdot b + r$.

Suy ra $7 \cdot b \leq 36$ và $8 \cdot b > 36$, dẫn đến $b = 5$, suy ra $r = 1$.

III. BÀI TẬP

56. a) Tìm số dư khi chia một số tự nhiên a cho 5.

b) Khi chia số tự nhiên a cho số tự nhiên b ($b \neq 0$), có bao nhiêu số dư có thể có ?

57. Một trường THCS có 530 học sinh lớp 6. Trường có 15 phòng học dành cho lớp 6, mỗi phòng chứa 35 học sinh.

a) Hỏi nhà trường có thể phân đủ số học sinh lớp 6 không ?

b) Phương án thay đổi như thế nào để tất cả học sinh lớp 6 đều được học tại trường ?

58. Trong phép chia số tự nhiên a cho b được thương là q và dư r .

a) Biết $a = 200$ và $b = 156$. Tìm q và r .

b) Biết $b = 145$, $q = 18$ và $r = 17$. Tìm a .

c) Biết $a = 167$, $r = 15$. Tìm b và q .

d) Biết $a = 185$, $q = 18$. Tìm b và r .

Chủ đề 5

LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN. NHÂN VÀ CHIA HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Lũy thừa bậc n ($n \in \mathbb{N}^*$) của a là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a ; a gọi là cơ số, n gọi là số mũ.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(n \text{ thừa số } a)}.$$

Quy ước: $a^0 = 1$ ($a \neq 0$).

☞ *Chú ý*: 0^0 không có nghĩa.

2. Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

3. Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và trừ các số mũ:

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m \geq n).$$

4*. Mở rộng

$$(a \cdot b)^n = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \dots (a \cdot b)}_{\text{(gồm } n \text{ thừa số } a \cdot b)} = a^n \cdot b^n$$

$$(a : b)^n = \underbrace{(a : b) \cdot (a : b) \dots (a : b)}_{\text{(gồm } n \text{ thừa số } a, n \text{ thừa số } b)}$$

$$= a^n : b^n \quad (b \neq 0)$$

$$(a^n)^m = \underbrace{a^n \cdot a^n \dots a^n}_{\text{(gồm } m \text{ thừa số } a^n)} = a^{n \cdot m}.$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. *Viết kết quả phép tính nhân, chia dưới dạng lũy thừa*

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để viết kết quả phép tính dưới dạng lũy thừa, ta biến đổi phép tính về dạng phép nhân các lũy thừa cùng cơ số hoặc phép chia hai lũy thừa cùng cơ số, rồi áp dụng quy tắc nhân các lũy thừa cùng cơ số hoặc chia hai lũy thừa cùng cơ số để viết gọn kết quả.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Viết gọn các tích sau bằng cách dùng lũy thừa:

1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$;

2) $1000 \cdot 10000 \cdot 100000$.

Lời giải

1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3^3 \cdot 5^2$;

2) $1000 \cdot 10000 \cdot 100000 = 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^5 = 10^{3+4+5} = 10^{12}$.

Ví dụ 2. Viết kết quả phép tính dưới dạng một lũy thừa :

1) $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4$;

2) $8^7 : 8^3$;

3) $4^5 : 2^7$.

Lời giải

1) $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4 = 5^{2+3+4} = 5^9$;

2) $8^7 : 8^3 = 8^{7-3} = 8^4$;

3) $4^5 : 2^7 = (2^2)^5 : 2^7 = 2^{10} : 2^7 = 2^{10-7} = 2^3$.

III. BÀI TẬP

59. Viết gọn các tích sau dưới dạng lũy thừa :

a) $7 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$;

b) $9 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 16$.

60. a) Viết mỗi số sau thành bình phương của số tự nhiên : 169, 225, 529.

b) Viết mỗi số sau thành lập phương của số tự nhiên : 64, 512, 1000000.

61. Viết kết quả sau dưới dạng lũy thừa :

a) $6^5 : 6^2$;

b) $49^3 : 7^4$;

c) $a^9 : a^7$ ($a \neq 0$);

d) $(ab)^6 : b^6$ ($b \neq 0$).

62. Số chính phương là bình phương của một số tự nhiên. Mỗi kết quả của phép tính sau có là số chính phương không ?

a) $5^2 + 12^2$;

b) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$;

c) $8^3 : 2^3$.

63. Viết kết quả dưới dạng lũy thừa :

a) $3^3 \cdot 18 - 3^3 \cdot 15$;

b) $3^6 \cdot 3^2 + 2 \cdot 81^2$;

c) $(6^3 \cdot 8^4) : 12^3$.

64*. Bằng ba chữ số 3, hãy viết số lớn nhất có thể được (không dùng dấu của phép tính).

DẠNG 2. So sánh các số viết dạng lũy thừa.

Tìm số mũ của lũy thừa

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để so sánh các số viết dưới dạng lũy thừa, có thể làm theo :

Cách 1. Đưa về cùng cơ số là số tự nhiên, rồi so sánh hai số mũ

$$\text{Nếu } m > n \text{ thì } a^m > a^n.$$

Cách 2. Đưa về cùng số mũ, rồi so sánh hai cơ số

$$\text{Nếu } a > b \text{ thì } a^m > b^m.$$

Cách 3. Tính cụ thể rồi so sánh.

Ngoài ra còn dùng tính chất bắc cầu : Nếu $a < b$, $b < c$ thì $a < c$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Số nào lớn hơn trong hai số sau :

- 1) 5^3 và 3^5 ; 2) 2^5 và 3^4 ; 3) 4^3 và 8^2 ?

Lời giải

1) $5^3 = 125$, $3^5 = 243$ nên $5^3 < 3^5$.

2) $2^5 = 32$, $3^4 = 81$ nên $3^4 > 2^5$.

3) $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$ và $8^2 = (2^3)^2 = 2^6$. Do đó $4^3 = 8^2$.

Ví dụ 2. Hãy so sánh :

- 1) 2^{100} và 1024^8 ; 2) 5^{40} và 620^{10} ; 3) 222^{333} và 333^{222} .

Lời giải

1) $1024^8 = (2^{10})^8 = 2^{10 \cdot 8} = 2^{80}$, do $2^{100} > 2^{80}$ nên $2^{100} > 1024^8$.

2) $5^{40} = (5^4)^{10} = 625^{10}$, do $625 > 620$ nên $620^{10} < 5^{40}$.

3) $222^{333} = (222^3)^{111}$; $333^{222} = (333^2)^{111}$. Ta sẽ so sánh 222^3 và 333^2 .

Ta có $222^3 = (2 \cdot 111)^3 = 2^3 \cdot 111^3 = 8 \cdot 111^3 = 888 \cdot 111^2$.

$$333^2 = (3 \cdot 111)^2 = 3^2 \cdot 111^2 = 9 \cdot 111^2.$$

Vì vậy $222^3 > 333^2$. Do đó $222^{333} > 333^{222}$.

Ví dụ 3. Tìm số tự nhiên n sao cho :

- 1) $3^n = 81$; 2) $5^n < 90$; 3) $14 < 6^n < 50$.

Lời giải

- 1) Do $81 = 3^4$ nên $3^n = 3^4$ suy ra $n = 4$.
- 2) $5^2 < 90 < 5^3$ nên từ $5^n < 90$ suy ra $n \leq 2$. Tức là $n = 0, 1, 2$.
- 3) Do $6 < 14 < 6^n < 50 < 6^3$ suy ra $1 < n < 3$. Tức là $n = 2$.

III. BÀI TẬP

65. So sánh các lũy thừa sau :

- a) 5^4 và 4^5 ; b) 6^3 và 5^4 ; c) 10^6 và 9^8 .

66. So sánh các lũy thừa sau :

- a) 12^{44} và 9^{22} ; b) 25^{45} và 125^{30} ; c) 5^{400} và 10^{200} .

67. So sánh :

- a) 12^{40} và 2^{160} ; b) 5^{300} và 3^{453} ; c) 24^{50} và 36^{40} .

68. Tìm số tự nhiên n sao cho :

- a) $5^n = 625$; b) $n^2 = 169$;
c) $6^{2n} = 1296$; d) $14^n = 14^9 : 2744$.

69. Tìm tập hợp số tự nhiên n thoả mãn điều kiện :

- a) $6^{2n} > 100$; b) $25 < 4^n < 100$; c) $5^{3n} < 300$.

DẠNG 3. Toán tìm chữ số tận cùng của số dạng lũy thừa

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Một số chính phương (là bình phương của một số tự nhiên) có tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9.
2. Chữ số tận cùng của a^n chính là chữ số tận cùng của x^n (với x là chữ số tận cùng của số a).
3. Các lũy thừa $0^n, 1^n, 5^n, 6^n$ lần lượt có chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1.

- 1) Tìm chữ số tận cùng của 2^n với n là số tự nhiên khác 0.
- 2) Câu hỏi tương tự với các lũy thừa $3^n, 4^n, 7^n, 8^n, 9^n$.

Lời giải

1) Ta thấy 2^1 có tận cùng là 2; 2^2 có tận cùng là 4; 2^3 có tận cùng là 8; 2^4 có tận cùng là 6; 2^5 có tận cùng là 2, ...

Vì vậy 2^n có thể có các tận cùng là 2, 4, 6, 8 ứng với n chia 4 dư 1, 2, 3, 4.

2) Ta thấy 3^1 có tận cùng là 3; 3^2 có tận cùng là 9; 3^3 có tận cùng là 7; 3^4 có tận cùng là 1; 3^5 có tận cùng là 3, ...

Vì vậy 3^n có thể có các tận cùng là 3, 9, 7, 1 ứng với n chia 4 dư 1, 2, 3, 4.

4^n có thể có các tận cùng là 4, 6 ứng với n lẻ, chẵn.

7^n có thể có các tận cùng là 7, 9, 3, 1 ứng với n chia cho 4 dư 1, 2, 3, 4.

8^n có thể có các tận cùng là 8, 4, 6, 2 ứng với n chia cho 4 dư 1, 2, 3, 4.

9^n có thể có các tận cùng là 9, 1 ứng với n lẻ, chẵn.

Ví dụ 2. Tìm chữ số tận cùng của các lũy thừa sau :

- 1) 2^{2009} ; 2) 3^{2010} ; 3) 9^{999} .

Lời giải

1) $2009 = 4 \cdot 502 + 1$ nên $2^{2009} = 2^{4 \cdot 502 + 1} = \overline{...6} \cdot 2 = \overline{...2}$.

Vậy chữ số tận cùng của 2^{2009} là 2.

2) $2010 = 4 \cdot 502 + 2$ nên $3^{2010} = 3^{4 \cdot 502 + 2} = 81^{502} \cdot 3^2 = \overline{...1} \cdot 9 = \overline{...9}$.

Vậy chữ số tận cùng của 3^{2010} là 9.

3) $9^{999} = 9^{2 \cdot 499 + 1} = 81^{499} \cdot 9 = \overline{...1} \cdot 9 = \overline{...9}$.

Ví dụ 3. Tìm chữ số tận cùng của các lũy thừa sau :

- 1) 134^{345} ; 2) 167^{421} ; 3) $211^2 \cdot 316^3$.

Lời giải

1) Chữ số tận cùng của 134^{345} chính là chữ số tận cùng của 4^{345} .

Ta có $4^{345} = 4^{2 \cdot 172 + 1} = 16^{172} \cdot 4 = \overline{...6} \cdot 4 = \overline{...4}$.

Vậy chữ số tận cùng của 134^{345} là 4.

2) Chữ số tận cùng của 167^{421} chính là chữ số tận cùng của 7^{421} .

Ta có $7^{421} = 7^{4 \cdot 105 + 1} = 2041^{105} \cdot 7 = \overline{...7}$.

Vậy chữ số tận cùng của 167^{421} là 7.

3) Chữ số tận cùng của tích bằng chữ số tận cùng của tích hai chữ số tận cùng. Vậy $211^2 \cdot 316^2 = \overline{\dots 1} \cdot \overline{\dots 6} = \overline{\dots 6}$.

III. BÀI TẬP

70. Tìm chữ số tận cùng của các lũy thừa: 3^{23} , 4^{15} , 7^{123} , 8^{567} , 9^{222} .
71. Tìm chữ số tận cùng của 124^{33} , 178^{345} , 457^{777} .
- 72*. Tích $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 50$ có tận cùng bằng bao nhiêu số 0 ?
- 73*. 1) Chứng minh rằng tích của hai số tự nhiên liên tiếp có tận cùng là 0, 2, 6.
2) Chứng minh rằng $[(1 + 2 + 3 + \dots + n) - 7]$ không chia hết cho 10.
74. Tổng của n số tự nhiên chẵn đầu tiên khác 0 có thể là một số chính phương được không ?
- 75*. Với ba chữ số 4 có thể viết được số lớn nhất nào ? Nhỏ nhất nào ? Câu hỏi tương tự với ba chữ số 2, ba chữ số 5, ba chữ số 6, ba chữ số 7, ba chữ số 8, ba chữ số 9.

Chủ đề 6

THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH VÀ TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Các số được nối với nhau bởi dấu các phép tính (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa) làm thành một biểu thức. Trong biểu thức có thể có các dấu ngoặc để chỉ thứ tự thực hiện các phép tính.

2. Thứ tự thực hiện các phép tính đối với biểu thức không có dấu ngoặc :

Lũy thừa $\rightarrow$ Nhân và chia $\rightarrow$ Cộng và trừ

Thứ tự thực hiện các phép tính đối với biểu thức có dấu ngoặc :

Ngoặc tròn () $\rightarrow$ Ngoặc vuông [] $\rightarrow$ Ngoặc nhọn { }.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Thực hiện phép tính

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

– Đối với biểu thức không có dấu ngoặc chỉ có phép tính cộng, trừ (hoặc nhân, chia), ta thực hiện các phép tính theo thứ tự từ trái sang phải.

– Đối với biểu thức không có dấu ngoặc có cả các phép tính cộng, trừ, nhân, lũy thừa, chia, ta thực hiện các phép tính theo thứ tự :

Lũy thừa $\rightarrow$ Nhân và chia $\rightarrow$ Cộng và trừ.

– Đối với biểu thức có dấu ngoặc thực hiện theo thứ tự :

Ngoặc tròn () $\rightarrow$ Ngoặc vuông [] $\rightarrow$ Ngoặc nhọn { }.

Ta thường áp dụng các tính chất của phép tính để làm cho nhanh gọn hơn.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Thực hiện các phép tính :

1) $5 \cdot 6^2 - 18 : 3$;

2) $5^3 \cdot 35 + 4^3 \cdot 7$.

Lời giải

1) $5 \cdot 6^2 - 18 : 3 = 5 \cdot 36 - 6 = 180 - 6 = 174$.

2) $5^3 \cdot 35 + 4^3 \cdot 7 = 125 \cdot 35 + 64 \cdot 7 = 4375 + 448 = 4823$.

Ví dụ 2. Thực hiện phép tính :

1) $3^4 \cdot 6 - [131 - (15 - 9)^2]$;

2) $18 \cdot \{420 : 6 + [150 - (68 \cdot 2 - 2^3 \cdot 5)]\}$.

Lời giải

1) $3^4 \cdot 6 - [131 - (15 - 9)^2] = 81 \cdot 6 - [131 - 6^2] = 486 - 95 = 391$.

2) $18 \cdot \{420 : 6 + [150 - (68 \cdot 2 - 2^3 \cdot 5)]\} = 18 \cdot \{70 + [150 - (136 - 40)]\}$
 $= 18 \cdot \{70 + [150 - 96]\} = 18 \cdot (70 + 54) = 2232$.

Ví dụ 3. Dùng năm chữ số 5, dấu phép tính, dấu ngoặc để viết thành dãy tính có kết quả là 5.

Lời giải

Có thể lập thành các dãy tính như sau:

$5 - 5 + 5 \cdot 5 : 5 = 5$;

$5 \cdot (5 + 5) : 5 - 5 = 5$;

$(5 : 5) \cdot (5 - 5) + 5 = 5$;

$5 \cdot 5 : 5 + 5 - 5 = 5$.

III. BÀI TẬP

76. Thực hiện phép tính :

a) $55 \cdot 48 - 110 \cdot 24 + 123$;

b) $456 \cdot 75 + 134 \cdot 68 - 2009$;

c) $4320 : 9 - 8640 : 18 + 450$;

d) $45^2 + 153 : 3^2 - 24 \cdot 3$.

77. Thực hiện phép tính :

a) $(3 \cdot 5 \cdot 7 - 18 : 6) \cdot 12 + 35$;

b) $134 - \{150 : 50 - [120 : 4 + 25 - (12 + 18)]\}$.

78. Thực hiện phép tính một cách nhanh gọn nhất :

a) $\frac{155 \cdot 155 - 155 \cdot 41}{114}$;

b) $\frac{7256 \cdot 4375 - 725}{3650 + 4375 \cdot 7255}$.

79. Dùng năm chữ số 5 và các phép tính để được kết quả là 100.

80. Hãy tính : $(10^3 + 10^4 + 125^2) : 5^3$.

DẠNG 2. Tìm số hạng chưa biết trong một đẳng thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tìm số hạng chưa biết, cần xác định rõ số chưa biết đó ở vị trí nào (số trừ, số bị trừ, hiệu, ...). Từ đó xác định được cách biến đổi.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số tự nhiên x trong mỗi đẳng thức sau :

1) $x - 160 : 40 = 45$;

2) $(x + 45) : 15 = 80$.

Lời giải

1) $x - 160 : 40 = 45 \Leftrightarrow x - 4 = 45 \Leftrightarrow x = 45 + 4 \Leftrightarrow x = 49$.

2) $(x + 45) : 15 = 80 \Leftrightarrow x + 45 = 80 \cdot 15 \Leftrightarrow x = 1200 - 45 \Leftrightarrow x = 1155$.

Ví dụ 2. Tìm x trong dãy tính sau :

1) $x - 8 : 4 - (46 - 23 \cdot 2 + 6 \cdot 3) = 0$;

2) $240 - [23 + (13 + 24 \cdot 3 - x)] = 132$;

3) $[(46 - 32)^2 - (54 - 42)^2] \cdot 2 \cdot x - 1872 = 0$.

Lời giải

1) $x - 8 : 4 - (46 - 23 \cdot 2 + 6 \cdot 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2 - (46 - 46 + 18) = 0$

$\Leftrightarrow x - 2 - 18 = 0$

$\Leftrightarrow x = 20$.

2) $240 - [23 + (13 + 24 \cdot 3 - x)] = 132 \Leftrightarrow 240 - [23 + (13 + 72 - x)] = 132$

$\Leftrightarrow 23 + 85 - x = 240 - 132$

$\Leftrightarrow 108 - x = 108$

$\Leftrightarrow x = 0$.

DẠNG 3. Toán tìm x

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Để tìm số hữu tỉ x ở trong cơ số của một lũy thừa, ta thường biến đổi hai vế của đẳng thức về lũy thừa cùng số mũ, rồi sử dụng nhận xét :

$$A^{2n+1} = B^{2n+1} \Leftrightarrow A = B \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$A^{2n} = B^{2n} \Leftrightarrow A = B \text{ hoặc } A = -B \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

2. Để tìm số x ở số mũ của lũy thừa, ta thường biến đổi hai vế của đẳng thức về lũy thừa cùng cơ số, rồi sử dụng nhận xét

$$A^n = A^m \Leftrightarrow m = n \quad (m, n \in \mathbb{Z}, A \neq 0, A \neq 1).$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số hữu tỉ x, biết rằng :

a) $(3x - 1)^4 = 81$;

b) $(x + 1)^5 = -32$.

Giải

a) $(3x - 1)^4 = 3^4 = (-3)^4$. Do đó $3x - 1 = 3$ hoặc $3x - 1 = -3$.

Với $3x - 1 = 3$ thì $x = \frac{4}{3}$.

Với $3x - 1 = -3$ thì $x = \frac{-2}{3}$.

Vậy $x = \frac{4}{3}$ và $x = \frac{-2}{3}$.

b) $(x + 1)^5 = (-2)^5$. Do đó $x + 1 = -2 \Leftrightarrow x = -3$.

Ví dụ 2. Tìm số tự nhiên n, biết

a) $\frac{625}{5^n} = 5$;

b) $\frac{(-2)^n}{16} = -32$;

c) $5^n + 5^{n+2} = 650$.

Giải

a) $\frac{625}{5^n} = 5 \Leftrightarrow 5^{4-n} = 5 \Leftrightarrow 4 - n = 1 \Leftrightarrow n = 3$.

b) $\frac{(-2)^n}{16} = -32 \Leftrightarrow (-2)^n = -512 \Leftrightarrow (-2)^n = (-2)^9 \Leftrightarrow n = 9$.

c) $5^n + 5^{n+2} = 650 \Leftrightarrow 5^n(1 + 5^2) = 650 \Leftrightarrow 5^n = 25 \Leftrightarrow n = 2$.

Ví dụ 3*. Tìm các số tự nhiên x, y biết :

a) $2^{x+1} \cdot 5^y = 20^x$;

b) $15^x : 3^y = 75^y$.

Giải

a) $2^{x+1} \cdot 5^y = 20^x$ suy ra $2^{x+1} \cdot 5^y = 2^{2x} \cdot 5^x \Leftrightarrow 2^{x-1} = 5^{y-x}$.

Điều này chỉ xảy ra khi $\begin{cases} x-1=0 \\ y-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=x. \end{cases}$

Vậy $x = 1$; $y = 1$.

b) $15^x : 3^y = 75^y$ suy ra $3^{x-y} \cdot 5^x = 5^{2y} \cdot 3^y \Leftrightarrow 3^{x-2y} = 5^{2y-x}$.

Điều này chỉ xảy ra khi $\begin{cases} x-2y=0 \\ 2y-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0. \end{cases}$

Vậy $x = 0$; $y = 0$.

III. BÀI TẬP

56. Tìm số hữu tỉ x , biết :

a) $(5x - 1)^6 = 729$;

b) $(2x + 1)^3 = -0,001$;

c) $(2x - 3)^4 = (2x - 3)^6$;

d) $(2x + 1)^5 = (2x + 1)^{2010}$.

57. Tìm số nguyên x , biết :

a) $\left(\frac{1}{16}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$;

b) $\frac{8}{25} = \frac{2^x}{5^{x-1}}$;

c) $\frac{64}{169} = \left(-\frac{8}{13}\right)^x$;

d) $9^x : 3^x = 3$.

58. Tìm x , biết :

a) $3^x + 3^{x+3} = 756$;

b) $5^{x+1} + 6 \cdot 5^{x+1} = 875$.

59. Tìm x, y biết :

a) $2^{x-1} \cdot 3^{y+1} = 12^{x+y}$;

b) $3^x = 9^{y-1}$ và $8^y = 2^{x+8}$.

60*. Cho ba số tự nhiên a, b, c thỏa mãn $a^b = b^c = c^a$. Chứng minh rằng $a = b = c$.

Chủ đề 6

TỈ LỆ THỨC. CÁC TÍNH CHẤT CỦA TỈ LỆ THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tỉ lệ thức

Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số. Ta viết $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Q}; b, d \neq 0$)

(các số hạng a, d gọi là ngoại tỉ; các số hạng b, c gọi là trung tỉ).

2. Tính chất của tỉ lệ thức

a) Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$ (tính chất cơ bản của tỉ lệ thức).

b) Nếu $ad = bc$ và các số a, b, c, d đều khác 0 thì ta có các tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

c) Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

* Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} \quad (b \neq d, b \neq -d).$$

* Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, ta suy ra

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

(giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Lập tỉ lệ thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

* Tỉ số của hai số hữu tỉ a, b ($b \neq 0$) là thương của a chia cho b , kí hiệu là $\frac{a}{b}$ hay $a : b$.

* Để lập tỉ lệ thức từ các số đã cho, ta cần xác định các bộ 4 số a, b, c, d sao cho $ac = bd$. Rồi áp dụng tính chất của tỉ lệ thức để viết được bốn tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 1,02 : (-1,14) ; & \text{b) } (-4) : \left(-1\frac{3}{4}\right) ; \\ \text{c) } \left(-1\frac{1}{2}\right) : 0,15 ; & \text{d) } 1\frac{3}{4} : 5\frac{3}{8} . \end{array}$$

Giải

$$\text{a) } 1,02 : (-1,14) = \frac{102}{100} : \frac{-114}{100} = \frac{102}{-114} = \frac{51}{-57} ;$$

$$\text{b) } (-4) : \left(-1\frac{3}{4}\right) = 4 : \frac{7}{4} = 4 \cdot \frac{4}{7} = \frac{16}{7} ;$$

$$\text{c) } \left(-1\frac{1}{2}\right) : 0,15 = \frac{-3}{2} : \frac{15}{100} = \frac{-3}{2} \cdot \frac{100}{15} = -10 ;$$

$$\text{d) } 1\frac{3}{4} : 5\frac{3}{8} = \frac{7}{4} : \frac{43}{8} = \frac{7}{4} \cdot \frac{8}{43} = \frac{14}{43} .$$

Ví dụ 2. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau :

$$-25 ; -2 ; 4 ; 50 .$$

Giải

$$\text{Ta có } (-25) \cdot 4 = (-2) \cdot 50 = (-100) .$$

Từ đó ta có thể viết được các tỉ lệ thức sau :

$$\frac{-25}{-2} = \frac{50}{4} ; \frac{-25}{50} = \frac{-2}{4} ; \frac{4}{-2} = \frac{50}{-25} ; \frac{4}{50} = \frac{-2}{-25} .$$

Ví dụ 3. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập các tỉ lệ thức :

$$\frac{2}{5} ; \frac{1}{3} ; 0,2 ; \frac{1}{6} ; \frac{1}{4} ; \frac{1}{9} ; \frac{-3}{2} ; \frac{-2}{3} .$$

Giải

Viết các tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên

$$\frac{2}{5} : \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{5};$$

$$0,2 : \frac{1}{6} = \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{1} = \frac{6}{5};$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{9} = \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{1} = \frac{9}{4};$$

$$\frac{-3}{2} : \frac{-2}{3} = \frac{-3}{2} \cdot \frac{3}{-2} = \frac{9}{4}.$$

Vậy ta có

$$\frac{2}{5} : \frac{1}{3} = 0,2 : \frac{1}{6}; \quad \frac{1}{4} : \frac{1}{9} = \frac{-3}{2} : \frac{-2}{3}.$$

III. BÀI TẬP

61. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên.

a) $5,5 : \frac{1}{2};$

b) $1\frac{5}{7} : \left(-1\frac{3}{9}\right);$

c) $(-0,12) : 2\frac{3}{4};$

d) $(-2,5) : 3,5.$

62. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập các tỉ lệ thức :

$$(-5) : 10; \quad \frac{2}{5} : \frac{9}{7}; \quad (-3,11) : 12,5; \quad \frac{-14}{5} : 9; \quad (-1,5) : 3; \quad \frac{-311}{50} : 25.$$

63. Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ các đẳng thức sau :

a) $4.15 = 30.2;$

b) $\frac{-1}{5}.2 = \frac{-2}{7}.1\frac{2}{5}.$

64. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn trong năm số sau :

$$9, 81, 729, 6561, 59049.$$

DẠNG 2. Tìm các số hạng của tỉ lệ thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

* Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $a = \frac{bc}{d}; b = \frac{ad}{c}; c = \frac{ad}{b}; d = \frac{bc}{a}.$

* Có thể vận dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm số hạng của tỉ lệ thức.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm x, biết

$$a) \frac{x}{15} = \frac{-2}{3,5};$$

$$b) \frac{16}{x} = \frac{x}{25};$$

$$c) \frac{0,5}{0,7} = \frac{-0,1}{5x};$$

$$d) \frac{1,2}{x+3} = \frac{5}{4}.$$

Giải

$$a) \text{ Từ } \frac{x}{15} = \frac{-2}{3,5}, \text{ suy ra } x = \frac{15 \cdot (-2)}{3,5} = \frac{-30}{3,5} = \frac{-60}{7}.$$

$$b) \frac{16}{x} = \frac{x}{25} \Leftrightarrow x^2 = 16 \cdot 25 \Leftrightarrow x = 20 \text{ hoặc } x = -20.$$

$$c) \frac{0,5}{0,7} = \frac{-0,1}{5x} \Leftrightarrow 0,5 \cdot 5x = -0,1 \cdot 0,7 \Leftrightarrow x = \frac{-0,07}{2,5} = \frac{-7}{250}.$$

$$d) \frac{1,2}{x+3} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow (x+3) \cdot 5 = 1,2 \cdot 4 \Leftrightarrow x = \frac{4,8}{5} - 3 = -2,04.$$

Ví dụ 2. Tìm hai số x và y biết :

$$a) \frac{x}{5} = \frac{y}{25} \text{ và } x + y = 60;$$

$$b) \frac{x}{3} = \frac{y}{7} \text{ và } xy = 2100;$$

$$c) 5x = 3y \text{ và } x - y = -5.$$

Giải

a) Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{25} = \frac{x+y}{5+25} = \frac{60}{30} = 2.$$

$$\text{Suy ra } x = 5 \cdot 2 = 10; y = 25 \cdot 2 = 50.$$

b) Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}$ suy ra $y = \frac{7x}{3}$. Thay vào $xy = 2100$, ta có

$$\frac{7x^2}{3} = 2100 \Leftrightarrow x^2 = \frac{3 \cdot 2100}{7} = 900 \Leftrightarrow x = 30 \text{ hoặc } x = -30.$$

$$\text{Với } x = 30 \text{ thì } y = \frac{7 \cdot 30}{3} = 70.$$

$$\text{Với } x = -30 \text{ thì } y = \frac{7 \cdot (-30)}{3} = -70.$$

c) Từ $5x = 3y$ ta có tỉ lệ thức $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$. Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta được :

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{x-y}{3-5} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}.$$

Suy ra $x = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7,5$; $y = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5$.

Ví dụ 3*. Tìm các số x, y, z biết rằng

a) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $2x + 3y + 5z = 86$.

b) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$; $\frac{y}{6} = \frac{z}{8}$ và $3x - 2y - z = 13$.

c) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $xy + yz + zx = 104$.

Giải

a) Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau.

Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$, suy ra $\frac{2x}{6} = \frac{3y}{12} = \frac{5z}{25} = \frac{2x+3y+5z}{6+12+25} = \frac{86}{43} = 2$.

Vậy $x = 3 \cdot 2 = 6$; $y = 4 \cdot 2 = 8$; $z = 5 \cdot 2 = 10$.

b) Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$; $\frac{y}{6} = \frac{z}{8}$, suy ra $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$.

Ta có

$$\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{3x}{27} = \frac{2y}{24} = \frac{z}{16} = \frac{3x-2y-z}{27-24-16} = \frac{13}{-13} = -1.$$

Suy ra $x = -9$; $y = -12$; $z = -16$.

c) Từ $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ suy ra $\frac{xy}{6} = \frac{yz}{12} = \frac{zx}{8} = \frac{x^2}{4}$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x^2}{4} = \frac{xy}{6} = \frac{yz}{12} = \frac{zx}{8} = \frac{xy+yz+zx}{6+12+8} = \frac{104}{26} = 4$$

nên $x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4$ hoặc -4 .

Với $x = 4$ thì $y = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$; $z = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$.

Với $x = -4$ thì $y = -6$; $z = -8$.

III. BÀI TẬP

65. Tìm x, biết

a) $x : \frac{1}{4} = \frac{2}{7} : \frac{-1}{13}$;

b) $\frac{3}{5} : \frac{2x}{15} = \frac{1}{2} : \frac{4}{5}$;

c) $\frac{-4}{2,5} : \frac{3}{5} = \frac{1}{5} : x$;

d) $0,12 : 3 = 2x : \frac{3}{5}$.

66. Tìm x, y, biết

a) $\frac{x}{3} = \frac{y}{-4}$ và $x - y = 35$;

b) $\frac{x}{5} = \frac{y}{7}$ và $xy = 140$;

c) $2x = 3y$ và $x - 5y = 2,1$.

67. Tìm số có ba chữ số $\overline{abc}$, biết rằng :

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6} \text{ và } b + c - a = 8.$$

68. Tìm x, y, z biết :

a) $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2}$ và $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 316$;

b) $x : y : z = 2 : 5 : 7$ và $3x + 2y - z = 27$.

DẠNG 3. Chứng minh tỉ lệ thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Để chứng minh tỉ lệ thức $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ ta có thể làm :

Cách 1. Chứng minh tỉ số $\frac{A}{B}$ bằng tỉ số $\frac{C}{D}$; hoặc chứng minh $AD = BC$.

Cách 2. Xuất phát từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, vận dụng tính chất của tỉ lệ thức để tạo ra được tỉ lệ thức $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $a \neq 0, c \neq 0, a \neq b, c \neq d$. Chứng minh rằng

a) $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$;

b) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

Giải

a) *Cách 1.* Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ thì $a = kb, c = kd$. Ta có

$$\frac{a+b}{a} = \frac{kb+b}{kb} = \frac{b(k+1)}{kb} = \frac{k+1}{k};$$

$$\frac{c+d}{c} = \frac{kd+d}{kd} = \frac{d(k+1)}{kd} = \frac{k+1}{k}.$$

Vậy $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$.

Cách 2. Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $ad = bc$. Do đó $ac + ad = ac + bc \Leftrightarrow a(c+d) = c(a+b)$.

Do đó $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$.

Cách 3. Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$.

b) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, hoán vị hai trung tỉ rồi vận dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d}.$$

Hoán vị hai trung tỉ của tỉ lệ thức $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d}$, ta được $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

Ví dụ 2*. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng :

a) $\frac{3a+2c}{3b+2d} = \frac{-5a+3c}{-5b+3d}$;

b) $\frac{a^2}{b^2} = \frac{2c^2-ac}{2d^2-bd}$;

(với giả thiết các tỉ số có nghĩa).

Giải

a) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{a}{b} = \frac{3a}{3b} = \frac{2c}{2d} = \frac{3a+2c}{3b+2d} ; \frac{a}{b} = \frac{-5a}{-5b} = \frac{3c}{3d} = \frac{-5a+3c}{-5b+3d}.$$

Vậy $\frac{3a+2c}{3b+2d} = \frac{-5a+3c}{-5b+3d}$.

b) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{2c^2}{2d^2} = \frac{ac}{bd} = \frac{2c^2 - ac}{2d^2 - bd}.$$

Vậy $\frac{a^2}{b^2} = \frac{2c^2 - ac}{2d^2 - bd}.$

Ví dụ 3. Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$. Chứng minh rằng $a = b = c$.

Giải

Nếu $a + b + c = 0$ thì $\frac{a}{b} = \frac{-b-c}{b} = -1 - \frac{c}{b}$. Suy ra $\frac{b}{c} + \frac{c}{b} = -1$

nên $\frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{b^2} = -1$, vô lí. Vậy $a + b + c \neq 0$.

Ta có $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a} = \frac{a+b+c}{b+c+a} = 1$. Suy ra $a = b = c$.

III. BÀI TẬP

69. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng :

a) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$;

b) $\frac{ma+nb}{ma-nb} = \frac{mc+nd}{mc-nd}$

(với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

70. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng :

a) $\frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$;

b) $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^3 = \frac{a^3+b^3}{c^3+d^3}$

(với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

71. Cho tỉ lệ thức $\frac{2a+15b}{5a-7b} = \frac{2c+15d}{5c-7d}$. Chứng minh rằng $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

72. Cho $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$. Chứng minh rằng $a^2 = bc$.

73. Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng $\frac{a^3+b^3+c^3}{b^3+c^3+d^3} = \frac{a}{d}$.

DẠNG 4. Giải toán có liên quan đến tỉ lệ thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Để giải bài toán thực tế có liên quan đến tỉ lệ thức ta tiến hành thứ tự theo các bước sau :

Bước 1. Chọn ẩn số và đặt điều kiện của ẩn.

Bước 2. Tìm mối liên hệ giữa ẩn với các điều kiện đã cho để lập được tỉ lệ thức.

Bước 3. Sử dụng tính chất của tỉ lệ thức để giải tìm ẩn.

Bước 4. Đối chiếu với điều kiện để kết luận đáp số của bài toán.

2. Bài toán cơ bản :

1) Tìm hai số biết tổng (hoặc hiệu) là S và tỉ số giữa chúng là $\frac{a}{b}$.

Gọi hai số là x và y. Ta có $x + y = S$; $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$.

Do đó từ $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$, suy ra $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x+y}{a+b} = \frac{S}{a+b}$ nên $x = \frac{a.S}{a+b}$; $y = \frac{b.S}{a+b}$.

2) Chia một số M thành các phần tỉ lệ với a, b, c.

Gọi các phần chia ra là x, y, z.

Ta có $x + y + z = M$ và $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau có

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x+y+z}{a+b+c} = \frac{M}{a+b+c}$$

nên $x = \frac{a.M}{a+b+c}$; $y = \frac{b.M}{a+b+c}$; $z = \frac{c.M}{a+b+c}$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Lớp 7A có số học sinh nam hơn số học sinh nữ là 9. Tỉ số giữa số học sinh nam và nữ là 1,5. Tính tổng số học sinh của lớp 7A.

Giải

Gọi số học sinh nam là x, số học sinh nữ là y ($x, y \in \mathbf{N}^*$).

Theo bài ra ta có $x - y = 9$ và $\frac{x}{y} = 1,5$.

$$\text{Suy ra } \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x+y}{3+2} = \frac{x-y}{3-2} = \frac{9}{1} = 9.$$

$$\text{Do đó } x + y = 9 \cdot 5 = 45.$$

Vậy tổng số học sinh của lớp 7A là 45 em.

Ví dụ 2. Lớp 7B trồng được 184 cây. Tìm số cây mỗi tổ trồng, biết rằng tổ I có 10 bạn, tổ II có 11 bạn, tổ III có 12 bạn và tổ IV có 13 bạn và số cây của bốn tổ trồng tỉ lệ với số học sinh của mỗi tổ.

Giải

Gọi số cây của tổ I, II, III, IV trồng thứ tự là x, y, z, t ($x, y, z, t \in \mathbb{N}^*$).

Theo bài ra ta có :

$$x + y + z + t = 184 \text{ và } \frac{x}{10} = \frac{y}{11} = \frac{z}{12} = \frac{t}{13}.$$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{11} = \frac{z}{12} = \frac{t}{13} = \frac{x+y+z+t}{10+11+12+13} = \frac{184}{46} = 4.$$

$$\text{Suy ra : } x = 10 \cdot 4 = 40 ; y = 11 \cdot 4 = 44 ; z = 12 \cdot 4 = 48 ; t = 13 \cdot 4 = 52.$$

Vậy số cây của tổ I, II, III, IV trồng thứ tự là 40, 44, 48, 52.

Ví dụ 3. Ba vòi nước cùng chảy vào một hồ có dung tích $15,8\text{m}^3$ từ lúc hồ không có nước cho tới khi đầy hồ. Biết rằng thời gian để chảy được 1m^3 nước của vòi thứ nhất là 3 phút, vòi thứ hai là 5 phút và vòi thứ ba là 8 phút. Hỏi mỗi vòi chảy được bao nhiêu nước vào hồ ?

Giải

Gọi lượng nước các vòi thứ nhất, thứ hai, thứ ba đã chảy vào hồ thứ tự là x, y, z ($x, y, z > 0$; đơn vị : m^3), thì thời gian mà các vòi đã chảy tương ứng là $3x, 5y, 8z$ (phút).

Theo bài ra ta có

$$x + y + z = 15,8 \text{ và } 3x = 5y = 8z.$$

Từ $3x = 5y = 8z$ chia cho 120 ta được

$$\frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{40+24+15} = \frac{15,8}{79} = 0,2.$$

$$\text{Từ đó suy ra } x = 40 \cdot 0,2 = 8 (\text{m}^3) ; y = 24 \cdot 0,2 = 4,8 (\text{m}^3) ; z = 15 \cdot 0,2 = 3 (\text{m}^3).$$

III. BÀI TẬP

- 74.** Tìm số có hai chữ số, biết tổng hai chữ số đó bằng 10 và tỉ số giữa chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là $\frac{2}{3}$.

75. Tỉ số vận tốc của xe ô tô và xe máy là $1\frac{1}{2}$. Nếu xe ô tô tăng vận tốc lên 6km/h thì xe máy cần tăng vận tốc lên bao nhiêu để tỉ số vận tốc hai xe không thay đổi ?
76. Nam kém chị Nam 6 tuổi. Sau 3 năm nữa tỉ số giữa tuổi của Nam và tuổi của chị Nam là $\frac{5}{7}$. Tính tuổi mỗi người hiện nay ?
77. Hãy chia một tấm vải dài 100m thành 4 phần tỉ lệ với 3, 4, 5, 8.
78. Trong đợt góp vở tặng các bạn học sinh vùng bão lũ, ba lớp 7A, 7B, 7C thu được kết quả như sau : Tỉ số giữa số vở của lớp 7A và lớp 7B bằng $\frac{10}{9}$; 5 lần số vở của lớp 7C bằng 4 lần số vở lớp 7B ; tổng số vở của lớp 7A và số vở của lớp 7C nhiều hơn 3 lần số vở của lớp 7B là 100 quyển.
Hãy tìm số vở mỗi lớp góp được.

Chủ đề 7

SỐ THẬP PHẦN HỮU HẠN SỐ THẬP PHẦN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Số thập phân hữu hạn

Ví dụ : 0,12 ; -1,357 ; 3,4 ; ...

2. Số thập phân vô hạn tuần hoàn

Số thập phân vô hạn tuần hoàn gọi là đơn nếu chu kì bắt đầu ngay sau dấu phẩy, ví dụ : 0,3232... viết gọn là 0,(32), chu kì 32.

Số thập phân vô hạn tuần hoàn gọi là tạp nếu chu kì không bắt đầu ngay sau dấu phẩy, ví dụ : -1,3510510... viết gọn là -1,3(510), chu kì 510.

3. Mỗi số hữu tỉ được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Nhận biết một phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để nhận biết một phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn ta làm như sau :

- Viết phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu dương.
- Phân tích mẫu dương đó ra thừa số nguyên tố.
- Nếu mẫu này không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Nếu mẫu này có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong các phân số sau đây phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ? Viết dạng thập phân của các phân số đó.

a) $-\frac{21}{70}$; b) $\frac{5}{-120}$; c) $\frac{16}{7}$.

Giải

a) $-\frac{21}{70} = \frac{-3}{10}$. Ta có $10 = 2 \cdot 5$.

Mẫu này không có ước nguyên tố khác 2 và 5 nên phân số $\frac{-3}{10}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Rõ ràng $-\frac{21}{70} = \frac{-3}{10} = -0,3$.

b) Xét phân số $\frac{5}{-120} = \frac{-1}{24}$. Ta thấy $24 = 2^3 \cdot 3$.

Mẫu này có ước nguyên tố khác 2 và 5 nên phân số $\frac{-1}{24}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Ta có $\frac{5}{-120} = \frac{-1}{24} = -0,041(6)$.

c) $\frac{16}{7}$ là phân số tối giản có mẫu số là 7 là ước nguyên tố khác 2 và 5 nên $\frac{16}{7}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

$$\frac{16}{7} = 2,(285714).$$

Ví dụ 2. Tìm các số nguyên tố a, b có một chữ số để cho số hữu tỉ $x = \frac{14a}{15b}$ viết được dưới dạng :

- a) Số thập phân hữu hạn ;
- b) Số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Giải

Ta có $x = \frac{2.7.a}{3.5.b}$.

a) Để x viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn thì mẫu số của nó phải không chứa thừa số 3. Do đó a = 3, b có thể là 2 ; 5 hoặc 7.

Nếu a = 3, b = 2 thì $x = \frac{2.7.3}{3.5.2} = \frac{7}{5} = 1,4$;

Nếu a = 3, b = 5 thì $x = \frac{2.7.3}{3.5.5} = \frac{14}{25} = 0,56$;

Nếu a = 3, b = 7 thì $x = \frac{2.7.3}{3.5.7} = \frac{2}{5} = 0,4$.

b) Để x viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn thì mẫu số của nó phải chứa thừa số 3. Xảy ra các khả năng :

* Nếu a = 3 thì b = 3.

* Nếu a ≠ 3, tức là a ∈ {2 ; 5 ; 7} thì b ∈ {2 ; 3 ; 5 ; 7}.

Tìm được 13 cặp số (a ; b) là (3 ; 3), (2 ; 2), (2 ; 3), (2 ; 5), (2 ; 7), (5 ; 2), (5 ; 3), (5 ; 5), (5 ; 7), (7 ; 2), (7 ; 3), (7 ; 5), (7 ; 7) để x là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

III. BÀI TẬP

79. Trong các phân số sau đây, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ? Giải thích ? Hãy viết chúng dưới dạng đó.

$$\frac{-9}{16}; \frac{-7}{20}; \frac{5}{22}; \frac{14}{-35}; \frac{-7}{21}.$$

80. Cho số $A = \frac{5.a}{2.3.b}$.

Tìm các số a, b để A viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Biết rằng a, b là các số nguyên tố có một chữ số.

81. Cho số $B = \frac{a}{b}$.

Tìm các số a, b để B viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn. Biết rằng a, b là các số nguyên tố có một chữ số.

DẠNG 2. Viết số thập phân hữu hạn, vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Để viết số thập phân hữu hạn dưới dạng phân số tối giản, ta làm như sau :

– Viết số thập phân hữu hạn dưới dạng phân số có tử là số nguyên tạo bởi phần nguyên và phần thập phân của số đó, mẫu là một lũy thừa của 10 với số mũ bằng số chữ số ở phần thập phân của số đã cho. Chẳng hạn

$$a,bcd = \frac{\overline{abcd}}{10^3}.$$

– Rút gọn phân số trên.

2. Để viết số thập phân vô hạn tuần hoàn ra phân số, ta sử dụng nhận xét

$$0,(1) = \frac{1}{9}; 0,(01) = \frac{1}{99}; 0,(001) = \frac{1}{999}.$$

– Đối với số thập phân tuần hoàn đơn. Chẳng hạn :

$$0,(abc) = \frac{\overline{abc}}{999}.$$

– Đối với số thập phân tuần hoàn tạp, trước hết ta đưa chúng về dạng tuần hoàn đơn. Chẳng hạn :

$$0,ab(cde) = 0,ab + \frac{1}{100}.0,(cde) = \frac{\overline{ab}}{100} + \frac{\overline{cde}}{99900} = \frac{\overline{abcde} - \overline{ab}}{99900}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Viết các số thập phân hữu hạn sau đây dưới dạng phân số tối giản.

- a) 0,52 ; b) -0,725 ; c) 1,56 ; d) -2,135.

Giải

$$\text{a) } 0,52 = \frac{52}{10^2} = \frac{52}{100} = \frac{13}{25} ;$$

$$\text{b) } -0,725 = \frac{-725}{10^3} = \frac{-725}{1000} = \frac{-29}{40} ;$$

$$\text{c) } 1,56 = \frac{156}{10^2} = \frac{156}{100} = \frac{39}{25} ;$$

$$\text{d) } -2,135 = \frac{-2135}{1000} = \frac{-427}{200} .$$

Ví dụ 2. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số tối giản.

- a) 0,(35) ; b) 0,0(237) ; c) -5,1(3).

Giải

$$\text{a) } 0,(35) = 0,(01).35 = \frac{1}{99} . 35 = \frac{35}{99} ;$$

$$\text{b) } 0,0(237) = \frac{1}{10} . 0,(237) = \frac{1}{10} . 0,(001).237 = \frac{1}{10} . \frac{1}{999} . 237 = \frac{237}{9990} .$$

$$\text{c) } -5,1(3) = -(5,1 + \frac{1}{10} . 0,(3)) = -\left(\frac{51}{10} + \frac{1}{10} . \frac{3}{9}\right) = \frac{-77}{15} .$$

Ví dụ 3. Chứng tỏ rằng :

a) $0,(15) + 0,(84) = 1$;

b) $0,(333) . 3 = 1$.

Giải

Trước hết ta đổi các số thập phân vô hạn tuần hoàn ra phân số, rồi thực hiện các phép tính đối với phân số.

$$\text{a) } 0,(15) + 0,(84) = \frac{15}{99} + \frac{84}{99} = \frac{99}{99} = 1 ;$$

$$\text{b) } 0,(333) . 3 = \frac{333}{999} . 3 = \frac{1}{3} . 3 = 1 .$$

III. BÀI TẬP

82. Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản

- a) $-4,32$; $0,148$; $-0,4937$;
- b) $-4,(32)$; $0,(148)$; $-0,(4937)$;
- c) $-4,3(2)$; $0,14(8)$; $-0,49(37)$.

83. Chứng tỏ rằng :

- a) $0,(17) + 0,(82) = 1$;
- b) $0,(666) \cdot (-3) = -2$.

DẠNG 3. So sánh các số thập phân

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Sử dụng nhận xét :

- 1. Với hai số thập phân dương khác phần nguyên, số nào có phần nguyên lớn hơn sẽ lớn hơn.
- 2. Với hai số thập phân dương cùng phần nguyên, số nào có phần thập phân lớn hơn sẽ lớn hơn.
- 3. Với hai số thập phân âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn sẽ nhỏ hơn.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. So sánh các số sau :

$$0,(35) ; 0,3(53) ; 0,353.$$

Giải

$$0,(35) = 0,3535...$$

$$0,3(53) = 0,3535...$$

$$0,353 = 0,353.$$

$$\text{Vậy } 0,353 < 0,(35) = 0,3(53).$$

Ví dụ 2. Tìm số hữu tỉ m sao cho $a < m < b$. Biết rằng

$$\text{a) } a = 209,95(43) ; \quad b = 2010,97(46).$$

$$\text{b) } a = -27,(2475) ; \quad b = -27,2475.$$

Giải

$$\text{a) Chẳng hạn } m = 2009,96.$$

$$\text{b) Chẳng hạn } m = -27,24752475.$$

III. BÀI TẬP

84. So sánh các số sau :
 $-1,37$; $-1,(37)$; $-1,3(73)$.
85. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ nhỏ đến lớn :
 $2,(15)$; $2,(14)$; $2,15$; $1,(15)$.
86. So sánh các số sau :
a) $-2,3653$ và $-2,365(3)$;
b) $1,432$ và $1,(432)$;
c) $0,(2357)$ và $0,2(357)$;
d) $0,(428571)$ và $\frac{3}{7}$.

Chủ đề 8

PHÉP LÀM TRÒN SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Để dễ nhớ, dễ ước lượng, dễ tính toán với các số có nhiều chữ số người ta thường làm tròn số.

Quy ước làm tròn số :

- Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi nhỏ hơn 5 thì ta giữ nguyên bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì ta thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0.
- Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cộng thêm 1 vào chữ số cuối cùng của bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì ta thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Làm tròn số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Áp dụng quy tắc làm tròn số.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. a) Làm tròn số 545 đến hàng chục.

b) Làm tròn số 545 đến hàng trăm.

Giải

a) Nhận thấy chữ số đầu tiên bị bỏ đi là chữ số 5 ở hàng đơn vị nên ta thay 5 bởi 0 và cộng thêm 1 vào chữ số 4 ở hàng chục. Ta có :

$$545 \approx 550 \text{ (tròn chục).}$$

b) Chữ số đầu tiên trong các chữ bị bỏ đi là chữ số 4 ở hàng chục nên ta thay hai chữ số ở hàng chục và hàng đơn vị bởi 0. Ta có :

$$545 \approx 500 \text{ (tròn trăm).}$$

Ví dụ 2 : a) Làm tròn số 12,3728 đến chữ số thập phân thứ ba.

b) Làm tròn số 12,3728 đến chữ số thập phân thứ hai.

c) Làm tròn số 12,3728 đến chữ số thập phân thứ nhất.

Giải

a) Chữ số đầu tiên bị bỏ đi là 8 (lớn hơn 5) nên phải thêm 1 vào 2 ta được :

$$12,3728 \approx 12,373 \text{ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).}$$

b) $12,3728 \approx 12,37$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

c) $12,3728 \approx 12,4$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

III. BÀI TẬP

87. Làm tròn các số sau đến chữ số thập phân thứ hai :

7,321 ; 15,718 ; 16,501 ; 2,995.

88. Làm tròn các số sau đến hàng trăm :

2013 ; 1234,53 ; 9558,7 ; 4049.

DẠNG 2. Ước lượng kết quả của phép tính

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để ước lượng kết quả của phép nhân, ta làm tròn mỗi thừa số đến chữ số hàng cao nhất của nó rồi nhân hai số dư được làm tròn.

Để tính giá trị (làm tròn đến một hàng nào đó) của một biểu thức ta có thể làm theo các cách sau :

Cách 1. Làm tròn các số trước rồi mới thực hiện phép tính.

Cách 2. Thực hiện phép tính rồi mới làm tròn.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Hãy ước lượng kết quả của các phép tính sau :

a) $595 \cdot 53$;

b) $91,36 \cdot 5,9$.

Giải

a) $595 \cdot 53 \approx 600 \cdot 50 = 30000$.

b) $91,36 \cdot 5,9 \approx 90 \cdot 6 = 540$.

Ví dụ 2. Tính giá trị (làm tròn đến hàng đơn vị) của biểu thức

$$A = \frac{35,13,0,915}{8,5}.$$

Giải

Cách 1. Làm tròn các số đến hàng đơn vị rồi mới thực hiện phép tính.

$$A = \frac{35,1}{9} \approx 3,8 \approx 4.$$

Cách 2. Thực hiện phép tính rồi mới làm tròn

$$A = \frac{35,13,0,915}{8,5} \approx 3,781641176 \approx 4.$$

Ví dụ 3. Tính chu vi và diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là 15,34m và chiều rộng là 5,72m (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Giải

Chu vi hình chữ nhật là

$$(15,34 + 5,72) \cdot 2 = 42,12 \approx 42,1 \text{ (m)}.$$

Diện tích hình chữ nhật là

$$15,34 \cdot 5,72 = 87,7448 \approx 87,7 \text{ (m}^2\text{)}.$$

III. BÀI TẬP

89. Hãy ước lượng kết quả của phép tính

a) $21357 \cdot 513$;

b) $1734 \cdot 3248$.

90. Tính giá trị (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) của biểu thức :

$$B = \frac{42,315,1,375}{8,53,9,123}.$$

91. Hết học kì I, điểm Toán của An như sau :

– Điểm kiểm tra miệng và 15 phút : 6, 7, 8, 9.

– Điểm kiểm tra 45 phút : 7, 8, 6, 8.

– Điểm kiểm tra học kì : 8.

Em hãy tính điểm trung bình môn Toán học kì I của An (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

92. Tính chu vi và diện tích của một mảnh vườn hình chữ nhật (làm tròn đến hàng đơn vị), biết người ta đo chiều dài của hình chữ nhật là 25,8m ; chiều rộng là 10,32m.

Chủ đề 9

SỐ VÔ TỈ – KHÁI NIỆM VỀ CĂN BẬC HAI – SỐ THỰC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Ví dụ : 1,3142576895342...

2. Số vô tỉ là số có thể viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn. Tập hợp các số vô tỉ kí hiệu là I .

3. Số vô tỉ và số hữu tỉ gọi chung là số thực.

Tập hợp các số thực kí hiệu là R .

Trong tập hợp các số thực cũng có các phép toán với các tính chất tương tự như các phép toán trong tập hợp các số hữu tỉ.

4. Căn bậc hai của số không âm a là số x sao cho $x^2 = a$.

5. Số dương a có đúng hai căn bậc hai là $\sqrt{a}$ và $-\sqrt{a}$.

Số 0 chỉ có một căn bậc hai là số 0.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Tìm căn bậc hai của một số không âm

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Sử dụng định nghĩa : Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho $x^2 = a$.

Với $a > 0$ có hai căn bậc hai là $\sqrt{a}$ và $-\sqrt{a}$;

Với $a = 0$ có một căn bậc hai là 0 ;

Với $a < 0$ thì không có căn bậc hai nào.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm các căn bậc hai của :

- a) 25 ; b) 0,0001 ; c) 0 ; d) 15 ; e) -6.

Giải

a) Căn bậc hai của 25 là $\sqrt{25} = 5$ và $-\sqrt{25} = -5$.

b) Căn bậc hai của 0,0001 là $\sqrt{0,0001} = 0,01$ và $-\sqrt{0,0001} = -0,01$.

c) Căn bậc hai của 0 là $\sqrt{0} = 0$.

d) Căn bậc hai của 15 là $\sqrt{15}$ và $-\sqrt{15}$.

e) Do $-6 < 0$ nên không tồn tại căn bậc hai của -6.

Ví dụ 2. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	0,01		$(-2)^2$		25		$\frac{1}{2}$		
$\sqrt{x}$		0,01		$(-2)^2$		25		$\frac{1}{2}$	0
$-\sqrt{x}$									

Giải

$\sqrt{x}$ là căn bậc hai không âm của số không âm x.

$-\sqrt{x}$ là căn bậc hai không dương của số không âm x.

Ta có $(\sqrt{x})^2 = (-\sqrt{x})^2 = x$.

Vì vậy ta có thể điền vào bảng như sau :

x	0,01	0,0001	$(-2)^2$	16	25	625	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0
$\sqrt{x}$	0,1	0,01	2	4	5	25	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$-\sqrt{x}$	-0,1	-0,01	-2	-4	-5	-25	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0

Ví dụ 3. Sử dụng máy tính bỏ túi tính các giá trị biểu thức sau (chính xác đến chữ số thập phân thứ tư).

a) $\sqrt{23} + \sqrt{21}$;

b) $\sqrt{39} + \sqrt{12}$;

c) $\sqrt{5,4} - \sqrt{8}$.

Giải

Ta có

a) $\sqrt{23} + \sqrt{21} = 9,378407218... \approx 9,3784$

b) $\sqrt{39} + \sqrt{12} = 9,709099614... \approx 9,7091$

c) $\sqrt{5,4} - \sqrt{8} = -0,504637117... \approx -0,5046$.

Ví dụ 4. Tính và so sánh :

a) $\sqrt{25 \cdot 4}$ và $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$;

b) $\sqrt{\frac{25}{4}}$ và $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$;

c) $\sqrt{144 + 25}$ và $\sqrt{144} + \sqrt{25}$;

d) $\sqrt{25 - 9}$ và $\sqrt{25} - \sqrt{9}$.

Giải

a) $\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{100} = 10$; $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 2 = 10$.

Vậy $\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$.

b) $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$; $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2}$. Vậy $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$.

c) $\sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$; $\sqrt{144} + \sqrt{25} = 12 + 5 = 17$.

Vậy $\sqrt{144 + 25} < \sqrt{144} + \sqrt{25}$.

d) $\sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$; $\sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$.

Vậy $\sqrt{25 - 9} > \sqrt{25} - \sqrt{9}$.

III. BÀI TẬP

93. Tìm căn bậc hai của :

a) 49 ;

b) $\frac{9}{25}$;

c) 0,0001 ;

d) a^2 .

94. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	-9	-4	1	0	0,01	$\frac{1}{4}$	5	0,49	-1
$\sqrt{x}$									
x^2									

95. Trong các số sau đây, hãy cho biết mỗi số là căn bậc hai của số nào ?

$$\begin{array}{llll} a = 3; & b = -4; & c = 0; & d = 9; \\ e = \sqrt{5}; & g = \frac{3}{5}; & h = \sqrt{2} + 3; & k = \frac{1}{5} - \frac{1}{4}. \end{array}$$

96. Trong các số sau đây, số nào bằng $\frac{3}{5}$.

$$a = \sqrt{\frac{3^2}{5^2}}; \quad b = \frac{\sqrt{3^2} + \sqrt{42^2}}{\sqrt{5^2} + \sqrt{70^2}}; \quad c = \frac{\sqrt{3^2} - \sqrt{8^2}}{\sqrt{5^2} - \sqrt{8^2}}; \quad d = \frac{-45}{-75}.$$

97. Sử dụng máy tính bỏ túi hãy tính các giá trị của biểu thức sau (chính xác đến chữ số thập phân thứ hai).

$$a) \sqrt{20} - \sqrt{7}; \quad b) \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{3}{7}}; \quad c) \sqrt{0,1} \cdot \sqrt{0,08}.$$

98. Tính

$$\begin{array}{lll} a) \sqrt{121}; & b) \sqrt{1,44}; & c) \sqrt{(2,8 - 0,5)^2}; \\ d) \sqrt{\frac{25}{49}}; & e) \sqrt{\frac{0,01}{169}}; & g) \sqrt{(0,13)^2 - (0,12)^2}. \end{array}$$

99. a) Điền số thích hợp vào chỗ trống (...)

$$\begin{aligned} \sqrt{1} &= \dots \\ \sqrt{1+3} &= \dots \\ \sqrt{1+3+5} &= \dots \end{aligned}$$

b) Viết tiếp ba đẳng thức nữa vào "danh sách" trên.

100. Cho biết biểu thức $\sqrt{ab}$ có nghĩa thì có thể suy ra $\sqrt{a}$ và $\sqrt{b}$ có nghĩa không ?

DẠNG 2. Số vô tỉ

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để chứng tỏ một số là số vô tỉ ta có thể :

Cách 1. Chỉ ra số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Cách 2. Giả sử số đó là số hữu tỉ dạng $\frac{p}{q}$ ($p, q \in \mathbb{Z}, (p, q) = 1$). Từ đó suy luận để tìm ra mâu thuẫn.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Chứng minh rằng $\sqrt{5}$ là số vô tỉ.

Giải

Giả sử $\sqrt{5}$ là số hữu tỉ. Khi đó $\sqrt{5}$ có thể viết được dưới dạng $\frac{m}{n}$ (với $(m, n) = 1; m, n \in \mathbb{N}^*$). Ta có :

$$\sqrt{5} = \frac{m}{n} \Rightarrow 5 = \frac{m^2}{n^2} \text{ hay } 5n^2 = m^2. \quad (1)$$

Đẳng thức (1) chứng tỏ $m^2 : 5 \Rightarrow m : 5$.

Đặt $m = 5k$ ($k \in \mathbb{N}$) ta có $m^2 = 25k^2$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$5n^2 = 25k^2 \Leftrightarrow n^2 = 5k^2. \quad (3)$$

Đẳng thức (3) chứng tỏ $n^2 : 5$ mà 5 là số nguyên tố nên $n : 5$.

Vậy m và n cùng chia hết cho 5 nên $\frac{m}{n}$ chưa tối giản, trái giả thiết. Do đó $\sqrt{5}$ không phải là số hữu tỉ, tức là $\sqrt{5}$ là số vô tỉ.

Ví dụ 2. Chứng tỏ rằng :

- 1) Tổng của một số hữu tỉ với một số vô tỉ là một số vô tỉ.
- 2) Tích của một số hữu tỉ khác 0 với một số vô tỉ là một số vô tỉ.

Giải

1) Giả sử tồn tại số hữu tỉ a và số vô tỉ α sao cho $a + \alpha$ là số hữu tỉ ta gọi là b . Khi đó $a + \alpha = b \Leftrightarrow \alpha = b - a$ thì α là số hữu tỉ (vì bằng hiệu của hai số hữu tỉ), điều này trái với giả thiết α là số vô tỉ.

2) Giả sử tồn tại số hữu tỉ a ($a \neq 0$) và số vô tỉ α sao cho $a \cdot \alpha$ là số vô tỉ ; ta gọi là m . Khi đó $a\alpha = m \Leftrightarrow \alpha = \frac{m}{a}$ thì α là số hữu tỉ (vì bằng thương của hai số vô tỉ), điều này trái với giả thiết α là số vô tỉ.

Ví dụ 3. Trong các số sau đây, số nào là số hữu tỉ ? số nào là số vô tỉ ?

a) $-\sqrt{121}$;

b) $\frac{2}{15}$;

c) $0,010010001\dots$;

d) $\pi = 3,1416\dots$;

e) $3 + \sqrt{5}$.

Giải

a) $-\sqrt{121} = -\sqrt{11^2} = -11$ là số hữu tỉ.

b) $\frac{2}{15}$ là số hữu tỉ.

c) $0,010010001\dots$ là số thập phân vô hạn không tuần hoàn nên số đó là số vô tỉ.

d) $\pi = 3,1416\dots$ cũng là số thập phân vô hạn không tuần hoàn nên là số vô tỉ.

e) Áp dụng kết quả ví dụ 1 có $\sqrt{5}$ là số vô tỉ. Do đó $3 + \sqrt{5}$ là số vô tỉ (theo kết quả 1) ví dụ 2).

III. BÀI TẬP

101. Chứng minh rằng $\sqrt{7}$ là số vô tỉ.

102. Chứng minh rằng $\sqrt{6}$ là số vô tỉ.

103. Chứng tỏ rằng :

1) Hiệu của một số vô tỉ và một số hữu tỉ là một số vô tỉ.

2) Thương của một số vô tỉ với một số hữu tỉ (khác 0) là một số vô tỉ.

104. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

1) Tổng của hai số vô tỉ luôn là số vô tỉ.

2) Tích của hai số vô tỉ luôn là số vô tỉ.

3) Thương của hai số vô tỉ luôn là số hữu tỉ.

105. Trong các số sau, số nào là số hữu tỉ ? số nào là số vô tỉ ?

a) $0,121212\dots$;

b) $-1,10111213\dots$;

c) $\sqrt{\frac{1}{2}}$;

d) $5 + \sqrt{7}$.

DẠNG 3. So sánh số thực

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để so sánh hai số thực a, b ta có thể sử dụng một số nhận xét sau :

– Nếu $a > m, m > b$ thì $a > b$.

– Nếu a, b là hai số thực dương thì :

$$a > b \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$$

$$a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần :

$$-1,(3); \quad 1,3; \quad 1\frac{1}{2}; \quad 1,(3); \quad \pi.$$

Giải

$$\text{Nhận thấy } -1,(3) < 0; \quad 1\frac{1}{2} = 1,5; \quad \pi = 3,1416\dots$$

$$1,(3) = 1,33\dots$$

Do đó sắp xếp các số theo thứ tự giảm dần như sau :

$$\pi; \quad 1\frac{1}{2}; \quad 1,(3); \quad 1,3; \quad -1,(3).$$

Ví dụ 2. So sánh $a = 3\sqrt{2}$ và $b = 2\sqrt{3}$.

Giải

$$\text{Xét } a^2 = (3\sqrt{2})^2 = 3^2(\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$$

$$b^2 = (2\sqrt{3})^2 = 2^2(\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12.$$

Vì $a^2 > b^2$ (do $18 > 12$) nên $a > b$, tức là $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$.

Ví dụ 3*. So sánh $x = \sqrt{3} + \sqrt{6}$ và $y = \sqrt{2} + \sqrt{7}$.

Giải

Xét

$$x^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = 3 + 6 + 2\sqrt{18} = 9 + 2\sqrt{18}$$

$$y^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 = 2 + 7 + 2\sqrt{14} = 9 + 2\sqrt{14}.$$

Vì $x^2 > y^2$ (do $2\sqrt{18} > 2\sqrt{14}$) nên $x > y$, tức là $\sqrt{3} + \sqrt{6} > \sqrt{2} + \sqrt{7}$.

III. BÀI TẬP

106. Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần.

$$\frac{1}{5}; -\sqrt{2}; -1,(25); \frac{3\sqrt{2}}{2}; \sqrt{5^2}.$$

107. So sánh $m = 7\sqrt{6}$ và $n = 6\sqrt{7}$.

108. So sánh $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$; $y = \sqrt{2} + \sqrt{6}$; $z = 2\sqrt{2}$.

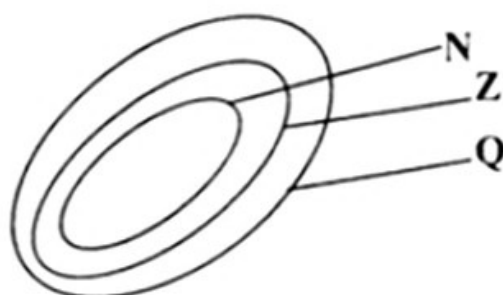
109. So sánh $a = -0,15$; $b = -0,(15)$; $c = -0,151617\dots$

110. So sánh $m = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}$ và $n = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{2}}$.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Chủ đề 1

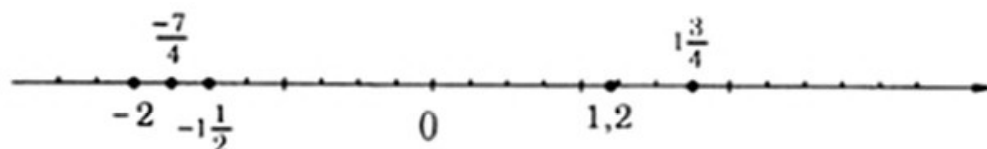
1. Nhận thấy $-2,4 = \frac{-12}{5}$; $-1\frac{4}{7} = \frac{-11}{7}$; $-3 = \frac{-3}{1}$ đều có dạng $\frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$). Vì vậy chúng là các số hữu tỉ.
2. $-7 \in \mathbb{Z}$; $-1,2 \notin \mathbb{N}$; $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$; $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$; $0,66... \in \mathbb{Q}$.
3. $-5 \notin \mathbb{N}$; $\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$; $0,2 \in \mathbb{Q}$; $-\frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$.
4. x không là số hữu tỉ.
5. Xem hình



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

6. a) và b)

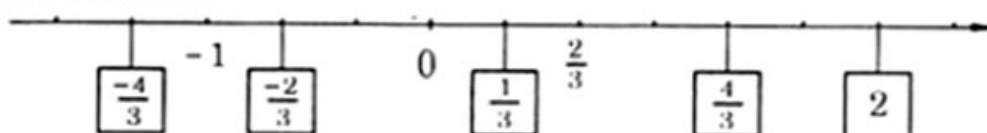
7.



8. Các điểm A, B, C, D, E thứ tự biểu diễn những số hữu tỉ

$$-1\frac{1}{4} ; -1\frac{1}{3} ; \frac{3}{4} ; 1\frac{1}{2} ; 2\frac{1}{4}$$

9. Cách điền như sau



10. a) $-0,5 = -\frac{50}{100} > -\frac{51}{100}$. Vậy $-0,5 > -\frac{51}{100}$.

b) $1\frac{7}{9} = \frac{16}{9} = \frac{80}{45}$; $\frac{9}{5} = \frac{81}{45}$. Nên $1\frac{7}{9} < \frac{9}{5}$.

c) $\frac{-15}{37} = \frac{-15 \cdot 29}{37 \cdot 29} = \frac{-435}{37 \cdot 29}$; $\frac{10}{-29} = \frac{-10}{29} = \frac{-370}{37 \cdot 29}$ nên $\frac{-15}{37} < \frac{10}{-29}$.

d) $\frac{-295}{118} < \frac{-295+15}{118+15} = \frac{-280}{133}$. Vậy $\frac{-295}{118} < \frac{-280}{133}$.

Nhận xét : $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}^*$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì

$$a < b \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}.$$

11. a) $-\frac{1}{10} < 0$; $\frac{1}{1000} > 0$ nên $-\frac{1}{10} < \frac{1}{1000}$.

b) $\frac{357}{-358} = \frac{-357}{358} > -1$; $\frac{-1000}{999} < \frac{-999}{999} = -1$ nên $\frac{-1000}{999} < \frac{357}{-358}$.

c) $\frac{151515}{-313131} = \frac{-15 \cdot 10101}{31 \cdot 10101} = \frac{-15}{31}$.

d) Nhận thấy $\frac{999}{605} - 1 = \frac{304}{605}$; $\frac{1199}{805} - 1 = \frac{304}{805}$.

Do $\frac{304}{605} > \frac{304}{805}$ nên $\frac{999}{605} > \frac{1199}{805}$. Suy ra $\frac{-999}{605} < \frac{1199}{-805}$.

12. Sắp xếp các số hữu tỉ theo thứ tự tăng dần như sau :

$$-1\frac{2}{3}; -\frac{5}{9}; -\frac{3}{7}; 0,5; \frac{10}{3}.$$

13. Nhận xét $\frac{-3}{5} > \frac{-5}{8}$ và áp dụng kết quả Ví dụ 2, ta viết được :

$$\frac{-3}{5} > \frac{(-3)+(-5)}{5+8} > \frac{-5}{8} \text{ hay } \frac{-3}{5} > \frac{-8}{13} > \frac{-5}{8}.$$

Tương tự có $-\frac{3}{5} > \frac{-11}{18} > \frac{-8}{13} > \frac{-13}{21} > \frac{-5}{8}$.

14. a) Nhận thấy $\frac{a}{b} = \frac{a(b+2010)}{b(b+2010)} = \frac{ab+2010a}{b(b+2010)}$

$$\frac{a+2010}{b+2010} = \frac{b(a+2010)}{b(b+2010)} = \frac{ab+2010b}{b(b+2010)}.$$

Nếu $a > b$ thì $2010a > 2010b$ suy ra $\frac{ab+2010a}{b(b+2010)} > \frac{ab+2010b}{b(b+2010)}.$

Vậy $\frac{a}{b} > \frac{a+2010}{b+2010}.$

Tương tự, với $a < b$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+2010}{b+2010}.$

b) Kết quả như sau :

$$a > b \text{ thì } \frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$$

$$a < b \text{ thì } \frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}.$$

15. Tương tự Ví dụ 2.

Chủ đề 2

16. a) $-\frac{1}{60}$; b) $2\frac{13}{14}$; c) $5\frac{1}{14}$; d) $-\frac{5}{6}.$

17. a) $\frac{-6}{29}$; b) $15\frac{15}{23}$; c) $\frac{-5}{7}.$

18. a) $P = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{7}{45} + \frac{5}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{35}$
 $= \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{45}\right) + \frac{3}{5} + \frac{1}{35} = 1 + \frac{4}{5} + \frac{3}{5} + \frac{1}{35} = 2\frac{1}{35}.$

b) $Q = (5 - 6 - 2) + \left(-\frac{3}{4} - \frac{7}{4} + \frac{5}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{8}{5} - \frac{16}{5}\right) = -\left(3 + \frac{5}{4} + \frac{23}{5}\right)$
 $= -\left(3 + 1\frac{1}{4} + 4\frac{3}{5}\right) = -8\frac{17}{20}.$

19. Chẳng hạn

a) $\frac{4}{15} = \frac{1}{15} + \frac{1}{5}$; b) $\frac{-19}{20} = \frac{-1}{20} + \frac{-9}{10}$; c) $\frac{-25}{29} = -1 + \frac{4}{29}.$

20. Chẳng hạn

$$a) \frac{-99}{100} = (-1) - \frac{-1}{100}.$$

$$b) 5\frac{3}{4} = 5 - \frac{-3}{4}.$$

$$21. a) x = \frac{-2}{7} - \frac{4}{9} = \frac{-46}{63};$$

$$b) x = -13 + \frac{5}{9} = -12\frac{4}{9};$$

$$c) x = \frac{-3}{5} + 0,75 = 0,15;$$

$$d) x = -0,15 - 1\frac{4}{5} = -1,95.$$

$$22. a) x = 7 - \frac{2}{5} + 1,62 = 8,22;$$

$$b) x = 4\frac{3}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} = 4\frac{3}{10};$$

$$c) 2x - x = \frac{3}{5} + \frac{4}{7} \Leftrightarrow x = \frac{41}{35}$$

$$d) x = 3\frac{1}{2} - \frac{5}{7} + \frac{1}{13} - 0,25 \Leftrightarrow x = 2\frac{223}{364}.$$

$$23. a) x + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{5}{6} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3};$$

$$b) \frac{3}{8} + \frac{5}{8} - \frac{1}{5} - x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}.$$

Chủ đề 3

$$24. a) 18; \quad b) \frac{-1}{3}; \quad c) \frac{-55}{49}; \quad d) -\frac{55}{6}.$$

$$25. M = \frac{-3}{8} \cdot \frac{8}{5} + \frac{1}{7} \cdot \frac{-7}{6} = \frac{-3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{-23}{30}$$

$$N = \frac{7}{3} \cdot \frac{-13}{4} \cdot \frac{-5}{2} = \frac{455}{24} = 18\frac{23}{24}$$

$$P = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{5}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{-3}{10} = \frac{-3}{25}.$$

$$M < P < N.$$

$$26. a) A = \left[\frac{2}{7}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)\right] : \left[\frac{2}{7}\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)\right] = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) = 1\frac{1}{4}.$$

$$b) B = \frac{\frac{3}{4}\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{7} - \frac{1}{3} + \frac{2}{7}\right)}{\frac{1}{5}\left(\frac{2}{7} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{7} + \frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{3}{4}\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{7} + \frac{1}{3}\right)} = 1\frac{11}{52}.$$

$$27^*. M = -\left(\frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6}\right) \\ = -\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) = -\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) = \frac{-1}{3}.$$

28. Trước hết rút gọn biểu thức $A = -\frac{a}{b}$.

Với $a = \frac{2007}{2010}$ và $b = \frac{2011}{2010}$ thì $A = \frac{-2007}{2011}$.

29. Chẳng hạn

a) $\frac{-7}{18} = \frac{-7}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{-1}{9} \cdot \frac{7}{2}$.

b) $\frac{-50}{77} = \frac{-25}{11} \cdot \frac{7}{2}$.

30. a) $x = \frac{13}{90}$; b) $x = \frac{20}{39}$; c) $x = -2\frac{11}{12}$; d) $x = \frac{19}{96}$.

31. a) $x = \frac{5}{3}$; b) $x = \frac{1}{5}$ hoặc $x = \frac{-4}{5}$;

c) $x > \frac{4}{7}$ hoặc $x < -\frac{1}{2}$;

d) $-1\frac{3}{4} < x < \frac{3}{2}$.

32. Biến đổi tính được $-9\frac{1}{4} < \frac{x}{8} < -2 \Leftrightarrow -74 < x < -16$.

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-73; -72; \dots; 13; 14; 15\}$.

33*. Làm tương tự Ví dụ 4, tìm được $x = -\frac{1}{2}$; $y = -1$.

Chủ đề 4

34. a) $-15,787$; b) $-2,76$; c) $10,325$; d) -18 .
35. a) $M = (3,7 + 1,3) - (1,23 + 2,77) = 5 - 4 = 1$.
 b) $N = 11,2.3,8 - 3,8.11,2 + 3,8.0,4 = 1,52$.
 c) $P = [(-0,5).0,4].0,3 - (2,5.0,8).0,7 = -1,46$.
 d) $Q = (1,35 - 0,75) : 0,3 = 0,6 : 0,3 = 2$.
36. a) $R = 1,1.(1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8) = -8,8$.
 b) $T = (-5,6 + 5,6) + (1,25 - 0,75) = 0,5$.
 c) $U = (5,32.0,7 - 5,32.0,7) + (5,32.0,1 - 0,532) + 0,3 = 0,3$.
 d) $V = 1357,468.1001,5 - 1357,468.1001,5 = 0$.
37. a) $0,22 - (0,33 + 0,44 - 0,55) + 0,66 = 0,66$.
 b) $0,22 - (0,33 + 0,44 - 0,55 + 0,66) = -0,66$.
38. a) $[-0,13] + [0,75] + [5] = -1 + 0 + 5 = 4$.
 b) $\{-0,13\} \cdot \{0,75\} \cdot \{5\} = 0$.
39. a) $-1,9$; b) -1 ; c) $-4,5$; d) $-1,25$.
40. a) $|0,5| = |-0,5| = 0,5$; $-|-0,5| = -|0,5| = -0,5$.
 b) $|a| = |-a|$; $-|-a| = -|a|$.
 * Khi $a > 0$ thì $|a| = |-a| = a$; $-|-a| = -|a| = -a$.
 * Khi $a < 0$ thì $|a| = |-a| = -a$; $-|-a| = -|a| = a$.
 * Khi $a = 0$ thì $|a| = |-a| = -|-a| = -|a| = a = -a = 0$.
41. Từ $|x| = 0,5$ suy ra $x = 0,5$ hoặc $x = -0,5$.
 Với $x = 0,5$ thì $P = 2,25$;
 Với $x = -0,5$ thì $P = -2,75$.
42. a) Với $x < -0,3$ thì $x + 0,3 < 0$; $x - 1,5 < 0$ nên
 $A = -(x + 0,3) + x - 1,5 + 0,2 = -1,6$.
 b) Với $x < -0,5$ thì
 $B = -x - 0,5 - (x - 0,2) - 0,3 = -2x - 0,6$.
 Với $-0,5 \leq x < -0,3$ thì
 $B = x + 0,5 - (x - 0,2) - 0,3 = 0,4$.
43. a) $x = 1,5$ và $x = -1,5$.
 b) $x = 3$ và $x = -2$.

c) Không tồn tại x nào.

d) $x = 0$ và $x = 1$.

44. a) $x = -4,5$.

b) $|2x - 1| = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

c) $|0,5 - 3x| = 3x - 0,5 \Leftrightarrow 3x - 0,5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{30}$.

d) Xét hai trường hợp $x \geq -\frac{1}{5}$ và $x < -\frac{1}{5}$, tìm được $x = 0,1$.

45. a) A lớn nhất bằng $0,7$ tại $x = \frac{1}{3}$.

b) B lớn nhất bằng 2 tại $x = -0,3$.

46. a) Do $0,5 \cdot |0,3x - 2| \geq 0$ nên $C \geq 0,7$;

C nhỏ nhất bằng $0,7$ khi $|0,3x - 2| = 0$, tức là $x = \frac{20}{3}$.

b)* Nhận thấy

$$|a| + |b| \geq |a - b| \text{ với mọi } a, b$$

$$\text{và } |a| + |b| = |a - b| \Leftrightarrow ab \leq 0.$$

Ta có

$$D = |x + 1| + |x + 2| \geq |(x + 1) - (x + 2)| = 1;$$

$$D = 1 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 2) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ x + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq -1.$$

Vậy D nhỏ nhất bằng 1 khi và chỉ khi $-2 \leq x \leq -1$.

Chủ đề 5

47. a) $(-3)^5 = -243$;

b) $(-0,25)^2 = 0,0625$;

c) $(-0,5)^6 = 0,015625$;

d) 1 .

48. a) $7^5 \cdot 2^5 = (7 \cdot 2)^5 = 14^5$;

b) $16^4 \cdot 2^7 = (2^4)^4 \cdot 2^7 = 2^{16+7} = 2^{23}$;

c) $8^2 : 49^3 = 4^3 : 49^3 = \left(\frac{4}{49}\right)^3$.

d) $(0,3)^3 \cdot 70^3 = (0,3 \cdot 70)^3 = 21^3$.

$$49. (0,04)^5 = (0,2)^{10}; (0,008)^3 = (0,2)^9; (-0,0016)^2 = (0,2)^8.$$

$$50. a) \frac{(-0,3)^7 \cdot 2^8}{(0,6)^7} = \left(\frac{-0,3}{0,6}\right)^7 \cdot 2^8 = -\frac{2^8}{2^7} = -2.$$

$$b) \frac{3^7 \cdot 16^3}{12^5 \cdot 27^2} = \frac{3^7 \cdot 4^6}{3^5 \cdot 4^5 \cdot 3^6} = \frac{4}{3^4} = \frac{4}{81}.$$

$$c) \frac{2^3 \cdot (0,5)^3 \cdot 3^7}{2 \cdot (0,5)^4 \cdot 3^8} = \frac{2^2}{0,5 \cdot 3} = \frac{4}{1,5} = \frac{8}{3}.$$

$$d) (-1)^{20} + 1,69 \cdot (3,5 - 2,2)^2 - (-1,69)^2 = 1 + (1,69)^2 - (-1,69)^2 = 1.$$

$$51. 0,027 = (0,3)^3; 0,09 = 0,3^2; \frac{3}{10} = 0,3; \frac{81}{10000} = (0,3)^4.$$

$$52. a) \left(-\frac{1}{8}\right)^{100} = \left(\frac{1}{8}\right)^{100}; \left(\frac{-1}{4}\right)^{200} = \left(\frac{1}{16}\right)^{100} \text{ suy ra } \left(-\frac{1}{8}\right)^{100} > \left(\frac{-1}{4}\right)^{200}.$$

$$b) 2^{2^3} = 2^8; (2^2)^3 = 2^6 \text{ nên } 2^{2^3} > (2^2)^3.$$

$$c) (-1)^{99} = (-1)^{999} (= -1).$$

$$d) (0,216)^5 = (0,6)^{15}; (0,36)^8 = (0,6)^{16} \text{ nên } (0,216)^5 < (0,36)^8.$$

$$53. a) (0,4)^{60} = (0,16)^{30}; (-0,8)^{30} = (0,8)^{30} \text{ nên } (0,4)^{60} < (-0,8)^{30}.$$

$$b) 5^{2000} = 25^{1000} > 10^{1000}.$$

$$c) 2^{100} = 16^{25}; 3^{75} = 27^{25}; 5^{50} = 25^{25}.$$

$$\text{Do đó } 2^{100} < 5^{50} < 3^{75}.$$

$$d) 9^{99} = (9^{11})^9 > 99^9.$$

55*. Ta có

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$$

$$3A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{98}}.$$

Suy ra :

$$3A - A = 1 - \frac{1}{3^{99}} \Rightarrow A = \frac{3^{99} - 1}{2}. \text{ Do đó } A > \frac{1}{2}.$$

$$56. a) (5x - 1)^6 = 3^6 = (-3)^6 \Leftrightarrow 5x - 1 = 3 \text{ hoặc } 5x - 1 = -3.$$

$$\text{Từ đó tìm được } x = \frac{4}{5} \text{ và } x = -\frac{2}{5}.$$

$$b) (2x + 1)^3 = (-0,1)^3 \Leftrightarrow 2x + 1 = -0,1 \Leftrightarrow x = -0,55.$$

$$c) (2x-3)^4 = (2x-3)^6. \quad (1)$$

* Nhận thấy $x = \frac{3}{2}$ thoả mãn (1), vì khi đó cả hai vế của (1) đều bằng 0.

* Xét $x \neq \frac{3}{2}$ thì chia hai vế của (1) cho $(2x-3)^4$ ta có $(2x-1)^2 = 1$.

$$\text{Đến đến } \begin{cases} 2x-1=1 \\ 2x-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{3}{2}; x = 1; x = 0.$$

d) Tương tự cách giải như c) tìm được $x = -\frac{1}{2}; x = 0$.

57. a) Không có x nguyên nào.

$$b) \text{ Biến đổi về dạng } \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^x \Leftrightarrow x = 3.$$

$$c) \left(\frac{-8}{13}\right)^2 = \left(\frac{-8}{13}\right)^x \Leftrightarrow x = 2.$$

$$d) 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$58. a) 3^x(1+3^3) = 756 \Leftrightarrow 3^x = 3^3 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$b) 5^{x+1}(1+6) = 875 \Leftrightarrow 5^{x+1} = 5^3 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$59. a) \text{ Đưa về dạng } 2^{-x-2y-1} = 3^{x-1}. \text{ Tìm được } x = 1; y = -1.$$

$$b) 3^x = 3^{2y-2}; 2^{3y} = 2^{x+8}. \text{ Đến đến}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 2 \\ 3y = x + 8. \end{cases}$$

Từ đó tìm được $x = 10; y = 6$.

60*. Giả sử trong ba số tự nhiên a, b, c thoả mãn $a^b = b^c = c^a$ có ít nhất hai số khác nhau, chẳng hạn $a > b$.

Do $a > b$ và $a^b = b^c$ suy ra $b < c$;

Từ $b < c$ và $b^c = c^a$ suy ra $c > a$;

Từ $c > a$ và $c^a = a^b$ suy ra $a < b$. Điều này mâu thuẫn với $a > b$.

Vậy $a = b$ dẫn đến $a = b = c$.

$$61. a) 11; \quad b) \frac{-9}{7}; \quad c) \frac{-12}{275}; \quad d) \frac{-5}{7}.$$

$$62. -3,11 : 12,5 = \frac{-311}{50} : 25$$

$$(-5) : 10 = (-1,5) : 3.$$

63. a) Từ đẳng thức $4.15 = 30.2$ lập được 4 tỉ lệ thức sau :

$$\frac{4}{2} = \frac{30}{15} ; \quad \frac{4}{30} = \frac{2}{15} ; \quad \frac{15}{2} = \frac{30}{4} ; \quad \frac{15}{30} = \frac{2}{4}.$$

b) $\left(-\frac{1}{5}\right).2 = \frac{-2}{7}.1\frac{2}{5}$ lập được 4 tỉ lệ thức sau :

$$\frac{-\frac{1}{5}}{\frac{2}{7}} = \frac{1\frac{2}{5}}{2} ; \quad \frac{2}{-\frac{2}{7}} = \frac{1\frac{2}{5}}{-\frac{1}{5}} ; \quad \frac{-\frac{1}{5}}{1\frac{2}{5}} = \frac{-\frac{2}{7}}{2} ; \quad \frac{2}{1\frac{2}{5}} = \frac{-\frac{2}{7}}{-\frac{1}{5}}.$$

64. Trước hết lập tích các cặp bằng nhau

$$81.729 = 9.6561 ;$$

$$81.6561 = 9.59049.$$

Từ đó lập được 8 tỉ lệ thức tất cả.

$$65. a) x = \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7}\right) : \frac{-1}{13} = \frac{-13}{14}.$$

$$b) \text{Biến đổi gọn thành } \frac{9}{2x} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow x = 7,2.$$

$$c) x = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} : \frac{-4}{2,5} = -0,075.$$

$$d) x = 0,12 \cdot \frac{3}{5} : 6 = 0,012.$$

$$66. a) \frac{x}{3} = \frac{y}{-4} = \frac{x-y}{3-(-4)} = \frac{35}{7} = 5 \Rightarrow x = 15 ; y = -20.$$

$$b) \left(\frac{x}{5}\right)^2 = \frac{x}{5} \cdot \frac{y}{7} = \frac{140}{35} = 4 \Rightarrow \frac{x}{5} = 2 \text{ hoặc } \frac{x}{5} = -2.$$

Từ đó tìm được $(x ; y) = (10 ; 14) ; (-10 ; -14).$

$$c) \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x-5y}{3-10} = \frac{2,1}{-7} = -0,3 \Rightarrow x = -0,9 ; y = -0,6.$$

67. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6} = \frac{b+c-a}{4+6-2} = \frac{8}{8} = 1 \Rightarrow a = 2, b = 4, c = 6.$$

Số cần tìm là 246.

68. a) Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{z}{2}$ suy ra $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{49} = \frac{z^2}{4} = \frac{2x^2 + y^2 + 3z^2}{18+49+12} = \frac{316}{79} = 4.$

Do đó $x^2 = 36$, suy ra $x = 6$ hoặc $x = -6$.

Với $x = 6$ thì $y = 14$; $z = 4$.

Với $x = -6$ thì $y = -14$; $z = -4$.

b) Từ $x : y : z = 2 : 5 : 7$, suy ra

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{3x+2y-z}{6+10-7} = \frac{27}{9} = 3.$$

Tìm được $x = 6, y = 15, z = 21$.

69. Chứng minh tương tự Ví dụ 1.

70. a) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$. Do đó $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2$.

b) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d}$. Do đó $\frac{a^3}{c^3} = \frac{b^3}{d^3} = \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^3$.

Suy ra $\frac{a^3 + b^3}{c^3 + d^3} = \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^3$.

71. Từ điều kiện bài ra, ta có

$$(2a + 15b)(5c - 7d) = (2c + 15d)(5a - 7b)$$

$$\Leftrightarrow 10ac + 75bc - 14ad - 105bd = 10ac + 75ad - 14bc - 105bd$$

$$\Leftrightarrow ad = bc \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

72. Cách làm tương tự bài 71.

73. Từ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3}$. (1)

Mặt khác $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

74. Số 46.

75. Cần tăng vận tốc xe máy thêm 4km/h.

76. Gọi tuổi của chị Nam và Nam thứ tự là x và y ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Theo bài ra ta có $\frac{x+3}{y+3} = \frac{7}{5}$ và $x - y = 6$.

$$\text{Suy ra } \frac{x+3}{7} = \frac{y+3}{5} = \frac{(x+3)-(y+3)}{7-5} = \frac{x-y}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

Từ đó $x = 18$; $y = 12$.

Vậy hiện nay Nam 12 tuổi, chị Nam 18 tuổi.

77. Tấm vải được chia thành 4 phần : 15m, 20m, 25m, 40m.

78. Gọi số vở góp tặng của mỗi lớp 7A, 7B, 7C thứ tự là x, y, z . ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Ta có $\frac{x}{y} = \frac{10}{9}$; $5z = 4y$; $2x + z - 3y = 100$.

$$\text{Suy ra } \frac{x}{50} = \frac{y}{45} = \frac{z}{36} = \frac{2x+z-3y}{100+36-135} = 100.$$

Tìm được $x = 5000$, $y = 4500$, $z = 3600$.

Vậy số vở góp tặng của lớp 7A, 7B, 7C thứ tự là 5000 ; 4500 ; 3600 (quyển).

Chủ đề 7

79. Những phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn là :

$$\frac{-9}{16} = -0,5625 ; \frac{-7}{20} = -0,35 ; \frac{14}{-35} = \frac{-2}{5} = -0,4.$$

Những phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn là

$$\frac{-7}{21} = \frac{-1}{3} = -0,(3) ; \frac{5}{22} = 0,2(27).$$

80. Cách làm tương tự Ví dụ 2.

$a = 3$; $b = 2$ hoặc $b = 5$.

81. Để phân số $\frac{a}{b}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn với a, b là các số nguyên tố có một chữ số thì $b \in \{3 ; 7\}$ và $a \in \{2 ; 3 ; 5 ; 7\}$ đồng thời $a \neq 0$. Do đó $(a ; b) = (2 ; 3), (5 ; 3), (7 ; 3) ; (2 ; 7), (3 ; 7), (5 ; 7)$.

82. a) $-4,32 = -4\frac{8}{25}$; $0,148 = \frac{37}{250}$; $-0,4937 = -\frac{4937}{10000}$.
 b) $-4,(32) = -4\frac{32}{99}$; $0,(148) = \frac{148}{999}$; $0,(4937) = -\frac{4937}{9999}$.
 c) $-4,3(2) = -4\frac{29}{90}$; $0,14(8) = \frac{67}{450}$; $0,49(37) = -\frac{1222}{2475}$.
83. a) $0,(17) + 0,(82) = \frac{17}{99} + \frac{82}{99} = 1$.
 b) $0,(666) \cdot (-3) = \frac{666}{999} \cdot (-3) = -2$.
84. $-1,(37) = -1,3(73) < -1,37$.
85. Sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn như sau :
 $1,(15)$; $2,(14)$; $2,15$; $2,(15)$.
86. a) $-2,3653 > -2,365(3)$
 b) $1,432 < 1,(432)$
 c) $0,(2357) < 0,2(357)$
 d) $0,(428571) = \frac{3}{7}$.

Chủ đề 8

87. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của các số đã cho thứ tự là :
 $7,32$; $15,72$; $16,50$; $3,00$.
88. Kết quả làm tròn các số đã cho đến hàng trăm thứ tự là : 200 ; 1200 ; 9600 ; 4000 .
89. a) $21357.513 \approx 20000.500 = 10000000$.
 b) $1734.3248 \approx 2000.3000 = 6000000$.
90. $B \approx 0,7$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)
91. Điểm trung bình môn Toán học kì I của An là :

$$\left(\frac{6+7+8+9+2 \cdot (7+8+6+8)}{4+2 \cdot 4} \cdot 2+8 \right) : 3 \approx 7,6$$
92. Chu vi hình chữ nhật : $2 \cdot (25,8 + 10,32) = 72,24 \approx 72$ (m).
 Diện tích hình chữ nhật : $25,8 \cdot 10,32 = 266,256 \approx 266$ (m²).

Chủ đề 9

93. a) 7 và -7; b) $\frac{3}{5}$ và $-\frac{3}{5}$; c) 0,01 và -0,01; d) a và -a.

94. Cách điền số vào bảng như sau:

x	-9	-4	1	0	0,01	$\frac{1}{4}$	5	0,49	-1
$\sqrt{x}$			1	0	0,1	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{5}$	0,7	
x^2	81	16	1	0	0,0001	$\frac{1}{16}$	25	0,2401	1

95. $3^2 = 9$ nên a là căn bậc hai của d.

$$96. a = \sqrt{\frac{3^2}{5^2}} = \frac{3}{5};$$

$$b = \frac{\sqrt{3^2} + \sqrt{42^2}}{\sqrt{5^2} + \sqrt{70^2}} = \frac{3 + 42}{5 + 70} = \frac{3}{5};$$

$$c = \frac{\sqrt{3^2} - \sqrt{8^2}}{\sqrt{5^2} - \sqrt{8^2}} = \frac{3 - 8}{5 - 8} = \frac{5}{3} \neq \frac{3}{5};$$

$$d = \frac{-45}{-75} = \frac{3}{5}.$$

Vậy các số a, b, d bằng $\frac{3}{5}$.

97. a) 1,83; b) 0,05; c) 0,09.

98. a) 11; b) 1,2; c) 2,3; d) $\frac{5}{7}$; e) $\frac{1}{130}$; g) 0,05.

99. a) $\sqrt{1} = 1$

$$\sqrt{1+3} = 2$$

$$\sqrt{1+3+5} = 3.$$

b) $\sqrt{1+3+5+7} = 4$

$$\sqrt{1+3+5+7+9} = 5$$

$$\sqrt{1+3+5+7+9+11} = 6.$$

100. Biểu thức $\sqrt{ab}$ có nghĩa khi $ab \geq 0$, chưa chắc suy ra $\sqrt{a}$ và $\sqrt{b}$ có nghĩa. Chẳng hạn $a < 0$, $b < 0$ thì $\sqrt{ab}$ có nghĩa, nhưng $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$ không có nghĩa.

101. Chứng minh tương tự như Ví dụ 1.

102. Giả sử $\sqrt{6}$ là số hữu tỉ thì $\sqrt{6} = \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbf{N}^*$, $(m, n) = 1$).

Suy ra $m^2 = 6n^2$, do đó $m^2 : 3$ và $m : 2$ dẫn đến $m : 3$ và $m : 2$.
 Suy ra $m : 6$, đặt $m = 6k$ ($k \in \mathbb{N}^*$) ta có $36k^2 = 6n^2 \Leftrightarrow n^2 = 6k^2$.
 Lập luận tương tự trên suy ra $n : 6$.

Vậy m và n cùng chia hết cho 6 nên $\frac{m}{n}$ chưa tối giản.

103. Lập luận tương tự Ví dụ 2.

- 104.** 1) Sai, chẳng hạn hai số vô tỉ $\sqrt{2}$ và $-\sqrt{2}$ có tổng bằng 0 (là số hữu tỉ).
 2) Sai, chẳng hạn hai số vô tỉ $\sqrt{5}$ và $\sqrt{20}$ có tích bằng 10 (là số hữu tỉ).
 3) Sai, chẳng hạn hai số vô tỉ $\sqrt{6}$ và $\sqrt{3}$ có thương $\sqrt{6} : \sqrt{3} = \sqrt{2}$ cũng là số vô tỉ.

105. Các số $-0,121212\dots$; $-1,10111213\dots$; là số hữu tỉ.

Các số $\sqrt{\frac{1}{2}}$; $5+\sqrt{7}$ là số vô tỉ.

106. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau :

$$-\sqrt{2}; -1,(25); \frac{1}{5}; \frac{3\sqrt{2}}{2}; \sqrt{5^2}.$$

107. $m = 7\sqrt{6} = \sqrt{7^2 \cdot 6} = \sqrt{294}$

$$n = 6\sqrt{7} = \sqrt{6^2 \cdot 7} = \sqrt{252}.$$

Do vậy $m > n$.

108. Xét $x^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = 8 + 2\sqrt{15}$

$$y^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 = 8 + 2\sqrt{12}$$

$$z^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8.$$

Nhận thấy $x^2 > y^2 > z^2$ và x, y, z đều dương suy ra $x > y > z$.

109. $c < b < a$.

110. $m = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} = -\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}} = -\sqrt{\frac{1}{12}}$

$$n = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{2}} = -\sqrt{\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2}} = -\sqrt{\frac{1}{18}}$$

$$\frac{1}{12} > \frac{1}{18} \text{ nên } \sqrt{\frac{1}{12}} > \sqrt{\frac{1}{18}} \text{ suy ra } m < n.$$

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

Chủ đề 1

ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN
VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = kx$ (với k là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k (hay x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k}$).

2. Tính chất

Nếu hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau thì

– Tỉ số hai giá trị tương ứng bất kì của chúng luôn không đổi và bằng hệ số tỉ lệ.

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k.$$

– Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}.$$

3. Khi giải bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận, ta cần làm như sau :

- Xác định tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng.
- Áp dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận để tìm đáp số của bài toán.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Xác định hai đại lượng tỉ lệ thuận, hệ số tỉ lệ và các giá trị tương ứng của chúng

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Vận dụng định nghĩa : Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x khi $y = kx$ (k là hằng số khác 0).

$$\text{Hệ số tỉ lệ } k = \frac{y}{x}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Hai đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có tỉ lệ thuận với nhau không ? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ.

- a) Chu vi C và cạnh a của hình vuông.
- b) Chu vi C và bán kính R của đường tròn.
- c) Diện tích S và bán kính R của hình tròn.
- d) Quãng đường s và thời gian t khi đi cùng vận tốc không đổi v_0 .

Giải

- a) Do $C = 4a$ nên chu vi C của hình vuông tỉ lệ thuận với cạnh a của nó theo hệ số tỉ lệ là 4.
- b) Do $C = 2\pi R$ nên chu vi C của đường tròn tỉ lệ thuận với bán kính R của nó theo hệ số tỉ lệ là 2π .
- c) Do $S = \pi R^2$ nên diện tích S và bán kính R của hình tròn không tỉ lệ thuận với nhau.
- d) Ta có $s = v_0 t$ nên quãng đường s và thời gian đi t là hai đại lượng tỉ lệ thuận theo hệ số v_0 .

Ví dụ 2. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau :

x	-1	3	5	-0,5	4
y	4	-12	-20	2	16

Hỏi hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau không ? Vì sao ?

Giải

Xét tỉ số các giá trị tương ứng của hai đại lượng ta thấy

$$\frac{y}{x} = \frac{4}{-1} = \frac{-12}{3} = \frac{-20}{5} = \frac{2}{-0,5} = -4 \text{ nhưng } \frac{16}{4} = 4 \neq -4.$$

Vậy hai đại lượng x và y không tỉ lệ thuận với nhau.

Ví dụ 3. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

a) Biết rằng hiệu hai giá trị nào đó của x là 6 và hiệu hai giá trị tương ứng của y là -3 . Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào ?

b) Từ đó hãy điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	-2	$-\frac{1}{2}$		0		
y			-1		8	-6

Giải

a) Gọi các giá trị của x là x_1, x_2 với $x_1 - x_2 = 6$; các giá trị tương ứng của y là y_1, y_2 với $y_1 - y_2 = -3$. Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận ta có :

$$k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}.$$

Vậy công thức liên hệ giữa y và x là $y = -\frac{1}{2}x$.

b) Từ công thức $y = -\frac{1}{2}x$ ta có :

$$\text{Với } x = -2 \text{ thì } y = -\frac{1}{2} \cdot (-2) = 1 ;$$

$$\text{Với } x = -\frac{1}{2} \text{ thì } y = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} ;$$

$$\text{Với } x = 0 \text{ thì } y = -\frac{1}{2} \cdot 0 = 0.$$

Từ $y = -\frac{1}{2}x$ suy ra $x = -2y$, ta có :

$$\text{Với } y = -1 \text{ thì } x = (-2) \cdot (-1) = 2 ;$$

$$\text{Với } y = 8 \text{ thì } x = (-2) \cdot 8 = -16 ;$$

Với $y = -6$ thì $x = (-2).(-6) = 12$.

Ta có kết quả ghi trong bảng như sau :

x	-2	$-\frac{1}{2}$	2	0	-16	12
y	1	$\frac{1}{4}$	-1	0	8	-6

III. BÀI TẬP

- Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?
 - Hình chữ nhật có một cạnh bằng 5cm thì diện tích s (cm^2) và cạnh kia x (cm) của hình chữ nhật là hai đại lượng tỉ lệ thuận.
 - Cùng đi một thời gian thì quãng đường s (km) và vận tốc v (km/h) là hai đại lượng tỉ lệ thuận.
 - Cùng đi một quãng đường thì vận tốc v (km/h) và thời gian t tỉ lệ thuận với nhau.
- Hai đại lượng u và v có tỉ lệ thuận với nhau hay không trong mỗi bảng sau ?
 - | | | | | | | |
|---|-----|----|---|----|-----|------|
| u | -1 | -2 | 0 | 2 | 4 | -15 |
| v | 2,5 | 5 | 0 | -5 | -10 | 3,75 |
 - | | | | | | | |
|---|----|----|---|-----|----|-----|
| u | -2 | -1 | 0 | 3 | 4 | 6 |
| v | 10 | 5 | 0 | -15 | 20 | -30 |
- Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Biết hai giá trị x_1 và x_2 của x có tổng bằng 15 và hai giá trị tương ứng y_1 và y_2 của y có tổng bằng -20.
 - Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .
 - Tính giá trị của y khi $x = 1,5$.
 - Tính giá trị của x khi $y = -10$.
- Một cốc nước đựng 600g nước biển có chứa 20g muối. Hỏi 10kg nước biển chứa bao nhiêu kilôgam muối ?
- Bạn Nam mua 6 quyển vở hết 30000 đồng. Hỏi bạn Bình mua 10 quyển vở hết bao nhiêu tiền ?
- Đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo tỉ số k_1 .
Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng z theo tỉ số k_2 .
Hỏi hai đại lượng x và z có tỉ lệ thuận không ? Hãy xác định hệ số tỉ lệ (nếu có).

DẠNG 2. Toán thực tế liên quan đến đại lượng tỉ lệ thuận

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để giải toán về đại lượng tỉ lệ thuận, trước hết ta cần xác định tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng, rồi áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ thuận :

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = a, \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

và tính chất của tỉ lệ thức :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} \dots$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Một đoạn dây thép dài 6m nặng 75 gam. Để bán 100m dây thép này thì người bán cần phải cân cho khách hàng bao nhiêu gam ?

Giải

Gọi khối lượng 100m dây thép là x gam ($x > 0$).

Do chiều dài của dây thép tỉ lệ thuận với khối lượng của nó nên :

$$\frac{6}{100} = \frac{75}{x} \Leftrightarrow x = \frac{100 \cdot 75}{6} = 1250 \text{ (g)}.$$

Vậy người bán cần phải cân cho khách 1250 gam dây thép.

Ví dụ 2. Một người đi xe máy từ A đến B mất 15 phút. Một người đi xe đạp từ B đến A mất 1 giờ. Hỏi nếu hai người khởi hành cùng một lúc thì sau bao lâu họ gặp nhau ?

Giải

Gọi quãng đường và vận tốc của người đi xe máy từ A đã đi là s_1 và v_1 ;

quãng đường và vận tốc của người đi xe đạp từ B đã đi là s_2 và v_2 .

Trong cùng một thời gian, quãng đường đi được tỉ lệ thuận với vận tốc nên ta có

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Gọi độ dài quãng đường AB là s (km) thì

$$s = \frac{1}{4} v_1 = v_2 ; s_1 + s_2 = s \text{ (vì 15 phút} = \frac{1}{4} \text{ giờ)}.$$

Suy ra $v_1 = 4s$; $v_2 = s$.

Gọi t là thời gian phải tìm, ta có :

$$t = \frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1 + s_2}{v_1 + v_2} = \frac{s}{4s + s} = \frac{1}{5} \text{ (giờ)} = 12 \text{ (phút)}.$$

Vậy nếu hai người cùng khởi hành một lúc thì sau 12 phút họ gặp nhau.

Ví dụ 3. Hai đội xe vận tải cùng chuyên chở hàng hoá. Mỗi xe cùng chở một số chuyển như nhau và khối lượng chở mỗi chuyển bằng nhau. Đội I có 13 xe, đội II có 15 xe, đội II chở nhiều hơn đội I là 26 tấn hàng. Hỏi mỗi đội xe chuyên chở bao nhiêu tấn hàng ?

Giải

Gọi lượng hàng đội I và đội II thứ tự chở là x, y tấn ($x, y > 0$) thì $y - x = 26$.
Do số lượng xe tỉ lệ thuận với số tấn hàng chở được nên

$$\frac{x}{13} = \frac{y}{15} = \frac{y - x}{15 - 13} = \frac{26}{2} = 13.$$

Suy ra $x = 13 \cdot 13 = 169$; $y = 15 \cdot 13 = 195$.

Vậy đội xe I chở 169 tấn hàng ; đội xe II chở 195 tấn hàng.

III. BÀI TẬP

7. Cứ xay 100kg thóc thì được 60kg gạo. Hỏi muốn có 3 tạ gạo thì phải xay bao nhiêu tạ thóc ?
8. Một công nhân may trong 5 giờ được 20 cái áo. Hỏi trong 8 giờ người đó may được bao nhiêu cái áo ?
9. Hai nền nhà hình chữ nhật có chiều dài bằng nhau. Nền nhà thứ nhất có chiều rộng 5m, nền nhà thứ hai có chiều rộng 6m. Để lát nền nhà thứ nhất người ta dùng 600 viên gạch hình vuông. Hỏi phải dùng bao nhiêu viên gạch cùng loại để lát nền nhà thứ hai ?
10. Một người đi ô tô từ M đến N mất $\frac{1}{2}$ giờ, trong khi đó một người đi xe đạp từ N đến M mất 3 giờ. Hỏi nếu hai người khởi hành cùng một lúc thì sau bao lâu họ gặp nhau ?

11. *Toán vui* : 3 công nhân sau 3 giờ làm được 3 sản phẩm. Hỏi 9 công nhân sau 9 giờ làm được bao nhiêu sản phẩm ?

DẠNG 3. Chia một số thành các phần tỉ lệ với các số đã cho

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Giả sử phải chia số M thành ba phần x, y, z thứ tự tỉ lệ với các số a, b, c , tức là ta có

$$x : y : z = a : b : c \text{ và } x + y + z = M.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau :

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x+y+z}{a+b+c} = \frac{M}{a+b+c}.$$

$$\text{Suy ra } x = \frac{Ma}{a+b+c} ; y = \frac{Mb}{a+b+c} ; z = \frac{Mc}{a+b+c}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trước khi bán, người ta đã phân loại gạo thành ba loại : loại I, loại II, loại III có khối lượng tỉ lệ với các số 1 ; 2 và 3. Tính số gạo mỗi loại trong 3 tấn gạo.

Giải

Gọi số gạo loại I, loại II, loại III trong 3 tấn gạo thứ tự là x, y, z (kg) ($x, y, z > 0$). Theo bài ra ta có

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \text{ và } x + y + z = 3000.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{1+2+3} = \frac{3000}{6} = 500.$$

$$\text{Từ đó } x = 500.1 = 500 ; y = 500.2 = 1000 ; z = 500.3 = 1500.$$

Vậy số gạo loại I, loại II, loại III theo thứ tự là 500kg, 1000kg và 1500kg.

Ví dụ 2. Biết các cạnh của một tứ giác tỉ lệ với 2, 3, 4, 5 và độ dài cạnh lớn nhất hơn độ dài cạnh nhỏ nhất là 6cm. Tính độ dài các cạnh của tứ giác đó.

Giải

Gọi độ dài các cạnh của tứ giác là x, y, z, t (cm) (với $0 < x < y < z < t$).

Theo bài ra ta có :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{t}{5} \text{ và } t - x = 6.$$

Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{t}{5} = \frac{t-x}{5-2} = \frac{6}{3} = 2.$$

Suy ra : $x = 2.2 = 4$; $y = 3.2 = 6$; $z = 4.2 = 8$; $t = 5.2 = 10$.

Vậy độ dài các cạnh của tứ giác là 4cm, 6cm, 8cm, 10cm.

Ví dụ 3*. Người ta chia 210m vải thành 4 tấm vải sao cho độ dài tấm thứ nhất và tấm thứ hai tỉ lệ với 2 và 3 ; độ dài tấm thứ hai và tấm thứ ba tỉ lệ với 4 và 5 ; độ dài tấm thứ ba và tấm thứ tư tỉ lệ với 6 và 7. Hãy tính độ dài mỗi tấm vải đó.

Giải

Gọi độ dài các tấm vải thứ nhất, thứ hai, thứ ba, thứ tư lần lượt là x, y, z, t (m) (với $x, y, z, t > 0$).

Theo bài ra ta có

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} ; \frac{y}{4} = \frac{z}{5} ; \frac{z}{6} = \frac{t}{7} \text{ và } x + y + z + t = 210.$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{16} = \frac{y}{24} = \frac{z}{30} = \frac{t}{35} = \frac{x+y+z+t}{16+24+30+35} = \frac{210}{105} = 2.$$

$$\text{Do đó } x = 16.2 = 32 ; y = 24.2 = 48$$

$$z = 30.2 = 60 ; t = 35.2 = 70.$$

Vậy độ dài bốn tấm vải thứ tự là 32m, 48m, 60m, 70m.

III. BÀI TẬP

12. Chia số 900 thành ba phần tỉ lệ thuận với các số $\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$.
13. Tìm ba số x, y, z biết rằng $x : y : z = 3 : 4 : 5$ và $x - 2z = 7$.
14. Học sinh của ba lớp 7 cần phải trồng và chăm sóc 30 cây xanh. Lớp 7A có 45 học sinh, lớp 7B có 50 học sinh, lớp 7C có 55 học sinh. Hỏi mỗi lớp phải trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh ? Biết rằng số cây xanh phải trồng tỉ lệ với số học sinh.

15. Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 4 : 5 : 6. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu tiền lãi ? Biết rằng tổng số tiền lãi là 750 triệu đồng và tiền lãi được chia tỉ lệ thuận với số vốn đóng góp.
16. Tam giác ABC có số đo các góc A, B, C tỉ lệ với 1 ; 2 ; 6. Tính số đo các góc của tam giác ABC.
17. Ba xe ủi đất đá san bằng được 78,5 ha. Số ngày làm việc của các xe tỉ lệ theo 4 : 5 : 6, số giờ làm việc mỗi ngày tỉ lệ theo 7 : 8 : 9 còn công suất của các xe tỉ lệ với $\frac{1}{6}; \frac{1}{5}; \frac{1}{4}$. Hỏi mỗi xe san bằng được bao nhiêu hecta đất ?

Chủ đề 2

ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ (a là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a (hay x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ a).

2. Tính chất

Nếu hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau thì :

- Tích hai giá trị tương ứng bất kì của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỉ lệ) : $x_1y_1 = x_2y_2 = \dots = a$.
- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} ; \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1} ; \dots$$

3. Khi giải bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch, ta thường làm như sau :

- Xác định rõ các đại lượng được đề cập và xác định quan hệ tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng trong các đại lượng đó.
- Áp dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch và tính chất của tỉ lệ thức để tìm đáp số của bài toán.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Xác định hai đại lượng tỉ lệ nghịch, hệ số tỉ lệ và các giá trị tương ứng của chúng

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Đại lượng x tỉ lệ nghịch với đại lượng y theo tỉ số k khi $xy = k$ (k là hằng số khác 0).

Chú ý : Để xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết các giá trị tương ứng của chúng, ta cần lập tất cả các tích các giá trị tương ứng của chúng và xem có bằng nhau không.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong mỗi bảng dưới đây có tỉ lệ nghịch với nhau không ?

a)

x	-5	-4	-3	10	12
y	-12	-15	-20	6	5

b)

x	-3	5	1	-5	-3
y	15	-9	-15	-15	-15

Giải

a) Ta có $xy = (-5).(-12) = (-4).(-15) = (-3).(-20) = 10.6 = 12.5 = 60$.

Vậy x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

b) Nhận thấy $1.(-15) \neq (-3).15 = 5.(-9) \neq (-5).(-15)$.

Vậy x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

Ví dụ 2. Xác định hai đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có tỉ lệ nghịch với nhau không ? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ.

a) Chiều dài x và chiều rộng y của hình chữ nhật có diện tích bằng a (a là số cho trước).

- b) Vận tốc v và thời gian t khi đi trên cùng quãng đường S .
 c) Diện tích S và bán kính R của hình tròn.
 d) Năng suất lao động n và thời gian thực hiện t để làm xong một công việc a .

Giải

- a) Do $a = xy$ nên chiều dài x và chiều rộng y của hình chữ nhật tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số a .
 b) Do $S = vt$ nên vận tốc v tỉ lệ nghịch với thời gian t theo hệ số S .
 c) Do $S = \pi R^2$ nên S và R không tỉ lệ nghịch với nhau.
 d) Do $a = nt$ nên năng suất lao động n và thời gian t tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số a .

Ví dụ 3. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Biết hai giá trị của x là $x_1 = -3$; $x_2 = 1$; hai giá trị tương ứng của y là y_1 và y_2 sao cho $y_1 + y_2 = 10$. Hãy tính y_1, y_2 và hệ số tỉ lệ a của hai đại lượng tỉ lệ nghịch này.

Giải

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ hay } \frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1} . \text{ Suy ra}$$

$$\frac{y_1}{-3} = \frac{y_2}{1} = \frac{y_1 + y_2}{-3 + 1} = \frac{10}{-2} = -5 .$$

Vì vậy $y_1 = (-3).(-5) = 15$;

$$y_2 = 1.(-5) = -5 .$$

III. BÀI TẬP

18. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không trong mỗi bảng sau ?
 Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ.

a)

x	2	4	7	$-\frac{1}{2}$	-2
y	3,5	1,75	1	-14	-3,5

b)

x	-1,5	1	6	-15	8
y	2	-3	-0,5	0,2	-0,372

19. Xác định mối tương quan giữa hai cạnh x, y của các hình chữ nhật có cùng diện tích là 120cm^2 . Hãy điền các giá trị tương ứng của x và y (bằng xentimét) vào bảng sau

x	3		5		8
y		4		6	

20. Cho ba đại lượng x, y, z . Hãy tìm mối tương qua giữa hai đại lượng x và z , biết rằng :
- x tỉ lệ nghịch với y theo tỉ số k , y tỉ lệ nghịch với z theo tỉ số l ;
 - x tỉ lệ nghịch với y theo tỉ số k , y tỉ lệ thuận với z theo tỉ số l .
 - x tỉ lệ thuận với y theo tỉ số k , y tỉ lệ nghịch với z theo tỉ số l .
21. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Biết hai giá trị của x là $x_1 = 5$; $x_2 = 8$; hai giá trị tương ứng của y là y_1 và y_2 sao cho $y_1 y_2 = 160$. Hãy tính y_1, y_2 và hệ số tỉ lệ của chúng.

DẠNG 2. Toán thực tế về đại lượng tỉ lệ nghịch

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để giải toán về đại lượng tỉ lệ nghịch, trước hết ta cần xác định quan hệ tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng, rồi áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = a \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Một ô tô chạy từ A đến B hết 3 giờ. Hỏi một ô tô khác chạy từ A đến B với vận tốc bằng 1,2 lần ô tô trước thì hết bao nhiêu giờ ?

Giải

Ta có thể tóm tắt đề bài

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)
Ô tô trước	v	3
Ô tô sau	$1,2v$	x

Trên cùng một quãng đường AB thì vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian, ta có :

$$\frac{v}{1,2v} = \frac{x}{3} \Rightarrow \frac{1}{1,2} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{1,2} = 2,5.$$

Vậy ô tô khác chạy từ A đến B hết 2,5 giờ.

Ví dụ 2. Với cùng số tiền để mua 20 quyển vở có thể mua được bao nhiêu chiếc bút bi ? Biết rằng giá tiền một quyển vở bằng 80% giá tiền một chiếc bút bi.

Giải

Ta có thể tóm tắt đề bài :

	Giá tiền	Số lượng
Quyển vở	80%	20
Bút bi	100%	x

Với cùng số tiền thì giá tiền mua và số lượng mua là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Do đó

$$\frac{80\%}{100\%} = \frac{x}{20} \Leftrightarrow \frac{4}{5} = \frac{x}{20} \Leftrightarrow x = \frac{4 \cdot 20}{5} = 16.$$

Vậy có thể mua được 16 chiếc bút bi.

III. BÀI TẬP

22. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 50km/h và từ B trở về A với vận tốc 45km/h. Thời gian cả đi và về là 6 giờ 20 phút. Tính thời gian đi, thời gian về và độ dài quãng đường AB.
23. Giá hàng tăng 20%. Hỏi với cùng một số tiền có thể mua ít đi bao nhiêu phần trăm hàng ?
24. Hai bánh xe nối với nhau bởi một dây tời. Bánh xe lớn có bán kính 30cm và quay được 20 vòng trong 1 phút. Bánh xe nhỏ quay được 30 vòng trong 1 phút. Hỏi bán kính bánh xe nhỏ là bao nhiêu ?
25. Hai xe ô tô cùng đi từ tỉnh A đến tỉnh B. Xe thứ nhất đi hết 1 giờ 30 phút, xe thứ hai đi hết 1 giờ 45 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi xe và quãng đường AB. Biết rằng trong 1 phút cả hai xe đã đi được 1560m.
26. Để làm một công việc trong 8 giờ cần 35 công nhân. Nếu có 40 công nhân thì công việc được hoàn thành trong mấy giờ ?

DẠNG 3. Chia một số thành những phần tỉ lệ nghịch với các số cho trước

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Giả sử phải chia số M thành ba phần x, y, z tỉ lệ nghịch với các số a, b, c khác 0 cho trước. Ta có :

$$ax = by = cz \text{ hay } \frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} \text{ và } x + y + z = M.$$

Như vậy đưa về bài toán chia số M thành các phần tỉ lệ thuận với các số $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ (đã biết cách giải).

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Người ta chia một khu đất thành ba mảnh hình chữ nhật có diện tích bằng nhau. Biết rằng các chiều rộng là 5m, 10m, 12m ; các chiều dài của ba mảnh có tổng bằng 138m. Hãy tìm chiều dài mỗi mảnh và diện tích khu đất.

Giải

Gọi chiều dài của các hình chữ nhật có chiều rộng 5m, 10m, 12m thứ tự là x, y, z (m) (với x, y, z dương). Theo bài ra ta có :

$$5x = 10y = 12z \text{ và } x + y + z = 138.$$

Suy ra

$$\frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{y}{\frac{1}{10}} = \frac{z}{\frac{1}{12}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}} = \frac{138}{\frac{23}{60}} = 360.$$

$$\text{Do đó } x = \frac{1}{5} \cdot 360 = 72$$

$$y = \frac{1}{10} \cdot 360 = 36$$

$$z = \frac{1}{12} \cdot 360 = 30.$$

Vậy chiều dài của các hình chữ nhật có chiều rộng là 5m, 10m 12m thứ tự là 72m, 36m, 30m.

Diện tích của khu đất là $3.5.72 = 1080 \text{ (m}^2\text{)}$.

Nhận xét. Bài toán trên có thể giải như sau :

Từ $5x = 10y = 12z$ suy ra $\frac{5x}{60} = \frac{10y}{60} = \frac{12z}{60}$

(ở đây $60 = \text{BCNN}(5; 10; 12)$) nên $\frac{x}{12} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = \frac{138}{23} = 6$.

Từ đó tìm được kết quả như trên.

Ví dụ 2. Ba đội máy cày cày ba thửa ruộng như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 2 ngày. Đội thứ hai trong 3 ngày và đội thứ ba trong 4 ngày. Hỏi mỗi đội có mấy máy, biết rằng đội thứ nhất có nhiều hơn đội thứ ba 3 máy và năng suất các máy như nhau.

Giải

Gọi số máy cày của đội thứ nhất, đội thứ hai và đội thứ ba thứ tự là x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Cùng cày thửa ruộng như nhau và năng suất các máy như nhau thì số máy cày và thời gian cày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Do đó x, y, z tỉ lệ nghịch với 2, 3, 4 và $x - z = 3$.

Ta có $2x = 3y = 4z \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x-z}{6-3} = \frac{3}{3} = 1$ (BCNN (2, 3, 4) = 12)

nên $x = 6; y = 4; z = 3$.

Vậy số máy cày của đội thứ nhất, đội thứ hai và đội thứ ba thứ tự là 6, 4, 3 máy.

Ví dụ 3. Chia số N thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2 ; 5 ; 6. Biết tổng các bình phương của ba phần đó là 1144. Hãy tìm số N .

Giải

Gọi ba phần được chia của số N là x, y, z . Theo đề bài ta có

$$2x = 5y = 6z \text{ và } x^2 + y^2 + z^2 = 1144.$$

BCNN (2 ; 5 ; 6) = 30, chia cho 30 có

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = k \Rightarrow k^2 = \frac{x^2}{15^2} = \frac{y^2}{6^2} = \frac{z^2}{5^2} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{15^2 + 6^2 + 5^2} = \frac{1144}{286} = 4.$$

Do đó $k = 2$ hoặc $k = -2$.

Với $k = 2$ thì $\frac{x+y+z}{15+6+5} = 2$ hay $\frac{N}{26} = 2$ nên $N = 52$.

Với $k = -2$ thì $\frac{x+y+z}{15+6+5} = -2$ hay $\frac{N}{26} = -2$ nên $N = -52$.

III. BÀI TẬP

27. Hãy chia số 470 thành ba phần tỉ lệ nghịch với các số 3 ; 4 ; 5.
28. Học sinh các lớp 7A, 7B, 7C cùng đào một khối lượng đất như nhau. Lớp 7A làm xong công việc trong 2 giờ. Lớp 7B làm xong công việc trong 2,5 giờ. Lớp 7C làm xong công việc trong 3 giờ. Hãy tính số học sinh mỗi lớp tham gia. Biết rằng số học sinh lớp 7A tham gia nhiều hơn số học sinh lớp 7C là 10 em.
29. Trong cuộc thi chạy 100 m, ba bạn Dũng, Nam, Thắng chạy với vận tốc thứ tự tỉ lệ với 1 ; 1,2 ; 1,3. Tính thời gian chạy của mỗi bạn, biết rằng Dũng về đích chậm hơn Thắng là 18 giây.
30. Tại một bãi đỗ xe có 76 chiếc ô tô các loại 40 tấn, 25 tấn và 5 tấn. Biết rằng $\frac{2}{3}$ số xe loại 40 tấn bằng $\frac{2}{5}$ số xe loại 25 tấn và bằng $\frac{3}{7}$ loại 5 tấn. Hỏi bãi đỗ xe có bao nhiêu xe mỗi loại ?
31. Tìm độ dài mỗi cạnh của tam giác biết chu vi của nó là 28,2cm và các đường cao tỉ lệ nghịch với $\frac{1}{3}$; 0,25 ; 0,2.
32. Chia số M thành ba phần tỉ lệ nghịch với 3 ; 5 ; 6. Biết rằng tổng các lập phương của ba phần đó là 10728. Hãy tìm số M.
33. Ba xe ủi đất đã san bằng được 423 ha. Số ngày làm việc của các máy tỉ lệ thuận với 3 ; 4 ; 5 số giờ làm việc hàng ngày tỉ lệ với 7 ; 8 ; 9 còn công suất của các xe tỉ lệ nghịch với 6 ; 5 ; 4. Hỏi mỗi xe san bằng được bao nhiêu héc-ta đất ?

Chủ đề 3

HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là *hàm số* của x và x gọi là *biến số*, ta viết $y = f(x)$.

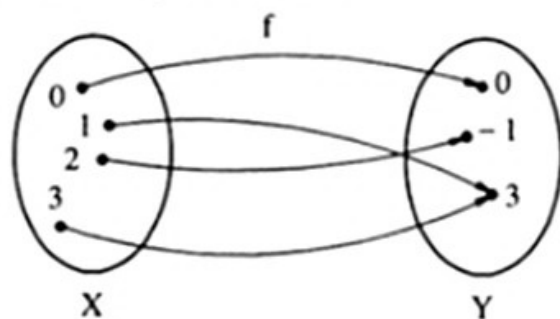
2. Các cách cho hàm số

Cách 1. Hàm số được cho bằng cách liệt kê tất cả các cặp số tương ứng hoặc liệt kê các cặp số đó trong dạng bảng.

Cách 2. Hàm số được cho bởi công thức $y = f(x)$.

Quy ước biến x chỉ nhận những giá trị làm cho công thức có nghĩa.

Cách 3. Hàm số được cho bằng sơ đồ mũi tên.



Cách 4. Hàm số được cho bằng cách dùng đồ thị.

Cách 5. Hàm số được cho bằng cách dùng lời mô tả sự tương ứng của x và y .

3. Tập xác định của hàm số là tập hợp các giá trị của biến số. Ta thường kí hiệu tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là D .

Đối với hàm số cho bởi công thức, nếu không có ghi tập xác định của hàm số ấy thì ta quy ước rằng tập xác định của hàm số ấy là tập hợp tất cả các số thực x làm cho công thức có nghĩa.

Số thực y tương ứng với biến x gọi là giá trị của hàm số f tại x , kí hiệu là $f(x)$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Xác định tương quan hàm số giữa hai đại lượng

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Cho hai tập số X và Y . Để có một hàm số từ X đến Y thì

- Với mỗi $x \in X$ có tương ứng duy nhất một phần tử $y \in Y$.
- Có thể có các số của Y mà không có số tương ứng của X .
- Có thể có nhiều số của X có tương ứng với cùng một phần tử của Y .

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ? Nếu cho bảng giá trị tương ứng của chúng là :

a)

x	-5	-4	-3	0	1
y	3	3	3	3	3

b)

x	3	2	1	0	3
y	2	1	3	4	5

c)

x	-3	-2	0	1	
y	1	2	3	4	5

d)

x	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	1	2
y		2	-3	4	5

Giải

a) y là hàm số của x , vì mỗi giá trị của $x \in \{-5; -4; -3; 0; 1\}$ đều có giá trị tương ứng duy nhất $y = 3$.

b) y không là hàm số của x , vì với $x = 3$ có hai giá trị tương ứng của y ($y = 2$; $y = 5$).

c) y là hàm số của x , vì mỗi giá trị của $x \in \{-3; -2; 0; 1\}$ đều có một giá trị tương ứng của $y \in \{1; 2; 3; 4\}$.

d) y không là hàm số của x , vì với $x = -\frac{1}{2}$ không tương ứng với giá trị y nào.

Ví dụ 2. Cho các cặp số $(x; y)$ như sau :

$(1; -2), (-0,5; 1); (3; -6); (-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}); (-4; 8).$

a) Các cặp số này có xác định hàm số không ?

b) Lập bảng các giá trị của hàm số.

- c) Vẽ sơ đồ mũi tên.
 d) Dùng lời để mô tả hàm số đó.
 e) Hàm số đó có thể được cho bởi công thức nào ?

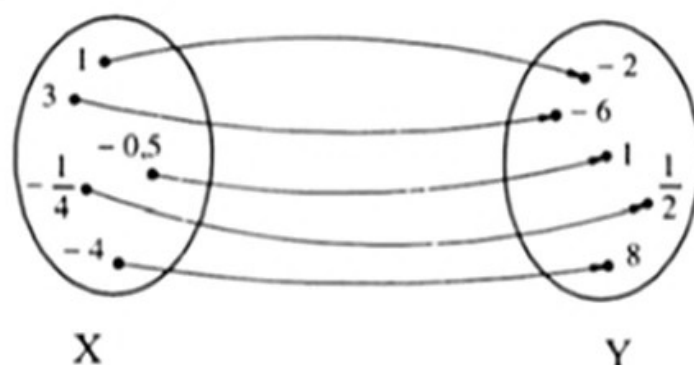
Giải

a) Các cặp số này xác định một hàm số, vì với mỗi giá trị của x ta xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y .

b) Bảng các giá trị của hàm số như sau :

x	1	-0,5	3	$-\frac{1}{4}$	-4
y	-2	1	-6	$\frac{1}{2}$	8

c) Sơ đồ mũi tên



d) Hàm số nói trên có y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $a = -2$ và

$$x \in X \text{ với } = \{-4 ; -0,5 ; -\frac{1}{4} ; 1 ; 3\}.$$

e) Hàm số nói trên có thể cho bởi công thức $y = -2x$

$$\text{với } x \in X = \{-4 ; -0,5 ; -\frac{1}{4} ; 1 ; 3\}.$$

III. BÀI TẬP

34. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ? Nếu biết bảng các giá trị tương ứng của chúng là :

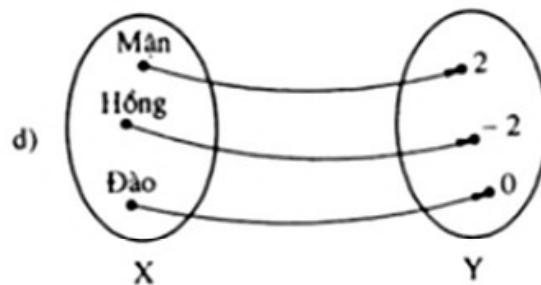
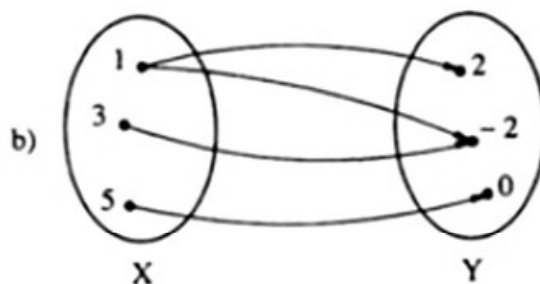
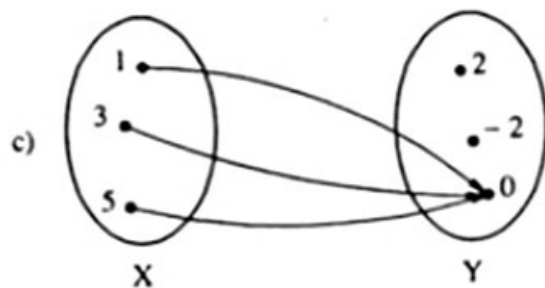
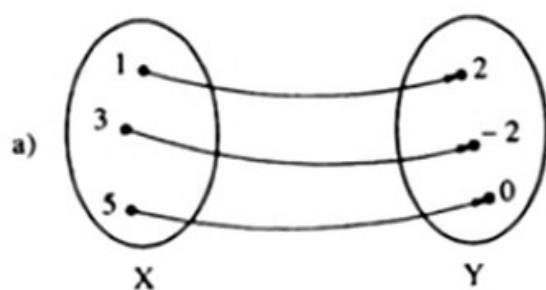
a)

x	-4	-2	0	2	4
y	1	1	0	2	3

b)

x	-3	-2	-1	0	-3
y	4	0	1	2	3

35. Trong các sơ đồ mũi tên sau đây, sơ đồ nào xác định một hàm số, sơ đồ nào không xác định một hàm số từ X đến Y ? Vì sao ?



36. y có phải là hàm số của x không? nếu biết y và x liên hệ với nhau bởi công thức :

- a) $y = x + 5$; b) $y = |x|$; c) $y^2 = x$.

37. Cho hình vuông có cạnh x . Hãy xác định hàm số cho tương ứng cạnh x của hình vuông với :

- a) Chu vi C của nó.
b) Diện tích S của nó.

DẠNG 2. Tìm giá trị của hàm số khi biết giá trị của biến số và tìm giá trị của biến số khi biết giá trị của hàm số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tìm giá trị của hàm số khi biết giá trị của biến số :

- Nếu hàm số được cho bởi bảng (hoặc sơ đồ), ta chỉ việc tìm trong bảng (hoặc sơ đồ) giá trị của hàm số tương ứng với giá trị cho trước của biến.
- Nếu hàm số được cho bởi công thức, ta thay giá trị đã cho của biến vào công thức để tính giá trị tương ứng của hàm số.

Trường hợp cho trước giá trị của hàm số cần tìm giá trị của biến ta cũng làm tương tự.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{-5}{x}$.

a) Hãy điền các giá trị tương ứng của hàm số $y = f(x)$ vào bảng sau :

x	-3	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$
$y = \frac{-5}{x}$					

b) Hãy tính $f(6)$; $f(-5)$.

c) Tính các giá trị của x ứng với $y = -10$; $y = 15$.

Giải

a) Thay x lần lượt các giá trị -3 ; -2 ; -1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5}$ vào công thức $y = \frac{-5}{x}$ để tìm giá trị y tương ứng. Ta có :

$$f(-3) = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3} ; f(-2) = \frac{5}{2} ; f(-1) = 5 ; f\left(\frac{1}{2}\right) = -10 ; f\left(\frac{1}{5}\right) = -25.$$

Do đó điền vào bảng như sau :

x	-3	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$
$y = \frac{-5}{x}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{2}$	5	-10	-25

b) $f(6) = \frac{-5}{6} = -\frac{5}{6}$; $f(-5) = \frac{-5}{-5} = 1$.

c) Từ $y = \frac{-5}{x}$ suy ra $x = \frac{-5}{y}$.

Với $y = -10$ thì $x = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$.

Với $y = 15$ thì $x = \frac{-5}{15} = -\frac{1}{3}$.

Ví dụ 2. Hàm số $y = f(x)$ được cho bằng bảng sau :

x	-1,2	-0,5	0	1	2	3	4
y	3	5	1,4	-5	-7	3	2

a) Tìm $f(-0,5)$; $f(0)$; $f(4)$

b) Tìm các giá trị của x ứng với $y = -5$; $y = 3$.

Giải

Hàm số $y = f(x)$ cho bằng bảng nên mỗi cột ghi giá trị của cặp số $(x; y)$ tương ứng xác định hàm số.

a) Cùng cột với $x = -0,5$ là $y = 5$. Vậy $f(-0,5) = 5$.

Tương tự $f(0) = 1,4$; $f(4) = 2$.

b) Cùng cột với $y = -5$, ta thấy $x = 1$.

Với $y = 3$ thì $x = -1,2$ hoặc $x = 3$.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 + 5$.

a) Tính $f(-1)$; $f(0)$; $f(0,5)$.

b) Tìm x để $f(x) = 55$.

Giải

a) $f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 + 5 = 7$; $f(0) = 2 \cdot 0^2 + 5 = 5$; $f(0,5) = 2 \cdot 0,5^2 + 5 = 5,5$.

b) $f(x) = 55$ nên $2x^2 + 5 = 55 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = 5$ hoặc $x = -5$.

III. BÀI TẬP

38. Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi công thức $y = \frac{6}{2x+1}$.

a) Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x		-2		0	1	
y	-3		-6			$\frac{6}{5}$

b) Tính $f(-5)$; $f(7)$.

c) Tìm x biết $y = 10$.

d) Với giá trị x nguyên nào thì y nhận giá trị nguyên.

39. Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi bảng sau :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = f(x)$	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16

a) Viết các giá trị $f(x)$ ứng với x nhận các giá trị -4 ; 1 ; 3 .

b) Với các giá trị nào của x thì $f(x)$ nhận các giá trị 8 ; 0 ; -16 .

c) Hai đại lượng y và x có tỉ lệ thuận không? Nếu có hãy tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x và biểu diễn y theo x .

40. Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi bảng sau :

x	-7	-5	-3	-1	2	4	6	8	10
$y = f(x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{3}$	2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{5}$

a) Tìm $f(4)$; $f(-5)$; $f(10)$.

b) Với các giá trị nào của x thì $f(x)$ nhận các giá trị tương ứng là 2 ; $-\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{4}$.

c) Hai đại lượng y và x có tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với nhau ?

Hãy biểu diễn hàm số trên dưới dạng công thức.

41. Một chiếc máy bay sau khi cất cánh và đạt độ cao 10km đã bay liên tục trong 5 giờ với vận tốc không đổi 1000km/h và giữ nguyên độ cao đó.

a) Hãy viết hàm số về sự phụ thuộc giữa quãng đường S máy bay bay được (tính bằng km) và thời gian t (tính bằng giờ) trong 5 giờ bay trên. Hỏi máy bay bay được 3500 km hết bao nhiêu giờ ?

b) Viết hàm số về sự phụ thuộc giữa độ cao h của máy bay (tính bằng km) và thời gian t (tính bằng giờ) trong khi bay. Hỏi máy bay ở độ cao bao nhiêu sau 4 giờ bay ?

DẠNG 3. Tìm tập xác định của hàm số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đối với hàm số được cho bằng cách liệt kê, bằng sơ đồ, biểu đồ, thì dựa vào đó để tìm tất cả các giá trị của biến x , đó là tập xác định của hàm số.
- Đối với hàm số được cho bởi công thức mà không có điều kiện nào thì tập xác định của hàm số ấy là tập hợp tất cả các số thực làm cho công thức có nghĩa.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định bởi :

$$f(-1) = -4 ; f(2) = 2 ; f(1) = 4 ; f\left(\frac{1}{2}\right) = 8 ; f(-2,5) = -\frac{8}{5}.$$

a) Cho biết tập xác định D của hàm số này.

b) Hàm số $y = f(x)$ có thể được cho bởi công thức nào ?

Giải

a) $D = \{-1; 2; 1; \frac{1}{2}; -2,5\}$.

b) Nhận xét :

$$(-1) \cdot (-4) = 2 \cdot 2 = 1 \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot 8 = (-2,5) \cdot \left(-\frac{8}{5}\right) = 4.$$

Vậy $x \cdot f(x) = 4$ hay $f(x) = \frac{4}{x}$. Hàm số này được cho bởi công thức $y = \frac{4}{x}$.

Ví dụ 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau :

a) $y = 2x + 5$;

b) $y = \frac{1}{2-3x}$;

c) $y = \frac{2}{|x|-2}$;

d) $y = \frac{1}{2-x} + \frac{1}{x+3}$.

Giải

a) Biểu thức $2x + 5$ luôn xác định với mọi số thực x . Do đó tập xác định của hàm số là $D = \mathbf{R}$.

b) Biểu thức $\frac{1}{2-3x}$ không có nghĩa khi $2 - 3x = 0$ hay $x = \frac{2}{3}$. Do đó tập xác định của hàm số là tập hợp các số thực $x \neq \frac{2}{3}$; tức là $D = \mathbf{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$.

c) Ta thấy $|x| - 2 = 0 \Leftrightarrow |x| = 2 \Leftrightarrow x = 2 ; x = -2$.

Vậy tập xác định của hàm số là tập hợp các số thực x khác -2 và 2 . Tức là $D = \mathbf{R} \setminus \{-2; 2\}$.

d) Cần điều kiện $\begin{cases} 2-x \neq 0 \\ x+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -3. \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là tất cả các số thực x khác 2 và -3 .

$$D = \mathbf{R} \setminus \{-3; 2\}.$$

III. BÀI TẬP

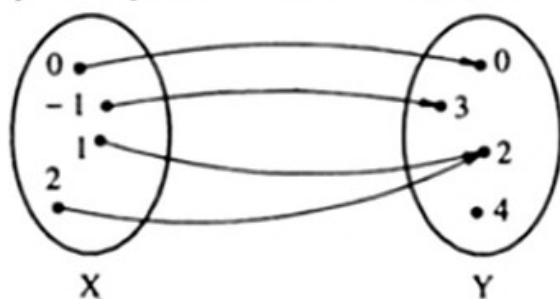
42. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định bởi bảng :

x	-5	-3	-2	0	1	2	3
$y = f(x)$	5	3	2	0	1	2	3

a) Cho biết tập xác định D của hàm số này.

b) Hàm số $y = f(x)$ có thể được cho bởi công thức nào ?

43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định từ X đến Y bởi sơ đồ



a) Cho biết tập xác định D của hàm số.

b) Tìm $f(-1)$.

c) Tìm x biết $f(x) = 2$.

44. Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau :

- | | | |
|----------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| a) $y = 2x^2 + 1$; | b) $y = x + 2 $; | c) $y = \frac{1}{x+3}$; |
| d) $y = \frac{3}{1+x^2}$; | e) $y = \frac{2}{ x +1}$; | g) $y = \frac{5}{ x -2}$; |
| h) $y = \sqrt{5x}$; | i) $y = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$; | k) $y = 2x + \frac{1}{x+2}$. |

45. Cho hàm số $y = f(x)$, biết rằng

$$f(1) = 3 ; \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = -1 ; \quad f(0) = 0 ; \quad f(4) = 1\frac{1}{3} ; \quad f(5) = -7.$$

a) Lập bảng các giá trị tương ứng của x và y ;

b) Tìm tập xác định của hàm số này.

46. Một hình chữ nhật có chiều rộng 5 cm và chiều dài 12 cm. Người ta giảm mỗi chiều đi x cm.

a) Tính diện tích y của hình chữ nhật theo x . Đại lượng y có là hàm số của đại lượng x hay không ?

b) Tìm tập xác định của hàm số y (nếu có) ở câu a).

Chủ đề 4

MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax$ ($a \neq 0$)

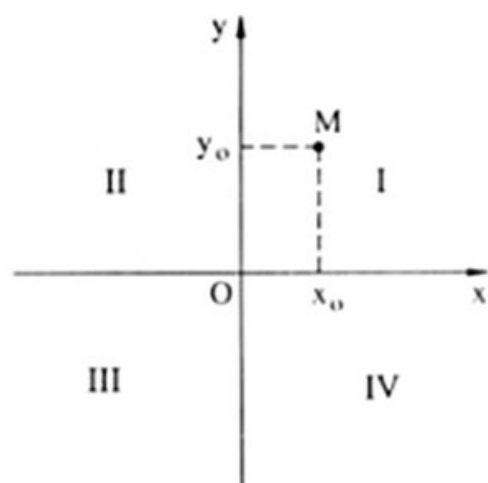
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Mặt phẳng tọa độ Oxy (hay hệ tọa độ Oxy) được xác định bởi hai trục số vuông góc với nhau : trục hoành Ox và trục tung Oy ; điểm O (giao điểm của hai trục) là gốc tọa độ.

2. Trên mặt phẳng tọa độ, mỗi điểm M xác định một cặp số $(x_0; y_0)$; và ngược lại mỗi cặp số (x_0, y_0) xác định một điểm M. Cặp số (x_0, y_0) gọi là tọa độ của điểm M, x_0 là hoành độ, y_0 là tung độ. Ta kí hiệu $M(x_0, y_0)$.

Dấu của tọa độ điểm $M(x_0, y_0)$ trên mặt phẳng tọa độ được xác định như sau (h.2.1) :

- a) M nằm trong góc phần tư I thì $x_0 > 0, y_0 > 0$;
- b) M nằm trong góc phần tư II thì $x_0 < 0, y_0 > 0$;
- c) M nằm trong góc phần tư III thì $x_0 < 0, y_0 < 0$;
- d) M nằm trong góc phần tư IV thì $x_0 > 0, y_0 < 0$.



Hình 2.1

3. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ.
4. Đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

Khi vẽ đồ thị của hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) ta chỉ cần xác định thêm một điểm A (khác gốc O) thuộc đồ thị thì đường thẳng OA là đồ thị cần vẽ.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Đánh dấu điểm trên mặt phẳng tọa độ khi biết tọa độ của nó và xác định tọa độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để đánh dấu điểm $M(x_0; y_0)$ trên mặt phẳng tọa độ :
 - Từ điểm x_0 trên Ox kẻ đường thẳng (d_1) vuông góc với Ox.
 - Từ điểm y_0 trên Oy kẻ đường thẳng (d_2) vuông góc với Oy.
 - Giao điểm của (d_1) và (d_2) chính là điểm $M(x_0; y_0)$
- Để xác định tọa độ của điểm M trên mặt phẳng tọa độ : Từ M kẻ đường vuông góc với các trục tọa độ Ox, Oy cắt các trục này tại điểm thứ tự là hoành độ và tung độ của M.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Vẽ hệ tọa độ Oxy và đánh dấu vị trí các điểm $M(1; 1,5)$; $N(-1; 1,5)$; $P(-1; -1,5)$; $Q(1; -1,5)$. Tứ giác MNPQ là hình gì ?

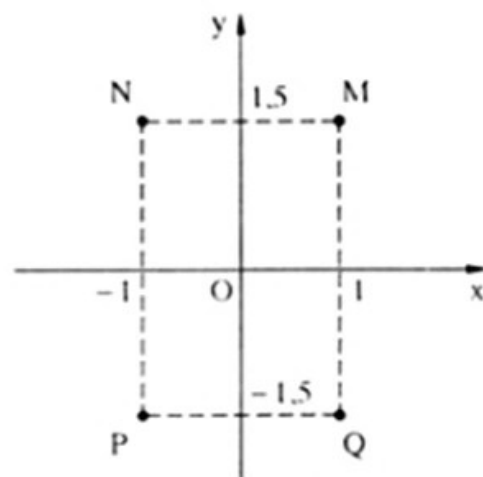
Giải

- M, N, P, Q được đánh dấu như trong hình 2.2.
- Tứ giác MNPQ là hình chữ nhật.

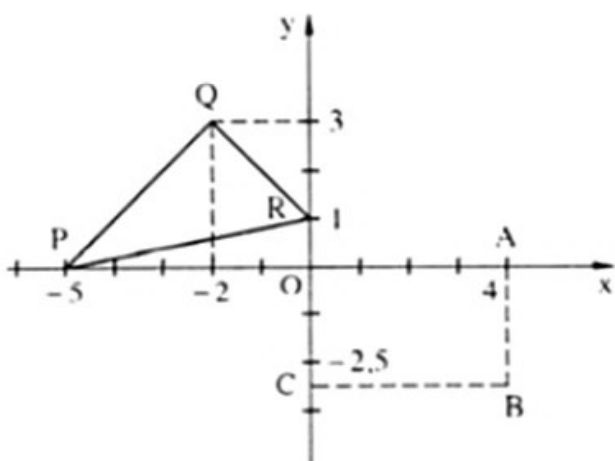
Ví dụ 2. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật OABC và các đỉnh của tam giác PQR trong hình 2.3.

Giải

- Điểm A và P nằm trên trục hoành nên có tung độ bằng 0. Vậy $A(4; 0)$, $P(-5; 0)$.
- Điểm C và R nằm trên trục tung nên có hoành độ bằng 0. Vậy $C(0; -2,5)$; $R(0; 1)$.
- Điểm O vừa nằm trên trục tung, vừa nằm trên trục hoành nên tọa độ của điểm O là $(0; 0)$.
- Điểm $B(4; -2,5)$; $Q(-2; 3)$.



Hình 2.2



Hình 2.3

Ví dụ 3. Tìm trên mặt phẳng toạ độ Oxy những điểm có :

- a) Hoành độ bằng 2 ;
- b) Tung độ bằng $-\frac{1}{2}$;
- c) Hoành độ bằng tung độ ;
- d) Hoành độ và tung độ đối nhau.

Giải

- a) Những điểm có hoành độ bằng 2 nằm trên đường thẳng vuông góc với trục hoành và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
- b) Những điểm có tung độ bằng $-\frac{1}{2}$ nằm trên đường thẳng vuông góc với trục tung và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-\frac{1}{2}$.
- c) Những điểm có hoành độ bằng tung độ nằm trên đường thẳng chứa các tia phân giác của các góc phần tư I và III.
- d) Những điểm có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau nằm trên đường thẳng chứa các tia phân giác của các góc phần tư II và IV.

III. BÀI TẬP

47. Vẽ hệ toạ độ Oxy và đánh dấu vị trí các điểm sau trên đó :

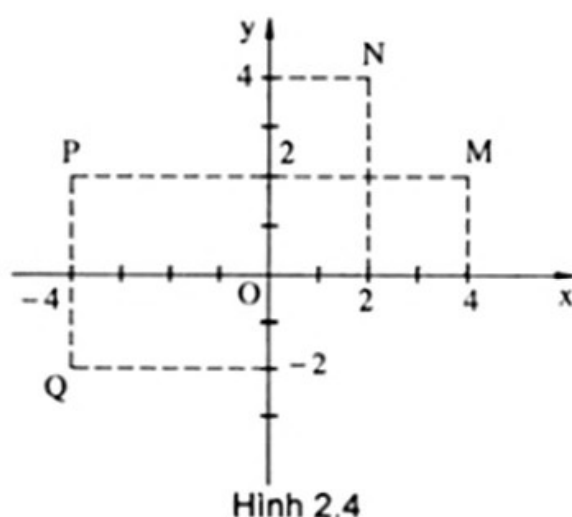
$A(3 ; -\frac{1}{2})$; $B(-2 ; 1)$; $C(2,5 ; 2,5)$;
 $D(-3 ; -2)$.

48. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy :

- a) Đánh dấu vị trí các điểm $M(1 ; 1)$; $N(3 ; 1)$; $P(3 ; 2)$.
- b) Xác định toạ độ điểm Q để tứ giác MNPQ là hình chữ nhật.

49. a) Xác định toạ độ các điểm M, N, P, Q trong hình 2.4.

- b) Nhận xét về toạ độ và vị trí của các cặp điểm M và N, M và P, M và Q, P và Q.



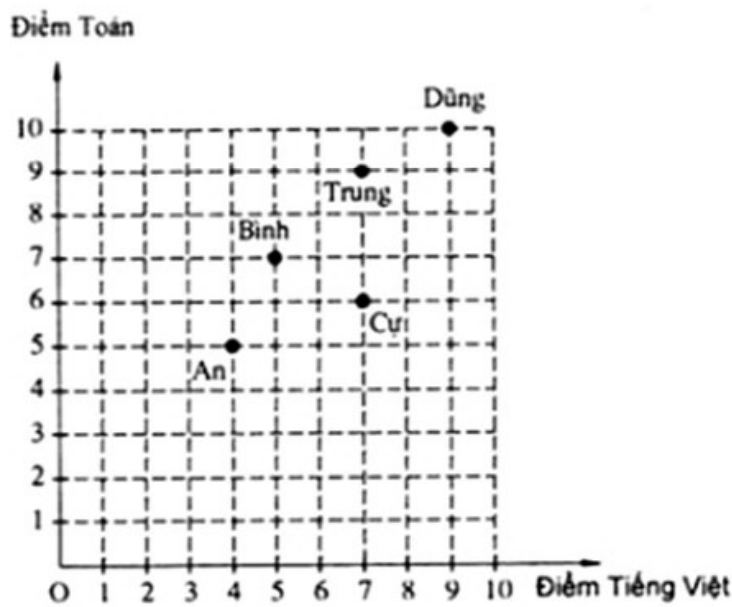
Hình 2.4

50. Trên mặt phẳng tọa độ hãy tìm tất cả các điểm :
- Có hoành độ bằng 0.
 - Có hoành độ bằng a ($a \neq 0$).
 - Có tung độ bằng 0.
 - Có tung độ bằng b (với $b \neq 0$).
51. a) Viết tất cả các cặp số $(x; y)$, biết rằng x, y đều thuộc $\{1; -1; 2\}$.
 b) Đánh dấu vị trí các điểm biểu diễn các cặp số trong câu a) trên Oxy.
 c) Tập các cặp số trong câu a) có xác định một hàm số không ?

Lập bảng các giá trị tương ứng x, y để chứng tỏ điều đó.

52. Điểm Toán và Tiếng Việt của 5 em dự thi học sinh giỏi cấp Tiểu học được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ (h 2.5) mỗi đơn vị biểu diễn 1 điểm. Hỏi :

- Điểm Toán và điểm Tiếng Việt của mỗi bạn là bao nhiêu ?
- Ai được điểm Toán cao nhất ?
- Ai được điểm Tiếng Việt thấp nhất ?



Hình 2.5

DẠNG 2. Đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$)

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Một điểm thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ nếu có tọa độ thỏa mãn đẳng thức $y = f(x)$. Ngược lại, một điểm có tọa độ thỏa mãn đẳng thức $y = f(x)$ thì nó thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$.

Ta có $M(x_0; y_0) \in (C) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

2. Để vẽ đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) ta chỉ cần xác định thêm điểm $A(1; a)$. Đường thẳng OA là đồ thị của nó.

- Khi $a > 0$ đồ thị hàm số $y = ax$ nằm ở góc phần tư I và III.
- Khi $a < 0$ đồ thị hàm số $y = ax$ nằm ở góc phần tư II và IV.

3. Đồ thị hàm số hằng $y = m$ là đường thẳng vuông góc với trục tung tại điểm có tung độ bằng m . Đặc biệt trục hoành là đồ thị hàm số $y = 0$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = 5x$. Các điểm $A(1 ; 2)$; $B(2 ; 10)$; $C(-2 ; 10)$; $D\left(-\frac{1}{5}; -1\right)$ có thuộc đồ thị của hàm số này không ?

Giải

Đặt $y = f(x) = 5x$.

- Xét điểm $A(1 ; 2)$ có $x = 1$; $y = 2$.

$$f(1) = 5.1 = 5 \neq 2, \text{ tức là } 2 \neq f(1).$$

Vậy điểm A không thuộc đồ thị hàm số $y = 5x$.

- Xét điểm $B(2 ; 10)$ có $x = 2$; $y = 10$.

$$f(2) = 5.2 = 10, \text{ tức là } 10 = f(2).$$

Vậy điểm B thuộc đồ thị hàm số $y = 5x$.

- Tương tự có $f(-2) = -10 \neq 10$; $y = \left(-\frac{1}{5}\right) = -1$ nên điểm C không thuộc đồ thị, điểm D thuộc đồ thị hàm số trên.

Ví dụ 2. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số $y = 3x$ và $y = -\frac{1}{3}x$.

Giải (h 2.6.)

- Vẽ đồ thị hàm số $y = 3x$.

Cho $x = 1$ thì $y = 3$ nên $A(1 ; 3)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 3x$.

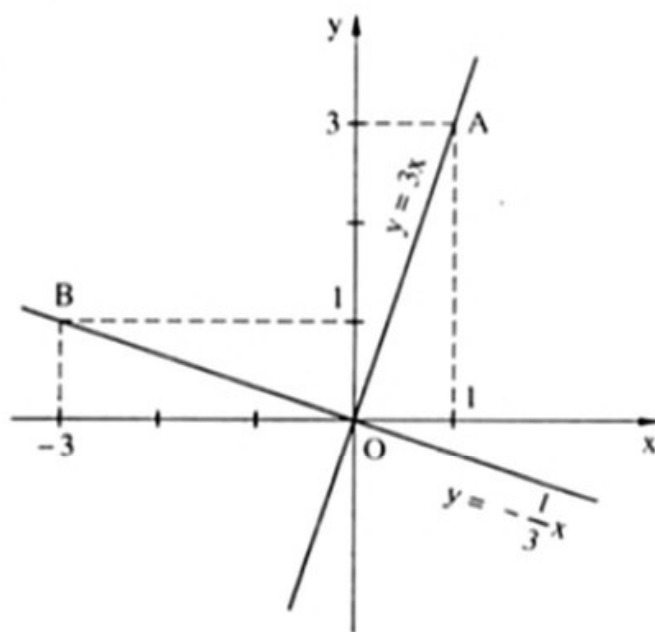
Đường thẳng OA là đồ thị của hàm số $y = 3x$.

- Vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x$.

Cho $x = -3$ thì $y = 1$ nên $B(-3 ; 1)$ thuộc

đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x$.

Đường thẳng OB là đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{3}x$.



Ví dụ 3. Đồ thị (C) của hàm số $y = ax$ đi qua điểm $M(-3 ; 5)$.

a) Hãy xác định a ;

b) Các điểm $N(3 ; -5)$ và $P(1 ; \frac{5}{3})$ có thuộc đồ thị (C) không ?

c) Tìm trên (C) điểm Q có tung độ bằng 2 và điểm R có hoành độ bằng 6.

Giải

a) Đồ thị (C) của hàm số $y = ax$ đi qua điểm $M(-3 ; 5)$ nên ta có

$$5 = a \cdot (-3) \Leftrightarrow a = -\frac{5}{3}.$$

Vậy (C) là đồ thị hàm số $y = -\frac{5}{3}x$.

b) Do $-5 = -\frac{5}{3} \cdot 3$ nên $N(3 ; -5) \in (C)$

$\frac{5}{3} \neq -\frac{5}{3} \cdot 1$ nên $P(1 ; \frac{5}{3}) \notin (C)$.

c) Điểm $Q \in (C)$ nên $2 = -\frac{5}{3}x$, suy ra

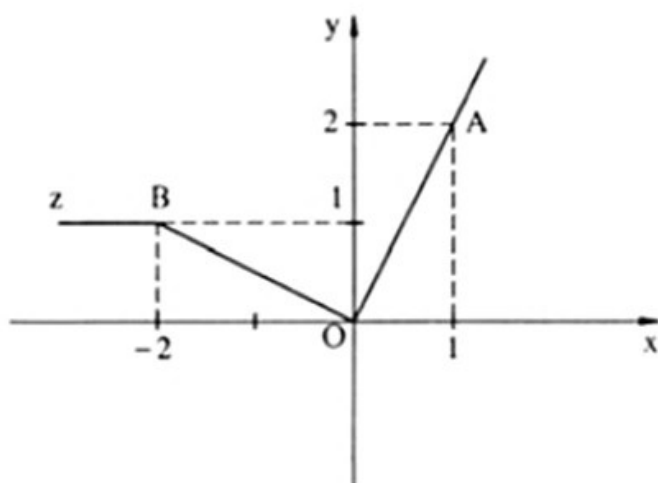
$$x = -\frac{6}{5}. \text{ Vậy } Q\left(-\frac{6}{5}; 2\right).$$

Điểm $R \in (C)$ nên $y = -\frac{5}{3} \cdot 6 = -10$.

Vậy $R(6 ; -10)$.

Ví dụ 4* Vẽ đồ thị hàm số

$$y = \begin{cases} 2x & \text{với } x \geq 0 \\ -\frac{1}{2}x & \text{với } -2 < x < 0 \\ 1 & \text{với } x \leq -2. \end{cases}$$



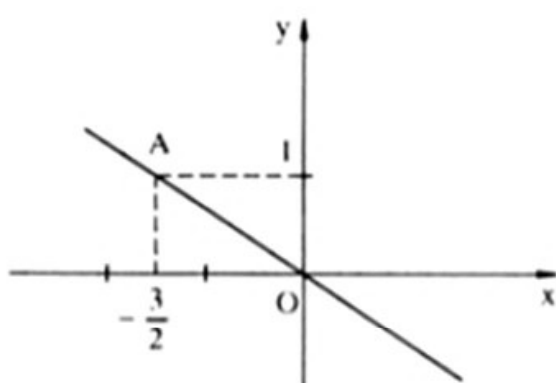
Hình 2.7

Giải

Đồ thị hàm số trên gồm hai tia OA, Bz và một đoạn thẳng OB với $A(1 ; 2)$, $B(-2 ; 1)$ và $Bz \perp Oy$ (hoặc $Bz \parallel Ox$) (xem hình 2.7).

III. BÀI TẬP

53. Cho hàm số $y = x^2 + 1$. Các điểm $A(1 ; 2)$; $B(2 ; 1)$; $C(-1 ; 2)$; $D(0 ; 0)$ có thuộc đồ thị của hàm số này không ?

54. Cho hàm số $y = ax$. Xác định a , biết rằng đồ thị của nó đi qua điểm $A(-1; -5)$.
55. Cho hàm số $y = ax + b$. Xác định a, b ; biết rằng đồ thị của nó đi qua hai điểm $M(0; 5)$ và $N(-1; 4)$.
56. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số $y = \frac{1}{2}x$; $y = -2x$; $y = 4x$.
57. Đồ thị hàm số $y = ax$ là đường thẳng OA trong hình 2.8.
- a) Xác định a .
- b) Đánh dấu điểm B trên đồ thị có hoành độ bằng 2. Xác định tọa độ của B.
- c) Đánh dấu điểm C trên đồ thị có tung độ bằng $-\frac{1}{2}$. Xác định tọa độ của C.
- 
- Hình 2.8
58. Cho hàm số $y = (2m - 1)x$.
- a) Xác định m , biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; -1)$.
- b) Vẽ đồ thị hàm số ứng với m vừa tìm được ở câu a).
59. Vẽ đồ thị hàm số $y = |2x|$.
60. Cho ba điểm $A(-1; 4)$; $B(2; -8)$; $C(1,5; -6)$. Chứng tỏ rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.
61. Đường thẳng đi qua gốc tọa độ và qua điểm $A(-5; 3)$ là đồ thị của hàm số nào?
62. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị gồm hai tia OA và OB với $A(-1; 3)$ và $B(2; 5)$.
- a) Hãy viết công thức xác định hàm số đó và vẽ đồ thị của nó.
- b) Các điểm $C(-2; 6)$; $D(2; -6)$ có thuộc đồ thị hàm số không?

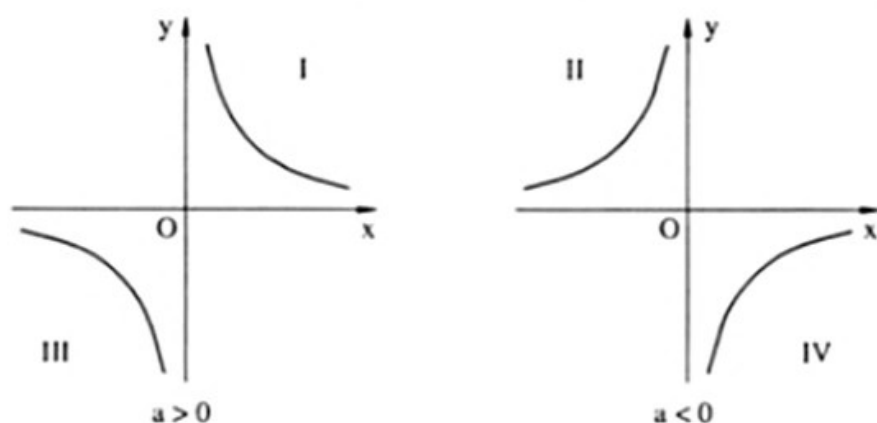
Chủ đề 5

ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) gồm hai nhánh (hai đường cong) đối xứng nhau qua gốc tọa độ (ta gọi là hyperbol) (h. 2.9).

Nếu $a > 0$ thì một nhánh nằm ở góc phần tư I, một nhánh nằm ở góc phần tư III.
 Nếu $a < 0$ thì một nhánh nằm ở góc phần tư II, một nhánh nằm ở góc phần tư IV.



Hình 2.9

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Để xác định a của hàm số $y = \frac{a}{x}$ khi biết đồ thị của nó đi qua điểm $(x_0; y_0)$ ta chỉ việc thay $x = x_0; y = y_0$ vào công thức trên có $a = x_0 y_0$.

2. Để vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x}$:

– Vẽ một nhánh của đồ thị (ứng với $x > 0$) bằng cách xác định ít nhất 5 điểm của nhánh này, rồi nối theo nét cong 5 điểm đó lại (chú ý nhánh này chỉ tiến sát đến hai trục Ox, Oy nhưng không bao giờ cắt hai trục tọa độ).

– Lấy đối xứng nhánh vừa vẽ qua gốc tọa độ để được nhánh thứ hai.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Đồ thị (H) của hàm số $y = \frac{a}{x}$ đi qua điểm $A(\frac{1}{3}; -6)$.

a) Hãy xác định a .

b) Các điểm $B(2; -1); C(\frac{1}{5}; 10)$ có thuộc đồ thị (H) không ?

c) Tìm trên (H) điểm D có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$ và điểm E có tung độ bằng $-\frac{1}{2}$.

Giải

a) Đồ thị (H) của hàm số $y = \frac{a}{x}$ đi qua điểm $A(\frac{1}{3}; -6)$ nên $-6 = \frac{a}{\frac{1}{3}}$

$$\Leftrightarrow a = (-6) \cdot \frac{1}{3} = -2.$$

Vậy (H) là đồ thị của hàm số $y = \frac{-2}{x}$.

b) • Điểm $B(2; -1)$ có $x_B = 2; y_B = -1$.

Do $y_B = \frac{-2}{x_B}$ (vì $-1 = \frac{-2}{2}$ nên $B \in (H)$).

• Điểm $C(\frac{1}{5}; 10)$ có $x_C = \frac{1}{5}; y_C = 10$.

Do $y_C \neq \frac{-2}{x_C}$ (vì $10 \neq \frac{-2}{\frac{1}{5}}$) nên $C \notin (H)$.

c) Do $D \in (H)$ nên $y_D = \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -4$. Vậy D có tọa độ $(\frac{1}{2}; -4)$.

Do $E \in (H)$ nên $-\frac{1}{2} = \frac{-2}{x_E} \Rightarrow x_E = (-2) : (-\frac{1}{2}) = 4$.

Vậy E có tọa độ $(4; -\frac{1}{2})$.

Ví dụ 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) nằm ở góc phần tư nào của mặt phẳng tọa độ? Biết rằng một nhánh của nó đi qua điểm $M(1; 2)$? Hãy vẽ đồ thị hàm số đó.

Giải

• Nhận thấy $M(1; 2)$ nằm ở góc phần tư I nên đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) sẽ nằm ở góc phần tư I và góc phần tư III.

• Đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x}$ đi qua điểm $M(1; 2)$ nên $a : 2 = \frac{a}{1} \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy hàm số có công thức $y = \frac{2}{x}$.

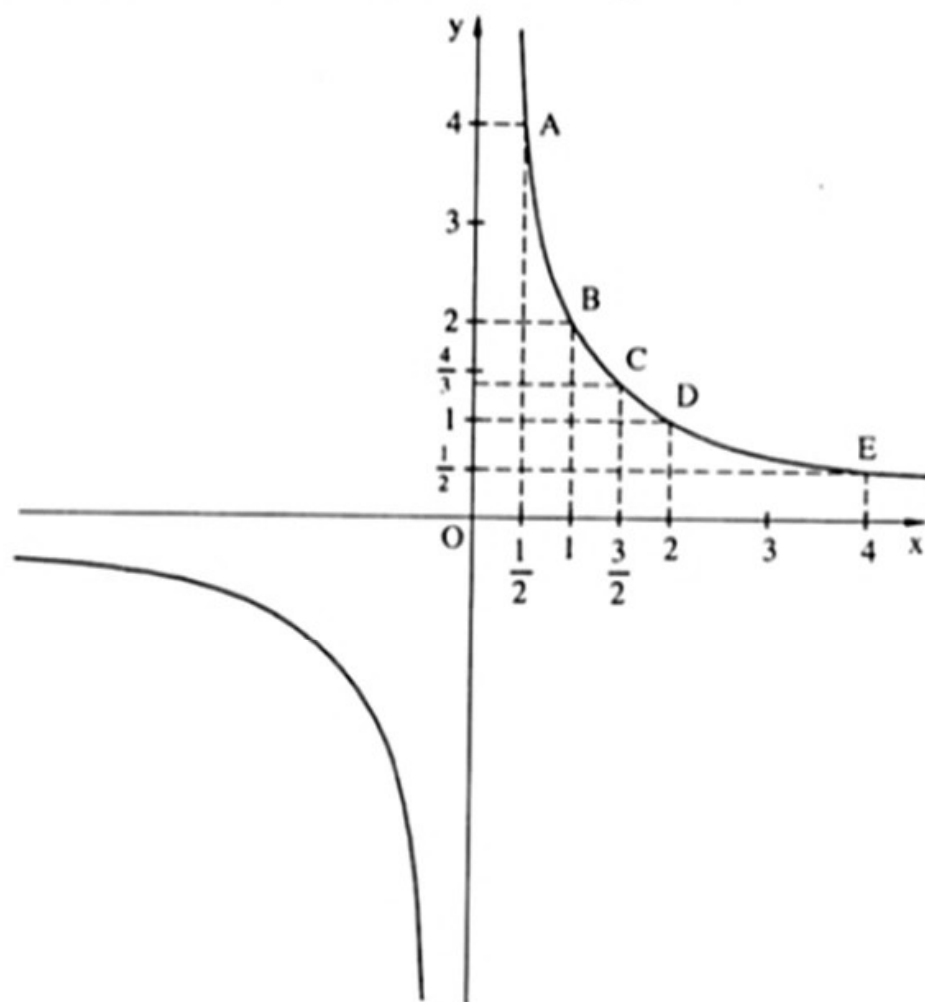
- Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x}$ như sau : Vẽ nhánh thứ nhất đi qua các điểm $A(\frac{1}{2}; 4)$;

$$B(1; 2), C(\frac{3}{2}; \frac{4}{3}); D(2; 1); E(4; \frac{1}{2}).$$

x	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	4
$y = \frac{2}{x}$	4	2	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{1}{2}$

Lấy đối xứng qua gốc tọa độ để được nhánh thứ hai.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x}$ là đường hyperbol gồm hai nhánh đường cong nằm ở góc phần tư I và góc phần tư III (như hình 2.10).



Hình 2.10

Ví dụ 3. Đồ thị (d) của hàm số $y = ax$ cắt đồ thị (H) của hàm số $y = \frac{b}{x}$ tại điểm $A(-1 ; -2)$.

a) Xác định a, b.

b) Chứng tỏ rằng (H) còn cắt (d) tại điểm B nữa. Xác định toạ độ của điểm B.

Giải

a) Đồ thị (d) của hàm số $y = ax$ đi qua $A(-1 ; -2)$ nên $-2 = a \cdot (-1) \Leftrightarrow a = 2$.

Đồ thị (H) của hàm số $y = \frac{b}{x}$ đi qua $A(-1 ; -2)$ nên $-2 = \frac{b}{-1} \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy (d) là đồ thị của hàm số $y = 2x$; (H) là đồ thị của hàm số $y = \frac{2}{x}$.

b) Hoành độ giao điểm của (H) và (d) thoả mãn $2x = \frac{2}{x} \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Với $x = 1$ thì $y = 2$ ta có $A(1 ; 2)$.

$x = -1$ thì $y = -2$ ta có $B(-1 ; -2)$.

III. BÀI TẬP

63. Đồ thị của hàm số $y = \frac{2m+1}{x}$ đi qua điểm $A(-1 ; -3)$.

a) Xác định m.

b) Các điểm $B(2 ; \frac{3}{2})$, $C(1 ; -3)$ có thuộc đồ thị không ?

c) Tìm trên đồ thị điểm D có hoành độ bằng 3 và điểm E có tung độ bằng 6.

64. Đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) nằm ở góc phần tư nào của mặt phẳng toạ độ ?
Biết rằng một nhánh của nó đi qua điểm $M(-1 ; 4)$. Hãy vẽ đồ thị hàm số đó.

65. Đồ thị hàm số $y = \frac{3m}{x}$ đi qua điểm $P(1 ; 1)$.

a) Hãy xác định m.

b) Xác định toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số trên với đồ thị hàm số $y = 4x$?
Với đồ thị hàm số $y = -4x$.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Chủ đề 1

1. a) Đúng, vì $s = 5x$.
b) Đúng, vì $s = t_0 v$ (t_0 là thời gian cho trước).
c) Sai, vì $s_0 = vt \Leftrightarrow v = \frac{s_0}{t}$, v và t tỉ lệ nghịch với nhau.
2. a) u và v tỉ lệ thuận với nhau, $v = -2,5u$.
b) u và v không tỉ lệ thuận.
3. a) y tỉ lệ với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{-4}{3}$.
b) $y = 2$; c) $x = 7,5$.
4. $\frac{1}{3}$ kg muối.
5. 50000 đồng
6. Ta có $x = k_1 y$; $y = k_2 z$ nên $x = k_1 k_2 z$.
Vậy x tỉ lệ thuận với z theo tỉ số $k_1 k_2$.
7. 5 tạ thóc.
8. 32 cái áo.
9. Gọi số gạch dùng lát nền nhà thứ hai là x viên ($x > 0$). Hai nền nhà có cùng chiều dài nên số gạch cần lát nền tỉ lệ thuận với chiều rộng của nền nhà. Ta có
$$\frac{x}{600} = \frac{6}{5} \Leftrightarrow x = 720$$

Vậy cần 720 viên gạch hình vuông để lát nền nhà thứ hai.
10. Tương tự ví dụ 2, thời gian họ đi đến lúc gặp nhau là $\frac{3}{7}$ giờ ≈ 26 phút.
11. 3 công nhân sau 3 giờ làm được 3 sản phẩm.
3 công nhân sau 9 giờ làm được $3 \times 3 = 9$ (sản phẩm).
9 công nhân sau 9 giờ làm được $9 \times 3 = 27$ (sản phẩm).

12. Gọi ba phần phải tìm là x, y, z . Theo đề bài ta có

$$x + y + z = 900 ; x : y : z = \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{6}.$$

$$\text{Suy ra } x : y : z = \frac{20}{60} : \frac{15}{60} : \frac{10}{60} = 20 : 15 : 10.$$

$$\text{Do đó } \frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{10} = \frac{x+y+z}{20+15+10} = \frac{900}{45} = 20.$$

$$\text{Vậy } x = 400 ; y = 300 ; z = 200.$$

13. Theo bài ra ta có : $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{x-2z}{3-2.5} = \frac{7}{-7} = -1.$

$$\text{Vậy } x = -3 ; y = -4 ; z = -5.$$

14. Quy về bài toán chia 30 cây xanh thành ba phần tỉ lệ thuận với 45 ; 50 ; 55.

Đáp số : Lớp 7A trồng 9 cây ; lớp 7B trồng 10 cây ; lớp 7C trồng 11 cây.

15. Quy về bài toán chia 750 triệu đồng thành ba phần tỉ lệ với 4, 5, 6.

Đáp số : Số lãi của ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 4, 5, 6 thứ tự là 200 triệu, 250 triệu, 300 triệu đồng.

16. $\hat{A} = 20^\circ, \hat{B} = 40^\circ, \hat{C} = 120^\circ.$

17. Gọi x, y, z là diện tích mỗi máy san được (đơn vị ha).

$$\text{Theo bài ra ta có : } x + y + z = 78,5$$

$$x : y : z = \frac{4.7}{6} : \frac{5.8}{5} : \frac{6.9}{4} = \frac{28}{6} : \frac{48}{6} : \frac{81}{6}.$$

$$\text{Suy ra : } \frac{x}{28} = \frac{y}{48} = \frac{z}{81} = \frac{x+y+z}{28+48+81} = \frac{78,5}{157} = \frac{1}{2}$$

$$x = 14 ; y = 24 ; z = 40,5.$$

Vậy diện tích đất mỗi máy san được là 14ha, 24ha, 40,5 ha.

Chủ đề 2

18. a) Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số 7.

b) x và y không tỉ lệ nghịch, vì $-15.0,2 \neq 8.(-0,372).$

19. $xy = 120 ; x$ và y tỉ lệ nghịch theo hệ số 120.

Từ đó có thể điền trong bảng như sau :

x	3	30	5	20	8
y	40	4	24	6	15

20. a) Ta có $x = \frac{k}{y}$; $y = \frac{l}{z} \Rightarrow x = \frac{k}{l} \cdot z$. Vậy x tỉ lệ thuận với z theo tỉ số $\frac{k}{l}$.

b) Ta có $x = \frac{k}{y}$; $y = lz \Rightarrow x = \frac{k}{lz}$. Vậy x tỉ lệ nghịch với z theo tỉ số $\frac{k}{l}$.

c) Do $x = ky$; $y = \frac{l}{z} \Rightarrow x = \frac{kl}{z}$. Vậy x tỉ lệ nghịch với z theo tỉ số kl .

21. Ta có $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{y_1}{8} = \frac{y_2}{5} = k \Rightarrow y_1 = 8k, y_2 = 5k$.

Mà $y_1 y_2 = 160$ suy ra $40k^2 = 160 \Leftrightarrow k = \pm 2$.

Tìm được $y_1 = -16$; $y_2 = -10$ hoặc $y_1 = 16$; $y_2 = 10$.

22. Gọi thời gian đi và thời gian về của ô tô là t_1 và t_2 (giờ).

Cùng đi quãng đường AB thì vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian, ta có :

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{45}{50} \text{ và } t_1 + t_2 = 6\frac{1}{3} \text{ (giờ)}.$$

Tính được $t_1 = 3$ (giờ), $t_2 = \frac{10}{3}$ (giờ) ; Quãng đường AB là 150 km.

23. $16\frac{2}{3}\%$.

24. Bán kính bánh xe nhỏ là 20cm.

25. 50,4 km/h ; 43,2 km/h.

26. 7 giờ.

27. 200 ; 150 ; 120.

28. Số học sinh lớp 7A, 7B, 7C tham gia đào đất thứ tự là 30 em, 24 em và 20 em.

29. Gọi thời gian chạy của Dũng, Nam, Thắng thứ tự là x, y, z (giây) ($x, y, z > 0$).

Cùng chạy quãng đường 100m thì vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian chạy.

Theo bài ra ta có : $x = 1,2y = 1,3z$ và $x - z = 18$.

$$\text{Do đó } \frac{x}{1,56} = \frac{y}{1,3} = \frac{z}{1,2} = \frac{x-z}{1,56-1,2} = \frac{18}{0,36} = 50.$$

Tìm được $x = 78$; $y = 65$; $z = 60$.

Vậy thời gian chạy của Dũng, Nam, Thắng thứ tự là 78 giây, 65 giây, 60 giây.

30. Gọi số xe loại 40 tấn, 25 tấn, 5 tấn thứ tự là x, y, z chiếc ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Theo bài ra ta có : $x + y + z = 76$ và $\frac{2}{3}x = \frac{2}{5}y = \frac{3}{7}z$.

$$\text{Suy ra } \frac{x}{9} = \frac{y}{15} = \frac{z}{14} = \frac{x+y+z}{9+15+14} = \frac{76}{38} = 2.$$

Vậy $x = 18$; $y = 30$; $z = 28$.

31. Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác với các đường cao tương ứng là : h_a, h_b, h_c . Theo bài ra ta có :

$$a + b + c = 28,2 \text{ (cm)}$$

$$\frac{1}{3}h_a = 0,25.h_b = 0,2.h_c.$$

$$\text{Suy ra } \frac{h_a}{3} = \frac{h_b}{4} = \frac{h_c}{5}.$$

$$\text{Mặt khác } 2S_{ABC} = ah_a = bh_b = ch_c \Rightarrow \frac{a}{20} \cdot \frac{h_a}{3} = \frac{b}{15} \cdot \frac{h_b}{4} = \frac{c}{12} \cdot \frac{h_c}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{20} = \frac{b}{15} = \frac{c}{12} = \frac{a+b+c}{20+15+12} = \frac{28,2}{47} = 0,6.$$

$$\text{Vậy } a = 0,6.20 = 12 \text{ (cm)}$$

$$b = 0,6.15 = 9 \text{ (cm)}$$

$$c = 0,6.12 = 7,2 \text{ (cm)}.$$

32. $M = 42$.

33. 70 ha, 128 ha, 225 ha.

Hướng dẫn : Đưa về bài toán chia số 423 thành ba phần tỉ lệ thuận với $\frac{3.7}{6}$,

$$\frac{4.8}{5}, \frac{5.9}{4}.$$

Chủ đề 3

34. a) Có ; b) Không (vì với $x = -3$ tương ứng có hai giá trị $y = 4$ và $y = 3$).

35. a) Có ; b) Không (vì với $x = 1$ tương ứng với hai giá trị $y = 2$; $y = -2$).

c) Có ; d) Không (vì tập X không phải là tập số).

36. a) Có ; b) Có ; c) Không (vì với $x > 0$ có hai giá trị $y = \sqrt{x}$ và $y = -\sqrt{x}$).

37. a) $C = 4x$ với $x > 0$.

b) $S = x^2$ với $x > 0$.

38. a) Điền số như trong bảng sau :

x	$-\frac{3}{2}$	-2	-1	0	1	2
y	-3	-2	-6	6	3	$\frac{6}{5}$

b) $f(-5) = -\frac{2}{3}$; $f(7) = \frac{2}{5}$.

c) Khi $y = 10$ thì $x = -\frac{1}{5}$.

d) $x, y \in \mathbf{Z} \Leftrightarrow 2x + 1 \in \{-3 ; -1 ; 1 ; 3\}$
 $\Leftrightarrow x \in \{-2 ; -1 ; 0 ; 1\}$.

39. a) $f(-4) = 16$; $f(1) = -4$; $f(3) = -12$.

b) $f(x) = 8 \Rightarrow x = -2$; $f(x) = 0 \Rightarrow x = 0$; $f(x) = -16 \Rightarrow x = 4$.

c) y tỉ lệ thuận với x , $y = -4x$.

40. a) $f(4) = -\frac{1}{2}$; $f(-5) = \frac{2}{5}$; $f(10) = -\frac{1}{5}$.

b) $f(x) = 2 \Rightarrow x = -1$; $f(x) = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = 6$; $f(x) = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = 8$.

c) y tỉ lệ nghịch với x ; $y = \frac{-2}{x}$.

41. a) $S = 1000t + 10$ (với $0 \leq t \leq 5$).

Đề bay 3500 km, máy bay bay hết 3,49 giờ.

b) $h = 10$.

Sau 4 giờ máy bay ở độ cao 10km.

42. a) $D = \{-5 ; -3 ; -2 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3\}$

b) $y = f(x) = |x|$.

43. a) $D = \{-1 ; 0 ; 1 ; 2\}$.

b) $f(-1) = 3$.

c) Khi $f(x) = 2$ thì $x = 1$ hoặc $x = 2$.

44. a) $D = \mathbf{R}$.

b) $D = \mathbf{R}$.

c) $D = \mathbf{R} \setminus \{-3\}$.

d) $D = \mathbf{R}$.

e) $D = \mathbf{R}$.

g) $D = \mathbf{R} \setminus \{-2 ; 2\}$.

h) $D = \{x \in \mathbf{R} \mid x \geq 0\}$.

i) $D = \mathbf{R} \setminus \{-1; 2\}$.

k) $D = \mathbf{R} \setminus \{-2\}$.

45. a)

x	0	$\frac{1}{2}$	1	4	5
y	0	-1	3	$1\frac{1}{3}$	-7

b) $D = \{0; \frac{1}{2}; 1; 4; 5\}$.

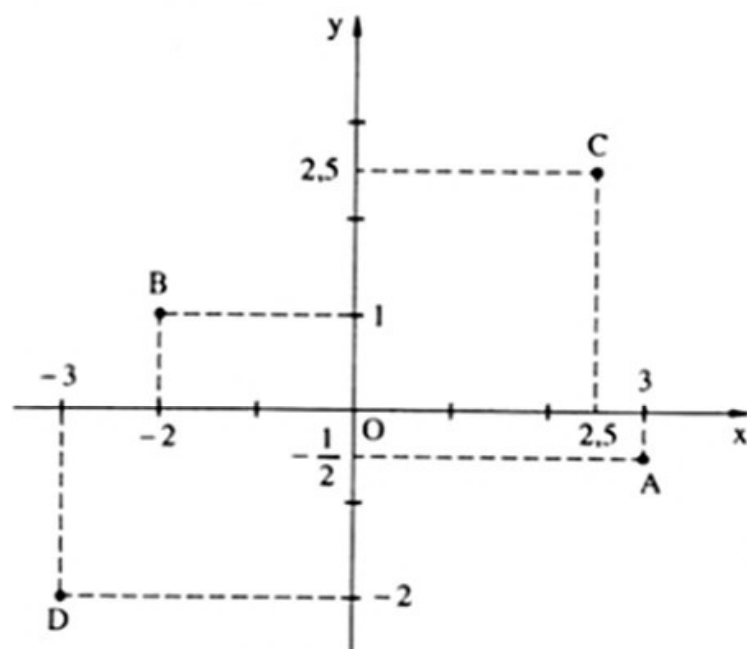
46. a) y là hàm số của x theo công thức

$$y = (5 - x)(12 - x).$$

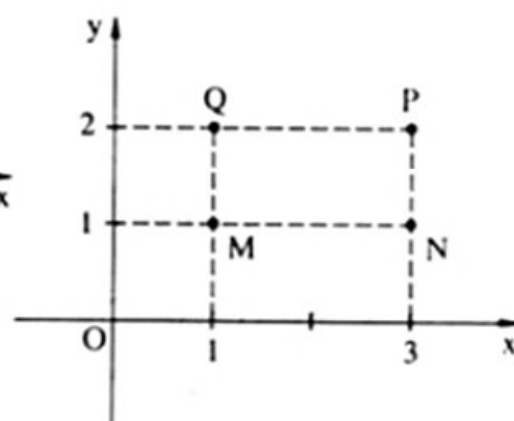
b) $D = \{x \in \mathbf{R} \mid 0 < x < 5\}$.

Chủ đề 4

47. Xem hình 2.11



Hình 2.11.



Hình 2.12

48. a) Xem hình 2.12.

b) Tọa độ điểm Q là (1 ; 2)

49. a) M(4 ; 2), N(2 ; 4), P(-4 ; 2), Q(-4 ; -2).

b) Với hai điểm M và N : hoành độ của điểm M là tung độ của điểm N và tung độ của điểm M là hoành độ của điểm N. Chúng đối xứng qua đường thẳng $y = x$.

Với hai điểm M và P : có cùng tung độ là 2, chúng nằm trên đường thẳng song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Với hai điểm M và Q : có hoành độ đối nhau và tung độ đối nhau, chúng đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

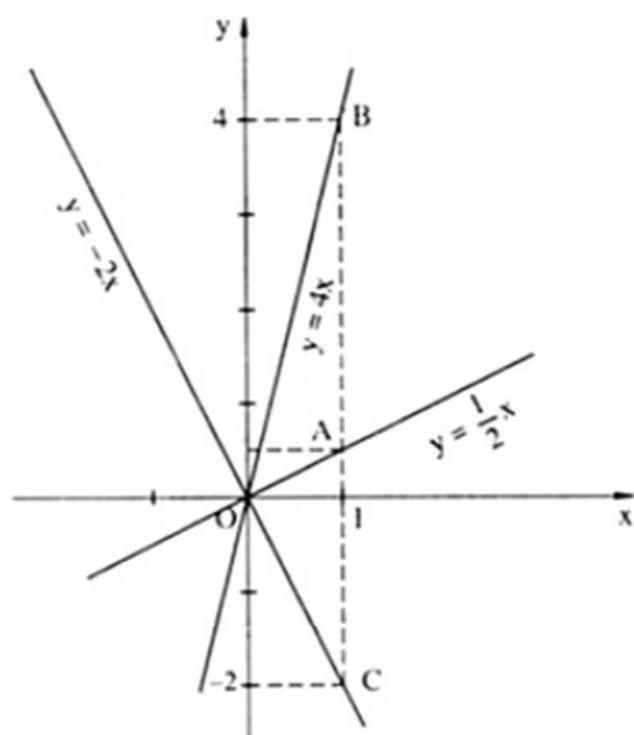
Với hai điểm P và Q : có cùng hoành độ là -4 , chúng nằm trên đường thẳng song song với trục tung và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -4 .

50. a) Các điểm có hoành độ bằng 0 nằm trên trục tung.
b) Các điểm có hoành độ bằng a ($a \neq 0$) nằm trên đường thẳng song song với trục tung và cắt trục hoành tại điểm a .
c) Các điểm có tung độ bằng 0 nằm trên trục hoành.
d) Các điểm có tung độ bằng b (với $b \neq 0$) nằm trên đường thẳng song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm b .
51. a) $(x; y) \in \{(1; 1), (1; -1), (1; 2), (-1; 1), (-1; -1), (-1; 2), (2; 1), (2; 2), (2; -1)\}$.
b) Bạn đọc tự vẽ.
c) Tập các cặp số trong câu a) không xác định một hàm số. Bởi lẽ, chẳng hạn $x = 1$ tương ứng với ba giá trị của $y = 1; -1; 2$.

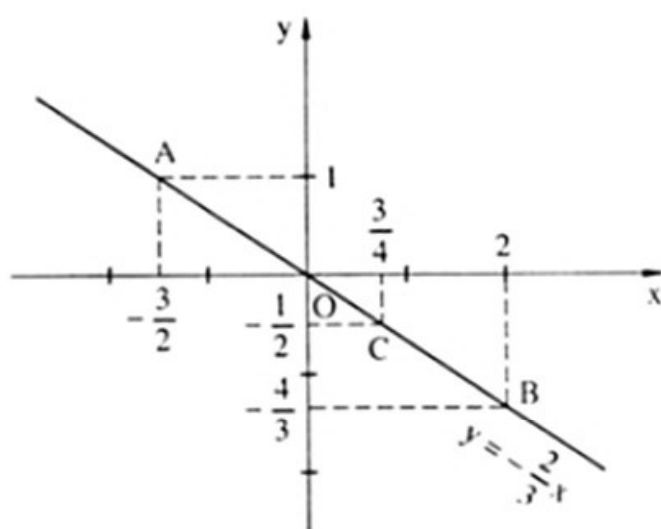
52. a) Ta có bảng sau :

Điểm \ Bạn	An	Bình	Cự	Trung	Dũng
Tiếng Việt	4	5	7	7	9
Toán	5	7	6	9	10

- b) Bạn Dũng đạt điểm Toán cao nhất (10 điểm).
Bạn An đạt điểm Tiếng Việt thấp nhất (4 điểm).
53. Hai điểm A và C thuộc đồ thị ; Hai điểm B và D không thuộc đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$.
54. $a = 5$.
55. $a = 1$; $b = 5$; Hàm số $y = x + 5$.
56. Xem hình 2.13.



Hình 2.13



Hình 2.14

57. a) Điểm A có tọa độ $\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$; $a = -\frac{2}{3}$.

b) $B\left(2; -\frac{4}{3}\right)$; c) $C\left(\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right)$ (xem hình 2.14).

58. a) $m = 1$.

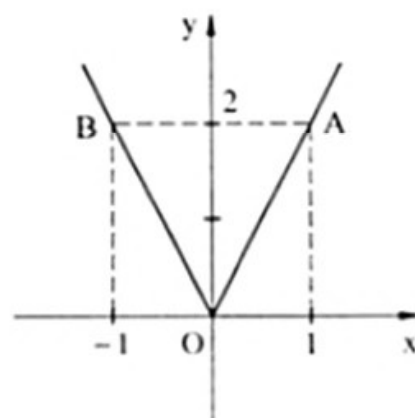
b) Đồ thị hàm số $y = x$ là đường thẳng OA với $A(1; 1)$ (bạn đọc tự vẽ đồ thị).

59. $y = |2x| = \begin{cases} 2x & \text{với } x \geq 0 \\ -2x & \text{với } x < 0. \end{cases}$

Đồ thị hàm số $y = |2x|$ gồm hai tia OA và OB với $A(1; 2)$, $B(-1; 2)$ như hình 2.15.

60. Tọa độ của ba điểm $A(-1; 4)$, $B(2; -8)$, $C(1,5; -6)$ đều thỏa mãn công thức $y = -4x$ nên ba điểm A, B, C cùng nằm trên đồ thị hàm số $y = -4x$, tức là A, B, C thẳng hàng.

61. Hàm số $y = -\frac{3}{5}x$.



Hình 2.15

62. a) $y = f(x) = \begin{cases} -3x & \text{với } x < 0 \\ \frac{5}{2}x & \text{với } x \geq 0. \end{cases}$

b) Điểm C thuộc đồ thị ; điểm D không thuộc đồ thị.

Chủ đề 5

63. a) $m = 1$. Hàm số có công thức $y = \frac{3}{x}$.

b) Do $\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ nên điểm $B(2 ; \frac{3}{2})$ thuộc đồ thị ;

$-3 \neq \frac{3}{1}$ nên điểm $C(1 ; -3)$ không thuộc đồ thị.

c) $D(3 ; 1) ; E(\frac{1}{2} ; 6)$.

64. Tính được $a = -4$, hàm số có công thức $y = \frac{-4}{x}$.

Đồ thị của nó nằm ở góc phần tư II và góc phần tư IV.

65. a) $m = \frac{1}{3}$. Hàm số có công thức $y = \frac{1}{x}$.

b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ và $y = 4x$ thỏa mãn

$$\frac{1}{x} = 4x \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2} \text{ nên } y = \pm 2.$$

Vậy tọa độ hai giao điểm là $(\frac{1}{2}; 2) ; (-\frac{1}{2}; -2)$.

Đồ thị hai hàm số $y = -4x$ và $y = \frac{1}{x}$ không có điểm chung nào, vì phương

trình $\frac{1}{x} = -4x \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{4}$ vô nghiệm.

THỐNG KÊ

Chủ đề 1

BẢNG SỐ LIỆU THỐNG KÊ VÀ TẦN SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Khi lập bảng số liệu thống kê ban đầu cho một cuộc điều tra, ta thường phải xác định :

- *Dấu hiệu* là vấn đề hay hiện tượng mà người điều tra quan tâm tìm hiểu.
- *Giá trị của dấu hiệu* là số liệu thu thập được khi điều tra về một dấu hiệu.
- *Số các đơn vị điều tra* là số tất cả các giá trị (không nhất thiết khác nhau) thường kí hiệu là N .
- *Tần số của dấu hiệu* là số lần xuất hiện của một giá trị trong dãy giá trị của dấu hiệu.
- *Tần suất của giá trị* là tỉ số giữa tần số của một giá trị và số tất cả các giá trị được thống kê.

2. Từ bảng số liệu thống kê ban đầu, ta có thể lập bảng "tần số" (theo dạng "ngang" hay "dọc") trong đó nêu rõ các giá trị khác nhau của dấu hiệu và các tần số tương ứng của các giá trị đó.

Bảng "tần số" giúp người điều tra rút ra một số nhận xét về : số các giá trị của dấu hiệu ; số các giá trị khác nhau ; giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất, giá trị có tần số lớn nhất ; ...

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Xác định dấu hiệu, số đơn vị điều tra, các giá trị khác nhau của dấu hiệu, tần số và tần suất

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Khi có bảng số liệu thống kê, dựa vào định nghĩa của các khái niệm để xác định được dấu hiệu, số đơn vị điều tra, các giá trị khác nhau của dấu hiệu, tần số của giá trị và tần suất của chúng.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong đợt ủng hộ đồng bào bị lũ lụt ở miền Trung, 40 bạn lớp 7A đã quyên góp tiền. Bạn lớp trưởng đã ghi lại số tiền thu được của mỗi bạn trong bảng sau (đơn vị nghìn đồng) :

2	2	3	2	5	3	2	8	2	5
10	2	10	3	2	10	5	3	2	2
6	7	7	4	5	5	10	4	2	9
5	5	6	5	10	3	2	4	5	3

Hãy cho biết :

- Dấu hiệu cần tìm hiểu ;
- Số đơn vị điều tra ;
- Các giá trị khác nhau của dấu hiệu, tần số và tần suất tương ứng của từng giá trị đó.

Giải

- Dấu hiệu : Số tiền quyên góp của mỗi bạn trong lớp 7A.
- Số đơn vị điều tra : 40.
- Các giá trị khác nhau của dấu hiệu là 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 có tần số tương ứng là 11, 6, 3, 9, 2, 2, 1, 1, 5.

Tần suất tương ứng là $\frac{11}{40}$; $\frac{6}{40}$; $\frac{3}{40}$; $\frac{9}{40}$; $\frac{2}{40}$; $\frac{2}{40}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{5}{40}$

tức lần lượt là 27,5% ; 15% ; 7,5% ; 22,5% ; 5% ; 5% ; 2,5% ; 2,5% ; 12,5%.

Ví dụ 2. Hãy lập bảng số liệu thống kê ban đầu của cuộc điều tra số điểm thi học kì I môn Toán của 10 bạn trong lớp em, rồi cho biết :

- a) Dấu hiệu cần tìm hiểu.
- b) Số đơn vị điều tra.
- c) Số các giá trị khác nhau của dấu hiệu, tần số và tần suất tương ứng của từng giá trị đó.

Giải

Đề lập bảng số liệu thống kê ban đầu trước hết cần hỏi 10 bạn trong lớp về điểm thi học kì I môn Toán và ghi lại, chẳng hạn (không cần ghi tên) :

5	6	4	7	8	7	3	10	5	9
---	---	---	---	---	---	---	----	---	---

- a) Dấu hiệu : Số điểm thi học kì I môn Toán của 10 bạn trong lớp.
- b) Số đơn vị điều tra : 10.
- c) Các giá trị khác nhau của dấu hiệu là 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 có tần số tương ứng là 1, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 1 và tần suất tương ứng là 10%, 10%, 20%, 10%, 20%, 10%, 10%, 10%.

III. BÀI TẬP

1. Lập bảng thống kê về điểm kiểm tra 45 phút môn Toán của lớp em và cho biết
 - a) Có bao nhiêu bạn tham gia trả lời ?
 - b) Số điểm có nhiều bạn đạt nhất là bao nhiêu ?
2. Lập bảng thống kê về số con của 20 gia đình sống gần nhà em.
3. Điều tra về sự tiêu thụ điện năng (tính theo kw/h) của 20 gia đình của một tổ dân phố, ta có kết quả sau :

160	85	50	65	85	y	50	60	75	58
60	75	x	80	90	120	160	z	80	75

Hãy cho biết

- a) Dấu hiệu cần tìm hiểu.
- b) Số đơn vị cần điều tra.
- c) Các giá trị khác nhau của dấu hiệu, tần số và tần suất của từng giá trị. Biết rằng x, y, z là ba số tự nhiên số sau hơn số trước 10 đơn vị và $x + y + z = 180$.
4. Khi điều tra năng suất của một giống lúa mới trên 10 thửa ruộng có cùng diện tích 1ha, điều tra viên đã ghi lại bằng bảng sau :

Số thửa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Năng suất (tạ/ha)	33	31	30	33	34	20	18	10	25	23

Hãy cho biết :

- a) Dấu hiệu ở đây là gì ?
- b) Số đơn vị điều tra.
- c) Các giá trị khác nhau của dấu hiệu và tần số của từng giá trị đó.

DẠNG 2. Lập bảng "Tần số"

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để lập bảng "tần số" trước hết cần xác định được dấu hiệu ; các giá trị khác nhau của dấu hiệu và tần số của từng giá trị đó. Từ đó lập bảng "tần số" gồm hai dòng (nếu theo dạng ngang) hoặc gồm hai cột (nếu theo dạng dọc) : giá trị (x) và tần số (n) của nó.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Thời gian giải một bài toán (tính theo phút) của 30 học sinh được ghi trong bảng sau :

5	7	8	9	5	6	13	5	8	13
6	12	5	6	12	9	5	6	15	10
9	13	15	13	8	7	13	12	9	15

- a) Dấu hiệu ở đây là gì ?
- b) Hãy lập bảng "tần số" theo dạng "ngang" và dạng "dọc".
- c) Từ đó, hãy rút ra một số nhận xét.

Giải

- a) Dấu hiệu : Thời gian giải một bài toán (tính theo phút) của mỗi học sinh.
- b) Có 9 giá trị khác nhau là 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15.
Với tần số tương ứng là 5, 4, 2, 3, 4, 1, 3, 5, 3.

Bảng "tần số" dạng "ngang" :

Giá trị (x)	5	6	7	8	9	10	12	13	15	
Tần số (n)	5	4	2	3	4	1	3	5	3	N = 30

Bảng "tần số" dạng "dọc" :

Giá trị (x)	Tần số (n)
5	5
6	4
7	2
8	3
9	4
10	1
12	3
13	5
15	3
	N = 30

c) Nhận xét :

- Cả 30 học sinh đều giải được bài toán đã cho.
- Thời gian giải bài là 5 phút, 6 phút, 7 phút, 8 phút, 9 phút, 10 phút, 12 phút, 13 phút, 15 phút.
- Thời gian giải bài toán nhanh nhất là 5 phút, lâu nhất là 15 phút.
- Số người giải bài nhanh (5 phút) chiếm $\frac{5}{30} \approx 17\%$.

Ví dụ 2. Cuối học kì I, thầy giáo chủ nhiệm liệt kê số ngày nghỉ học của 40 học sinh trong lớp bằng bảng sau :

1	0	3	0	5	3	2	5	1	3
0	1	1	4	1	2	3	4	0	5
0	2	0	0	2	0	1	3	2	4
2	1	2	2	3	0	2	1	0	1

- a) Hãy lập bảng "tần số" và có thêm dòng "tần suất".
b) Hãy nêu nhận xét.

Giải

a) Dấu hiệu : Số ngày nghỉ học của mỗi học sinh

Có 6 giá trị khác nhau là 0, 1, 2, 3, 4, 5 có tần số tương ứng là 10, 9, 9, 6, 3, 3.

Bảng "tần số" có thêm dòng tần suất (tính ra %).

Giá trị (x)	0	1	2	3	4	5
Tần số (n)	10	9	9	6	3	3
Tần suất (f)	$\frac{10}{40} = 25\%$	$\frac{9}{40} = 22,5\%$	$\frac{9}{40} = 22,5\%$	$\frac{6}{40} = 15\%$	$\frac{3}{40} = 7,5\%$	$\frac{3}{40} = 7,5\%$

- b) Nhận xét : Lớp có 10 bạn không nghỉ buổi học nào.
 . Đa số các bạn trong lớp chỉ nghỉ không quá 2 buổi.
 Lớp có 3 bạn nghỉ nhiều nhất là 5 buổi học.

III. BÀI TẬP

5. Kết quả điều tra tháng sinh của 45 học sinh trong một lớp 7 được ghi lại trong bảng sau :

1	2	5	6	3	4	9	10	9
2	3	1	9	10	5	1	2	3
3	6	4	10	9	7	10	4	2
4	7	3	11	10	9	10	9	4
5	9	10	12	11	10	12	9	10

- a) Dấu hiệu cần tìm hiểu là gì ? Số đơn vị điều tra ?
 b) Lập bảng "tần số" và rút ra nhận xét về giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất, giá trị có tần số lớn nhất.
 6. Cho bảng "tần số" sau :

Giá trị (x)	30	31	32	33	34	
Tần số (n)	3	4	1	5	7	N = 20

Từ bảng này, hãy viết lại một bảng số liệu thống kê ban đầu.

Chủ đề 2

BIỂU ĐỒ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Người ta thường dùng biểu đồ để cho một hình ảnh cụ thể về giá trị của dấu hiệu và tần số. Đó là biểu đồ đoạn thẳng, biểu đồ hình chữ nhật, biểu đồ hình quạt.

Khi vẽ biểu đồ đoạn thẳng và biểu đồ hình chữ nhật ta vẽ hệ trục tọa độ : trục hoành biểu diễn các giá trị x, trục tung biểu diễn tần số n (độ dài đơn vị trên hai trục có thể khác nhau).

Khi vẽ biểu đồ hình quạt cần phải tính tần suất, góc ở tâm của các hình quạt tỉ lệ với tần suất (tần suất thường được biểu diễn dưới dạng tỉ số phần trăm).

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Vẽ biểu đồ

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để vẽ được biểu đồ từ bảng số liệu thống kê ban đầu :

- Trước hết phải lập bảng "tần số".
- Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng : Ta dựng hệ trục tọa độ, trục hoành biểu diễn các giá trị x , trục tung biểu diễn tần số n . Xác định các điểm có tọa độ là cặp số $(x ; n)$. Nối mỗi điểm đó với điểm trên trục hoành có cùng hoành độ, ta nhận được biểu đồ đoạn thẳng.
- Để vẽ biểu đồ hình chữ nhật : Thay các đoạn thẳng trên bằng các hình chữ nhật có cạnh nằm trên trục hoành bằng nhau, cạnh còn lại song song với trục tung và có độ dài bằng tần số.
- Để vẽ biểu đồ hình quạt cần tính tần suất (dưới dạng phần trăm) của các giá trị : Vẽ một hình tròn, chia thành các hình quạt mà góc ở tâm của các hình quạt tỉ lệ với tần suất.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Điểm kiểm tra toán của học sinh lớp 7A được ghi ở bảng sau :

4	5	10	7	4	5	9	5	7	6
7	8	4	6	7	9	6	7	5	7
5	9	10	7	6	7	4	8	9	5
7	6	5	8	7	8	8	8	7	7
8	10	7	9	5	7	5	7	8	5

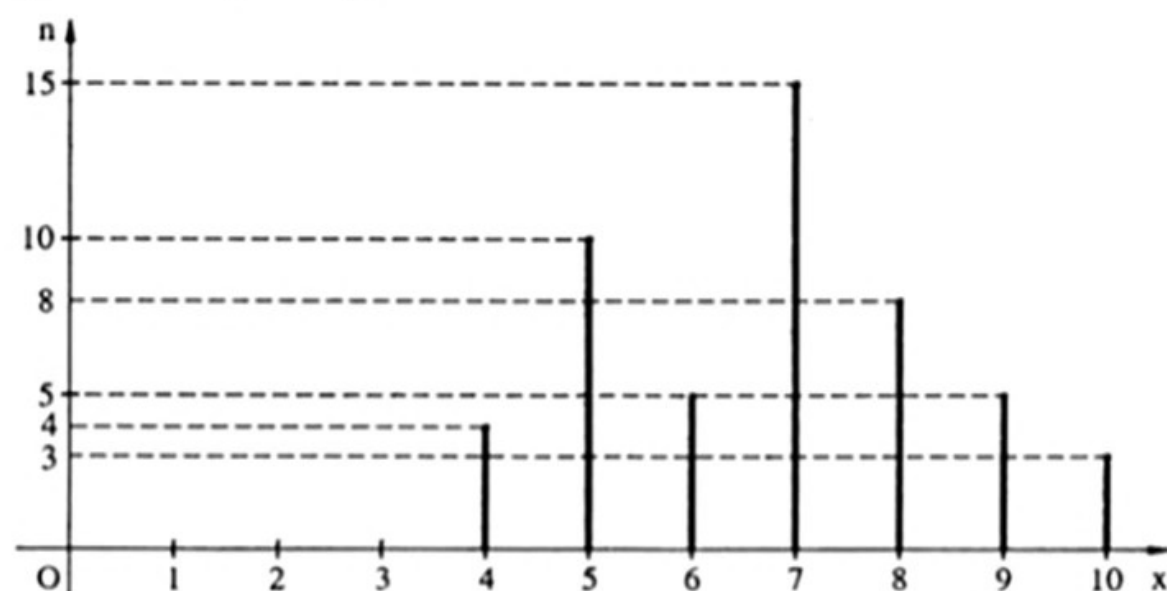
- Lập bảng "tần số" theo dạng "ngang".
- Hãy biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng và biểu đồ hình chữ nhật.

Giải

- Dấu hiệu : Điểm kiểm tra toán của học sinh lớp 7A. Số các giá trị : 50.

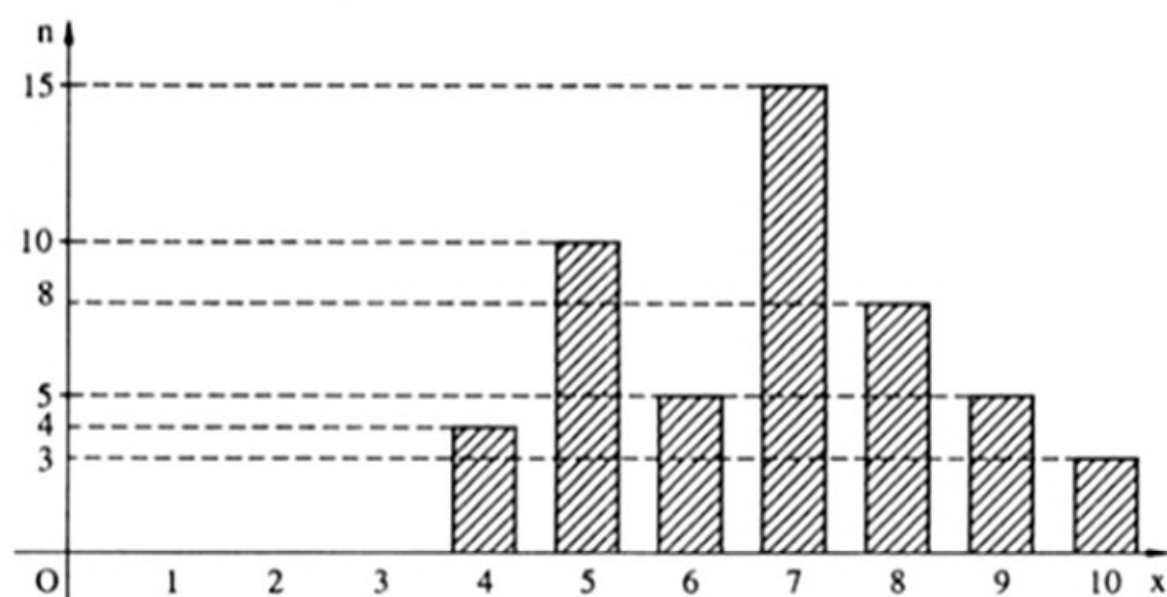
Giá trị (x)	4	5	6	7	8	9	10
Tần số (n)	4	10	5	15	8	5	3

b) Biểu đồ đoạn thẳng như hình 3.1



Hình 3.1

Biểu đồ hình chữ nhật như hình 3.2.



Hình 3.2

Ví dụ 2. Kết quả xếp loại học lực của học sinh khối 7 của trường THCS trong học kì I có : 75 em đạt loại giỏi, 90 em đạt loại khá, 120 em đạt loại trung bình, 15 em đạt loại yếu. Hãy vẽ biểu đồ hình quạt về kết quả xếp loại học lực trên.

Giải

Trước hết cần tính tỉ lệ phần trăm (chính là tần suất)

Loại	Giỏi	Khá	Trung bình	Yếu
Tỉ lệ %	25	30	40	5

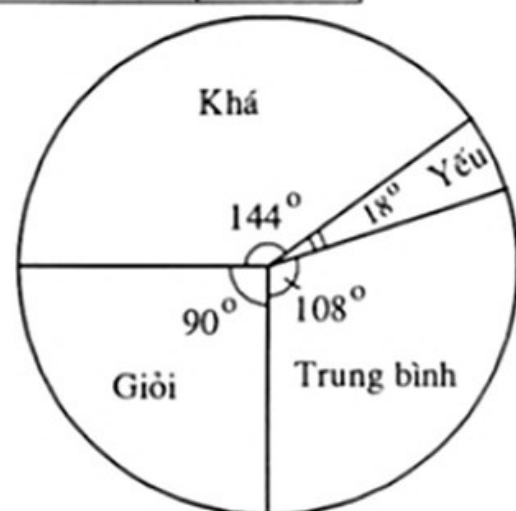
Biểu đồ hình quạt như hình 3.3.

- Học lực giỏi được biểu diễn bởi hình quạt với số đo góc là $360^\circ \times 25\% = 90^\circ$.

- Học lực khá được biểu diễn bởi hình quạt với số đo góc là $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$.

- Học lực trung bình được biểu diễn bởi hình quạt với số đo góc là $360^\circ \times 40\% = 144^\circ$.

- Học lực yếu được biểu diễn bởi hình quạt với số đo góc là $360^\circ \times 5\% = 18^\circ$.



Hình 3.3

III. BÀI TẬP

7. Chiều cao của 25 em bé ở một nhóm trẻ được ghi trong bảng sau : (đơn vị đo : cm)

85	86	85	95	102
90	90	87	86	86
95	95	90	90	87
87	98	95	98	90
95	100	102	100	98

- Dấu hiệu ở đây là gì ?
- Hãy lập bảng tần số. Hãy nêu nhận xét.
- Hãy biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng và bằng biểu đồ hình chữ nhật.

8. Kết quả bắn súng 30 viên của một vận động viên được ghi lại trong bảng sau :

10	10	9	8	7	8	5	8	9	8
9	9	10	10	10	9	6	8	8	7
10	10	8	10	8	10	10	9	9	9

- Hãy lập bảng tần số có thêm dòng tần suất và nêu nhận xét.
- Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.
- Vẽ biểu đồ hình quạt.

9. Lượng mưa trung bình hàng tháng trong một năm ở một vùng được trạm khí tượng ghi lại trong bảng dưới đây (đơn vị đo theo mm) :

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lượng mưa	60	70	80	40	90	90	130	150	130	90	50	40

a) Lập bảng "tần số", nêu nhận xét.

b) Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

DẠNG 2. Nhìn biểu đồ đọc kết quả

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

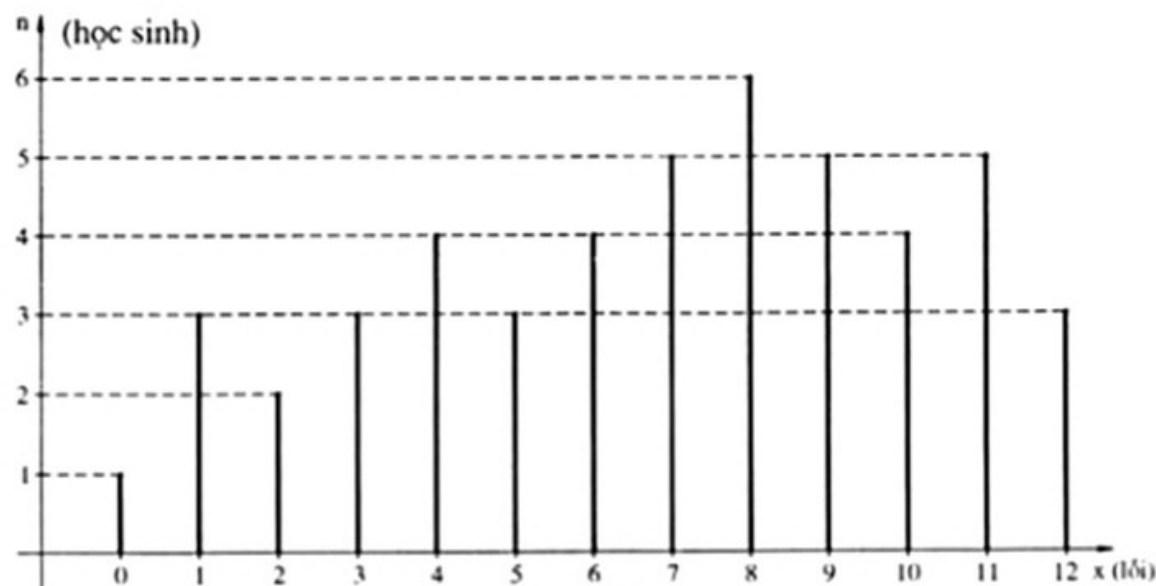
Từ biểu đồ đoạn thẳng (hoặc biểu đồ hình chữ nhật), ta có thể đọc được số các giá trị (theo trục hoành) và tần số tương ứng với các giá trị đó (theo trục tung). Từ đó có thể lập lại được bảng "tần số" và đọc được nhận xét cần thiết.

II. VÍ DỤ

Biểu đồ sau đây (h. 3.4) biểu diễn số lỗi chính tả của học sinh mắc phải trong bài kiểm tra Tiếng Anh của một lớp 7. Từ biểu đồ đó hãy :

a) Nêu nhận xét về bài làm của học sinh lớp 7.

b) Hãy lập lại bảng "tần số" :



Hình 3.4

Giải

a) Số lỗi chính tả học sinh lớp 7 mắc phải trong bài kiểm tra Tiếng Anh từ 0 đến 12. Trong đó số học sinh mắc 8 lỗi là nhiều nhất (có 6 em), có 1 học sinh không mắc lỗi nào.

b) Số các giá trị khác nhau là 13 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 tương ứng có tần số là 1, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 5, 3.

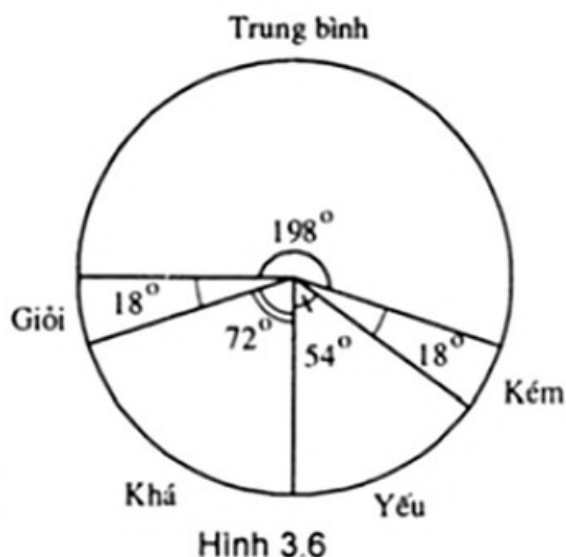
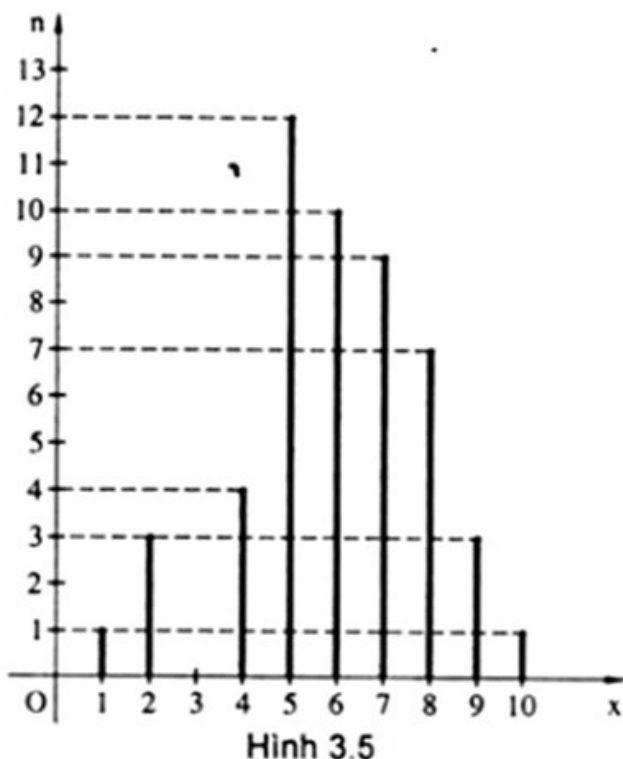
Giá trị (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tần số (n)	1	3	2	3	4	3	4	5	6	5	4	5	3	N = 51

III. BÀI TẬP

10. Biểu đồ sau đây (h. 3.5) biểu diễn kết quả của bài kiểm tra của một lớp 7.

a) Hãy lập lại bảng "tần số".

b) Từ biểu đồ đó rút ra tỉ lệ học sinh đạt điểm trung bình trở lên là bao nhiêu ?



11. Biểu đồ hình quạt (h. 3.6) sau đây biểu diễn xếp loại học lực của một trường THCS.

a) Tỉ lệ từng loại học lực : Giỏi, khá, trung bình, yếu, kém là bao nhiêu phần trăm ?

b) Hãy đưa ra nhận xét.

Chủ đề 3

SỐ TRUNG BÌNH CỘNG. MỘT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Số trung bình cộng thường được dùng làm "đại diện" cho dấu hiệu, đặc biệt là khi muốn so sánh các dấu hiệu cùng loại.

Số trung bình cộng là trung bình của tất cả các giá trị được thống kê được kí hiệu là $\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

(trong đó $x_1, x_2, \dots, x_k$ là k giá trị khác nhau của X

$n_1, n_2, \dots, n_k$ là k tần số tương ứng).

2. Mốt của dấu hiệu là giá trị có tần số lớn nhất, kí hiệu là M_0 .

Khi các giá trị của dấu hiệu có khoảng chênh lệch rất lớn thì người ta chọn mốt làm "đại diện" của dấu hiệu thay cho số trung bình cộng.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Tính số trung bình cộng. Mốt

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tính số trung bình cộng của dấu hiệu trước hết ta nên lập bảng "tần số" để xác định được các giá trị khác nhau của dấu hiệu và các tần số tương ứng của chúng, rồi áp dụng công thức tính $\bar{X}$.

Trên bảng "tần số" tìm giá trị có tần số lớn nhất chính là mốt. Có những dấu hiệu có nhiều hơn một mốt.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Số cân nặng (làm tròn đến kilôgam) của 20 học sinh được ghi trong bảng sau :

32	35	45	38	32	35	42	38	35	38
30	38	35	45	38	38	35	32	38	35

a) Hãy lập bảng "tần số".

b) Dấu hiệu ở đây là gì ? Tính số trung bình cộng của dấu hiệu.

c) Nêu nhận xét.

Giải

a) Bảng "tần số" :

Số cân (x)	30	32	35	38	42	45	
Tần số (n)	1	3	6	7	1	2	N = 20

b) Dấu hiệu ở đây là số cân nặng của mỗi học sinh.

Số trung bình cộng của dấu hiệu là

$$\bar{X} = \frac{30.1 + 32.3 + 35.6 + 38.7 + 42.1 + 45.2}{20} = \frac{734}{20} \approx 36,7.$$

c) Nhận xét : Số cân nặng trung bình của 20 em học sinh là 36,7 kg.

Bạn nặng nhất 45kg, bạn nhẹ nhất 30kg. Số học sinh cân nặng từ 35 đến 38kg chiếm đa số.

Ví dụ 2. Hai đội tuyển của hai trường THCS A và B thi học sinh giỏi Toán cấp Quận đạt điểm như sau (thang điểm 10) :

Trường A : 8, 10, 9, 7, 7, 6, 5, 6, 6, 6

Trường B : 7, 7, 10, 4, 3, 4, 7, 8, 9, 9.

a) Tính điểm trung bình của học sinh từng trường.

b) Tìm mốt của dấu hiệu.

c) Nhận xét, so sánh kết quả của hai trường.

Giải

a) Điểm trung bình của đội tuyển trường A là :

$$\bar{X}_A = \frac{10 + 9 + 8 + 7.2 + 6.4 + 5}{10} = 7,0.$$

Điểm trung bình của đội tuyển trường B là :

$$\bar{X}_B = \frac{10 + 9.2 + 8 + 7.3 + 4.2 + 3}{10} = 6,8.$$

b) Ở trường A : Mốt của dấu hiệu là $M_A = 6$ (điểm 6 có nhiều học sinh đạt nhất).

Ở trường B : Mốt của dấu hiệu là $M_B = 7$ (điểm 7 có nhiều học sinh đạt nhất).

c) Nhận xét : Điểm trung bình của đội tuyển trường A cao hơn trường B nhưng điểm số có nhiều học sinh đạt được ở trường A thấp hơn điểm số có nhiều học sinh đạt được ở trường B.

III. BÀI TẬP

12. Một cửa hàng bán dép ghi lại số dép đã bán cho nữ giới trong một tuần theo các cỡ khác nhau như sau :

Cỡ dép (x)	34	35	36	37	38	39	40	
Số dép bán được (n)	2	3	30	25	12	1	1	N = 74

- Tính số trung bình cộng và một của dấu hiệu.
- Số nào có thể là "đại diện" cho dấu hiệu ? Vì sao ?
- Rút ra kết luận gì ?

13. Điều tra về số con của 50 gia đình ở một tổ dân phố, ta có bảng sau :

Số con (x)	Tần số (n)	Các tích xn	
1	10	10	
2	35	70	
3	...	...	
4	...	...	
	N = 50	Tổng 97	$\bar{X} = \dots$

Do sơ ý, người thống kê đã làm nhòe một số chỗ. Hãy khôi phục lại bảng đó bằng cách điền các số thích hợp vào chỗ trống (...).

14. Trung bình cộng của các giá trị thay đổi thế nào nếu :

- Mỗi giá trị tăng thêm a đơn vị.
- Mỗi giá trị tăng gấp b lần.

15. Hai xạ thủ A và B cùng bắn 10 phát đạn ; kết quả được ghi lại dưới đây :

Xạ thủ A : 8, 10, 10, 10, 8, 9, 9, 9, 10, 8

Xạ thủ B : 10, 10, 9, 10, 9, 9, 9, 10, 10, 10.

- Hãy tính điểm trung bình của mỗi xạ thủ.
- Có nhận xét gì về kết quả và khả năng của từng người.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Chủ đề 1

1. Bạn đọc tự điều tra.
2. Bạn đọc tự điều tra.
3. a) Dấu hiệu : Sự tiêu thụ điện năng của một gia đình.
b) Số đơn vị điều tra : 20.
c) Gọi x, y, z là ba số tự nhiên, số sau hơn số trước 10 đơn vị nên

$$x = y - 10 ; z = y + 10.$$

$$\text{Ta có } x + y + z = 180 \Rightarrow 3y = 180 \Rightarrow y = 60.$$

$$z = 60 + 10 = 70 ; x = 60 - 10 = 50.$$

Vậy ba số x, y, z lần lượt là 50, 60, 70.

Các giá trị khác nhau của dấu hiệu là 50, 58, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 120, 160.

Tần số của chúng lần lượt là 3, 1, 3, 1, 1, 2, 3, 2, 1, 1, 2.

Tần suất của chúng lần lượt là 15%, 5%, 15%, 5%, 5%, 10%, 15%, 10%, 5%, 5%, 10%.

4. a) Dấu hiệu : Năng suất lúa ở mỗi thửa ruộng.
b) Số đơn vị điều tra : 10.
c) Có 9 giá trị khác nhau là 10, 18, 23, 25, 20, 30, 31, 33, 34.
Các tần số tương ứng là 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1.
5. a) Dấu hiệu : tháng sinh của mỗi học sinh lớp 7.
Số đơn vị điều tra : 45.
b) Lập bảng "tần số" có thêm dòng tần suất.

Tháng x	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	
Tần số (n)	3	4	5	5	3	2	2	8	9	2	2	N = 45
Tần suất	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{2}{45}$	

Nhận xét. Tháng 10 có nhiều bạn sinh nhất, các tháng 6, 7, 11, 12 có ít bạn sinh nhất, đặc biệt không có bạn nào sinh vào tháng 8.

6. Bảng số liệu thống kê gồm 20 giá trị, trong đó có 5 giá trị khác nhau là 30, 31, 32, 33, 34 với tần số tương ứng là 3, 4, 1, 5, 7.

30	34	37	31	30	32	37	34	31	37
31	37	30	34	37	34	31	37	37	34

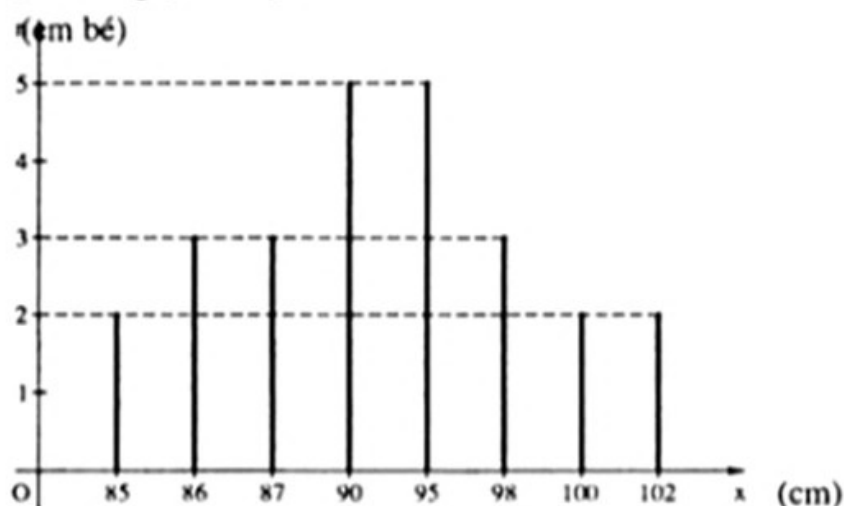
Chủ đề 2

7. a) Dấu hiệu : Chiều cao của mỗi em bé ở một nhóm trẻ.

b) Bảng "tần số" :

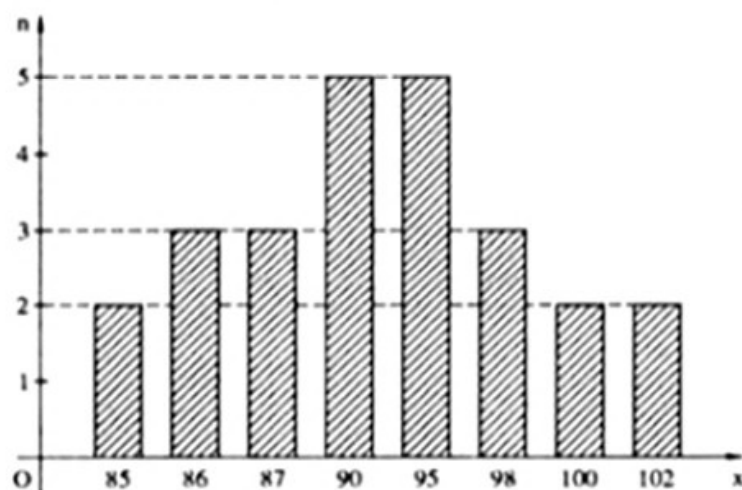
Giá trị (x)	85	86	87	90	95	98	100	102	
Tần số (n)	2	3	3	5	5	3	2	2	N = 25

c) Biểu đồ đoạn thẳng (h. 3.7) :



Hình 3.7

Biểu đồ hình chữ nhật (h. 3.8) :



Hình 3.8

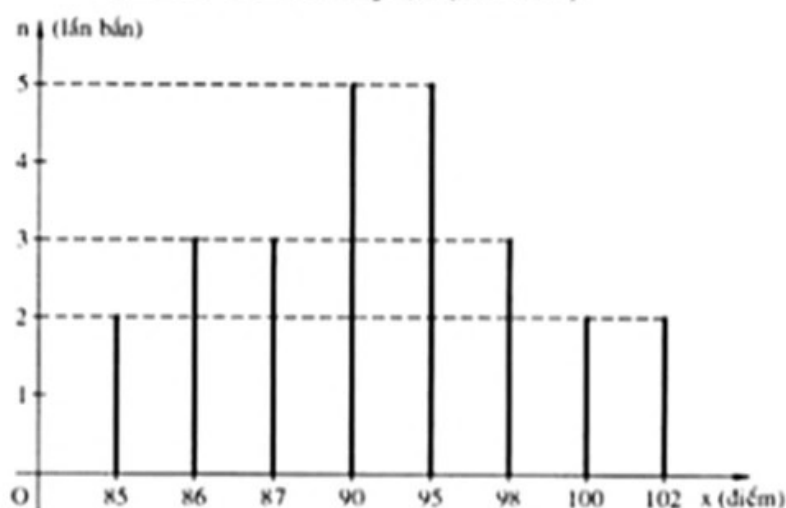
8. a) Bảng "tần số" có thêm dòng tần suất :

Giá trị (x)	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	1	1	2	8	8	10	N = 30
Tần suất (f)	$\frac{1}{30} \approx 3\%$	$\frac{1}{30} \approx 3\%$	$\frac{1}{15} = 7\%$	$\frac{4}{15} = 27\%$	$\frac{4}{15} = 27\%$	$\frac{1}{3} \approx 33\%$	

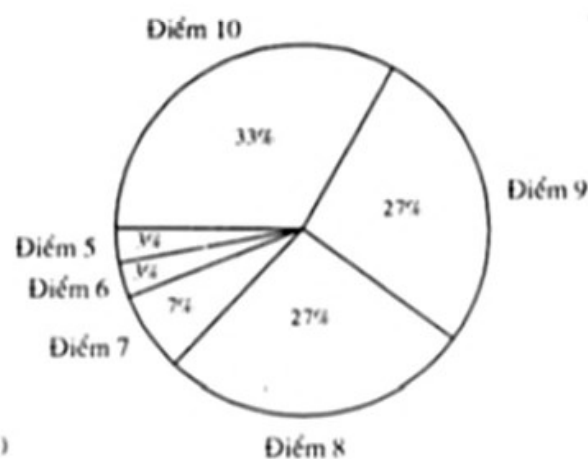
Nhận xét : Kết quả vận động viên bắn súng bắn được mỗi phát từ 5 đến 10 điểm. Trong đó số lần bắn đạt điểm 10 là nhiều nhất (10 lần).

b) Biểu đồ đoạn thẳng (h. 3.9).

c) Biểu đồ hình quạt (h. 3.10).



Hình 3.9



Hình 3.10.

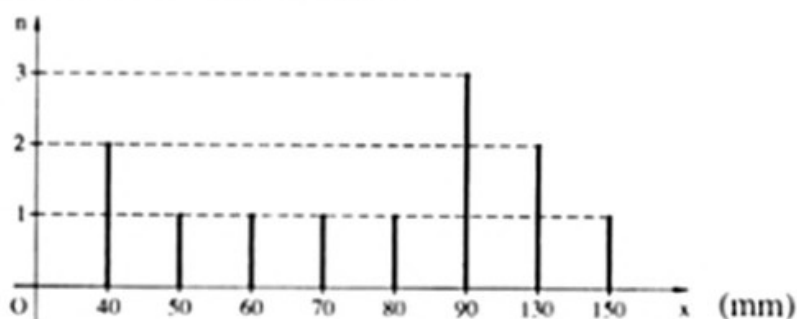
9. a) Dấu hiệu : Lượng mưa trung bình hàng tháng.

Bảng "tần số"

Giá trị (x)	40	50	60	70	80	90	130	150
Tần số (n)	2	1	1	1	1	3	2	1

b) Biểu đồ đoạn thẳng (h. 3.11)

Nhận xét : Lượng mưa trung bình hàng tháng từ 40 đến 150 mm, trong đó số tháng có lượng mưa 90 → 130 mm là 5.



Hình 3.11

10. a) Bảng "tần số"

Giá trị (x)	1	2	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	1	3	4	12	10	9	7	3	1	N = 50

b) Tỷ lệ học sinh đạt điểm trung bình trở lên là $\frac{21}{25} = 84\%$.

11. a)

Học lực	Giỏi	Khá	Trung bình	Yếu	Kém
Tỷ lệ %	5%	20%	55%	15%	5%

b) *Nhận xét* : Tỷ lệ học sinh đạt từ trung bình trở lên là 80%. Số học sinh đạt điểm trung bình là nhiều nhất.

Chủ đề 3

12. a) Số trung bình cộng

$$\bar{X} = \frac{34.2 + 35.3 + 36.30 + 37.25 + 38.12 + 39 + 40}{74} \approx 36,6.$$

Mốt : $M_0 = 36$.

b) Mốt $M_0 = 36$ có thể "đại diện" cho dấu hiệu thể hiện cỡ dép 36 bán chạy nhất. Đó là điều của hàng quan tâm.

c) Kết luận. Cỡ dép cho phụ nữ dao động từ số 34 đến số 40, trong đó cỡ dép 36 là phù hợp cho nhiều phụ nữ nhất.

13. Gọi x, y thứ tự là số gia đình có 3 con, 4 con.

Theo đề bài ta có $x + y = 50 - (10 + 35) = 5$

$$3.x + 4y = 97 - (10 + 70) = 17.$$

Từ đó tìm được $x = 3$; $y = 2$. $\bar{X} = \frac{97}{50} = 1,94$.

Bảng được khôi phục như sau :

Số con (x)	Tần số (n)	Các tích xn	
1	10	10	
2	35	70	
3	3	9	
4	2	8	
	N = 50	tổng 97	$\bar{X} = 1,94$

14. a) Giả sử mỗi giá trị của dấu hiệu đều cộng với một số a thì ta có

$$\begin{aligned}
 & \frac{(x_1 + a)n_1 + (x_2 + a)n_2 + \dots + (x_k + a)n_k}{N} \\
 &= \frac{(x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k) + a(n_1 + n_2 + \dots + n_k)}{N} \\
 &= \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{N} + \frac{a(n_1 + n_2 + \dots + n_k)}{N} = \bar{X} + a.
 \end{aligned}$$

Vậy mỗi giá trị tăng thêm a đơn vị thì trung bình cộng của các giá trị tăng thêm a đơn vị.

- b) Giả sử mỗi giá trị của dấu hiệu đều nhân với một số b thì ta có

$$\begin{aligned}
 & \frac{(x_1 b)n_1 + (x_2 b)n_2 + \dots + (x_k b)n_k}{N} \\
 &= \frac{(x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k)b}{N} = \bar{X}b.
 \end{aligned}$$

Vậy khi mỗi giá trị tăng gấp b lần thì trung bình cộng của nó cũng tăng gấp b lần.

15. a) Điểm trung bình cộng của xạ thủ A : $\bar{X}_A = 9,1$.

Điểm trung bình cộng của xạ thủ B : $\bar{X}_B = 9,6$.

- b) Nhận xét : Xạ thủ B có thành tích ổn định và tốt hơn xạ thủ A.

BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Chủ đề 1

KHÁI NIỆM VỀ BIỂU THỨC ĐẠI SỐ.
GIÁ TRỊ CỦA MỘT BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Một *biểu thức đại số* gồm các số, các chữ và các phép toán (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa) trên các số và các chữ đó.
 - Những chữ đại diện cho một số tùy ý gọi là *biến số*.
 - Những chữ đại diện cho một số xác định gọi là *hằng số* (hằng).
2. Biểu thức đại số không chứa biến ở mẫu gọi là *biểu thức nguyên*. Biểu thức đại số chứa biến ở mẫu gọi là *biểu thức phân*.
3. Trong biểu thức đại số, vì chữ đại diện cho số nên khi thực hiện các phép toán trên các chữ, ta có thể áp dụng những tính chất, quy tắc phép toán như trên các số.
4. Khi thay các biến trong một biểu thức đại số bằng những số đã cho, ta được một biểu thức số, kết quả nhận được khi thực hiện các phép tính trong biểu thức số đó gọi là *giá trị của biểu thức đại số* tại các giá trị cho trước của các biến.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Viết các biểu thức đại số và diễn đạt các biểu thức đại số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để viết biểu thức đại số hoặc diễn đạt bằng lời các biểu thức đại số cần lưu ý dùng từ "tổng", "hiệu", "tích", "thương",... chẳng hạn :

- Tổng của a và b : $a + b$.

- Hiệu của a và b : $a - b$.

- Tích của a và b : ab , thương của a và b : $\frac{a}{b}$.

- Bình phương của a : a^2 .

- Lập phương của a : a^3 .

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Viết các biểu thức đại số biểu thị :

a) Bình phương của tổng hai số a và b.

b) Tổng các bình phương của a và b.

c) Tích của 3 lần y với hiệu các bình phương của x và y.

d) Lập phương của tổng hai số a và b.

Giải

a) $(a + b)^2$.

b) $a^2 + b^2$.

c) $3y(x^2 - y^2)$.

d) $(a + b)^3$.

Ví dụ 2. Viết các biểu thức đại số biểu thị :

a) Chu vi của hình chữ nhật có hai cạnh là x và y.

b) Diện tích của hình tròn có bán kính R.

c) Chu vi của một tam giác cân có cạnh bên bằng a, cạnh đáy bằng b.

Trong các biểu thức đó, hãy chỉ rõ đâu là biến, đâu là hằng.

Giải

a) Chu vi hình chữ nhật có hai cạnh là x và y được biểu thị bởi biểu thức $2(x + y)$, trong đó 2 là hằng, x, y là biến.

b) Diện tích của hình tròn có bán kính R được biểu thị bởi biểu thức πR^2 , trong đó π là hằng, R là biến.

c) Chu vi tam giác cân có cạnh bên bằng a , cạnh đáy bằng b được biểu thị bởi biểu thức $2a + b$, trong đó 2 là hằng; a, b là biến.

Ví dụ 3. Diễn đạt bằng lời mỗi biểu thức sau :

a) $5a - 6b$; b) $(a - b)^2(a^2 + b^2)$; c) $(a - b)(a + b)$.

Giải

a) Hiệu của 5 lần a và 6 lần b .

b) Tích của bình phương của hiệu a và b với tổng các bình phương của a và b .

c) Tích của hiệu hai số a và b với tổng của chúng.

III. BÀI TẬP

1. Viết các biểu thức đại số biểu thị :

a) Hiệu các lập phương của hai số a và b .

b) Bình phương của hiệu hai số a và b .

c) Hiệu các bình phương của hai số a và b .

2. Diễn đạt bằng lời các biểu thức đại số sau :

a) $5m + 2n$.

b) $2x(x^2 - y^2)$.

c) $\frac{x+y}{x-y}$.

3. Một ô tô đi quãng đường từ A đến B với vận tốc v_1 (km/h) và thời gian t_1 (h). Sau đó đi tiếp quãng đường từ B đến C với vận tốc v_2 (km/h) và thời gian t_2 (h). Hãy viết biểu thức đại số biểu thị chiều dài quãng đường AC.

4. Một vòi nước chảy vào bể cạn mỗi giờ được a (lít), sau 5 giờ thì bể đầy. Hỏi bể chứa được bao nhiêu lít nước ?

5. Hãy viết biểu thức đại số biểu diễn :

a) Một số tự nhiên chia cho 3 dư 1.

b) Tích hai số lẻ liên tiếp.

c) Tích ba số tự nhiên liên tiếp.

DẠNG 2. Xác định biểu thức đại số nguyên và phân

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để xác định biểu thức đại số nguyên hay phân trước hết :

- Xác định biến và hằng của biểu thức.

- Nếu biến không ở mẫu gọi là biểu thức nguyên. Nếu biến ở mẫu gọi là biểu thức phân.

II. VÍ DỤ

Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là biểu thức nguyên, biểu thức phân ?

a) $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$;

b) $\frac{5x^2}{a}$;

c) $\frac{x^2 + y^2}{(a-1)y + 1}$ (a là hằng số) ;

d) $\frac{2x + y}{4 - x}$.

Giải

a) $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$ là biểu thức nguyên, vì không chứa biến ở mẫu.

b) $\frac{5x^2}{a}$ là biểu thức nguyên nếu a là hằng, là biểu thức phân nếu a là biến.

c) $\frac{x^2 + y^2}{(a-1)y + 1}$ (a là hằng số) là biểu thức nguyên nếu $a = 1$; là biểu thức phân nếu $a \neq 1$.

d) $\frac{2x + y}{4 - x}$ là biểu thức phân.

III. BÀI TẬP

6. Cho biểu thức $A = \frac{4x + 3y^2}{(a^2 - 3)y + 3}$ (a là hằng số).

Hỏi biểu thức A là biểu thức nguyên hay biểu thức phân ?

7. Trong các biểu thức đại số sau đây, biểu thức nào là biểu thức nguyên, biểu thức phân ?

a) $3x^2 - \frac{1}{2x}$;

b) $\frac{2x - 1}{a - 2}$;

$$c) ax^2 + bx + c ; \quad d) \frac{3x^2 - y^2}{(a-5)x + 5} \text{ (a là hằng số).}$$

DẠNG 3. Tính giá trị của biểu thức đại số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tính giá trị của biểu thức đại số khi biết giá trị của các biến, ta chỉ việc thay các biến trong biểu thức bằng những số đã cho để được một biểu thức số rồi tính kết quả của nó.

Đôi khi ta có thể sử dụng giả thiết về sự ràng buộc các biến một cách linh hoạt bằng cách biến đổi giả thiết đã cho dưới các hình thức khác nhau.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tính giá trị của biểu thức

- a) $A = (x - y)^2(x^2 + y^2)$ tại $x = -2 ; y = 2$.
 b) $B = x^2 - 2xy + 2y^3$ tại $|x| = 1 ; |y| = 2$.
 c) $C = (x^2 - 1)(x^2 - 2) \dots (x^2 - 2011)$ tại $x = 5$.

Giải

- a) Thay $x = -2 ; y = 2$ vào ta có

$$A = (-2 - 2)^2((-2)^2 + 2^2) = 16 \cdot 8 = 128.$$

- b) $|x| = 1$ nên $x = 1, x = -1 ; |y| = 2$ nên $y = 2 ; y = -2$.

Tại $x = 1 ; y = 2$ thì $B = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^3 = 1 - 4 + 16 = 13$.

Tại $x = -1, y = 2$ thì $B = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) \cdot 2 + 2 \cdot 2^3 = 1 + 4 + 16 = 21$.

Tại $x = -1, y = -2$ thì $B = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot (-2)^3 = 1 - 4 - 16 = -19$.

Tại $x = 1, y = -2$ thì $B = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-2)^3 = 1 + 4 - 16 = -11$.

- c) Tại $x = 5$ thì $x^2 - 25 = 5^2 - 25 = 0$.

Do $x^2 - 25$ là một thừa số của tích C . Vậy $C = 0$.

Ví dụ 2. Tính giá trị của biểu thức.

- a) $D = 3x^2 - 2xy + y^2$ tại $|x| = \frac{1}{3} ; |y| = 1$.

- b) $E = \frac{3a+2b}{4a-3b}$ với $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$.

- c) $F = \frac{3a-5}{2a+b} - \frac{4b+5}{a+3b}$ với $a-b=5$.

Giải

a) Có thể làm tương tự như câu b) ở ví dụ 1 bằng cách xét 4 trường hợp. Tuy nhiên ta có thể giải gọn hơn bằng cách sử dụng tính chất :

$$x^2 = |x|^2, y^2 = |y|^2; |xy| = |x| \cdot |y|.$$

Từ đó $|xy| = |x| \cdot |y| = \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3}$ nên $xy = \frac{1}{3}$ hoặc $xy = -\frac{1}{3}$.

• Với $xy = \frac{1}{3}$ thì $D = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} + 1^2 = \frac{2}{3}$.

• Với $xy = -\frac{1}{3}$ thì $D = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1^2 = 2$.

b) *Cách 1.* Từ $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ suy ra $b = 3a$ thay vào biểu thức :

$$E = \frac{3a + 6a}{4a - 9a} = \frac{9a}{-5a} = -\frac{9}{5}.$$

Cách 2. Vì $b \neq 0$, chia cả số bị chia và số chia cho b để xuất hiện $\frac{a}{b}$

$$E = \frac{3 \cdot \frac{a}{b} + 2}{4 \cdot \frac{a}{b} - 3} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} + 2}{4 \cdot \frac{1}{3} - 3} = \frac{-9}{5}.$$

c) *Cách 1.* Từ $a - b = 5$ suy ra $a = b + 5$. Ta có

$$F = \frac{3(b+5)-5}{2(b+5)+b} - \frac{4b+5}{(b+5)+3b} = \frac{3b+10}{3b+10} - \frac{4b+5}{4b+5} = 1 - 1 = 0.$$

Cách 2. Thay $a - b = 5$ vào số chia của biểu thức F .

$$F = \frac{3a-5}{3a-(a-b)} - \frac{4b+5}{4b+(a-b)} = \frac{3a-5}{3a-5} - \frac{4b+5}{4b+5} = 1 - 1 = 0.$$

Ngoài ra còn có thể rút $b = a - 5$ để tính F .

III. BÀI TẬP

8. Tính giá trị của biểu thức

$$A = x^2 + 3xy + y^2 \text{ với}$$

a) $x = \frac{1}{5}; y = 1$.

b) $|x| = 1 ; y = -1$.

c) $|x| = 1 ; |y| = 1$.

9. Tính giá trị của biểu thức

a) $B = \frac{4m-2n}{4m+5n}$ với $\frac{m}{n} = \frac{1}{5}$.

b) $C = \frac{2x+7}{3x-y} + \frac{2y-7}{3y-x}$ với $x-y=7$.

10. Tính giá trị của biểu thức :

a) $D = (a+b)(a+1)(b+1)$ biết $a+b=3$ và $ab=-5$.

b) $E = x^{10} - 2009x^9 - 2009x^8 - \dots - 2009x - 1$ biết $x=2010$.

DẠNG 4. Tìm giá trị của biến để biểu thức đại số thỏa mãn điều kiện cho trước

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Để tìm giá trị của biến x sao cho biểu thức $A(x)$ nhận giá trị nhỏ nhất (hoặc giá trị lớn nhất) ta làm như sau :

- Chỉ ra rằng $A(x) \geq a$ (hoặc $A(x) \leq a$).
- Tìm được x_0 để $A(x_0) = a$.

Vậy $\min A(x) = a$ tại $x = x_0$ (hoặc $\max A(x) = a$ tại $x = x_0$).

2. Để tìm giá trị nguyên của biến x sao cho biểu thức dạng $\frac{P(x)}{Q(x)}$ nhận giá trị

nguyên (với $P(x), Q(x)$ là các biểu thức nguyên), ta làm như sau :

- Biến đổi $\frac{P(x)}{Q(x)} = H(x) + \frac{a}{Q(x)}$ trong đó $H(x)$ là biểu thức nguyên (với các hằng số nguyên); a hằng số nguyên.
- Để $\frac{P(x)}{Q(x)}$ nhận giá trị nguyên thì $Q(x)$ phải là ước số của a . Từ đó tìm ra x .

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

a) $A = (x+2)^2 + \sqrt{5}$;

b) $B = (x-y)^2 + |2y-1| + 3$.

Giải

a) Ta có $(x+2)^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbf{R}$ và $(x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Suy ra $A = (x+2)^2 + \sqrt{5} \geq \sqrt{5}$. Vậy min $A = \sqrt{5}$ tại $x = -2$.

b) Ta có $(x-y)^2 \geq 0$ với mọi $x, y \in \mathbf{R}$ và $(x-y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = y$.

$$|2y-1| \geq 0 \text{ với mọi } y \in \mathbf{R} \text{ và } |2y-1| = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $B = (x-y)^2 + |2y-1| + 3 \geq 3$ và $B = 3$ tại $x = y = \frac{1}{2}$.

Vậy min $B = 3$ tại $x = y = \frac{1}{2}$.

Ví dụ 2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$\text{a) } P = 4 - \sqrt{2}(x-5)^2; \quad \text{b) } Q = \frac{3}{(x+\sqrt{2})^2 + 5}.$$

Giải

a) Với mọi $x \in \mathbf{R}$ ta có $(x-5)^2 \geq 0$ nên $-\sqrt{2}(x-5)^2 \leq 0$; dấu bằng xảy ra khi

$$x-5=0 \Leftrightarrow x=5.$$

Do đó $P = 4 - \sqrt{2}(x-5)^2 \leq 4$ nên max $P = 4$ tại $x = 5$.

b) Với mọi $x \in \mathbf{R}$ thì $(x+\sqrt{2})^2 + 5 \geq 5$, dấu bằng xảy ra khi $x = -\sqrt{2}$.

Suy ra $Q = \frac{3}{(x+\sqrt{2})^2 + 5} \leq \frac{3}{5}$. Vậy max $Q = \frac{3}{5}$ tại $x = -\sqrt{2}$.

Ví dụ 3. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $M = \frac{8x+1}{4x-1}$ nhận giá trị nguyên.

Giải

$$\text{Ta có } M = \frac{8x+1}{4x-1} = \frac{2(4x-1)+3}{4x-1} = 2 + \frac{3}{4x-1}.$$

Để M nhận giá trị nguyên thì $4x-1$ phải là ước của 3, tức là :

$$4x-1 \in \{-3; -1; 1; 3\} \text{ suy ra } x \in \left\{-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1\right\}.$$

Vì $x \in \mathbf{Z}$ nên ta chọn $x \in \{0; 1\}$.

Với $x = 0$ thì $M = -1$; Với $x = 1$ thì $M = 3$.

III. BÀI TẬP

11. Tìm giá trị nhỏ nhất của mỗi biểu thức sau :

a) $A = (x + 10)^2 + (y - 10)^2 + 2010$;

b) $B = (3x - y)^2 + |2x - 1| + 7$.

12. Tìm giá trị lớn nhất của mỗi biểu thức

a) $C = -2(x + 3)^2 + \sqrt{2}$;

b) $D = \frac{4}{(x - 3)^2 + 20}$.

13. Tìm giá trị nguyên của biến x để biểu thức $N = \frac{9x + 5}{3x - 1}$ nhận giá trị nguyên.

14. Tìm giá trị nguyên của biến x để biểu thức :

a) $A = \frac{5}{4 - x}$ có giá trị lớn nhất;

b) $B = \frac{8 - x}{x - 3}$ có giá trị nhỏ nhất.

Chủ đề 2

ĐƠN THỨC - ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. *Đơn thức* là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

Số 0 được gọi là đơn thức 0.

2. *Đơn thức thu gọn* là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Số nói trên gọi là hệ số, phần còn lại gọi là phần biến của đơn thức thu gọn.

3. *Bậc của đơn thức* có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.

Số thực khác 0 là đơn thức bậc 0, số 0 được coi là đơn thức không có bậc.

4. Để nhân hai hay nhiều đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.

5. Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến. Các số khác 0 được coi là những đơn thức đồng dạng.

6. Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Xác định đơn thức, bậc của đơn thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Một biểu thức đại số là đơn thức nếu là 1 số, 1 biến hoặc tích của các số và các biến.
- Để xác định phần biến, phần hằng của đơn thức và bậc của nó trước hết ta phải thu gọn đơn thức về dạng tích của một số với các biến mà mỗi biến được nâng lên lũy thừa số mũ nguyên dương. Hệ số là phần hằng, phần còn lại là phần biến, tổng số mũ của tất cả các biến là bậc của đơn thức.
Chẳng hạn :
 $A = 2010x^2y^3z^4$ có hệ số 2010, phần biến $x^2y^3z^4$ và có bậc là $2 + 3 + 4 = 9$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức :

a) $\frac{1}{2} x^3 y^4 z^5$;

b) $\frac{1}{2} + x^3 y^4 z^5$;

c) $\frac{3x^2}{4b^3}$ (b là hằng số khác 0) ;

d) -2011 ;

e) $\frac{4x^2}{3y^3}$;

g) $\frac{(3x + y)xy^2}{a}$ (a là hằng số khác 0).

Giải

- Các biểu thức $\frac{1}{2}x^3y^4z^5$; $\frac{3x^2}{4b^3}$; -2011 là các đơn thức.
- Các biểu thức $\frac{1}{2} + x^3y^4z^5$; $\frac{4x^2}{3y^3}$; $\frac{(3x+y)xy^2}{a}$ không phải là đơn thức.

Ví dụ 2. Thu gọn các đơn thức rồi cho biết phần hệ số, phần biến và bậc của chúng :

a) $\left(-\frac{1}{5}x^2y^3\right)(-5x^3y)ax$ (a là hằng số) ;

b) $\frac{1}{2}xy^4z^3\left(-\frac{1}{5}x^2y\right)^2(-z)^5$.

Giải

a) $-\frac{1}{5}x^2y^3(-5x^3y)ax = \left(\frac{-1}{5}(-5)a\right)(x^2y^3x^3yx) = a(x^2 \cdot x^3x)(y^3y) = ax^6y^4$.

Trong đơn thức ax^6y^4 , phần hệ số là a, phần biến là x^6y^4 , bậc là 10.

b) $\frac{1}{2}xy^4z^3\left(-\frac{1}{5}x^2y\right)^2(-z)^5 = \frac{-1}{2}xy^4z^3 \cdot \frac{1}{25}x^4y^2z^5$
 $= \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{25}\right)x \cdot x^4 \cdot y^4y^2z^3z^5 = -\frac{1}{50}x^5y^6z^8$.

Trong đơn thức $-\frac{1}{50}x^5y^6z^8$, phần hệ số là $-\frac{1}{50}$, phần biến là $x^5y^6z^8$, bậc là $5 + 6 + 8 = 19$.

III. BÀI TẬP

15. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức ? biểu thức nào là đơn thức thu gọn ?

$-5xy^2$; $xyz + xz$; $2(x^2 + y^2)$; $-3x4yxz$.

16. Cho biết phần hệ số, phần biến và bậc của mỗi đơn thức sau :

a) $(4x^2)^2(-5y^3)(-xy)^2$;

b) $(-x^2y)\left(-\frac{1}{2}axz\right)^2(xyz)^3$ (a là hằng số).

17. Cho đơn thức $M = (3mx^2y^3)^2\left(-\frac{1}{6}nx^3y\right)$. Hãy xác định phần hệ số, phần biến của đơn thức M biết bậc của M là :

a) 15 ; b) 16 ; c) 10.

DẠNG 2. Tích của các đơn thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Tích của hai hay nhiều đơn thức bằng tích của các hệ số nhân với tích của các phần biến.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tính tích của các đơn thức sau :

a) $-\frac{1}{4}x^2y^3$ và $-\frac{4}{5}xy^4$;

b) $-5xy^2z$ và $\frac{3}{5}x^3yz^2$.

Giải

a) $\left(-\frac{1}{4}x^2y^3\right)\left(-\frac{4}{5}xy^4\right) = -\frac{1}{4} \cdot \frac{-4}{5} \cdot x^2xy^3y^4 = \frac{1}{5}x^3y^7$.

b) $-5xy^2z \cdot \frac{3}{5}x^3yz^2 = -5 \cdot \frac{3}{5} \cdot x \cdot x^3 \cdot y^2y \cdot z \cdot z^2 = -3x^4y^3z^3$.

Ví dụ 2. Cho hai đơn thức $\frac{1}{3}xy^2z^3$ và $-\frac{1}{2}x^3y^4z$. Chứng minh rằng khi x, y, z lấy giá trị bất kì khác 0 thì hai đơn thức trên có giá trị là hai số trái dấu.

Giải

Xét tích của hai đơn thức đã cho

$$\frac{1}{3}xy^2z^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3y^4z\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot x \cdot x^3 \cdot y^2y^4 \cdot z^3z = -\frac{1}{6}x^4y^6z^4.$$

Khi x, y, z lấy giá trị bất kì khác 0 thì $x^4y^6z^4 > 0$ nên $-\frac{1}{6}x^4y^6z^4 < 0$. Vậy giá trị của hai đơn thức là hai số trái dấu.

III. BÀI TẬP

18. Tìm tích của các đơn thức sau rồi tìm bậc của mỗi đơn thức thu được :

a) $\frac{1}{3}(xy)^3$; $-2x^2$ và $-\frac{3}{5}y^5z$;

b) $-\frac{1}{3}x^2yz$; $\frac{1}{7}(xy)^4$ và $\frac{7}{9}xyz^3$.

- b) a là hằng số khác 0 ; b, x, y là các biến.
 c) b là hằng số khác 0 ; a, x, y là các biến.
 d) a, b, x, y là các biến.

Giải

- a) Phần biến là xy^2 nên cả ba đơn thức A, B, C đồng dạng.
 b) Phần biến là bxy^2 nên B và C đồng dạng.
 c) Phần biến là axy^2 nên A và C đồng dạng.
 d) A, B, C đôi một không đồng dạng (do phần biến khác nhau).

Ví dụ 3. Tính tổng (hiệu) sau :

- a) $x^3 + 5x^3 + (-3x^3)$;
 b) $xyz^2 - 5xyz^2 + 10xyz^2$;
 c) $4ax^2yz - 5ax^2yz + a^2x^2yz$ (a là hằng số).

Giải

- a) $x^3 + 5x^3 + (-3x^3) = (1 + 5 - 3)x^3 = 3x^3$;
 b) $xyz^2 - 5xyz^2 + 10xyz^2 = (1 - 5 + 10)xyz^2 = 6xyz^2$;
 c) $4ax^2yz - 5ax^2yz + a^2x^2yz = (4a - 5a + a^2)x^2yz = (-a + a^2)x^2yz$.

Ví dụ 4. Viết đơn thức sau dưới dạng tổng hoặc hiệu của hai đơn thức trong đó có một đơn thức bằng $3x^2y^3$.

- a) $6x^2y^3$; b) $-5x^2y^3$; c) ax^2y^3 (a là hằng số).

Giải

- a) $6x^2y^3 = 3x^2y^3 + 3x^2y^3 = 3x^2y^3 - (-3x^2y^3)$.
 b) $-5x^2y^3 = 3x^2y^3 + (-8x^2y^3) = 3x^2y^3 - 8x^2y^3$.
 c) $ax^2y^3 = (a - 3)x^2y^3 + 3x^2y^3 = (a + 3)x^2y^3 - 3x^2y^3$.

III. BÀI TẬP

21. Hãy sắp xếp các đơn thức sau thành nhóm các đơn thức đồng dạng :

$$-5x^2yz ; 3xy^2z ; \frac{2}{5}xyz^2 ; \frac{1}{5}x^2yz ; 7xy^2z ; -\frac{1}{3}xyz^2.$$

22. Các cặp đơn thức sau có đồng dạng không ?

- a) $2axy$ và $\frac{1}{2}xy$ (a là hằng số).
 b) $\frac{1}{3}x^2y$ và $\frac{1}{3}xy^2$.

23. Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng rồi tính tổng các đơn thức trong từng nhóm.

$$\frac{1}{2}xy^2; \quad \frac{1}{3}x^2y; \quad -xy^2; \quad \frac{4}{5}x^2y;$$

$$\frac{1}{2}; \quad -3ax^2y \text{ (a là hằng số khác 0)}; \quad -0,05.$$

24. Viết đơn thức sau dưới dạng tổng hoặc hiệu của hai đơn thức trong đó có một đơn thức là $-5xyz^3$.

a) $8xyz^3$; b) $-4xyz^3$; c) $mxyz^3$ (m là hằng số).

25. Hãy tính :

a) $5xy^2 - \frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{3}xy^2$;

b) $5axy^2z + 3axy^2z - 7axy^2z$.

Chủ đề 3

ĐA THỨC - CỘNG, TRỪ ĐA THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. *Đa thức* là một đơn thức hoặc một tổng của hai hay nhiều đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

2. *Thu gọn đa thức* tức là đưa đa thức về dạng đa thức không còn hai hạng tử nào đồng dạng.

3. *Bậc của đa thức* là bậc của hạng tử bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.

Số 0 cũng được gọi là đa thức 0 và nó không có bậc.

4. Cộng, trừ các đa thức ta thực hiện quy tắc "bỏ dấu ngoặc" rồi thu gọn hạng tử đồng dạng (nếu có).

$$(A + B + C) + (D - E + F) = A + B + C + D - E + F$$

$$(A + B + C) - (D - E - F) = A + B + C - D + E + F$$

với A, B, C, D, E, F là các đơn thức.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Xác định đa thức và bậc của đa thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Một đơn thức hoặc một tổng (hiệu) của các đơn thức là đa thức.
- Để xác định bậc của đa thức ta cần tiến hành như sau :
 - + Thu gọn đa thức.
 - + Xác định hạng tử có bậc cao nhất. Bậc của hạng tử này chính là bậc của đa thức.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong các biểu thức đại số sau, biểu thức nào là đa thức :

$$5x^4 - \frac{3}{4}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x + 1 ; \quad \frac{3x^3y + 3yz}{a^2 + 2} \quad (a \text{ là hằng số}) ;$$
$$\frac{3xy - 4y^2}{y^2 + 2} ; \quad \sqrt{55} ; \quad \frac{x^3 + 2x^2}{(2a - 3)x + 4} \quad (a \text{ là hằng số}).$$

Giải

Các đa thức trong các biểu thức đã cho là :

$$5x^4 - \frac{3}{4}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x + 1 ; \quad \sqrt{55} ; \quad \frac{3x^3y + 3yz}{a^2 + 2}.$$

Biểu thức $\frac{x^3 + 2x^2}{(2a - 3)x + 4}$ chỉ là đa thức khi $2a - 3 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$.

Ví dụ 2. Thu gọn rồi tìm bậc của đa thức :

$$a) A = 3x^2y - \frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{3}x^2y + \frac{2}{3}xy^2 + 1$$

$$b) B = 3x^4y + x^3y^5 - \frac{1}{2}x^4y + \frac{1}{2}x^3y^5 - 4x^4y^2 + \frac{1}{2} + 4x^4y^2.$$

Giải

$$a) A = (3x^2y + \frac{1}{3}x^2y) + (\frac{2}{3}xy^2 - \frac{1}{2}xy^2) + 1$$
$$= \frac{10}{3}x^2y + \frac{1}{6}xy^2 + 1.$$

Bậc cao nhất của hạng tử là $2 + 1 = 3$. Do đó bậc của đa thức A là 3.

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= (3x^4y - \frac{1}{2}x^4y) + (x^3y^5 + \frac{1}{2}x^3y^5) + (4x^4y^2 - 4x^4y^2) \\ &= \frac{5}{2}x^4y + \frac{3}{2}x^3y^5. \end{aligned}$$

Bậc cao nhất của hạng tử là $3 + 5 = 8$. Do đó bậc của đa thức B là 8.

Ví dụ 3. Thu gọn rồi tính giá trị của đa thức P tại $x = 2$ và $y = -\frac{1}{2}$

$$P = 4x^3y - 5x^2y^2 + 3xy^3 - 6x^3y + 7x^2y^2 - 12xy^3 + 1.$$

Giải

$$\begin{aligned} P &= (4x^3y + 6x^3y) + (3xy^3 - 12xy^3) + (7x^2y^2 - 5x^2y^2) + 1 \\ &= -2x^3y - 9xy^3 + 2x^2y^2 + 1. \end{aligned}$$

Thay $x = 2$; $y = -\frac{1}{2}$ vào biểu thức P đã thu gọn ta được :

$$P = -2.2^3.(-\frac{1}{2}) - 9.2.(-\frac{1}{2})^3 + 2.2^2.(-\frac{1}{2})^2 + 1 = 8 + \frac{9}{4} + 2 + 1 = 13\frac{1}{4}.$$

III. BÀI TẬP

26. Hãy viết một đa thức bậc 5 có ba biến x, y, z và có năm hạng tử.

27. Trong các biểu thức đại số sau, biểu thức nào là đa thức, biểu thức nào là đa thức chưa thu gọn ?

$$3x^2 - 5xy + 4y^4; \quad \frac{-x^2 + 3x - 5}{x + 2};$$

$$x^2y^2 - 2xy^2 + xy^2 - 3x^2y^2; \quad \frac{15x^2y + 4x}{2a - 1} \quad (a \text{ là hằng số khác } \frac{1}{2}).$$

28. Thu gọn các đa thức sau và xác định bậc của mỗi đa thức :

a) $A = 15xyz - 3x^5 + 4xyz - y^4 + 5x^5.$

b) $B = 4u^2v + 6u^2v^2 - 12u^2v - 4u^2v^2 - 7u + 1.$

29. Tìm bậc của mỗi đa thức sau :

a) $A = 2x^5y - 3x^4y + x^5y + 4x^4y - 3x^5y;$

b) $B = ax^3 + 4xy + 8y + 1$ (a là hằng số);

c) $C = mx^4 + x^4 - 1$ (m là hằng số).

30. Tính giá trị của các đa thức sau :

a) $A = 5x^3y - 4xy^3 - 5x^3y + 1$ với $x = 1$; $y = -1$;

b) $B = -\frac{4}{5}uv^2 + 3u^2v^2 - \frac{1}{2}v^2 + \frac{3}{5}uv^2$ với $u = 3$; $v = -1$.

DẠNG 2. Cộng, trừ đa thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để cộng, trừ hai đa thức, ta thực hiện các bước sau :

- Viết hai đa thức trong dấu ngoặc.
- Bỏ dấu ngoặc (theo quy tắc dấu ngoặc).
- Nhóm các hạng tử đồng dạng.
- Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hai đa thức

$$P = 4x^2y^2 - 3xy^3 + 5xy + 4$$

$$Q = 4xy^3 - 2 + xy - 2x^2y^2.$$

Tính $P + Q$ và $P - Q$.

Giải

$$\begin{aligned} P + Q &= (4x^2y^2 - 3xy^3 + 5xy + 4) + (4xy^3 - 2 + xy - 2x^2y^2) \\ &= 4x^2y^2 - 3xy^3 + 5xy + 4 + 4xy^3 - 2 + xy - 2x^2y^2 \\ &= (4x^2y^2 - 2x^2y^2) + (4xy^3 - 3xy^3) + (5xy + xy) + (4 - 2) \\ &= 2x^2y^2 + xy^3 + 6xy + 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P - Q &= (4x^2y^2 - 3xy^3 + 5xy + 4) - (4xy^3 - 2 + xy - 2x^2y^2) \\ &= 4x^2y^2 - 3xy^3 + 5xy + 4 - 4xy^3 + 2 - xy + 2x^2y^2 \\ &= (4x^2y^2 + 2x^2y^2) + (-3xy^3 - 4xy^3) + (5xy - xy) + (4 + 2) \\ &= 2x^2y^2 - 7xy^3 + 4xy + 6. \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Tìm đa thức M, N, P biết rằng :

a) $(7xyz + 12x^2y^2 - 2xy^2) + M = 0$;

b) $N - (25u^2v - 15uv^2 + v^3) = 10u^2v + 2v^3 - 10uv^2$;

c) $(17m^2n - 2mn^2 + 15mn) - P = 4m^2n - 4mn^2 - 10mn$.

Giải

a) $M = -(7xyz + 12x^2y^2 - 2xy^2) = -7xyz - 12x^2y^2 + 2xy^2$;

b) $N = (10u^2v + 2v^3 - 10uv^2) + (25u^2v - 15uv^2 + v^3)$
 $= (10u^2v + 25u^2v) - (10uv^2 + 15uv^2) + (2v^3 + v^3)$
 $= 35u^2v - 25uv^2 + 3v^3$;

c) $P = (17m^2n - 2mn^2 + 15mn) - (4m^2n - 4mn^2 - 10mn)$
 $= 17m^2n - 2mn^2 + 15mn - 4m^2n + 4mn^2 + 10mn$
 $= (17m^2n - 4m^2n) + (4mn^2 - 2mn^2) + (15mn + 10mn)$
 $= 13m^2n + 2mn^2 + 25mn$.

III. BÀI TẬP

31. Tính $A + B$ và $A - B$ biết :

a) $A = 3x^3y^2 + 4x^2y - 3xy$; $B = 4xy - 3x^3y^2 - 2x^2y + y^4$;

b) $A = 2x^4 + 3y^2 - 3z^3 + 4$; $B = -2z^3 + 5 + 3y^2 - 2x^4$.

32. Cho các đa thức :

$$M = 2x^2y^2 - 3xy^2 - 2xy + 1$$

$$N = 2xy^2 + 3 + xy - x^2y^2$$

$$P = xy + \frac{3}{2} + xy^2 + 3x^2y^2$$

a) Tính $M - N + P$ và $M - N - P$.

b) Chứng tỏ rằng $M + N + P$ luôn nhận giá trị dương với giá trị bất kì của x, y .

33. Tìm đa thức A, B, C biết rằng :

a) $A + (x^3 - xyz + 3x^2y + 3xz^2) = y^3 - xyz - 3xz^2$;

b) $B - (x^2 + xy + y^2) = 2x^2 - xy + y^2$;

c) $\left(\frac{1}{2}xy^2 + x^2 - \frac{1}{2}x^2y\right) - C = -xy^2 + x^2y + 1$.

34. Cho đa thức $P = \frac{5}{7}x^5y - xy + y^3 + 2$. Tìm đa thức Q sao cho $P + Q$ là đa thức không.

35. Cho hai đa thức $P = 5x^2 - 3xy - y^2$ và $Q = 3xy - 3x^2 + 2y^2$. Chứng minh rằng không có giá trị nào của x và y để hai đa thức P và Q cùng nhận giá trị âm.

36. Tìm số tự nhiên $\overline{abc}$ ($a < b < c$) sao cho :

$$\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 666.$$

Chủ đề 4

ĐA THỨC MỘT BIẾN - CỘNG TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- *Đa thức một biến* là tổng của những đơn thức của cùng một biến
 - Mỗi số được coi là một đa thức một biến.
 - Bậc của đa thức một biến khác đa thức không là số mũ cao nhất của biến trong đa thức đó.
 - Hệ số của lũy thừa bậc 0 của biến gọi là *hệ số tự do*; hệ số của lũy thừa cao nhất của biến gọi là *hệ số cao nhất*.
- Đa thức một biến bậc n có dạng thu gọn là
$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (a_n \neq 0).$$
Đặc biệt $a_n = a_{n-1} = \dots = a_1 = 0$; $a_0 \neq 0$ ta có đa thức bậc 0.
 $a_n = a_{n-1} = \dots = a_1 = a_0 = 0$ ta có đa thức không (không có bậc).

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Xác định bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tìm bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức trước hết cần thu gọn đa thức rồi sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa giảm dần (hoặc tăng dần) của biến.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho đa thức một biến

$$P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 6x - 3x^4 - 14x^3 - 8 + 2x^4.$$

- Cho biết bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức $P(x)$.
- Tính giá trị của đa thức $P(x)$ tại $x = -1$.

Giải

Trước hết ta thu gọn và sắp xếp $P(x)$ theo lũy thừa giảm của x .

$$\begin{aligned}
 P(x) &= 3x^3 - 5x^2 + 6x - 3x^4 - 14x^3 - 8 + 2x^4 \\
 &= (-3x^4 + 2x^4) + (3x^3 - 14x^3) - 5x^2 + 6x - 8 \\
 &= -x^4 - 11x^3 - 5x^2 + 6x - 8.
 \end{aligned}$$

a) Bậc của $P(x)$ là 4. Hệ số cao nhất là -1 , hệ số tự do là -8 .

b) Giá trị của $P(x)$ tại $x = -1$ là

$$\begin{aligned}
 P(-1) &= -(-1)^4 - 11(-1)^3 - 5(-1)^2 + 6(-1) - 8 \\
 &= -1 + 11 - 5 - 6 - 8 = -9.
 \end{aligned}$$

Vậy $P(-1) = -9$.

Ví dụ 2. Cho đa thức một biến

$$Q(x) = 5x - \frac{1}{2}x^5 - 4x^4 - x^3 + ax^5 + bx^4 - c + 7x^2 - 5.$$

Tìm a, b, c biết rằng $Q(x)$ có bậc là 4, hệ số cao nhất là 5 và hệ số tự do là -10 .

Giải

Trước hết ta thu gọn $Q(x)$ và sắp xếp $Q(x)$ theo lũy thừa giảm của x .

$$\begin{aligned}
 Q(x) &= \left(-\frac{1}{2}x^5 + ax^5 \right) + (bx^4 - 4x^4) - x^3 + 7x^2 + 5x + (-c - 5) \\
 &= \left(a - \frac{1}{2} \right)x^5 + (b - 4)x^4 - x^3 + 7x^2 + 5x + (-c - 5).
 \end{aligned}$$

Vì $Q(x)$ có bậc 4 nên $a - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$.

Hệ số cao nhất là 5 nên $b - 4 = 5 \Rightarrow b = 9$.

Hệ số tự do là -10 nên $-c - 5 = -10 \Rightarrow c = 5$.

Vậy ta có $Q(x) = 5x^4 - x^3 + 7x^2 + 5x - 10$.

Ví dụ 3. Tìm đa thức bậc nhất $P(x)$ biết rằng $P(1) = 5$; $P(-1) = 1$.

Giải

Đa thức bậc nhất $P(x)$ có dạng $P(x) = ax + b$ ($a \neq 0$).

Vì $P(1) = 5$ nên $a + b = 5$ (1)

$P(-1) = 1$ nên $-a + b = 1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a = 2$; $b = 3$.

Vậy đa thức bậc nhất $P(x) = 2x + 3$.

Ví dụ 4^{*}. Cho hai đa thức $P(x) = ax + b$ và $Q(x) = a'x + b'$ có giá trị bằng nhau với mọi giá trị của x . Chứng minh rằng $a = a'$, $b = b'$.

Giải

Vì $P(x) = Q(x)$ với mọi giá trị của x nên

- Tại $x = 0$ có $P(0) = Q(0) \Rightarrow b = b'$
- Tại $x = 1$ có $P(1) = Q(1) \Rightarrow a + b = a' + b'$ suy ra $a = a'$.

III. BÀI TẬP

37. Cho đa thức một biến

$$P(x) = 3x - 0,5x^6 + 4x^5 - 7x^3 + 5x^5 - 2x^2 - 4x + 5 + 0,5x^6.$$

a) Cho biết bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức $P(x)$.

b) Tính giá trị của đa thức $P(x)$ tại $x = 1$.

38. Cho đa thức một biến

$$Q(x) = ax^4 + 2x^3 - bx^3 + 3x^2 - x + c - x^2 + 4.$$

Tìm a, b, c biết rằng đa thức $Q(x)$ có bậc ba, hệ số cao nhất là -4 và hệ số tự do là 7 .

39. Cho đa thức $A(x) = ax^4 - 3x^3 - 2ax^2 + x + 1$ (a là hằng số). Hãy tìm a thích hợp để cho $A(x)$ có giá trị là 4 tại $x = 1$.

40. Tìm các hệ số a, b, c của đa thức $B(x) = ax^2 + bx + c$, biết rằng :

$$P(1) = 3 ; P(-1) = 1 ; P(2) = 7.$$

41. Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ luôn bằng 0 với giá trị bất kì của x . Chứng minh rằng $a = b = c = 0$.

42. Cho hai đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ và $Q(x) = a'x^2 + b'x + c'$. Biết rằng hai đa thức này luôn có giá trị bằng nhau với giá trị bất kì của x . Chứng minh rằng $a = a'$, $b = b'$, $c = c'$.

43. Tính tổng các hệ số của các hạng tử của đa thức nhận được sau khi đã khai triển và viết đa thức $P(x)$ dưới dạng thu gọn, biết $P(x) = (10x^2 - 10x)^{2010}$.

DẠNG 2. Cộng, trừ đa thức một biến

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để cộng hoặc trừ hai đa thức một biến, ta có thể thực hiện theo một trong hai cách :

- *Cách 1* : Thực hiện theo cách cộng, trừ đa thức đã học.

- *Cách 2* : Sắp xếp các hạng tử của hai đa thức cùng theo lũy thừa giảm (hoặc tăng) của biến rồi đặt phép tính theo cột dọc tương tự như cộng, trừ các số (chú ý đặt các đơn thức đồng dạng ở cùng một cột).

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hai đa thức một biến :

$$P(x) = 3x^4 - 6x^2 - 2x^3 + 2 - 4x + 7x^2 + 8x^3 - 4.$$

$$Q(x) = \sqrt{2}x^4 + 3\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3 - \sqrt{2}x^4 + \frac{7}{2}x^3 + 2x - \frac{1}{2}x^2 + 7.$$

a) Thu gọn các đa thức trên.

b) Tính $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$ theo hai cách.

Giải

a) Ta có : $P(x) = 3x^4 + (8x^3 - 2x^3) + (7x^2 - 6x^2) - 4x + (2 - 4)$
 $= 3x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 2.$

$$Q(x) = (\sqrt{2}x^4 - \sqrt{2}x^4) + \left(\frac{7}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^3\right) + \left(3\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^2\right) + 2x + 7$$

$$= 3x^3 + 3x^2 + 2x + 7.$$

b) *Cách 1* :

$$P(x) + Q(x) = (3x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 2) + (3x^3 + 3x^2 + 2x + 7)$$

$$= 3x^4 + 9x^3 + 4x^2 - 2x + 5.$$

$$P(x) - Q(x) = (3x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 2) - (3x^3 + 3x^2 + 2x + 7)$$

$$= 3x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 2 - 3x^3 - 3x^2 - 2x - 7$$

$$= 3x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 6x - 9.$$

Cách 2. Đặt phép tính theo cột dọc :

+	$P(x)$	=	$3x^4$	+	$6x^3$	+	x^2	-	$4x$	-	2
	$Q(x)$	=			$3x^3$	+	$3x^2$	+	$2x$	+	7
	$P(x) + Q(x)$	=	$3x^4$	+	$9x^3$	+	$4x^2$	-	$2x$	+	5
	$P(x)$	=	$3x^4$	+	$6x^3$	+	x^2	-	$4x$	-	2
-	$Q(x)$	=			$3x^3$	+	$3x^2$	+	$2x$	+	7
	$P(x) - Q(x)$	=	$3x^4$	+	$3x^3$	-	$2x^2$	-	$6x$	-	9

Ví dụ 2. Cho đa thức $P(x) = x^6 - \frac{1}{2}x^5 + x^3 - x + 1.$

Tìm ba đa thức $Q(x)$, $R(x)$ và $S(x)$ sao cho

a) $P(x) + Q(x) = x^5 + x^3 + 2$;

b) $P(x) - R(x) = x^4 - x^3 + 1$;

c) $S(x) - P(x) = 5$.

Giải

a) Từ $P(x) + Q(x) = x^5 + x^3 + 2$ suy ra

$$\begin{aligned} Q(x) &= x^5 + x^3 + 2 - P(x) \\ &= x^5 + x^3 + 2 - x^6 + \frac{1}{2}x^5 - x^3 + x - 1 \\ &= -x^6 + \frac{3}{2}x^5 + x + 1. \end{aligned}$$

b) Từ $P(x) - R(x) = x^4 - x^3 + 1$ suy ra

$$\begin{aligned} R(x) &= P(x) - (x^4 - x^3 + 1) \\ &= x^6 - \frac{1}{2}x^5 + x^3 - x + 1 - x^4 + x^3 - 1 \\ &= x^6 - \frac{1}{2}x^5 - x^4 + 2x^3 - x. \end{aligned}$$

c) Từ $S(x) - P(x) = 5$ suy ra $S(x) = P(x) + 5$

$$= x^6 - \frac{1}{2}x^5 + x^3 - x + 6.$$

Ví dụ 3*. Cho $P(x) = x^3 + 3ax + a^2$; $Q(x) = 2x^2 - (2a + 3)x + a^2$.

Tìm a biết rằng $P(1) = Q(-2)$.

Giải

$$P(1) = 1^3 + 3a \cdot 1 + a^2 = a^2 + 3a + 1$$

$$Q(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - (2a + 3)(-2) + a^2 = a^2 + 4a + 14.$$

Vì $P(1) = Q(-2)$ nên $a^2 + 3a + 1 = a^2 + 4a + 14 \Leftrightarrow a = -13$.

III. BÀI TẬP

44. Cho hai đa thức :

$$P(x) = ax^4 - \frac{1}{5}x + x^3 - 2x + 10 \text{ (a là hằng số).}$$

$$Q(x) = 3x^4 - x + x^3 - x^2 + 5.$$

- a) Tìm $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$.
 b) Tìm a để đa thức $P(x) + Q(x)$ có bậc là 4 ? có bậc khác 4 ?
 c) Câu hỏi tương tự đối với đa thức $P(x) - Q(x)$.

45. Cho ba đa thức :

$$A(y) = 4y^4 - 5y^2 + 3y^3 - 2y + 3 - 3y^4 + 7y^3 - 1$$

$$B(y) = \sqrt{3}y^4 + 5y - 2y^2 - \sqrt{3}y^4 + 7y + 2y^3 + 1$$

$$C(y) = \frac{1}{4}y^3 + 0,25y^2 + \sqrt{3}y - \frac{1}{4}y^3 - \sqrt{3}y + 0,75y^2 - 2.$$

Thu gọn các đa thức trên và tính :

- a) $A(y) + B(y) + C(y)$;
 b) $A(y) - B(y) - C(y)$.
46. Cho $P(x) = mx^4 + 3x^2 + 2$ và $Q(x) = x^3 - 2mx + 7$ (m là hằng số).
 Tìm m , biết rằng $P(-1) = Q(2)$.
47. Cho $A = 3x - 2 - |4x + 5|$.
 a) Thu gọn biểu thức A .
 b) Tính giá trị của A tại $x = -2$, tại $x = 2$.
 c) Với giá trị nào của x thì $M = -10$.
48. Tìm đa thức M trong mỗi trường hợp sau :
 a) $M + (3x - x^4 + 2x^2 - 3x^3 + 1) = 2x - 3x^3 + x^4 + 2$;
 b) $(x^3 - 4x^2 + 2x - 1) - M = x^3 - 5x^2 + 4x - 1$.

Chủ đề 5

NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Nếu tại $x = a$, đa thức $P(x)$ có giá trị bằng 0 thì ta nói a (hoặc $x = a$) là một nghiệm của đa thức đó.
- Một đa thức không có nghiệm (vô nghiệm) nếu $P(x) \neq 0$ với mọi x .
- Một đa thức (khác đa thức không) có thể có một nghiệm, hai nghiệm,... hoặc không có nghiệm.
- Số nghiệm của một đa thức (khác đa thức không) không vượt quá bậc của nó.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Xác định một số có là nghiệm của đa thức hay không

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để xác định a có là một nghiệm của đa thức $P(x)$ hay không, ta tính $P(a)$.

- Nếu $P(a) = 0$ thì a là nghiệm của $P(x)$.

- Nếu $P(a) \neq 0$ thì a không là nghiệm của $P(x)$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Kiểm tra xem 1 ; 2 ; -2 ; $\frac{1}{2}$ có phải là các nghiệm của đa thức $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$ hay không.

Giải

Ta có :

$$P(1) = 1^3 - 1^2 - 4 \cdot 1 + 4 = 0 ;$$

$$P(2) = 2^3 - 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 8 - 4 - 8 + 4 = 0 ;$$

$$P(-2) = (-2)^3 - (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 4 = -8 - 4 + 8 + 4 = 0 ;$$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 4 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 2 + 4 = \frac{15}{8} \neq 0.$$

Vậy các số $1, 2, -2$ là nghiệm của $P(x)$. Riêng số $\frac{1}{2}$ không phải là nghiệm của $P(x)$.

Ví dụ 2. Cho đa thức $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Chứng tỏ rằng :

a) Nếu $a + b + c + d = 0$ thì $x = 1$ là một nghiệm của $P(x)$.

b) Nếu $a + c = b + d$ thì $x = -1$ là một nghiệm của $P(x)$.

Giải

a) Ta có $P(1) = a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = a + b + c + d = 0$ (theo giả thiết).

Vậy $x = 1$ là một nghiệm của $P(x)$.

b) Từ $a + c = b + d$ suy ra $-a + b - c + d = 0$. Nhận thấy

$$P(-1) = a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) + d = -a + b - c + d = 0.$$

Vậy $x = -1$ là một nghiệm của $P(x)$.

Nhận xét. Một đa thức (thu gọn) có tổng các hệ số bằng 0 sẽ nhận $x = 1$ là một nghiệm của nó.

Một đa thức (thu gọn) có tổng các hệ số bậc lẻ bằng tổng các hệ số bậc chẵn sẽ nhận $x = -1$ là một nghiệm của nó.

Ví dụ 3. Chứng minh rằng nếu x_0 là nghiệm của $P(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) thì $P(x) = a(x - x_0)$.

Giải

x_0 là nghiệm của $P(x)$ nên $P(x_0) = ax_0 + b = 0 \Rightarrow b = -ax_0$.

Do đó $P(x) = ax + b = ax - ax_0 = a(x - x_0)$.

III. BÀI TẬP

49. Trong các số $-2, -1, 0, 1, 2$ số nào là nghiệm của đa thức sau đây

$$P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4?$$

50. Cho đa thức $Q(x) = x^5 + 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 - x^5 - x^4 + x^2 - 5$.

Số 1 có phải là nghiệm của $Q(x)$ hay không ?

51. Chứng minh rằng : Nếu x_0 là một nghiệm của $P(x) = ax + b$ (a, b đều khác 0) thì $\frac{1}{x_0}$ là một nghiệm của $Q(x) = bx + a$.

52. Chứng minh rằng : Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm khác nhau của đa thức

$$P(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

thì $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

53. Xét đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$. Chứng minh rằng :

a) Nếu $a + b + c = 0$ thì $x = 1$ là một nghiệm của $P(x)$.

b) Nếu $a - b + c = 0$ thì $x = -1$ là một nghiệm của $P(x)$.

Áp dụng. Hãy tìm một nghiệm của các đa thức sau :

$$A(x) = (\sqrt{5} - 1)x^2 - \sqrt{5}x + 1$$

$$B(x) = (1 + \sqrt{3})x^2 + x - \sqrt{3}.$$

DẠNG 2. Tìm nghiệm của đa thức cho trước

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tìm nghiệm của đa thức $P(x)$, ta cần tìm giá trị của x sao cho $P(x) = 0$. Chú ý đa thức bậc n có không quá n nghiệm.

Để chứng tỏ đa thức $P(x)$ không có nghiệm, ta chứng minh $P(x)$ nhận giá trị khác 0 với mọi giá trị của x .

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm nghiệm của mỗi đa thức sau :

a) $P(x) = 3x + 1$;

b) $Q(x) = x^2 - x$;

c) $R(x) = x^2 - 5$.

Giải

a) Cần tìm x sao cho $3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$.

Vậy $P(x)$ có một nghiệm là $x = -\frac{1}{3}$.

b) Cần tìm x sao cho $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$.

Vậy 0 và 1 là các nghiệm của $Q(x)$.

c) Nhận thấy $x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$; $x = -\sqrt{5}$.

Vậy $\sqrt{5}$ và $-\sqrt{5}$ là các nghiệm của $R(x)$.

Ví dụ 2. Chứng tỏ rằng đa thức $P(x) = x^2 + x + 1$ không có nghiệm.

Giải

$$\begin{aligned} \text{Cách 1. } P(x) &= x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \\ &= x\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} \\ &= \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $P(x) > 0$ với mọi giá trị của x , nên $P(x)$ không có nghiệm.

Cách 2. Nếu $x \geq 0$ thì $P(x) = x^2 + x + 1 \geq 1$.

Nếu $x < 0$ thì $-x > 0$, ta có

$$P(x) = x^2 + x + 1 = x^2 + x + x + 1 - x = (x + 1)^2 + (-x) > 0.$$

Vậy $P(x) > 0$ với mọi giá trị của x , nên $P(x)$ không có nghiệm.

Ví dụ 3. Cho đa thức $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $P(0)$ và $P(1)$ là các số lẻ. Chứng minh rằng đa thức $P(x)$ không thể có nghiệm là số nguyên (với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$).

Giải

Theo bài ra $P(0) = d$ là số lẻ ; $P(1) = a + b + c + d$ cũng là số lẻ.
Giả sử đa thức $P(x)$ có nghiệm nguyên x_0 thì $P(x_0) = 0$.

$$\text{Ta có } P(x_0) - P(0) = ax_0^3 + bx_0^2 + cx_0 = -d.$$

Suy ra $d \vdots x_0$ nên x_0 là số lẻ

$$\begin{aligned}\Rightarrow P(x_0) - P(1) &= ax_0^3 + bx_0^2 + cx_0 - (a + b + c) \\ &= a(x_0^3 - 1) + b(x_0^2 - 1) + c(x_0 - 1) \text{ là số chẵn.}\end{aligned}\quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } P(x_0) - P(1) = -(a + b + c + d) \text{ là số lẻ.} \quad (2)$$

Do đó (1) và (2) mâu thuẫn với nhau.

Vậy đa thức $P(x)$ không thể có nghiệm là số nguyên.

III. BÀI TẬP

54. Tìm nghiệm của mỗi đa thức sau :

- a) $(6x + 3) - (2x + 1)$;
- b) $(x^2 - 5x + 5) - (5x + 5)$;
- c) $(2x^2 - 3x + 1) + (3x^2 + 3x - 6)$;
- d) $x(2x + 1)$.

55. Tìm nghiệm của mỗi đa thức sau :

- a) $x^3 - 8x$;
- b) $x^3 + 64$;
- c) $x^2 - 5x + 4$.

56. Chứng minh rằng mỗi đa thức sau không có nghiệm :

- a) $x^2 - x + 1$;
- b) $x^4 + 2x^2 + 1$;
- c) $x^8 - x^5 + x^2 - x + 1$.

57. Xét đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Chứng tỏ rằng

- a) Nếu $a + b + c = 0$ thì $P(x)$ có hai nghiệm là 1 và $-\frac{c}{a}$;
- b) Nếu $a - b + c = 0$ thì $P(x)$ có hai nghiệm là -1 và $-\frac{c}{a}$;

58. Cho đa thức $P(x)$ thỏa mãn điều kiện

$$xP(x + 1) = (x + 2)P(x)$$

Chứng minh rằng đa thức $P(x)$ có ít nhất hai nghiệm.

DẠNG 3. Xác định đa thức thỏa mãn điều kiện cho trước

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Đa thức bậc nhất có dạng $ax + b$ ($a \neq 0$).

Đa thức bậc hai có dạng $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Đa thức bậc n có dạng $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ ($a_n \neq 0$).

Để xác định đa thức ta cần phải xác định được các hệ số của đa thức.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Xác định đa thức bậc nhất $P(x)$, biết $P(1) = 1$, $P(0) = -1$.

Giải

Đa thức bậc nhất $P(x)$ có dạng $P(x) = ax + b$ ($a \neq 0$).

$P(1) = 1$ nên $a + b = 1$.

$P(0) = -1$ nên $a \cdot 0 + b = -1 \Leftrightarrow b = -1$, suy ra $a = 2$.

Vậy $P(x) = 2x - 1$.

Ví dụ 2. Lập đa thức một biến trong mỗi trường hợp sau :

a) Có một nghiệm là $-\frac{1}{2}$;

b) Có hai nghiệm là 1 và $\sqrt{2}$;

c) Có ba nghiệm là $-\frac{1}{2}$; 0 ; $\frac{1}{3}$;

d) Không có nghiệm.

Giải

a) $x_0 = -\frac{1}{2}$ là nghiệm nên $x_0 + \frac{1}{2} = 0$. Ta chọn đa thức $P(x) = x + \frac{1}{2}$;

b) $x_1 = 1$; $x_2 = \sqrt{2}$ là nghiệm nên $x_1 - 1 = 0$; $x_2 - \sqrt{2} = 0$.

Ta chọn đa thức $P(x) = (x - 1)(x - \sqrt{2})$;

c) Tương tự chọn $P(x) = (x + \frac{1}{2})x(x - \frac{1}{3})$;

d) Chọn biểu thức luôn khác 0 với mọi x .

Chẳng hạn $P(x) = x^2 + 1$.

III. BÀI TẬP

59. a) Lập đa thức bậc nhất có nghiệm bằng $-\sqrt{5}$.
b) Lập đa thức bậc hai có nghiệm bằng -2 và 3 .
c) Lập đa thức bậc bốn không có nghiệm.
60. Xác định đa thức bậc nhất $Q(x)$ biết $Q(1) = \frac{7}{2}$; $Q(-1) = \frac{-5}{2}$.
61. Cho đa thức $P(x) = ax + b$.
Tìm điều kiện của a và b để $P(x_1 + x_2) = P(x_1) + P(x_2)$.
62. Cho đa thức $Q(x) = 3x + a$. Xác định a để nghiệm của đa thức bằng 2 .
63. Cho đa thức

$$P(x) = \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} - 1$$

(với các số a, b, c đôi một khác nhau).

- a) Chứng tỏ rằng $P(x)$ có ít nhất ba nghiệm.
b) Từ đó suy ra kết luận gì về giá trị của $P(x)$?

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Chủ đề 1

1. a) $a^3 - b^3$; b) $(a - b)^2$; c) $a^2 - b^2$.
2. a) Tổng của năm lần m và hai lần n .
b) Tích của hai lần x và hiệu các bình phương của hai số x và y .
c) Thương của tổng hai số x và y với hiệu của chúng.
3. $AC = v_1 t_1 + v_2 t_2$ (km).
4. $5a$ lít nước.
5. a) $n = 3k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$);
b) $(2k + 1)(2k + 3)$ ($k \in \mathbb{N}$);
c) $k(k + 1)(k + 2)$ ($k \in \mathbb{N}$).
6. Với $a = \sqrt{3}$ hoặc $a = -\sqrt{3}$ thì A là biểu thức nguyên.
Với $a \neq \pm\sqrt{3}$ thì A là biểu thức phân.
7. a) $3x^2 - \frac{1}{2x}$ là biểu thức phân.
b) Với a là hằng số thì $\frac{2x-1}{a-2}$ là biểu thức nguyên.
 a là biến số thì $\frac{2x-1}{a-2}$ là biểu thức phân.
c) $ax^2 + bx + c$ là biểu thức nguyên.
d) Biểu thức $\frac{3x^2 - y^2}{(a-5)x + 5}$ là biểu thức nguyên khi $a = 5$; và là biểu thức phân khi $a \neq 5$.
8. a) $A = \frac{41}{25}$
b) $A = \begin{cases} -1 & \text{khi } x=1; y=-1 \\ 5 & \text{khi } x=-1; y=-1. \end{cases}$
c) $A = \begin{cases} 5 & \text{khi } x=1; y=1 \text{ hoặc } x=-1; y=-1 \\ -1 & \text{khi } x=-1; y=1 \text{ hoặc } x=1; y=-1 \end{cases}$
9. a) $B = \frac{4 \cdot \frac{m}{n} - 2}{4 \cdot \frac{m}{n} + 5} = \frac{4 \cdot \frac{1}{5} - 2}{4 \cdot \frac{1}{5} + 5} = \frac{-\frac{6}{5}}{\frac{29}{5}} = \frac{-6}{29}$.

b) Thay $7 = x - y$ ta có

$$C = \frac{2x + x - y}{3x - y} + \frac{2y - (x - y)}{3y - x} = \frac{3x - y}{3x - y} + \frac{3y - x}{3y - x} = 1 + 1 = 2.$$

10. a) $D = (a + b)(a + 1)(b + 1)$

$$= (a + b)(ab + a + b + 1) = 3(-5 + 3 + 1) = -3.$$

b) $x = 2010$ nên $x - 1 = 2009$.

$$\begin{aligned} E &= x^{10} - (x - 1)x^9 - (x - 1)x^8 - \dots - (x - 1)x - 1 \\ &= x^{10} - x^{10} + x^9 - x^9 + x^8 - \dots - x^2 + x - 1 \\ &= x - 1 = 2009. \end{aligned}$$

11. a) $\min A = 2010$ tại $x = -10$; $y = 10$.

b) $\min B = 7$ tại $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{3}{2}$.

12. a) $\max C = \sqrt{2}$ tại $x = 13$

b) $\max D = \frac{1}{5}$ tại $x = 3$.

13. $N = \frac{9x + 5}{3x - 1} = 3 + \frac{8}{3x - 1}$.

N nhận giá trị nguyên khi $8 : (3x - 1)$ nên $3x - 1 \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\}$. Từ đó tìm được các giá trị nguyên của x là $0; 1; 3$.

14. a) $\max A = 5$ khi $x = 3$.

Để $A = \frac{5}{4 - x}$ có giá trị lớn nhất khi $4 - x$ nhận giá trị nguyên dương nhỏ nhất nên $4 - x = 1 \Leftrightarrow x = 3$.

b) $B = \frac{8 - x}{x - 3} = -1 - \frac{5}{3 - x}$.

B có giá trị nhỏ nhất khi $\frac{5}{3 - x}$ nhận giá trị dương lớn nhất.

Do đó $3 - x = 1 \Leftrightarrow x = 2$.

Chủ đề 2

15. $-5xy^2$ và $-3x^4yxz$ là các đơn thức

Trong đó $-5xy^2$ là đơn thức thu gọn.

16. Trước hết thực hiện thu gọn đơn thức

a) $(4x^2)^2(-5y^3) \cdot (-xy)^2 = 16x^4 \cdot (-5y^3) \cdot x^2y^2 = -80x^6y^5$.

Phần hệ số -80 ; phần biến x^6y^5 ; Bậc $6 + 5 = 11$.

$$b) (-x^2y)(-\frac{1}{2}axz)^2(xyz)^3 = -x^2y \cdot \frac{1}{4}a^2x^2z^2 \cdot x^3y^3z^3 = -\frac{1}{4}a^2x^7y^4z^5.$$

Phần hệ số $-\frac{a^2}{4}$; phần biến $x^7y^4z^5$; Bậc $7 + 4 + 5 = 16$.

17. Thu gọn $M = -\frac{3}{2}m^2nx^7y^7$.

a) Bậc của M là 15 khi : phần hệ số là $-\frac{3}{2}m^2$, phần biến là nx^7y^7 .

b) Bậc của M là 16 khi : phần hệ số là $-\frac{3}{2}n$, phần biến là $m^2x^7y^7$.

c) Bậc của M là 10 khi : phần hệ số là $-\frac{3}{2}x^7$, phần biến là m^2ny^7 .

hoặc : phần hệ số là $-\frac{3}{2}y^7$, phần biến là m^2nx^7 .

18. a) $\frac{1}{3}(xy)^3 \cdot (-2x^2) \cdot \left(-\frac{3}{5}y^5z\right) = \frac{2}{5}x^5y^8z$ có bậc là 14.

b) $-\frac{1}{3}x^2yz \cdot \frac{1}{7}(xy)^4 \cdot \frac{7}{9}xyz^3 = -\frac{1}{27}x^7y^6z^4$ có bậc là 17.

19. Tích hai đơn thức là $6x^8y^4 = 2x^6 \cdot 3x^2y^4 = 2x^3y^3 \cdot 3x^5y = \dots$

20. Xét tích $-\frac{1}{3}xy^2z \cdot \left(-\frac{3}{5}x^3y^6z\right) = \frac{1}{5}x^4y^8z^2 > 0$ khi x, y, z khác 0.

Do đó hai đơn thức trên có giá trị là hai số cùng dấu.

21. Các nhóm đơn thức đồng dạng :

$$-5x^2yz \text{ và } \frac{1}{5}x^2yz ; 3xy^2z \text{ và } 7xy^2z ; \frac{2}{5}xyz^2 \text{ và } -\frac{1}{3}xyz^2.$$

22. a) Có ; b) Không.

23. Các nhóm đơn thức đồng dạng :

$$\frac{1}{2}xy^2 \text{ và } -xy^2 \text{ có tổng } \frac{1}{2}xy^2 - xy^2 = -\frac{1}{2}xy^2.$$

$$-3ax^2y ; \frac{1}{3}x^2y \text{ và } \frac{4}{5}x^2y \text{ có tổng } \frac{1}{3}x^2y + \frac{4}{5}x^2y - 3ax^2y = \left(\frac{17}{15} - 3a\right)x^2y.$$

24. a) $8xyz^3 = 13xyz^3 + (-5xyz^3) = 3xyz^3 - (-5xyz^3)$;
 b) $-4xyz^3 = xyz^3 + (-5xyz^3) = -9xyz^3 - (-5xyz^3)$;
 c) $mxyz^3 = (m+5)xyz^3 + (-5xyz^3) = (m-5)xyz^3 - (-5xyz^3)$.
25. a) $\frac{29}{6}xy^2$; b) axy^2z .
26. Chẳng hạn $x^5 + xy^2z + xyz + zy + 1$.
27. Các biểu thức là đa thức:
 $3x^2 - 5xy + 4y^4$; $x^2y^2 - 2xy^2 + xy^2 - 3x^2y^2$; $\frac{15x^2y + 4x}{2a-1}$ (a là hằng số khác $\frac{1}{2}$),
 trong đó đa thức chưa thu gọn là: $x^2y^2 - 2xy^2 + xy^2 - 3x^2y^2$.
28. a) $A = 19xyz + 2x^5 - y^4$ có bậc là 5.
 b) $B = 2u^2v^2 - 8u^2v - 7u + 1$ có bậc là 4.
29. a) $A = x^4y$ có bậc là 5.
 b) Bậc của B là 3 khi $a \neq 0$ và bậc của B là 2 khi $a = 0$.
 c) $C = (m+1)x^4 - 1$, bậc của C là 4 khi $m \neq -1$; bậc của C là 0 khi $m = -1$.
30. a) $A = -4xy^3 + 1$ nên $A = 5$ khi $x = 1$; $y = -1$.
 b) $B = 3u^2v^2 - \frac{1}{5}uv^2 - \frac{1}{2}v^2$ nên $B = \frac{259}{10}$ khi $u = 3$; $v = -1$.
31. a) $A + B = 2x^2y - 3xy + y^4$; $A - B = 6x^3y^2 + 6x^2y - 3xy - y^4$;
 b) $A + B = 6y^2 - 5z^3 + 9$; $A - B = 4x^4 - z^3 - 1$.
32. a) $M - N + P = 2x^2y^2 - 3xy^2 - 2xy + 1 - (2xy^2 + 3 + xy - x^2y^2) + xy + \frac{3}{2} + xy^2 + 3x^2y^2$
 $= 6x^2y^2 - 4xy^2 - 2xy - \frac{1}{2}$.
 $M - N - P = 2x^2y^2 - 3xy^2 - 2xy + 1 - (2xy^2 + 3 + xy - x^2y^2) - (xy + \frac{3}{2} + xy^2 + 3x^2y^2)$
 $= -6xy^2 - 4xy - 3\frac{1}{2}$.
- b) $M + N + P = 4x^2y^2 + \frac{11}{2} > 0$ với mọi $x, y \in \mathbf{R}$.
33. a) $A = y^3 - xyz - 3xz^2 - (x^3 - xyz + 3x^2y + 3xz^2) = y^3 - x^3 - 6xz^2 - 3x^2y$.
 b) $B = 2x^2 - xy + y^2 + x^2 + xy + y^2 = 3x^2 + 2y^2$.
 c) $C = \frac{1}{2}xy^2 + x^2 - \frac{1}{2}x^2y - (-xy^2 + x^2y + 1) = \frac{3}{2}xy^2 + x^2 - \frac{3}{2}x^2y - 1$.

34. $Q = -P = -\frac{5}{7}x^5y + xy - y^3 - 2$.
35. Nhận thấy $P + Q = 2x^2 + y^2 \geq 0$ với mọi x, y .
 Chứng tỏ không có x, y nào để P và Q cùng nhận giá trị âm.
36. Từ $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 666$ suy ra $111(a + b + c) = 666$.
 Do đó $a + b + c = 6 = 1 + 2 + 3$.
 Vì $0 < a < b < c$ nên $a = 1, b = 2, c = 3$. Số $\overline{abc}$ cần tìm là 123.

Chủ đề 4

37. Thu gọn $P(x) = 9x^5 - 7x^3 - 2x^2 - x + 5$.
 a) $P(x)$ có bậc là 5, hệ số cao nhất là 9, hệ số tự do là 5.
 b) $P(1) = 4$.
38. Thu gọn $Q(x) = ax^4 + (2 - b)x^3 + 2x^2 - x + c + 4$.
 $Q(x)$ có bậc ba nên $a = 0$; hệ số cao nhất là $-4 = 2 - b \Leftrightarrow b = 6$; hệ số tự do là $7 = c + 4 \Leftrightarrow c = 3$.
 Vậy $Q(x) = -4x^3 + 2x^2 - x + 7$.
39. Do $A(1) = 4$ nên $a - 3 - 2a + 1 + 1 = 4 \Leftrightarrow a = -5$.
40. Ta có $P(1) = 3$ nên $a + b + c = 3$.
 $P(-1) = 1$ nên $a - b + c = 1$.
 $P(2) = 7$ nên $4a + 2b + c = 7$.
 Tìm được $a = \frac{2}{3}, b = 2, c = \frac{1}{3}$. Vậy $P(x)$ có dạng $\frac{2}{3}x^2 + 2x + \frac{1}{3}$.
41. Do đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ luôn bằng 0 với giá trị bất kì của x nên $P(0) = P(1) = P(-1) = 0$. Suy ra:
 $c = 0; a + b + c = 0; a - b + c = 0$.
 Dẫn đến $a = 0; b = 0; c = 0$.
42. Vì hai đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ và $Q(x) = a'x^2 + b'x + c'$ có giá trị bằng nhau với giá trị bất kì của x nên
- $$P(0) = Q(0) \Rightarrow c = c' \quad (1)$$
- $$P(1) = Q(1) \Rightarrow a + b + c = a' + b' + c' \quad (2)$$

$$P(-1) = Q(-1) \Rightarrow a - b + c = a' - b' + c'. \quad (3)$$

Cộng theo vế của (2) và (3) có $a + c = a' + c'$, kết hợp với (1) có $a = a'$ và do đó suy ra $b = b'$.

43. Tổng các hệ số của đa thức nhận được sau khi đã khai triển chính là $P(1) = (10.1^2 - 10.1)^{200} = 0$.

44. a) $P(x) + Q(x) = (a + 3)x^4 + 2x^3 - x^2 - \frac{16}{5}x + 15$.

$$P(x) - Q(x) = (a - 3)x^4 + x^2 - \frac{6x}{5} + 5.$$

b) $P(x) + Q(x)$ có bậc là 4 khi $a + 3 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq -3$

và $P(x) + Q(x)$ có bậc là 3 khi $a = -3$.

c) $P(x) - Q(x)$ có bậc là 4 khi $a = 3$ và có bậc khác 4 khi $a \neq 3$.

45. Thu gọn các đa thức

$$A(y) = y^4 + 10y^3 - 5y^2 - 2y + 2$$

$$B(y) = 2y^3 - 2y^2 + 12y + 1$$

$$C(y) = y^2 - 2.$$

a) $A(y) + B(y) + C(y) = y^4 + 12y^3 - 6y^2 + 10y + 1$.

b) $A(y) - B(y) - C(y) = y^4 + 8y^3 - 4y^2 - 14y + 3$.

46. $P(-1) = m + 5$; $Q(2) = 15 - 4m$

$$P(-1) = Q(2) \Leftrightarrow m + 5 = 15 - 4m \Leftrightarrow 5m = 10 \Leftrightarrow m = 2.$$

Vậy $P(x) = 2x^4 + 3x^2 + 2$; $Q(x) = x^3 - 4x + 7$.

47. a) $A = \begin{cases} -x - 7 & \text{khi } x \geq -\frac{5}{4} \\ 7x + 3 & \text{khi } x < -\frac{5}{4}. \end{cases}$

b) Tại $x = -2 < -\frac{5}{4}$ nên $A = 7.(-2) + 3 = -11$;

Tại $x = 2 > -\frac{5}{4}$ nên $A = -2 - 7 = -9$.

48. a) $M = 2x^4 - 2x^2 - x + 1$;

b) $M = x^2 - 2x$.

Chủ đề 5

49. Các số 1 ; 2 ; -2 là nghiệm của $P(x)$.
50. Thu gọn $Q(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 5$. Có $Q(1) = -3 \neq 0$ nên 1 không phải là nghiệm của $Q(x)$.
51. Do x_0 là nghiệm của $P(x) = ax + b$ nên $P(x_0) = ax_0 + b = 0$.
Suy ra $\frac{b}{x_0} + a = 0$. Điều này chứng tỏ $\frac{1}{x_0}$ là nghiệm của $Q(x) = bx + a$.
52. Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của $P(x)$ nên
- $$P(x_1) = ax_1^2 + bx_1 + c = 0 \Rightarrow bx_1 = -ax_1^2 - c \quad (1)$$
- $$P(x_2) = ax_2^2 + bx_2 + c = 0 \Rightarrow bx_2 = -ax_2^2 - c. \quad (2)$$
- Trừ từng vế (1) và (2) được
- $$b(x_1 - x_2) = -a(x_1^2 - x_2^2) \Rightarrow b = -a(x_1 + x_2). \quad (3)$$
- Thay (3) và (1) được
- $$c = -ax_1^2 - bx_1 = -ax_1^2 + a(x_1 + x_2)x_1 = ax_1x_2. \quad (4)$$
- Từ (3) và (4) suy ra :
- $$\begin{aligned} P(x) &= ax^2 + bx + c = ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1x_2 \\ &= a(x^2 - xx_1 - xx_2 + x_1x_2) = a(x(x - x_1) - x_2(x - x_1)) \\ &= a(x - x_1)(x - x_2). \end{aligned}$$
- Vậy $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
53. a) $P(1) = a.1^2 + b.1 + c = a + b + c = 0$ (gt). Vậy $x = 1$ là một nghiệm của $P(x)$.
 $P(-1) = a.(-1)^2 + b(-1) + c = a - b + c = 0$ (gt). Vậy $x = -1$ là một nghiệm của $P(x)$.
Áp dụng $\sqrt{5} - 1 - \sqrt{5} + 1 = 0$ nên $A(x)$ nhận $x = 1$ làm nghiệm.
 $1 + \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = 0$ nên $B(x)$ nhận $x = -1$ làm nghiệm.
54. a) $(6x + 3) - (2x + 1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.
Vậy nghiệm của đa thức $(6x + 3) - (2x + 1)$ là $x = -\frac{1}{2}$.
b) $x = 0$ và $x = 10$;
c) $x = -1$ và $x = 1$;
d) $x = 0$ và $x = -\frac{1}{2}$.

55. a) $x = 0, x = 2\sqrt{2}; x = -2\sqrt{2};$

b) $x = -4;$

c) $x = 1$ và $x = 4.$

Hướng dẫn: $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - x) - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 4) = 0.$

56. a) $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi x , nên $x^2 - x + 1$ không có nghiệm.

b) $x^4 + 2x^2 + 1 > 0$ với mọi x , nên $x^4 + 2x^2 + 1$ không có nghiệm.

c) • Xét $x \leq 0$ thì $x^8 \geq 0, -x^5 \geq 0, x^2 \geq 0, -x \geq 0$

nên $P(x) = x^8 - x^5 + x^2 - x + 1 \geq 1 > 0.$

• Xét $0 < x < 1$ thì $x^8 > 0, x^2 > 0, 1 - x^3 > 0, 1 - x > 0$ nên

$$P(x) = x^8 + x^2(1 - x^3) + (1 - x) > 0.$$

• Xét $x \geq 1$ thì $x^5 > 0, x^3 - 1 \geq 0, x > 0, x - 1 \geq 0$ nên

$$P(x) = x^5(x^3 - 1) + x(x - 1) + 1 > 0.$$

Trong cả ba khoảng trên, ta đều có $P(x) \neq 0$. Vậy đa thức

$P(x) = x^8 - x^5 + x^2 - x + 1$ không có nghiệm.

57. Học sinh tự làm.

58. Ta có $xP(x + 1) = (x + 2)P(x)$ với mọi x .

Tại $x = 0$ có $0 \cdot P(1) = 2P(0) \Rightarrow P(0) = 0.$

Tại $x = -2$ có $(-2)P(-1) = 0 \cdot P(-2) \Rightarrow P(-1) = 0.$

Vậy đa thức $P(x)$ có ít nhất hai nghiệm $x = 0; x = -1.$

59. a) Chẳng hạn a) $x + \sqrt{5};$ b) $(x + 2)(x - 3) = x^2 - x - 6;$ c) $x^4 + 2.$

60. $Q(x) = 3x + \frac{1}{2}.$

61. Do $P(x) = ax + b$ nên $P(x_1) = ax_1 + b; P(x_2) = ax_2 + b; P(x_1 + x_2) = a(x_1 + x_2) + b$

$$P(x_1 + x_2) = P(x_1) + P(x_2) \Leftrightarrow a(x_1 + x_2) + b = ax_1 + b + ax_2 + b \Leftrightarrow b = 0.$$

Vậy $P(x) = ax.$

62. $a = -6.$

63. a) $P(a) = \frac{(a-a)(a-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(a-a)(a-c)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(a-b)(a-c)}{(a-b)(a-c)} - 1$
 $= 1 - 1 = 0.$

Tương tự $P(b) = 0; P(c) = 0.$

Vậy $P(x)$ có ít nhất ba nghiệm là $a, b, c.$

b) $P(x)$ là đa thức bậc không quá 2, lại có ít nhất ba nghiệm nên $P(x)$ phải là đa thức không. Tức là $P(x) = 0$ với mọi $x.$

MỤC LỤC

	Trang
<i>Lời nói đầu</i>	3
Chương 1. SỐ HỮU TỈ – SỐ THỰC	5
CHỦ ĐỀ 1. Tập hợp Q các số hữu tỉ	5
Dạng 1. Nhận biết một số hữu tỉ	6
Dạng 2. Biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số	8
Dạng 3. So sánh các số hữu tỉ	9
CHỦ ĐỀ 2. Cộng, trừ số hữu tỉ	13
Dạng 1. Thực hiện phép tính cộng, trừ	14
Dạng 2. Toán tìm x	16
CHỦ ĐỀ 3. Nhân, chia số hữu tỉ	18
Dạng 1. Thực hiện phép tính	18
Dạng 2. Toán tìm x	22
CHỦ ĐỀ 4. Giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ	
Cộng, trừ, nhân, chia số thập phân	25
Dạng 1. Thực hiện phép tính cộng, trừ, nhân, chia số thập phân	26
Dạng 2. Giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ	28
CHỦ ĐỀ 5. Lũy thừa của một số hữu tỉ	32
Dạng 1. Thực hiện phép tính về lũy thừa	33
Dạng 2. So sánh hai lũy thừa	35
Dạng 3. Toán tìm x	37
CHỦ ĐỀ 6. Tỷ lệ thức. Các tính chất của tỷ lệ thức	39
Dạng 1. Lập tỷ lệ thức	39
Dạng 2. Tìm các số hạng của tỷ lệ thức	41
Dạng 3. Chứng minh tỷ lệ thức	44
Dạng 4. Giải toán có liên quan đến tỷ lệ thức	47
CHỦ ĐỀ 7. Số thập phân hữu hạn	
Số thập phân vô hạn tuần hoàn	49
Dạng 1. Nhận biết một phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn	50
Dạng 2. Viết số thập phân hữu hạn, vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số	52

Dạng 3. So sánh các số thập phân	54
Dạng 4. Giải toán có liên quan đến tỉ lệ thức	47
CHỦ ĐỀ 8. Phép làm tròn số	55
Dạng 1. Làm tròn số	55
Dạng 2. Ước lượng kết quả của phép tính	54
CHỦ ĐỀ 9. Số vô tỉ – Khái niệm về căn bậc hai – Số thực	58
Dạng 1. Tìm căn bậc hai của một số không âm	58
Dạng 2. Số vô tỉ	61
Dạng 3. So sánh số thực	64
LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ	66
Chương 2. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ	81
CHỦ ĐỀ 1. Đại lượng tỉ lệ thuận và một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận	81
Dạng 1. Xác định hai đại lượng tỉ lệ thuận, hệ số tỉ lệ và các giá trị tương ứng của chúng	82
Dạng 2. Toán thực tế liên quan đến đại lượng tỉ lệ thuận	85
Dạng 3. Chia một số thành các phần tỉ lệ với các số đã cho	87
CHỦ ĐỀ 2. Đại lượng tỉ lệ nghịch và một số bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch	89
Dạng 1. Xác định hai đại lượng tỉ lệ nghịch, hệ số tỉ lệ và các giá trị tương ứng của chúng	90
Dạng 2. Toán thực tế về đại lượng tỉ lệ nghịch	92
Dạng 3. Chia một số thành những phần tỉ lệ nghịch với các số cho trước	94
CHỦ ĐỀ 3. Hàm số	97
Dạng 1. Xác định tương quan hàm số giữa hai đại lượng	96
Dạng 2. Tìm giá trị của hàm số khi biết giá trị của biến số và tìm giá trị của biến số khi biết giá trị của hàm số	100
Dạng 3. Tìm tập xác định của hàm số	103
CHỦ ĐỀ 4. Mặt phẳng tọa độ và đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$)	106
Dạng 1. Đánh dấu điểm trên mặt phẳng tọa độ khi biết tọa độ của nó và xác định tọa độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ	107
Dạng 2. Đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$)	109
CHỦ ĐỀ 5. Đồ thị của hàm số $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)	112
LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ	117

Chương 3. THỐNG KÊ	126
CHỦ ĐỀ 1. Bảng số liệu thống kê và tần số	126
Dạng 1. Xác định dấu hiệu, số đơn vị điều tra, các giá trị khác nhau của dấu hiệu, tần số và tần suất	127
Dạng 2. Lập bảng "Tần số"	129
CHỦ ĐỀ 2. Biểu đồ	131
Dạng 1. Vẽ biểu đồ	132
Dạng 2. Nhìn biểu đồ đọc kết quả	135
CHỦ ĐỀ 3. Số trung bình cộng. Mốt	136
LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ	140
Chương 4. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ	145
CHỦ ĐỀ 1. Khái niệm về biểu thức đại số. Giá trị của một biểu thức đại số	145
Dạng 1. Viết các biểu thức đại số và diễn đạt các biểu thức đại số	146
Dạng 2. Xác định biểu thức đại số nguyên và phân	148
Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức đại số	149
Dạng 4. Tính giá trị của biến để biểu thức đại số thỏa mãn điều kiện cho trước	151
CHỦ ĐỀ 2. Đơn thức - Đơn thức đồng dạng	153
Dạng 1. Xác định đơn thức, bậc của đơn thức	154
Dạng 2. Tích của các đơn thức	156
Dạng 3. Xác định hai đơn thức đồng dạng và cộng (trừ) hai đơn thức đồng dạng	157
CHỦ ĐỀ 3. Đa thức - Cộng, trừ đa thức	159
Dạng 1. Xác định đa thức và bậc của đa thức	160
Dạng 2. Cộng, trừ đa thức	162
CHỦ ĐỀ 4. Đa thức một biến - Cộng trừ đa thức một biến	164
Dạng 1. Xác định bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức	164
Dạng 2. Cộng, trừ đa thức một biến	166
CHỦ ĐỀ 5. Nghiệm của đa thức một biến	169
Dạng 1. Xác định một số có là nghiệm của đa thức hay không	170
Dạng 2. Tìm nghiệm của đa thức cho trước	171
Dạng 3. Xác định đa thức thỏa mãn điều kiện cho trước	174
LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ	176

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Tổng biên tập kiêm Phó Tổng Giám đốc NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:
Phó Tổng biên tập NGÔ ÁNH TUYẾT
Giám đốc CTCP Sách giáo dục tại TP Hà Nội CẦN HỮU HẢI

Biên tập nội dung:
HOÀNG VIỆT – MAI MINH TUÂN

Sửa bản in:
MAI MINH TUÂN

Trình bày bìa:
HOÀNG MẠNH DỨA

Thiết kế sách và chế bản:
CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ VĂN HÓA TRUYỀN THÔNG DIỄM TƯỜNG

Công ty CP sách giáo dục tại TP Hà Nội - Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam
giữ quyền công bố tác phẩm

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN 7 THEO CHỦ ĐỀ – PHẦN ĐẠI SỐ
(BÁM SÁT CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG)

Mã số: T7T58s2 -TTS

Số đăng ký KHXB: 57-2012/CXB/571- 23/GD.

In 2.000 cuốn, (88TK), khổ 17 x 24 cm Số in: 691. In tại Công ty CP In Thái Nguyên.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 9 năm 2012