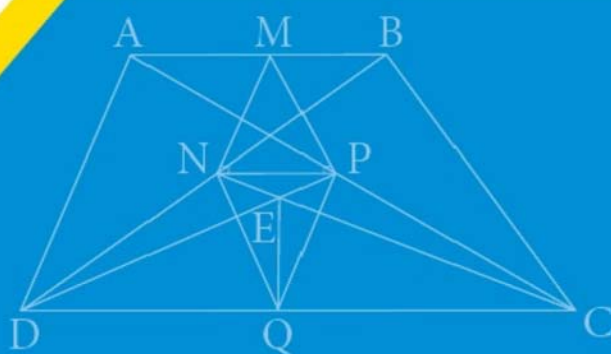


50 BỘ ĐỀ

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

TOÁN 8

Có đáp án



Đề 1

Bài 1: (3đ) Chứng minh rằng:

- a) $8^5 + 2^{11}$ chia hết cho 17
 b) $19^{19} + 69^{19}$ chia hết cho 44

Bài 2:

- a) Rút gọn biểu thức: $\frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 4x^2 - 18x + 9}$
 b) Cho $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 (x, y, z \neq 0)$. Tính $\frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$

Bài 3: (3đ)

Cho tam giác ABC. Lấy các điểm D, E theo thứ tự thuộc tia đối của các tia BA, CA sao cho $BD = CE = BC$. Gọi O là giao điểm của BE và CD. Qua O vẽ đường thẳng song song với tia phân giác của góc A, đường thẳng này cắt AC ở K. Chứng minh rằng $AB = CK$.

Bài 4 (1đ).

Tìm giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất của biểu thức sau (nếu có):

$$M = 4x^2 + 4x + 5$$

Đáp án

Bài 1 : (3đ)

- a) (1,5đ) Ta có: $8^5 + 2^{11} = (2^3)^5 + 2^{11} = 2^{15} + 2^{11} = 2^{11}(2^4 + 1) = 2^{11} \cdot 17$
 Rõ ràng kết quả trên chia hết cho 17.
 b) (1,5đ) áp dụng hằng đẳng thức:
 $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$ với mọi n lẻ.
 Ta có: $19^{19} + 69^{19} = (19 + 69)(19^{18} - 19^{17} \cdot 69 + \dots + 69^{18})$
 $= 88(19^{18} - 19^{17} \cdot 69 + \dots + 69^{18})$ chia hết cho 44.

Bài 2 : (3đ)

- a) (1,5đ) Ta có: $x^2 + x - 6 = x^2 + 3x - 2x - 6 = x(x+3) - 2(x+3)$
 $= (x+3)(x-2)$
 $x^3 - 4x^2 - 18x + 9 = x^3 - 7x^2 + 3x^2 - 21x + 3x + 9$
 $= (x^3 + 3x^2) - (7x^2 + 21x) + (3x + 9)$
 $= x^2(x+3) - 7x(x+3) + 3(x+3)$
 $= (x+3)(x^2 - 7x + 3)$
 $\Rightarrow \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 4x^2 - 18x + 9} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x^2 - 7x + 3)} = \frac{(x-2)}{x^2 - 7x + 3}$ Với điều kiện $x \neq -1$; $x^2 - 7x + 3 \neq 0$
 b) (1,5đ) Vì

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Rightarrow \frac{1}{z} = -\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{z^3} = -\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^3 \Rightarrow \frac{1}{z^3} = -\left(\frac{1}{x^3} + 3 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{y} + 3 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y^2} + \frac{1}{y^3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} = -3 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \Rightarrow \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} = 3 \cdot \frac{1}{xyz}$$

$$\text{Do đó : } xyz\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3}\right) = 3 \Leftrightarrow \frac{xyz}{x^3} + \frac{xyz}{y^3} + \frac{xyz}{z^3} = 3 \Leftrightarrow \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{xy}{z^2} = 3$$

Bài 3 : (3đ)

Chứng minh :

Vẽ hình bình hành ABMC ta có AB = CM .

Để chứng minh AB = KC ta cần chứng minh KC = CM.

Thật vậy xét tam giác BCE có BC = CE (gt) $\Rightarrow$ tam giác BCE cân tại C $\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{E}$ vì góc $\widehat{C_1}$ là góc ngoài của tam giác BCE $\Rightarrow$

$$\widehat{C_1} = \widehat{B_1} + \widehat{E} \Rightarrow \widehat{B_1} = \frac{1}{2} \widehat{C_1} \text{ mà } AC \parallel BM$$

$$(\text{ta vẽ}) \Rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{CBM} \Rightarrow \widehat{B_1} = \frac{1}{2} \widehat{CBM}$$

nên BO là tia phân giác của $\widehat{CBM}$.

Hoàn toàn tương tự ta có CD là tia phân giác của góc BCM . Trong tam giác BCM, OB, CO, MO đồng quy tại O $\Rightarrow$ MO là tia phân giác của góc CMB

Mà : $\widehat{BAC}, \widehat{BMC}$ là hai góc đối của hình bình hành BMCA $\Rightarrow$ MO // với tia phân giác của góc A theo gt tia phân giác của góc A còn song song với OK $\Rightarrow$ K, O, M thẳng hàng.

$$\text{Ta lại có : } \widehat{M_1} = \frac{1}{2} \widehat{BMC} (\text{cmt}); \widehat{A} = \widehat{M} \Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{A_2} \text{ mà } \widehat{A_2} = \widehat{K_1} \text{ (hai góc đồng vị)}$$

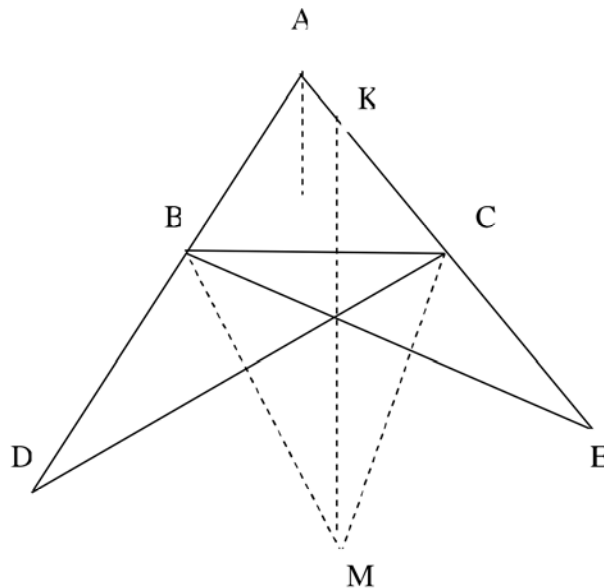
$$\Rightarrow \widehat{K_1} = \widehat{M_1} \Rightarrow \triangle CKM \text{ cân tại C} \Rightarrow CK = CM. \text{ Kết hợp } AB = CM \Rightarrow AB = CK \text{ (đpcm)}$$

Bài 4: (1đ)

$$\text{Ta có } M = 4x^2 + 4x + 5 = [(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1] + 4$$

$$= (2x + 1)^2 + 4.$$

$$\text{Vì } (2x + 1)^2 \geq 0 \Rightarrow (2x + 1)^2 + 4 \geq 4 \Leftrightarrow M \geq 4$$



Vậy giá trị nhỏ nhất của $M = 4$ khi $x = -\frac{1}{2}$

đề 2

Câu 1 . Tìm một số có 8 chữ số: $\overline{a_1a_2\dots a_8}$ thỏa mãn 2 điều kiện a và b sau:

a) $\overline{a_1a_2a_3} = (\overline{a_7a_8})^2$ b) $\overline{a_4a_5a_6a_7a_8} = (\overline{a_7a_8})^3$

Câu 2 . Chứng minh rằng: $(x^m + x^n + 1)$ chia hết cho $x^2 + x + 1$.

khi và chỉ khi $(mn - 2) : 3$.

áp dụng phân tích đa thức thành nhân tử: $x^7 + x^2 + 1$.

Câu 3 . Giải phương trình:

$$\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{2005.2006.2007} \right) x = (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 2006.2007).$$

Câu 4 . Cho hình thang ABCD (đáy lớn CD). Gọi O là giao điểm của AC và BD; các đường kẻ từ A và B lần lượt song song với BC và AD cắt các đường chéo BD và AC tương ứng ở F và E. Chứng minh:

EF // AB

b). $AB^2 = EF.CD$.

c) Gọi S_1 , S_2 , S_3 và S_4 theo thứ tự là diện tích của các tam giác OAB; OCD; OAD và OBC

Chứng minh: $S_1 . S_2 = S_3 . S_4$.

Câu 5 . Tìm giá trị nhỏ nhất: $A = x^2 - 2xy + 6y^2 - 12x + 2y + 45$.

Đáp án

Câu 1 . Ta có $\overline{a_1a_2a_3} = (\overline{a_7a_8})^2$ (1) $\overline{a_4a_5a_6a_7a_8} = (\overline{a_7a_8})^3$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 22 \leq a_7 a_8 \leq 31$

$$\Rightarrow (\overline{a_7a_8})^3 = \overline{a_4a_5a_600} + \overline{a_7a_8} \Leftrightarrow (\overline{a_7a_8})^3 - \overline{a_7a_8} = \overline{a_4a_5a_600}.$$

$$\Leftrightarrow (\overline{a_7a_8} - 1) \overline{a_7a_8} (\overline{a_7a_8} + 1) = 4 . 25 . \overline{a_4a_5a_6}$$

do $(\overline{a_7a_8} - 1)$; $\overline{a_7a_8}$; $(\overline{a_7a_8} + 1)$ là 3 số tự nhiên liên tiếp nên có 3 khả năng:

a) $\overline{a_7a_8} = 24 \Rightarrow \overline{a_1a_2a_3\dots a_8}$ là số 57613824.

b) $\overline{a_7a_8} - 1 = 24 \Rightarrow \overline{a_7a_8} = 25 \Rightarrow$ số đó là 62515625

c) $\overline{a_7a_8} = 26 \Rightarrow$ không thỏa mãn

câu 2 . Đặt $m = 3k + r$ với $0 \leq r \leq 2$ $n = 3t + s$ với $0 \leq s \leq 2$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow x^m + x^n + 1 &= x^{3k+r} + x^{3t+s} + 1 = x^{3k} x^r - x^r + x^{3t} x^s - x^s + x^r + x^s + 1. \\ &= x^r (x^{3k} - 1) + x^s (x^{3t} - 1) + x^r + x^s + 1 \end{aligned}$$

ta thấy: $(x^{3k} - 1) : (x^2 + x + 1)$ và $(x^{3t} - 1) : (x^2 + x + 1)$

vậy: $(x^m + x^n + 1) : (x^2 + x + 1)$

$$\Leftrightarrow (x^r + x^s + 1) : (x^2 + x + 1) \text{ với } 0 \leq r; s \leq 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r=2 \text{ và } s=1 \\ r=1 \text{ và } s=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=3k+2 \text{ và } n=3t+1 \\ m=3k+1 \text{ và } n=3t+2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow mn-2=(3k+2)(3t+1)-2=9kt+3k+6t=3(3kt+k+2t)$$

$$mn-2=(3k+1)(3t+2)-2=9kt+6k+3t=3(3kt+2k+t)$$

$\Rightarrow (mn-2):3$ Điều phải chứng minh.

áp dụng: $m=7; n=2 \Rightarrow mn-2=12:3$.

$$\Leftrightarrow (x^7+x^2+1):(x^2+x+1)$$

$$\Leftrightarrow (x^7+x^2+1):(x^2+x+1)=x^5+x^4+x^2+x+1$$

Câu 3 . Giải PT:

$$\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{2005.2006.2007} \right) x = (1.2 + 2.3 + \dots + 2006.2007)$$

Nhân 2 vế với 6 ta được:

$$3 \left(\frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{2.3.4} + \dots + \frac{2}{2005.2006.2007} \right) x = 2[(1.2(3-0) + 2.3(4-1) + \dots + 2006.2007(2008-2005))]$$

$$3 \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots - \frac{1}{2006.2007} \right) x$$

$$= 2(1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + \dots + 2006.2007.2008 - 2005.2006.2007)$$

$$\Leftrightarrow 3 \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2006.2007} \right) x = 2.2006.2007.2008 \Leftrightarrow x = \frac{1003.1004.669}{5.100.651}$$

Câu 4 .a) Do $\begin{cases} AE \parallel BC \\ BF \parallel AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{OE}{OB} = \frac{OA}{OC} \\ \frac{OF}{OA} = \frac{OB}{OD} \end{cases}$

Mặt khác $AB \parallel CD$ ta lại có

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \text{ nên } \frac{OE}{OB} = \frac{OF}{OA} \Rightarrow EF \parallel AB$$

b). $ABCA_1$ và ABB_1D là hình bình hành $\Rightarrow A_1C = DB_1 = AB$

Vì $EF \parallel AB \parallel CD$ nên $\frac{EF}{AB} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow AB^2 = EF.CD$.

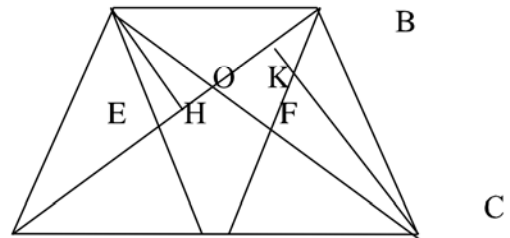
c) Ta có: $S_1 = \frac{1}{2}AH.OB$; $S_2 = \frac{1}{2}CK.OD$; $S_3 = \frac{1}{2}AH.OD$; $S_4 = \frac{1}{2}OK.OD$.

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_4} = \frac{\frac{1}{2}AH.OB}{\frac{1}{2}CK.OD} = \frac{AH}{CK}; \quad \frac{S_3}{S_2} = \frac{\frac{1}{2}AH.OD}{\frac{1}{2}CK.OD} = \frac{AH}{CK} \Rightarrow \frac{S_1}{S_4} = \frac{S_3}{S_2} \Rightarrow S_1.S_2 = S_3.S_4$$

Câu 5. $A = x^2 - 2xy + 6y^2 - 12x + 2y + 45$

$$= x^2 + y^2 + 36 - 2xy - 12x + 12y + 5y^2 - 10y + 5 + 4$$

$$= (x - y - 6)^2 + 5(y - 1)^2 + 4 \geq 4$$



$$\begin{cases} y - 1 = 0 \\ x - y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 7 \end{cases}$$

đề 3

Câu 1: a. Rút gọn biểu thức:

$$A = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)\dots\dots(2^{256}+1) + 1$$

b. Nếu $x^2 = y^2 + z^2$

Chứng minh rằng: $(5x - 3y + 4z)(5x - 3y - 4z) = (3x - 5y)^2$

Câu 2: a. Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$ (1) và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$ (2)

Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$

b. Biết $a + b + c = 0$ Tính: $B = \frac{ab}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{bc}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{ca}{c^2 + a^2 - b^2}$

Câu 3: Tìm x , biết:

$$\frac{x-1}{2006} + \frac{x-10}{1997} + \frac{x-19}{1988} = 3 \quad (1)$$

Câu 4: Cho hình vuông ABCD, $M \in$ đường chéo AC. Gọi E, F theo thứ tự là hình chiếu của M trên AD, CD. Chứng minh rằng:

a. $BM \perp EF$

b. Các đường thẳng BM, EF, CE đồng quy.

Câu 5: Cho a, b, c , là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = (a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

Đáp án

Câu 1: a. (1,25 điểm) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= (2-1)(2+1)(2^2+1)\dots\dots + 1 \\ &= (2^2-1)(2^2+1)\dots\dots (2^{256}+1) \\ &= (2^4-1)(2^4+1)\dots\dots (2^{256}+1) \\ &\dots\dots\dots \\ &= [(2^{256})^2 - 1] + 1 \\ &= 2^{512} \end{aligned}$$

b. (1 điểm) Ta có:

$$\begin{aligned} (5x - 3y + 4z)(5x - 3y - 4z) &= (5x - 3y)^2 - 16z^2 = 25x^2 - 30xy + 9y^2 - 16z^2 \quad (*) \\ \text{Vì } x^2 &= y^2 + z^2 \Rightarrow (*) = 25x^2 - 30xy + 9y^2 - 16(x^2 - y^2) = (3x - 5y)^2 \end{aligned}$$

Câu 2: (1,25 điểm) a. Từ (1) $\Rightarrow bcx + acy + abz = 0$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2\left(\frac{ab}{xy} + \frac{ac}{xz} + \frac{bc}{yz}\right) = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 4 - 2\left(\frac{abz + acy + bcx}{xyz}\right) = 4$$

b. (1,25 điểm) Từ $a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -c \Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = -2ab$

Tương tự $b^2 + c^2 - a^2 = -2bc$; $c^2 + a^2 - b^2 = -2ac$

$$\Rightarrow B = \frac{ab}{-2ab} + \frac{bc}{-2bc} + \frac{ca}{-2ca} = -\frac{3}{2}$$

Câu 3: (1,25 điểm)

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x-2007}{2006} + \frac{x-2007}{1997} + \frac{x-2007}{1988} = 0$$

$$\Rightarrow x = 2007$$

Câu 4: a. (1,25 điểm) Gọi K là giao điểm CB với EM;

H là giao điểm của EF và BM

$$\Rightarrow \triangle EMB = \triangle BKM \text{ (gcg)}$$

$$\Rightarrow \text{Góc MFE} = \text{KMB} \Rightarrow BH \perp EF$$

b. (1,25 điểm) $\triangle ADF = \triangle BAE$ (cg) $\Rightarrow AF \perp BE$

Tương tự: $CE \perp BF \Rightarrow BM$; AF ; CE

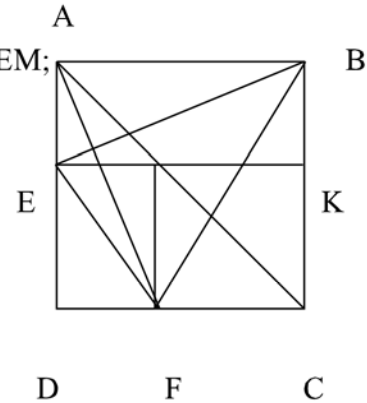
là các đường cao của $\triangle BEF \Rightarrow \text{đpcm}$

Câu 5: (1,5 điểm) Ta có:

$$P = 1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + 1 + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + 1 = 3 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right)$$

Mặt khác $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ với mọi x, y dương. $\Rightarrow P / 3+2+2+2=9$

Vậy P min = 9 khi a=b=c.



đề 4

Bài 1 (3đ):

1) Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 + 7x + 12$

b) $a^{10} + a^5 + 1$

2) Giải phương trình: $\frac{x+2}{98} + \frac{x+4}{96} = \frac{x+6}{94} + \frac{x+8}{92}$

Bài 2 (2đ):

Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $P = \frac{2x^2 + 3x + 3}{2x - 1}$ có giá trị nguyên

Bài 3 (4đ): Cho tam giác ABC (AB > AC)

1) Kẻ đường cao BM; CN của tam giác. Chứng minh rằng:

a) $\triangle ABM$ đồng dạng $\triangle ACN$

b) góc AMN bằng góc ABC

2) Trên cạnh AB lấy điểm K sao cho $BK = AC$. Gọi E là trung điểm của BC; F là trung điểm của AK.

Chứng minh rằng: EF song song với tia phân giác Ax của góc BAC.

Bài 4 (1đ):

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{x^2 - 2x + 2007}{2007x^2}, (x \text{ khác } 0)$$

Đáp án

Bài 1 (3đ):

1) a) $x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$ (1đ)

b) $a^{10} + a^5 + 1 = (a^{10} + a^9 + a^8) - (a^9 + a^8 + a^7) + (a^7 + a^6 + a^5) - (a^6 + a^5 + a^4) + (a^4 + a^3 + a^2) - (a^3 + a^2 + a) + (a^2 + a + 1) = (a^2 + a + 1)(a^8 - a^7 + a^5 - a^4 + a^3 - a^2 + a + 1)$ (1đ)

2)

$$\frac{x+2}{98} + \frac{x+4}{96} = \frac{x+6}{94} + \frac{x+8}{92}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x+2}{98} + 1\right) + \left(\frac{x+4}{96} + 1\right) = \left(\frac{x+6}{94} + 1\right) + \left(\frac{x+8}{92} + 1\right) \quad (0,5đ)$$

$$\Leftrightarrow (x+100)\left(\frac{1}{98} + \frac{1}{96} - \frac{1}{94} - \frac{1}{92}\right) = 0 \quad (0,25đ)$$

Vì: $\frac{1}{98} + \frac{1}{96} - \frac{1}{94} - \frac{1}{92} \neq 0$

Do đó: $x+100=0 \Leftrightarrow x=-100$

Vậy phương trình có nghiệm: $x=-100$ (0,25đ)

Bài 2 (2đ):

$$P = \frac{2x^2 + 3x + 3}{2x-1} = \frac{(2x^2 - x) + (4x - 2) + 5}{2x-1} = x + 2 + \frac{5}{2x-1} \quad (0,5đ)$$

x nguyên do đó $x+2$ có giá trị nguyên

để P có giá trị nguyên thì $\frac{5}{2x-1}$ phải nguyên hay $2x-1$ là ước nguyên của 5 (0,5đ)

$\Rightarrow * 2x-1=1 \Rightarrow x=1$

$* 2x-1=-1 \Rightarrow x=0$

$* 2x-1=5 \Rightarrow x=3$

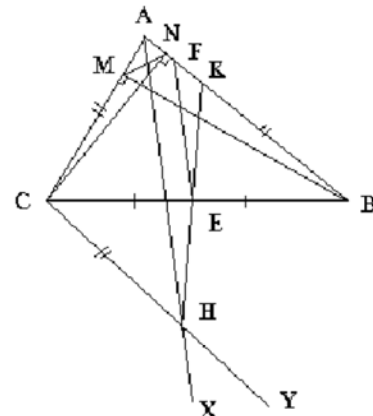
$* 2x-1=-5 \Rightarrow x=-2$ (0,5đ)

Vậy $x = \{1; 0; 3; -2\}$ thì P có giá trị nguyên.

Khi đó các giá trị nguyên của P là:

$x=1 \Rightarrow P=8$

$x=0 \Rightarrow P=-3$



$$x = 3 \Rightarrow P = 6$$

$$x = -2 \Rightarrow P = -1 \quad (0,5đ)$$

Bài 3 (4đ):

1) a) chứng minh $\triangle ABM$ đồng dạng $\triangle CAN$ (1đ)

b) Từ câu a suy ra: $\frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AN} \Rightarrow \triangle AMN$ đồng dạng $\triangle ABC$

$\Rightarrow \angle AMN = \angle ABC$ (hai góc tương ứng) (1,25đ)

2) Kẻ $Cy \parallel AB$ cắt tia Ax tại H (0,25đ)

$\angle BAH = \angle CHA$ (so le trong, $AB \parallel CH$)

mà $\angle CAH = \angle BAH$ (do Ax là tia phân giác) (0,5đ)

Suy ra:

$\angle CHA = \angle CAH$ nên $\triangle CAH$ cân tại C

do đó : $\left. \begin{array}{l} CH = CA \\ BK = CA \end{array} \right\} \Rightarrow CH = BK \text{ và } CH \parallel BK \quad (0,5đ)$

Vậy tứ giác $KCHB$ là hình bình hành suy ra: E là trung điểm KH

Do F là trung điểm của AK nên EF là đường trung bình của tam giác KHA . Do đó $EF \parallel AH$ hay $EF \parallel Ax$ (đpcm) (0,5đ)

Bài 4 (1đ):

$$\begin{aligned} A &= \frac{2007x^2 - 2x \cdot 2007 + 2007^2}{2007x^2} = \frac{x^2 - 2x \cdot 2007 + 2007^2}{2007x^2} + \frac{2006x^2}{2007x^2} \\ &= \frac{(x - 2007)^2}{2007x^2} + \frac{2006}{2007} \geq \frac{2006}{2007} \end{aligned}$$

$$A_{\min} = \frac{2006}{2007} \text{ khi } x - 2007 = 0 \text{ hay } x = 2007 \quad (0,5đ)$$

đề 5

Câu 1 (3 điểm) . Cho biểu thức $A = \left(\frac{x^2}{x^3 - 4x} + \frac{6}{6 - 3x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$

a, Tìm điều kiện của x để A xác định .

b, Rút gọn biểu thức A .

c, Tìm giá trị của x để $A > 0$

Câu 2 (1,5 điểm) .Giải phương trình sau : $\frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1} + 2 = -\frac{x^2 - 5x + 1}{2x + 1}$

Câu 3 (3,5 điểm): Cho hình vuông $ABCD$. Qua A kẻ hai đường thẳng vuông góc với nhau lần lượt cắt BC tại P và R , cắt CD tại Q và S .

1, Chứng minh $\triangle AQR$ và $\triangle APS$ là các tam giác cân.

2, QR cắt PS tại H ; M , N là trung điểm của QR và PS . Chứng minh tứ giác $AMHN$ là hình chữ nhật.

3, Chứng minh P là trực tâm ΔSQR .

4, MN là trung trực của AC.

5, Chứng minh bốn điểm M, B, N, D thẳng hàng.

Câu 4 (1 điểm):

Cho biểu thức $A = \frac{2x^2 + 3x + 3}{2x + 1}$. Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên

Câu 5 (1 điểm)

a, Chứng minh rằng $x^3 + y^3 + z^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + z^3$

b, Cho $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$. Tính $A = \frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$

Đáp án

Câu 1

a, $x \neq 2, x \neq -2, x \neq 0$

$$\begin{aligned} \text{b, } A &= \left(\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \frac{6}{x + 2} \\ &= \frac{x - 2(x + 2) + x - 2}{(x - 2)(x + 2)} : \frac{6}{x + 2} \\ &= \frac{-6}{(x - 2)(x + 2)} \cdot \frac{x + 2}{6} = \frac{1}{2 - x} \end{aligned}$$

c, Để $A > 0$ thì $\frac{1}{2 - x} > 0 \Leftrightarrow 2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$

Câu 2 . ĐKXD : $x \neq -1; x \neq -\frac{1}{2}$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1} + 1 + \frac{x^2 - 5x + 1}{2x + 1} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} + \frac{x^2 - 3x + 2}{2x + 1} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2) \left(\frac{1}{x + 1} + \frac{1}{2x + 1} \right) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2)(3x + 2) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 2)(3x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1; x = 2; x = -\frac{2}{3}$$

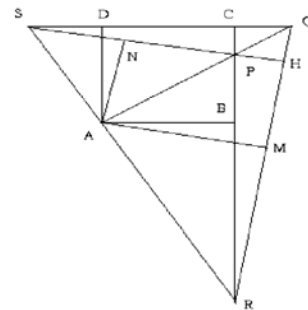
Cả 3 giá trị trên đều thỏa mãn ĐKXD.

Vậy PT đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ 1; 2; -\frac{2}{3} \right\}$

Câu 3:

1, $\Delta ADQ = \Delta ABR$ vì chúng là hai tam giác vuông (đề ý góc có cạnh vuông góc) và $DA = BD$ (cạnh hình vuông). Suy ra $AQ = AR$, nên ΔAQR là tam giác vuông cân. Chứng minh tổng tự ta có: $\Delta ARP = \Delta ADS$

do đó $AP = AS$ và ΔAPS là tam giác cân tại A.



Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

2, AM và AN là đường trung tuyến của tam giác vuông cân AQR và APS nên $AN \perp SP$ và $AM \perp RQ$.

Mặt khác : $\angle PAN = \angle PAM = 45^\circ$ nên góc MAN vuông. Vậy tứ giác AHMN có ba góc vuông, nên nó là hình chữ nhật.

3, Theo giả thiết: $QA \perp RS$, $RC \perp SQ$ nên QA và RC là hai đường cao của $\triangle SQR$. Vậy P là trực tâm của $\triangle SQR$.

4, Trong tam giác vuông cân AQR thì MA là trung điểm nên $AM = \frac{1}{2} QR$.

Trong tam giác vuông RCQ thì CM là trung tuyến nên $CM = \frac{1}{2} QR$.

$\Rightarrow MA = MC$, nghĩa là M cách đều A và C.

Chứng minh tương tự cho tam giác vuông cân ASP và tam giác vuông SCP, ta có $NA = NC$, nghĩa là N cách đều A và C. Hay MN là trung trực của AC

5, Vì ABCD là hình vuông nên B và D cũng cách đều A và C. Nói cách khác, bốn điểm M, N, B, D cùng cách đều A và C nên chúng phải nằm trên đường trung trực của AC, nghĩa là chúng thẳng hàng.

Câu 4 . Ta có ĐKXĐ $x \neq -1/2$

$$A = (x + 1) + \frac{2}{2x+1} \text{ vì } x \in \mathbb{Z} \text{ nên để } A \text{ nguyên thì } \frac{2}{2x+1} \text{ nguyên}$$

Hay $2x+1$ là ước của 2 . Vậy :

$$2x+1 = 2 \Rightarrow x=1/2 \text{ (loại)}$$

$$2x+1 = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$2x+1 = -1 \Rightarrow x = -1$$

$$2x + 1 = -2 \Rightarrow x = -3/2 \text{ (loại)}$$

KL : Với $x = 0$, $x = -1$ thì A nhận giá trị nguyên

Câu 5 . a, , Chứng minh $x^3 + y^3 + z^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) + z^3$

Biến đổi vế phải đọc điều phải chứng minh.

b, Ta có $a+b+c=0$ thì

$$a^3 + b^3 + c^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3 = -c^3 - 3ab(-c) + c^3 = 3abc$$

(vì $a+b+c=0$ nên $a+b=-c$)

$$\text{Theo giả thiết } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0. \Rightarrow \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} = \frac{3}{xyz}.$$

$$\text{khi đó } A = \frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2} = \frac{xyz}{x^3} + \frac{xyz}{y^3} + \frac{xyz}{z^3} = xyz \left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} \right) = xyz \times \frac{3}{xyz} = 3$$

=====

đề 6

Bài 1 : (2 điểm) Cho biểu thức :

$$M = \left(\frac{x^2 - 1}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + 1} \right) \left(x^4 + \frac{1 - x^4}{1 + x^2} \right)$$

a) Rút gọn

b) Tìm giá trị bé nhất của M .

Bài 2 : (2 điểm) Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

$$A = \frac{4x^3 - 3x^2 + 2x - 83}{x - 3}$$

Bài 3 : 2 điểm

Giải phương trình :

a) $x^2 - 2005x - 2006 = 0$

b) $|x-2| + |x-3| + |2x-8| = 9$

Bài 4 : (3đ) Cho hình vuông ABCD . Gọi E là 1 điểm trên cạnh BC . Qua E kẻ tia Ax vuông góc với AE . Ax cắt CD tại F . Trung tuyến AI của tam giác AEF cắt CD ở K . Đường thẳng qua E song song với AB cắt AI ở G . Chứng minh :

a) $AE = AF$ và tứ giác EGKF là hình thoi .

b) $\triangle AEF \sim \triangle CAF$ và $AF^2 = FK.FC$

c) Khi E thay đổi trên BC chứng minh : $EK = BE + DK$ và chu vi tam giác EKC không đổi .

Bài 5 : (1đ) Chứng minh : $B = n^4 - 14n^3 + 71n^2 - 154n + 120$ chia hết cho 24

Đáp án

Bài 1 :

a) $M = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1) - x^4 + x^2 - 1}{(x^4 - x^2 + 1)(x^2 + 1)} (x^4 + 1 - x^2) = \frac{x^4 - 1 - x^4 + x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 1}$

b) Biến đổi : $M = 1 - \frac{3}{x^2 + 1}$. M bé nhất khi $\frac{3}{x^2 + 1}$ lớn nhất $\Leftrightarrow x^2 + 1$ bé nhất $\Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow M_{\text{bé nhất}} = -2$

Bài 2 : Biến đổi $A = 4x^2 + 9x + 29 + \frac{4}{x-3} \Leftrightarrow A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{4}{x-3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x-3$ là ước của 4

$\Leftrightarrow x-3 = \pm 1 ; \pm 2 ; \pm 4 \Leftrightarrow x = -1 ; 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 7$

Bài 3 : a) Phân tích vế trái bằng $(x-2006)(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-2006)(x+1) = 0 \Rightarrow x_1 = -1 ; x_2 = 2006$

c) Xét pt với 4 khoảng sau :

$x < 2 ; 2 \leq x < 3 ; 3 \leq x < 4 ; x \geq 4$

Rồi suy ra nghiệm của phương trình là : $x = 1 ; x = 5,5$

Bài 4 :

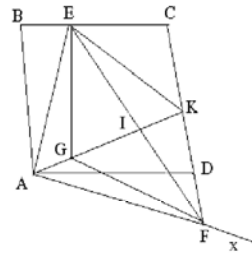
a) $\triangle ABE = \triangle ADF$ (c.g.c) $\Rightarrow AE = AF$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

ΔAEF vuông cân tại A nên $AI \perp EF$.

$\Delta IEG = \Delta IEK$ (g.c.g) $\Rightarrow IG = IK$.

Tứ giác EGFK có 2 đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường và vuông góc nên hình EGFK là hình thoi.



b) Ta có :

$KAF = ACF = 45^\circ$, góc F chung

$$\Delta AKI \sim \Delta CAF \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AF}{CF} = \frac{KF}{AF} \Rightarrow AF^2 = KF.CF$$

d) Tứ giác EGFK là hình thoi $\Rightarrow KE = KF = KD + DF = KD + BE$

Chu vi tam giác EKC bằng $KC + CE + EK = KC + CE + KD + BE = 2BC$ (Không đổi) .

Bài 5 : Biến đổi :

$$B = n(n-1)(n+1)(n+2) + 8n(n-1)(n+1) - 24n^3 + 72n^2 - 144n + 120$$

Suy ra B : 24

đề 7

Câu 1: (2 điểm) Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{6x+1}{x^2-6x} + \frac{6x-1}{x^2+6x} \right) \cdot \frac{x^2-36}{12x^2+12} \quad (\text{Với } x \neq 0 ; x \neq \pm 6)$$

1) Rút gọn biểu thức A

2) Tính giá trị biểu thức A với $x = \frac{1}{\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$

Câu 2: (1 điểm)

a) Chứng minh đẳng thức: $x^2 + y^2 + 1 \geq x.y + x + y$ (với mọi x ; y)

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$A = \frac{x-2}{x^3 - x^2 - x - 2}$$

Câu 3: (4 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD . Trên đường chéo BD lấy điểm P , gọi M là điểm đối xứng của C qua P .

a) Tứ giác AMDB là hình gì?

b) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của điểm M trên AD , AB .

Chứng minh: $EF \parallel AC$ và ba điểm E, F, P thẳng hàng.

c) Chứng minh rằng tỉ số các cạnh của hình chữ nhật MEAF không phụ thuộc vào vị trí của điểm P.

d) Giả sử $CP \perp DB$ và $CP = 2,4 \text{ cm}$,; $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$

Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD.

Câu 4 (2 điểm)

Cho hai bất phương trình:

$$3mx - 2m > x + 1 \quad (1)$$

$$m - 2x < 0 \quad (2)$$

Tìm m để hai bất phương trình trên có cùng một tập nghiệm.

Đáp án

Câu 1 (2 điểm)

1) (1 điểm) ĐK: $x \neq 0$; $x \neq \pm 6$)

$$A = \left[\frac{6x+1}{x(x-6)} + \frac{6x-1}{x(x+6)} \right] \cdot \frac{(x+6)(x-6)}{12(x^2+1)} = \frac{6x^2+36x+x+6+6x^2-36x-x+6}{x} \cdot \frac{1}{12(x^2+1)} = \\ = \frac{12(x^2+1)}{x} \cdot \frac{1}{12(x^2+1)} = \frac{1}{x}$$

$$2) A = \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{9+4\sqrt{5}}}} = \sqrt{9+4\sqrt{5}}$$

Câu 2: (2 điểm)

1) (1 điểm) $x^2 + y^2 + 1 \geq x \cdot y + x + y \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 - x - y - x - y \geq 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 - 2xy - 2x - 2y \geq 0 \Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (x^2 + 1 - 2x) + (y^2 + 1 - 2y) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$$

Bất đẳng thức luôn luôn đúng.

2) (2 điểm)

$$(1) \Leftrightarrow 3mx - x > 1 + 2m \Leftrightarrow (3m-1)x > 1+2m. \quad (*)$$

$$+ \text{Xét } 3m-1=0 \rightarrow m=1/3.$$

$$(*) \Leftrightarrow 0x > 1 + \frac{2}{3} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

$$+ \text{Xét } 3m-1 > 0 \rightarrow m > 1/3.$$

$$(*) \Leftrightarrow x > \frac{1+2m}{3m-1}$$

$$+ \text{Xét } 3m-1 < 0 \Leftrightarrow 3m < 1 \rightarrow m < 1/3$$

$$(*) \Leftrightarrow x < \frac{1+2m}{3m-1}.$$

$$\text{mà } (2) \Leftrightarrow 2x > m \Leftrightarrow x > m/2.$$

Hai bất phương trình có cùng tập nghiệm.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ \frac{1+2m}{3m-1} = \frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ 3m^2 - 5m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ (m-2)(m+1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m-2=0 \Leftrightarrow m=2.$$

Vậy : $m=2$.

Câu 3: (4 điểm)

a)(1 điểm) Gọi O là giao điểm của AC và BD.

→ $AM \parallel PO$ → tứ giác AMDB là hình thang.

b) (1 điểm) Do $AM \parallel BD$ →

góc OBA = góc MAE (đồng vị)

Xét tam giác cân OAB →

góc OBA = góc OAB

Gọi I là giao điểm của MA và EF → $\triangle AEI$ cân ở I → góc IAE = góc IEA

→ góc FEA = góc OAB → $EF \parallel AC$.(1)

Mặt khác IP là đường trung bình của $\triangle MAC$ → $IP \parallel AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : E, F, P thẳng hàng.

c) (1 điểm) Do $\triangle MAF \sim \triangle DBA$ (g-g) → $\frac{MF}{FA} = \frac{AD}{AB}$ không đổi.

d) Nếu $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{BD}{9} = \frac{PB}{16} = k \rightarrow PD = 9k; PB = 16k.$

Do đó $CP^2 = PB \cdot PD \rightarrow (2,4)^2 = 9 \cdot 16k^2 \rightarrow k = 0,2.$

$PD = 9k = 1,8$

$PB = 16k = 3,2$

$DB = 5$

Từ đó ta chứng minh được $BC^2 = BP \cdot BD = 16$

Do đó : $BC = 4$ cm

$CD = 3$ cm

Câu 4 (1 điểm)

$$\text{Ta có } A = \frac{x-2}{(x^2+x+1)(x-2)} = \frac{1}{x^2+x+1} = \frac{1}{(x+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$$

$$\text{Vậy } A_{\max} \Leftrightarrow \left[\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \right] \min \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$A_{\max} \text{ là } \frac{4}{3} \text{ khi } x = -1/2$$

=====

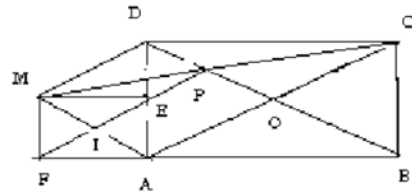
đề 8

Bài 1 (2.5 điểm)

a, Cho $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng $a^3 + a^2c - abc + b^2c + b^3 = 0$

b, Phân tích đa thức thành nhân tử:

$$A = bc(a+d)(b-c) - ac(b+d)(a-c) + ab(c+d)(a-b)$$



Cho biểu thức: $y = \frac{x}{(x+2004)^2}$; ($x > 0$)

Tìm x để biểu thức đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị đó

Bài 3: (2 ,5 điểm)

a, Tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn phương trình: :

$$(12x - 1)(6x - 1)(4x - 1)(3x - 1) = 330.$$

B, Giải bất phương trình: $|x - 6| \leq 3$

Bài 4: (3 ,5 điểm) Cho góc xoy và điểm I nằm trong góc đó. Kẻ IC vuông góc với ox ; ID vuông góc với oy . Biết IC = ID = a. Đường thẳng kẻ qua I cắt ox ở A cắt oy ở b.

A, Chứng minh rằng tích AC . DB không đổi khi đường thẳng qua I thay đổi.

B, Chứng minh rằng $\frac{CA}{DB} = \frac{OC^2}{OB^2}$

C, Biết $S_{AOB} = \frac{8a^2}{3}$. Tính CA ; DB theo a.

Đáp án

Bài 1: 3 điểm

a, Tính: Ta có: $a^3 + a^2c - abc + b^2c + b^3$
 $= (a^3 + b^3) + (a^2c - abc + b^2c) = (a + b)(a^2 - ab + b^2) + c(a^2 - ab + b^2)$
 $= (a + b + c)(a^2 - ab + b^2) = 0$ (Vì $a + b + c = 0$ theo giả thiết)

Vậy: $a^3 + a^2c - abc + b^2c + b^3 = 0$ (đpcm)

b, 1,5 điểm Ta có:

$$\begin{aligned} & bc(a+d) - 9b - c - ac(b+d)(a-c) + ab(c+d)(a-b) \\ &= bc(a+d)[(b-a) + (a-c)] - ac(a-c)(b+d) + ab(c+d)(a-b) \\ &= -bc(a+d)(a-b) + bc(a+d)(a-c) - ac(b+d)(a-c) + ab(c+d)(a-b) \\ &= b(a-b)[a(c+d) - c(a+d)] + c(a-c)[b(a+d) - a(b+d)] \\ &= b(a-b).d(a-c) + c(a-c).d(b-a) \\ &= d(a-b)(a-c)(b-c) \end{aligned}$$

Bài 2: 2 Điểm Đặt $t = \frac{1}{2004y}$

Bài toán đưa về tìm x để t bé nhất

$$\begin{aligned} \text{Ta có } t &= \frac{(x+2004)^2}{2004x} = \frac{x^2 + 2.2004x + 2004^2}{2004x} \\ &= \frac{x}{2004} + 2 + \frac{2004}{x} = \frac{x^2 + 2004^2}{2004x} + 2 \end{aligned} \quad (1)$$

Ta thấy: Theo bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương ta có:

$$x^2 + 2004^2 \geq 2.2004.x \Rightarrow \frac{x^2 + 2004^2}{2004x} \geq 2 \quad (2)$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = 2004$

Từ (1) và (2) suy ra: $t \geq 4 \Rightarrow$ Vậy giá trị bé nhất của $t = 4$ khi $x = 2004$.

$$\text{Vậy } y_{\max} = \frac{1}{2004t} = \frac{1}{8016} \text{ Khi } x = 2004$$

Bài 3: 2 Điểm

a, Nhân cả 2 vế của phương trình với 2.3.4 ta được:

$$(12x - 1)(12x - 2)(12x - 3)(12x - 4) = 330.2.3.4$$

$$(12x - 1)(12x - 2)(12x - 3)(12x - 4) = 11.10.9.8$$

Vế trái là 4 số nguyên liên tiếp khác 0 nên các thừa số phải cùng dấu (+) hoặc dấu (-).

$$\text{Suy ra ; } (12x - 1)(12x - 2)(12x - 3)(12x - 4) = 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \quad (1)$$

$$\text{Và } (12x - 1)(12x - 2)(12x - 3)(12x - 4) = (-11) \cdot (-10) \cdot (-9) \cdot (-8) \quad (2)$$

$$\text{Từ phương trình (1)} \Rightarrow 12x - 1 = 11 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Từ phương trình (2)} \Rightarrow 12x - 1 = -8 \Leftrightarrow x = \frac{-7}{12} \text{ suy ra } x \notin \mathbb{Z}.$$

Vậy $x=1$ thỏa mãn phương trình.

$$\text{b, Ta có } |x - 6| < 3 \Leftrightarrow -3 < x - 6 < 3 \Leftrightarrow 3 < x < 9$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \{x \in \mathbb{R} / 3 < x < 9\}$.

Bài 4 : 3 Điểm

Ta có A chung ; $\widehat{AIC} = \widehat{ABI}$ (cặp góc đồng vị)

$$\triangle IAC \sim \triangle BAO \text{ (gg).}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{AC}{AO} = \frac{IC}{BO} \Rightarrow \frac{AC}{IC} = \frac{AO}{BO} \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } \triangle BID \sim \triangle BAO \text{ (gg)}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{OA}{ID} = \frac{OB}{BD} \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{ID}{BD} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) Suy ra: } \frac{AC}{IC} = \frac{ID}{BD}$$

$$\text{Hay } AC \cdot BD = IC \cdot ID = a^2$$

$$\text{Suy ra: } AC \cdot BD = a^2 \text{ không đổi.}$$

$$\text{b, Nhân (1) với (2) ta có: } \frac{AC}{IC} \cdot \frac{ID}{BD} = \frac{OA}{OB} \cdot \frac{OA}{OB}$$

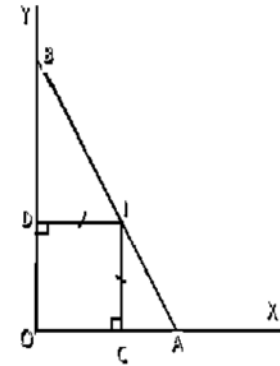
$$\text{mà } IC = ID \text{ (theo giả thiết) suy ra: } \frac{AC}{BD} = \frac{OA^2}{OB^2}$$

C, Theo công thức tính diện tích tam giác vuông ta có;

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \text{ mà } S_{AOB} = \frac{8a^2}{3} \text{ (giả thiết)}$$

$$\text{Suy ra: } OA \cdot OB = \frac{8a^2}{3} \Rightarrow OA \cdot OB = \frac{16a^2}{3}$$

$$\text{Suy ra: } (a + CA)(a + DB) = \frac{16a^2}{3} \Rightarrow a^2 + a(CA + DB) + CA \cdot DB = \frac{16a^2}{3}$$



$$\text{Mà } CA \cdot DB = a^2 \text{ (theo câu a)} \Rightarrow a(CA + DB) = \frac{16a^2}{3} - 2a^2$$

$$\Rightarrow CA + DB + \frac{\frac{16a^2}{3} - 2a^2}{a} = \frac{10a^2}{3}. \text{ Vậy: } \begin{cases} CA \cdot DB = a^2 \\ CA + DB = \frac{10a^2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ pt} \quad \Rightarrow CA = \frac{a}{3} \text{ và } DB = 3a$$

$$\text{Hoặc } CA = 3a \text{ và } DB = \frac{a}{3}$$

=====

đề 9

Bài 1 (2 điểm). Cho biểu thức : $P = \frac{x^2}{(x+y)(1-y)} - \frac{y^2}{(x+y)(1+x)} - \frac{x^2y^2}{(x+1)(1-y)}$

1. Rút gọn P.

2. Tìm các cặp số $(x; y) \in \mathbb{Z}$ sao cho giá trị của $P = 3$.

Bài 2 (2 điểm). Giải phương trình:

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} + \frac{1}{x^2 - 7x + 12} + \frac{1}{x^2 - 9x + 20} + \frac{1}{x^2 - 11x + 30} = \frac{1}{8}$$

Bài 3 (2 điểm). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{2x+1}{x^2+2}$$

Bài 4 (3 điểm). Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Gọi E; F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. M là giao điểm của CE và DF.

1. Chứng minh CE vuông góc với DF.

2. Chứng minh $\triangle MAD$ cân.

3. Tính diện tích $\triangle MDC$ theo a.

Bài 5 (1 điểm). Cho các số a; b; c thỏa mãn : $a + b + c = \frac{3}{2}$.

Chứng minh rằng : $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{3}{4}$.

Đáp án

Bài 1. (2 điểm - mỗi câu 1 điểm)

$$\text{MTC : } (x+y)(x+1)(1-y)$$

$$1. \quad P = \frac{x^2(1+x) - y^2(1-y) - x^2y^2(x+y)}{(x+y)(1+x)(1-y)} = \frac{(x+y)(1+x)(1-y)(x-y+xy)}{(x+y)(1+x)(1-y)}$$

$P = x - y + xy$. Với $x \neq -1; x \neq -y; y \neq 1$ thì giá trị biểu thức được xác định.

$$2. \text{ Đề } P = 3 \quad \Leftrightarrow x - y + xy = 3 \Leftrightarrow x - y + xy - 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(y+1)=2$$

Các ước nguyên của 2 là : $\pm 1; \pm 2$.

Suy ra:

$$\begin{cases} x-1=-1 \\ y+1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1=1 \\ y+1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \text{ (loại).}$$

$$\begin{cases} x-1=2 \\ y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1=-2 \\ y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases} \text{ (loại)}$$

Vậy với $(x;y) = (3;0)$ và $(x;y) = (0;-3)$ thì $P = 3$.

Bài 2.(2 điểm) Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 3 \\ x \neq 4 \\ x \neq 5 \\ x \neq 6 \end{cases}$$

Ta có :

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

$$x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$$

$$x^2 - 9x + 20 = (x-4)(x-5)$$

$$x^2 - 11x + 30 = (x-5)(x-6)$$

Phương trình đã cho tương đương với :

$$\frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} + \frac{1}{(x-4)(x-5)} + \frac{1}{(x-5)(x-6)} = \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{4}{(x-6)(x-2)} = \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \Leftrightarrow (x-10)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ x=-2 \end{cases} \text{ thoả mãn điều kiện phương trình.}$$

Phương trình có nghiệm : $x = 10; x = -2$.

Bài 3.(2 điểm)

$$M = \frac{2x+1+x^2+2-x^2-2}{x^2+2} = \frac{x^2+2-(x^2-2x+1)}{x^2+2}$$

$$M = \frac{(x^2+2)-(x-1)^2}{x^2+2} = 1 - \frac{(x-1)^2}{x^2+2}$$

M lớn nhất khi $\frac{(x-1)^2}{x^2+2}$ nhỏ nhất.

Vì $(x-1)^2 \geq 0 \forall x$ và $(x^2+2) > 0 \forall x$ nên $\frac{(x-1)^2}{x^2+2}$ nhỏ nhất khi $(x-1)^2 = 0$.

Dấu “=” xảy ra khi $x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $M_{\max} = 1$ khi $x = 1$.

Bài 4. (3 điểm)

a. $\square BEC \cong \square CFD (c.g.c) \Rightarrow \widehat{E_1} = \widehat{D_1}$

$\square CDF$ vuông tại C $\Rightarrow \widehat{F_1} + \widehat{D_1} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{F_1} + \widehat{E_1} = 90^\circ \Rightarrow \square CMF$ vuông tại M

Hay $CE \perp DF$.

b. Gọi K là giao điểm của AD với CE. Ta có :

$\square AEK \cong \square BEC (g.c.g) \Rightarrow BC = AK$

$\Rightarrow AM$ là trung tuyến của tam giác MDK vuông tại M

$\Rightarrow AM = \frac{1}{2} KD = AD \Rightarrow \square AMD$ cân tại A

c. $\square CMD \cong \square FCD (g.g) \Rightarrow \frac{CD}{FD} = \frac{CM}{FC}$

Do đó : $\frac{S_{\square CMD}}{S_{\square FCD}} = \left(\frac{CD}{FD}\right)^2 \Rightarrow S_{\square CMD} = \left(\frac{CD}{FD}\right)^2 \cdot S_{\square FCD}$

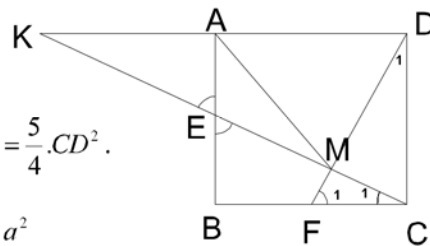
Mà : $S_{\square FCD} = \frac{1}{2} CF \cdot CD = \frac{1}{4} CD^2$.

Vậy : $S_{\square CMD} = \frac{CD^2}{FD^2} \cdot \frac{1}{4} CD^2$.

Trong $\square DCF$ theo Pitago ta có :

$$DF^2 = CD^2 + CF^2 = CD^2 + \left(\frac{1}{2} BC^2\right) = CD^2 + \frac{1}{4} CD^2 = \frac{5}{4} CD^2.$$

$$\text{Do đó : } S_{\square CMD} = \frac{CD^2}{\frac{5}{4} CD^2} \cdot \frac{1}{4} CD^2 = \frac{1}{5} CD^2 = \frac{1}{5} a^2$$



Bài 5 (1 điểm)

Ta có: $\left(a^2 - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - a + \frac{1}{4} \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + \frac{1}{4} \geq a$

Tương tự ta cũng có: $b^2 + \frac{1}{4} \geq b$; $c^2 + \frac{1}{4} \geq c$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức cùng chiều ta được:

$$a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} \geq a + b + c. \text{ Vì } a + b + c = \frac{3}{2} \text{ nên: } a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{3}{4}$$

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{2}$.

=====

đề 10

Câu 1. (1,5đ)

Rút gọn biểu thức : $A = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \dots + \frac{1}{(3n+2)(3n+5)}$

Câu 2. (1,5đ) Tìm các số a, b, c sao cho :

Đa thức $x^4 + ax + b$ chia hết cho $(x^2 - 4)$

Câu 3 . (2đ) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $\frac{7}{x^2 - x + 1}$ có giá trị nguyên.

Câu 4. Cho a,b,c là độ dài ba cạnh của một tam giác .

Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ac + bc)$

Câu 5 . Chứng minh rằng trong một tam giác , trọng tâm G, trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là O. Thì H,G,O thẳng hàng.

Đáp án

Câu 1.

$$A = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{3n+2} - \frac{1}{3n+5} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3n+5} \right) = \frac{n+1}{6n+10}$$

Câu 2. Chia đa thức $x^4 + ax + b$ cho $x^2 - 4$

được đa thức dư suy ra $a = 0$; $b = -16$.

Câu 3. $\frac{7}{x^2 - x + 1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = U_{(7)} = \{ \pm 1, \pm 7 \}$

Đưa các phương trình về dạng tích.

Đáp số $x = \{-2, 1, 3\}$.

Câu 4. Từ giả thiết $\Rightarrow a < b + c \Rightarrow a^2 < ab + ac$

Tương tự $b^2 < ab + bc$

$c^2 < ca + cb$

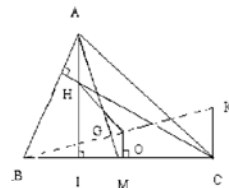
Cộng hai vế bất đẳng thức ta được (đpcm)

Câu 5. trong tam giác ABC H là trực tâm, G là

Trọng tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp

tam giác.

- Chỉ ra được $\frac{GM}{AG} = \frac{1}{2}$, $HAG = OMG$



- Chỉ ra $\frac{OM}{AH} = \frac{1}{2}$ (Bằng cách vẽ BK nhận O là trung điểm chứng minh CK = AH)
 $\Rightarrow VAHG : VMOG$ (c.g.c)
 $\Rightarrow H, G, O$ thẳng hàng.
- =====

đề 11

Câu 1: Cho biểu thức: $A = \frac{3x^3 - 14x^2 + 3x + 36}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

- a, Tìm giá trị của biểu thức A xác định.
b, Tìm giá trị của biểu thức A có giá trị bằng 0.
c, Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Câu 2:

a, Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $A = \frac{(x+16)(x+9)}{x}$ với $x > 0$.

b, Giải phương trình: $|x+1| + |2x-1| + 2x = 3$

Câu 3 : Cho tứ giác ABCD có diện tích S. Gọi K, L, M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB, BC, CA, AD sao cho $AK/AB = BL/BC = CM/CD = DN/DA = x$.

- a, Xác định vị trí các điểm K, L, M, N sao cho tứ giác MNKL có diện tích nhỏ nhất.
b, Tứ giác MNKL ở câu a là hình gì? cần thêm điều kiện gì thì tứ giác MNKL là hình chữ nhật.

Câu 4: Tìm dư của phép chia đa thức

$$x^{99} + x^{55} + x^{11} + x + 7 \text{ cho } x^2 - 1$$

Đáp án

Câu 1 (3đ)

a. (1đ)

$$\text{Ta có } A = \frac{(x-3)^2(3x+4)}{(x-3)^2(3x-1)} \quad (0,5\text{đ}) -$$

Vậy biểu thức A xác định khi $x \neq 3, x \neq 1/3$ (0,5đ)

$$\text{b. Ta có } A = \frac{3x+4}{3x-1} \text{ do đó } A=0 \Leftrightarrow 3x+4=0 \quad (0,5\text{đ})$$

$$\Leftrightarrow x = -4/3 \text{ thỏa mãn đk} \quad (0,25\text{đ})$$

Vậy với $x = -4/3$ thì biểu thức A có giá trị bằng 0 (0,25đ)

c. (1đ)

$$\text{Ta có } A = \frac{3x+4}{3x-1} = 1 + \frac{5}{3x-1}$$

$$\text{Để A có giá trị nguyên thì } \frac{5}{3x-1} \text{ phải nguyên} \Leftrightarrow 3x-1 \text{ là ước của } 5 \Leftrightarrow 3x-1 \neq \pm 1, \pm 5$$

- tứ giác MNKL ở câu a là hình chữ nhật khi $BD \perp AC$ (0,5đ)

Câu 4: (1đ)

Gọi $Q(x)$ là thương của phép chia $x^{99} + x^{55} + x^{11} + x + 7$ cho $x^2 - 1$

ta có $x^{99} + x^{55} + x^{11} + x + 7 = (x-1)(x+1) \cdot Q(x) + ax + b$ (*)

trong đó $ax + b$ là dư của phép chia trên

Với $x=1$ thì (*) $\Rightarrow 11 = a + b$

Với $x=-1$ thì (*) $\Rightarrow 3 = -a + b \Rightarrow a=4, b=7$

Vậy dư của phép chia $x^{99} + x^{55} + x^{11} + x + 7$ cho $x^2 - 1$ là $4x + 7$

=====

đề 12

Bài 1: (3đ)

Cho phân thức : $M = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 3x + 6}{x^2 + 2x - 8}$

- Tìm tập xác định của M
- Tìm các giá trị của x để $M = 0$
- Rút gọn M

Bài 2: (2đ)

a) Tìm 3 số tự nhiên liên tiếp biết rằng nếu cộng ba tích của hai trong ba số ấy ta được 242.

b) Tìm số nguyên n để giá trị của biểu thức A chia hết cho giá trị của biểu thức B.

$$A = n^3 + 2n^2 - 3n + 2 ; B = n^2 - n$$

Bài 3: (2đ)

a) Cho 3 số x, y, z Thỏa mãn $x \cdot y \cdot z = 1$. Tính biểu thức

$$M = \frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$$

b) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác

Chứng minh rằng:
$$\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

Bài 4: (3đ)

Cho tam giác ABC, ba đường phân giác AN, BM, CP cắt nhau tại O. Ba cạnh AB, BC, CA tỉ lệ với 4, 7, 5

- Tính NC biết $BC = 18$ cm
- Tính AC biết $MC - MA = 3$ cm
- Chứng minh $\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CM}{MA} = 1$

Đáp án

Bài 1:

a) $x^2 + 2x - 8 = (x-2)(x+4) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ và $x \neq -4$ (0,5đ)

Gv: Nguyễn Văn Tú

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

$$\text{TXĐ} = \{x/x \in \mathbb{Q}; x \neq 2; x \neq -4\} \quad 0,2\text{đ}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 3x + 6 &= (x-2)(x^2+3)x-1)(x+1) & 1,0\text{đ} \\ &= 0 \text{ khi } x=2; x = \pm 1. & 0,2\text{đ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Đề M} = 0 \text{ Thì } x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 3x + 6 &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &\neq 0 & 0,5\text{đ} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy đề M} = 0 \text{ thì } x = \pm 1. \quad 0,3\text{đ}$$

$$\text{c) } M = \frac{(x-2)(x^2+3)(x^2+1)}{(x-2)(x+4)} = \frac{(x^2+3)(x^2-1)}{x+4} \quad 0,3\text{đ}$$

Bài 2:

$$\text{a) Gọi } x-1, x, x+1 \text{ là 3 số tự nhiên liên tiếp Ta có: } x(x-1) + x(x+1) + (x-1)(x+1) = 242 \quad (0,2\text{đ})$$

$$\text{Rút gọn được } x^2 = 81 \quad 0,5\text{đ}$$

$$\text{Do } x \text{ là số tự nhiên nên } x = 9 \quad 0,2\text{đ}$$

$$\text{Ba số tự nhiên phải tìm là } 8, 9, 10 \quad 0,1\text{đ}$$

$$\text{b) } (n^3 + 2n^2 - 3n + 2) : (n^2 - n) \text{ được thương } n + 3 \text{ dư } 2 \quad 0,3\text{đ}$$

$$\text{Muốn chia hết ta phải có } 2 : n(n-1) \rightarrow 2 : n \quad 0,2\text{đ}$$

Ta có:

n	1	-1	2	-2
n-1	0	-2	1	-6
n(n-1)	0	2	2	-3
	loại			loại

0,3đ

$$\text{Vậy } n = -1; n = 2 \quad 0,2\text{đ}$$

Bài 3:

$$\text{a) Vì } xyz = 1 \text{ nên } x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0 \quad 0,2\text{đ}$$

$$\frac{1}{1+x+xy} = \frac{z}{z(1+x+xy)} = \frac{z}{z+xz+1} \quad 0,3\text{đ}$$

$$\frac{1}{1+y+yz} = \frac{xz}{(1+y+yz)xz} = \frac{xz}{xz+1+z} \quad 0,3\text{đ}$$

$$M = \frac{z}{z+xz+1} + \frac{xz}{xz+1+z} + \frac{1}{1+z+xz} = 1 \quad 0,2\text{đ}$$

$$\text{b) a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác nên}$$

$$a+b-c > 0; b+c-a > 0; c+a-b > 0 \quad 0,2\text{đ}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} \text{ với } x, y > 0$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

$$\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} \geq \frac{4}{2b} = \frac{2}{b} \quad 0,2đ$$

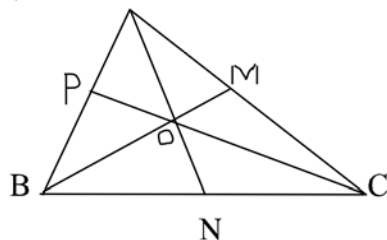
$$\frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} \geq \frac{2}{c} \quad 0,2đ$$

$$\frac{1}{c+a-b} + \frac{1}{a+b-c} \geq \frac{2}{a} \quad 0,2đ$$

Cộng từng vế 3 bất đẳng thức rồi chia cho 3 ta được điều phải chứng minh.

Xây ra dấu đẳng thức khi và chỉ khi $a = b = c$ 0,2đ

Bài 4: a) A



AN là phân giác của $\hat{A}$ Nên $\frac{NB}{NC} = \frac{AB}{AC}$ 0,3đ

Theo giả thiết ta có $\frac{AB}{4} = \frac{BC}{7} = \frac{AC}{5} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5} \Rightarrow$ Nên 0,2đ

$$\frac{NB}{NC} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{BC}{NC} = \frac{9}{5} \Rightarrow NC = \frac{5 \cdot BC}{9} = 10(cm) \quad 0,5đ$$

b) BM là phân giác của $\hat{B}$ nên $\frac{MC}{MA} = \frac{BC}{BA}$ 0,3đ

Theo giả thiết ta có: $\frac{AB}{4} = \frac{BC}{7} = \frac{AC}{5} \Rightarrow \frac{BC}{BA} = \frac{7}{4}$ 0,2đ

$$\text{Nên } \frac{MC}{MA} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{MC - MA}{MA + MC} = \frac{3}{11} \Rightarrow ac = \frac{3 \cdot 11}{3} = 11(cm) \quad 0,5đ$$

c) Vì AN, BM, CP là 3 đường phân giác của tam giác ABC

$$\text{Nên } \frac{BN}{BC} = \frac{AB}{AC}; \frac{MC}{MA} = \frac{BC}{BA}; \frac{AP}{PB} = \frac{AC}{AB} \quad 0,5đ$$

$$\text{Do đó } \frac{BN}{BC} \cdot \frac{MC}{MA} \cdot \frac{AP}{PB} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{BC}{AB} \cdot \frac{AC}{BC} = 1 \quad 0,5đ$$

đề 13

Câu 1: (2,5 điểm)

Phân tích đa thức thành nhân tử:

a/. $x^2 - x - 6$ (1 điểm)

b/. $x^3 - x^2 - 14x + 24$ (1,5 điểm)

Câu 2: (1 điểm)

Tìm GTNN của : $x^2 + x + 1$

Câu 3: (1 điểm)

Chứng minh rằng: $(n^5 - 5n^3 + 4n) : 120$ với $m, n \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: (1,5 điểm)

Cho $a > b > 0$ so sánh 2 số x, y với :

$$x = \frac{1+a}{1+a+a^2} \quad ; \quad y = \frac{1+b}{1+b+b^2}$$

Câu 5: (1,5 điểm)

Giải phương trình: $|x-1| + |x+2| + |x-3| = 14$

Câu 6: (2,5 điểm)

Trên cạnh AB ở phía trong hình vuông ABCD dựng tam giác AFB cân , đỉnh F có góc đáy là 15° . Chứng minh tam giác CFD là tam giác đều.

Đáp án

Câu 1: a/. Ta có: $x^2 - x - 6 = x^2 - 4 - x - 2 = (x-2)(x+2) - (x+2)$
 $= (x+2)(x-2-1) = (x+2)(x-3)$

(Nếu giải bằng cách khác cho điểm tương đương)

b/. Ta có: $x = 2$ là nghiệm của $f(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$

Do đó $f(x) : x-2$, ta có: $f(x) : (x-2) = x^2 + x - 12$

Vậy $x^3 - x^2 - 14x + 24 = (x-2)(x^2 + x - 12)$

Ta lại có: $x = 3$ là nghiệm của $x^2 + x - 12$

Nên $x^2 + x - 12 = (x-3)(x+4)$

Như vậy: $x^3 - x^2 - 14x + 24 = (x-2)(x-3)(x+4)$.

Câu 2: Tìm giá trị nhỏ nhất của $x^2 + x + 1$ (1 đ')

Ta có : $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ Vậy $f(x)$ đạt GTNN khi $(x + \frac{1}{2})^2 = 0$ Tức $x = -\frac{1}{2}$

Câu 3: Ta có : $n^5 - 5n^3 + 4n = n^5 - n^3 - 4n^3 + 4n = n^3(n^2 - 1) - 4n(n^2 - 1)$

$= n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)$ là tích của 5 số nguyên liên tiếp trong đó có ít nhất hai số là bội của 2 (trong đó một số là bội của 4, một số là bội của 3, một số là bội của 5).

Vậy tích của 5 số nguyên liên tiếp chia hết cho $8,3,5 = 120$.

Câu 4: (1,5 đ'). Ta có $x, y > 0$ và $\frac{1}{x} = \frac{1+a+a^2}{1+a} = 1 + \frac{a^2}{1+a} = 1 + \frac{1}{\frac{1+a}{a^2}} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a}} > 1 + \frac{1}{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{b}} = \frac{1}{y}$

Vì $a > b > 0$ nên $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$ và $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$. Vậy $x < y$.

Câu 5: 1/. Xét khoảng $x < -2$, ta có: $-3x + 2 = 14 \Leftrightarrow x = -4$.

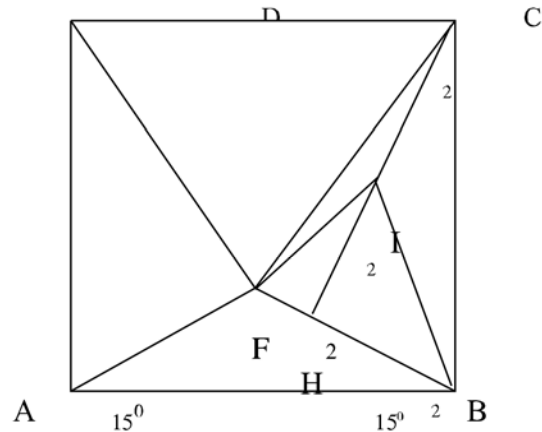
2/. $-2 \leq x < 1$, ta có : $-x + 16 = 14 \Leftrightarrow x = 2$. (loại)

3/. $1 \leq x < 3$, ta có : $x + 4 = 14 \Leftrightarrow x = 10$ (loại).

4/. $x \geq 3$, ta có: $3x - 2 = 14 \Leftrightarrow x = \frac{16}{3}$ Vậy phương trình trên có nghiệm là $x = -4$

và $x = \frac{16}{3}$.

Câu 6: (2,5 đ')



Dựng tam giác cân BIC như tam giác AFB có góc đáy 15° .

Suy ra : $\angle B_2 = 60^\circ$ (1).

Ta có $\triangle AFB = \triangle BIC$ (theo cách vẽ) nên: $FB = IB$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra : $\triangle FIB$ đều.

Đường thẳng CI cắt FB tại H. Ta có: $\angle F_2 = 30^\circ$ (góc ngoài của $\triangle CIB$).

Suy ra: $\angle H_2 = 90^\circ$ (vì $\angle B = 60^\circ$) Tam giác đều FIB nên IH là trung trực của FB hay CH là đường trung trực của $\triangle CFB$. Vậy $\triangle CFB$ cân tại C. Suy ra : $CF = CB$ (3)

Mặt khác : $\triangle DFC$ cân tại F. Do đó: $FD = FC$ (4).

Từ (3) và (4), suy ra: $FD = FC = DC$ (= BC).

Vậy $\triangle DFC$ đều.

Giải bằng phương pháp khác đúng cho điểm tương đương.

đề 14

Câu 1 (2 điểm): Với giá trị nào của a và b thì đa thức

$f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 + ax + b$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + 4 - 3x$.

Câu 2 (2 điểm) Phân tích thành nhân tử.

$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$.

Câu 3 (2 điểm) :

a-Tìm x để biểu thức sau có giá trị nhỏ nhất : $x^2 + x + 1$

b-Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $A = h(h+1)(h+2)(h+3)$

Câu 4(2 điểm) : Chứng minh rằng nếu $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$ thì $a = b = c$

Câu 5 (2 điểm) : Trong tam giác ABC lấy điểm P sao cho

PAC = PBC. Từ P dựng PM vuông góc với BC. PK vuông góc với CA. Gọi D là trung điểm của AB. Chứng minh : DK=DM.

Đáp án

Bài 1 (2 điểm) Chia $f(x)$ cho $g(x)$

Ta có : $x^4-3x^2+3x^2+ax+b: x^2-3x+4$.

$$= x^2+1 \text{ dư } (a-3)x + b+4 \quad (1 \text{ điểm})$$

$f(x): g(x)$ khi và chỉ khi số dư bằng không.

Từ đây suy ra (1 điểm).

$$a-3=0 \quad \Rightarrow a=3$$

$$b+4=0 \quad \Rightarrow b=-4$$

Bài 2 (2 điểm) Phân tích thành nhân tử.

$$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = A$$

$$\text{Ta có : } (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = [(x+y+z)^3 - x^3] - (y^3+z^3).$$

áp dụng hằng đẳng thức 6 và 7.

$$A = (x+y+z-x) [(x+x+z)^2 + (x+y+z)x + x^2] - (x+z)(y^2-y^2+z^2) \quad (1 \text{ điểm})$$

$$= (y+z)[x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz+xy+xz+x^2+x^2-y^2+yz-z^2].$$

$$= (y+z) (3x^2+3xy+3xz+3yz).$$

$$= 3(y+z) [x(x+y)+z((x+y))]$$

$$= 3(x+y) (y+z) (x+z) \quad (1 \text{ điểm}).$$

Bài 3 : (2 điểm).

a-Tìm x để biểu thức sau có giá trị nhỏ nhất : x^2+x+1

$$\text{Ta có : } x^2+x+1 = (x+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$$

$$\text{Giá trị nhỏ nhất là } \frac{3}{4} \text{ khi } (x+\frac{1}{2})^2=0 \quad \text{Tức } x = -\frac{1}{2} \quad (1 \text{ điểm}).$$

b-Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức. $A = h(h+1)(h+2)(h+3)$ (1 điểm).

$$\text{Ta có : } A = h(h+1)(h+2)(h+3)$$

$$= h(h+3)(h+2)(h+1)$$

$$= (h^2+3h)(h^2+3h+2)$$

$$\text{Đặt : } 3h+h^2=x$$

$$A = x(x+2) = x^2+2x = x^2+2x+1-1$$

$$= (x+1)^2-1 \geq -1 \quad \text{Giá trị nhỏ nhất của } A \text{ là } -1.$$

Bài 4 (2 điểm) Chứng minh.

Theo giả thiết : $a^2+b^2+c^2 = ab+ac+bc$.

$$\text{Ta có : } a^2+b^2+c^2 - ab-ac-bc = 0$$

$$\text{Suy ra : } (a^2-2ab+b^2) + (b^2-2ab+c^2) + (a^2-2ac+c^2)=0 \quad (1 \text{ điểm}).$$

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 = 0$$

Điều này xảy ra khi và chỉ khi.

$$a-b = b-c = a-c = 0$$

Tức là : $a=b=c$ (1 điểm).

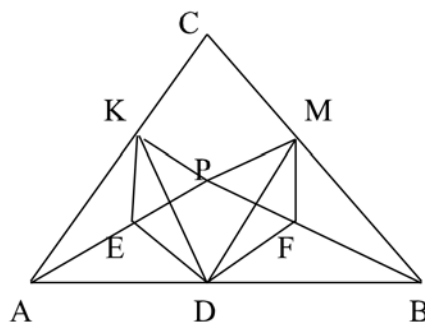
Bài 5 (2 điểm)

Gọi E là trung điểm của AP

F là trung điểm của BP

$$\text{Ta có : } KE = \frac{1}{2} AP = EP$$

$$FM = \frac{1}{2} BP = FP$$



Tứ giác DEPF là hình bình hành vì $DE \parallel BP$, $DF \parallel AP$

$$\text{Do đó : } ED = FM \quad ; \quad EK = EP = DF$$

Từ các tam giác vuông APK; BPM ta suy ra.

$$\angle KEP = 2\angle KAP \quad ; \quad \angle MEP = 2\angle MBP$$

DEPF là hình bình hành nên $\angle DEP = \angle DFP$

Theo giả thiết $\angle KAD = \angle MBP$ nên $\angle KEP = \angle MFP$

Vậy $\angle DEK = \angle DPM$ suy ra $\triangle DEK = \triangle DPM$ (c.g.c)

$$\text{Do đó : } DK = DM$$

đề 15

Câu 1: (2đ) Tìm hai số biết

- Hiệu các bình phương của 2 số tự nhiên chẵn liên tiếp bằng 36
- Hiệu các bình phương của 2 số tự nhiên lẻ liên tiếp bằng 40

Câu 2: (1,5đ) Số nào lớn hơn:

$$\left(\frac{2006-2005}{2006+2005} \right)^2 \text{ hay } \frac{2006^2 - 2005^2}{2006^2 + 2005^2}$$

Câu 3: (1,5 đ) Giải phương trình

$$\frac{x+1}{1000} + \frac{x+2}{999} + \frac{x+3}{998} + \frac{x+4}{997} + \frac{x+5}{996} + \frac{x+6}{995} + 6 = 0$$

Câu 4: (1đ) Giải bất phương trình $ax - b > bx + a$

Câu 5: (2,5đ) Cho hình thang ABCD có đáy lớn CD. Qua A vẽ đường thẳng AK song song với BC. Qua B vẽ đường thẳng BI song song với AD. BI cắt AC ở F, AK cắt BD ở E. Chứng minh rằng:

- EF song song với AB
- $AB^2 = CD \cdot EF$

Câu 6: (1,5đ) Cho hình thang ABCD (AD//BC) có hai đường chéo, cắt nhau ở O .
Tính diện tích tam giác ABO biết diện tích tam giác BOC là 169 cm^2 và diện tích tam
giác AOD là 196 cm^2 .

Đáp án

Câu 1: a. Gọi 2 số chẵn liên tiếp là x và x+2 (x chẵn).

$$\text{Ta có: } (x+2)^2 - x^2 = 36 \Rightarrow x = 8.$$

Vậy 2 số cần tìm là 8 và 10.

b. Gọi 2 số lẻ liên tiếp là x và x+2 (x lẻ)

$$\text{Ta có } (x+2)^2 - x^2 = 40 \Rightarrow x = 9$$

Vậy 2 số cần tìm là 9 và 11.

Câu 2: Theo tính chất của phân thức ta có:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2006-2005}{2006+2005} \right)^2 &= \frac{2006-2005}{2006+2005} \cdot \frac{2006-2005}{2006+2005} < \frac{2006^2 - 2005^2}{(2006+2005)^2} \\ &= \frac{2006^2 - 2005^2}{2006^2 + 2 \cdot 2006 \cdot 2005 + 2005^2} < \frac{2006^2 - 2005^2}{2006^2 + 2005^2} \end{aligned}$$

Câu 3: Phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{1000} + 1 + \frac{x+2}{999} + 1 + \frac{x+3}{998} + \frac{x+4}{997} + 1 + \frac{x+5}{996} + 1 + \frac{x+6}{995} + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x+1001}{1000} + \frac{x+1001}{999} + \frac{x+1001}{998} + \frac{x+1001}{997} + \frac{x+1001}{996} + \frac{x+1001}{995} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+1001) \left(\frac{1}{1000} + \frac{1}{999} + \frac{1}{998} + \frac{1}{997} + \frac{1}{996} + \frac{1}{995} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -1001. \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -1001$.

Câu 4: * Nếu $a > b$ thì $x > \frac{a+b}{a-b}$

* Nếu $a < b$ thì $x < \frac{a+b}{a-b}$

* Nếu $a = b$ thì $0x > 2b$

+ Nghiệm đúng với mọi x nếu $b < 0$

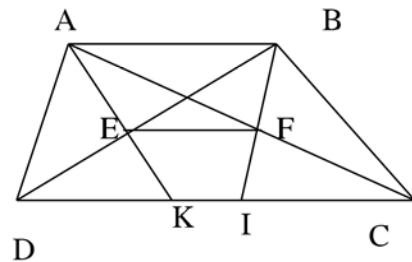
+ Vô nghiệm nếu $b \geq 0$

Câu 5:

$$\text{a. } \triangle AEB \text{ và } \triangle KEB \text{ đồng dạng (g.g)} \Rightarrow \frac{AE}{EK} = \frac{AB}{KD}$$

$$\triangle AFB \text{ và } \triangle CFI \text{ đồng dạng (g.g)} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AB}{CI}$$

$$\text{Mà } KD = CI = CD - AB \Rightarrow \frac{AE}{EK} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow EF \parallel KC$$



Vậy $AF \parallel AB$

b. $\triangle AEB$ và $\triangle KED$ đồng dạng, suy ra $\frac{OK}{AB} = \frac{DE}{EB}$

$$\Rightarrow \frac{KD + AB}{AB} = \frac{DE + EB}{EB} \Rightarrow \frac{DK + KC}{AB} = \frac{BD}{EB} \Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{DB}{EB} \quad (1)$$

$$\text{Do } EF \parallel DI \Rightarrow \frac{DB}{EB} = \frac{DI}{EF} \Rightarrow \frac{DB}{EB} = \frac{AB}{EF} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{AB}{EF} \Rightarrow AB^2 = DC \cdot EF$$

Câu 6: Theo đề bài ta phải tính diện

tích tam giác ABO, biết $S_{BOC} = 169 \text{ cm}^2$

$$S_{AOD} = 196 \text{ cm}^2$$

Ta nhận thấy $S_{ABD} = S_{ACD}$ (vì có chung đáy AD và đường cao tương ứng bằng nhau)

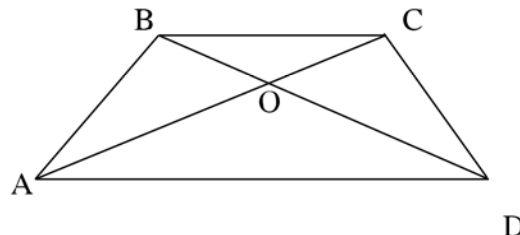
Suy ra $S_{ABO} = S_{COD}$

Từ công thức tính diện tích tam giác ta rút ra rằng: tỷ số diện tích hai tam giác có chung đường cao bằng tỷ số hai đáy tương ứng.

$$\text{Do đó: } \frac{S_{ABO}}{S_{BOC}} = \frac{AO}{OC} = \frac{S_{AOD}}{S_{COD}} \Rightarrow S_{ABO} \cdot S_{COD} = S_{BOC} \cdot S_{AOD}$$

$$\text{Mà } S_{ABO} = S_{COD} \text{ nên: } S_{ABO}^2 = S_{AOD} \cdot S_{BOC} = 169 \cdot 196 = 13^2 \cdot 14^2 \\ \Rightarrow S_{ABO} = 13 \cdot 14 = 182 \text{ (cm}^2\text{)}$$

=====



đề 16

Câu 1(2đ): Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức sau là số nguyên.

$$2x^3 + x^2 + 2x + 5$$

$$A = \frac{\quad}{\quad}$$

$$2x + 1$$

Câu 2(2đ): Giải phương trình

$$x^2 - 3|x| - 4 = 0$$

Câu 3(2đ): Trên 3 cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC lấy tương ứng các điểm P, Q, R.

Chứng minh điều kiện cần và đủ để AP; BQ; CR đồng qui là:

$$\frac{PB}{PC} \cdot \frac{QC}{QA} \cdot \frac{RA}{RB} = 1$$

Câu 4(2đ): Cho $a, b > 0$ và $a+b = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = (1 + 1/a)^2 + (1 + 1/b)^2$$

Câu 5(2đ): Cho hai số x, y thỏa mãn điều kiện $3x + y = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = 3x^2 + y^2$$

Đáp án

Câu 1

A nguyên $\Leftrightarrow 2x + 1$ là ước của 4

$$U_{(4)} = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$$

Giải ra $x = -1; x = 0$ thì A nguyên.

Câu 2: $x^2 - 3|x| - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow 3|x| = x^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow 3x = \pm(x^2 - 4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \text{ hoặc } x^2 + 3x - 4 = 0$$

Giải 2 phương trình này được $S = \{-4; 4\}$

Câu 3: (Sách phát triển toán 8)

Câu 4: $M = 18$ khi $a = b = \dots$

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức...

$$\text{Ta có: } A = 3x^2 + (1-3x)^2 = 12(x - 1/4)^2 + 1/4 \Rightarrow A \geq \frac{1}{4}$$

Vậy $A_{\min} = 1/4$ khi $x = 1/4; y = 1/4$.

đề 17

Bài 1. Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+2006}{x}$$

- Tìm điều kiện của x để biểu thức xác định.
- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 2:

a) Giải phương trình: $\frac{2-x}{2004} - 1 = \frac{1-x}{2005} - \frac{x}{2006}$

b) Tìm a, b để: $x^3 + ax^2 + 2x + b$ chia hết cho $x^2 + x + 1$

Bài 3.

Cho hình thang $ABCD$; M là một điểm tùy ý trên đáy lớn AB . Từ M kẻ các đường thẳng song song với hai đường chéo AC và BD . Các đường thẳng này cắt hai cạnh BC và AD lần lượt tại E và F . Đoạn EF cắt AC và BD tại I và J .

- Chứng minh rằng nếu H là trung điểm của IJ thì H cũng là trung điểm của EF .
- Trong trường hợp $AB = 2CD$, hãy chỉ ra vị trí của M trên AB sao cho $EJ = JI = IF$.

Bài 4. Cho $a \geq 4; ab \geq 12$. Chứng minh rằng $C = a + b \geq 7$

Bài 1:

a) Điều kiện: $\begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$

b) $A = \left(\frac{(x+1)^2 - (x+1)^2 + x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{x + 2006}{x} \right) = \frac{x + 2006}{x}$

c) Ta có: $A \text{ nguyên} \Leftrightarrow (x + 2006) : x \Leftrightarrow 2006 : x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2006 \end{cases}$

Do $x = \pm 1$ không thỏa mãn đk. Vậy A nguyên khi $x = \pm 2006$

Bài 2.

a) Ta có: $\frac{2-x}{2004} - 1 = \frac{1-x}{2005} - \frac{x}{2006}$

$\Leftrightarrow \frac{2-x}{2004} + 1 = \frac{1-x}{2005} + 1 - \frac{x}{2006} + 1 \Leftrightarrow \frac{2-x}{2004} + \frac{2004}{2004} = \frac{1-x}{2005} + \frac{2005}{2005} - \frac{x}{2006} + \frac{2006}{2006}$

$\Leftrightarrow \frac{2006-x}{2004} = \frac{2006-x}{2005} + \frac{2006-x}{2006} \Leftrightarrow (2006-x) \left(\frac{1}{2004} - \frac{1}{2005} - \frac{1}{2006} \right) = 0$

$\Leftrightarrow (2006 - x) = 0 \Rightarrow x = 2006$

b) Thực hiện phép chia đa thức, rồi từ đó

ta tìm được: $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

Bài 3.

a) Ta có: $\frac{FI}{IE} = \frac{FP}{PM} = \frac{DO}{OB}$ (1)

$\frac{EJ}{FJ} = \frac{EQ}{QM} = \frac{CO}{OA}$ (2)

$\frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{FI}{IE} = \frac{EJ}{FJ}$ hay $FI.FJ = EI.EJ$ (4)

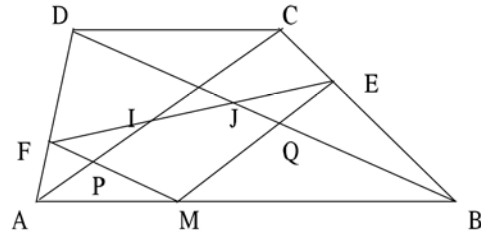
Nếu H là trung điểm của IJ thì từ (4) ta có:

$(FH - \frac{IJ}{2})(FH + \frac{IJ}{2}) = (EH - \frac{IJ}{2})(EH + \frac{IJ}{2}) \Rightarrow FH = EH$

b) Nếu $AB = 2CD$ thì $\frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA} = \frac{1}{2}$ nên theo (1) ta có $\frac{FI}{IE} = \frac{1}{2}$

suy ra: $EF = FI + IE = 3FI$. Tương tự từ (2) và (3) ta có $EF = 3EJ$.

Do đó: $FI = EJ = IJ = \frac{EF}{3}$ không liên quan gì đến vị trí của M . Vậy M tùy ý trên AB



Bài 4. Ta có: $C = a + b = \left(\frac{3}{4}a + b \right) + \frac{1}{4}a \geq 2\sqrt{\frac{3ab}{4}} + \frac{1}{4}a \geq 2\sqrt{\frac{3 \cdot 12}{4}} + \frac{1}{4} \cdot 4 = 7$ (ĐPCM)

đề 18

Câu 1:

a. Tìm số m, n để: $\frac{1}{x(x-1)} = \frac{m}{x-1} + \frac{n}{x}$

b. Rút gọn biểu thức:

$$M = \frac{1}{a^2 - 5a + 6} + \frac{1}{a^2 - 7a + 12} + \frac{1}{a^2 - 9a + 20} + \frac{1}{a^2 - 11a + 30}$$

Câu 2:

a. Tìm số nguyên dương n để $n^5 + 1$ chia hết cho $n^3 + 1$.

b. Giải bài toán nếu n là số nguyên.

Câu 3:

Cho tam giác ABC, các đường cao AK và BD cắt nhau tại G. Vẽ đường trung trực HE và HF của AC và BC. Chứng minh rằng $BG = 2HE$ và $AG = 2HF$.

Câu 4:

Trong hai số sau đây số nào lớn hơn:

$$a = \sqrt{1969} + \sqrt{1971} ; \quad b = 2\sqrt{1970}$$

Đáp án

Câu 1: (3đ)

a. $m=1$ (0.75đ); $n = -1$ (0.75đ)

b.(1.5đ) Viết mỗi phân thức thành hiệu của hai phân thức (áp dụng câu a)

$$\frac{1}{a^2 - 5a + 6} = \frac{1}{a-3} - \frac{1}{a-2} \quad (0.25đ)$$

$$\frac{1}{a^2 - 7a + 12} = \frac{1}{a-4} - \frac{1}{a-3} \quad (0.25đ)$$

$$\frac{1}{a^2 - 9a + 20} = \frac{1}{a-5} - \frac{1}{a-4} \quad (0.25đ)$$

$$\frac{1}{a^2 - 11a + 30} = \frac{1}{a-6} - \frac{1}{a-5} \quad (0.25đ)$$

Đổi dấu đúng và tính được :

$$M = \frac{1}{a-6} - \frac{1}{a-2} = \frac{4}{(a-2).(a-6)} \quad (0.5đ)$$

Câu 2: (2.5đ)

a. (1.5đ)

Biến đổi:

$$n^5 + 1 : n^3 + 1 \Leftrightarrow n^2(n^3 + 1) - (n^2 - 1) : n^3 + 1 \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow (n+1)(n-1) : (n+1)(n^2 - n + 1) \quad (0.25đ)$$

$$\Leftrightarrow n-1 : n^2-n+1 \text{ (vì } n+1 \neq 0 \text{)} \quad (0.25\text{đ})$$

Nếu $n=1$ thì ta được 0 chia hết cho 1 (0.25đ)

Nếu $n > 1$ thì $n-1 < n(n-1)+1 = n^2-n+1$

Do đó không thể xảy ra quan hệ $n-1$ chia hết cho n^2-n+1 trên tập hợp số nguyên dương

Vậy giá trị duy nhất của n tìm được là 1 (0.25đ)

b. $n-1 : n^2-n+1$

$$\Leftrightarrow n(n-1) : n^2-n+1$$

$$\Leftrightarrow n^2-n : n^2-n+1$$

$$\Leftrightarrow (n^2-n+1)-1 : n^2-n+1$$

$$\Leftrightarrow 1 : n^2-n+1 \quad (0.5\text{đ})$$

Có hai trường hợp:

$$n^2-n+1=1 \Leftrightarrow n(n-1)=0 \Leftrightarrow n=0 \text{ hoặc } n=1$$

Các giá trị này đều thỏa mãn đề bài (0.25đ)

$$n^2-n+1=-1 \Leftrightarrow n^2-n+2=0 \text{ vô nghiệm}$$

Vậy $n=0, n=1$ là hai số phải tìm (0.25đ)

Câu 3: (3đ) (Hình *)

Lấy I đối xứng với C qua H, kẻ AI và BI, ta có HE là đường trung bình của $\triangle ACI$ nên $HE \parallel AI$ và $HE = 1/2 IA$ (1) (0.25đ)

Tương tự trong $\triangle CBI$: $HF \parallel IB$ và $HF = 1/2 IB$ (2) (0.25đ)

Từ $BG \perp AC$ và $HE \perp AC \Rightarrow BG \parallel HE$ (3) (0.25đ)

Tương tự $AK \perp BC$ và $HF \perp BC \Rightarrow AG \parallel HF$ (4) (0.25đ)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow BIAH$ là hình bình hành (0.25đ)

Do đó $BH = IA$ và $AG = IB$ (0.5đ)

Kết hợp với kết quả (1) và (2) $\Rightarrow BH = 2HE$ và $AG = 2HF$ (0.5đ)

Câu 4: (1.5đ)

Ta có: $1970^2 - 1 < 1970^2$

$$\Leftrightarrow 1969.1971 < 1970^2$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{1969.1971} < 2.1970 \text{ (*)}$$

Cộng 2.1970 vào hai vế của (*)

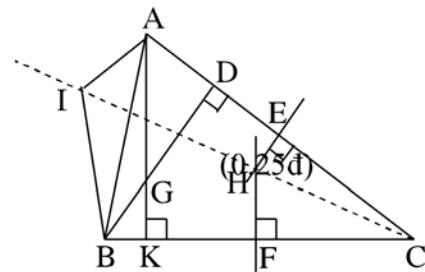
ta có:

$$2.1970 + 2\sqrt{1969.1971} < 4.1970$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{1969} + \sqrt{1971})^2 < (2\sqrt{1970})^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1969} + \sqrt{1971} < 2\sqrt{1970}$$

Vậy: $\sqrt{1969} + \sqrt{1971} < 2\sqrt{1970}$



Hình *

(0.25đ)

(0.25đ)

(0.25đ)

đề 19

Bài 1 (2,5đ) Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x^2}{x^3 - 4x} + \frac{6}{6 - 3x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$$

- tìm tập xác định A: Rút gọn A?
- Tìm giá trị của x khi A = 2
- Với giá trị của x thì A < 0
- tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

bài 2 (2,5đ)

a. Cho $P = \frac{x^4 + x^3 + x + 1}{x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1}$

Rút gọn P và chứng tỏ P không âm với mọi giá trị của x

b. Giải phương trình

$$\frac{1}{x^2 + 5x + 6} + \frac{1}{x^2 + 7x + 12} + \frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} = \frac{1}{8}$$

Bài 3 (1đ)

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{27 - 12x}{x^2 + 9}$

Bài 4 (3đ)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và điểm H di chuyển trên BC. Gọi E, F lần lượt là điểm đối xứng của H qua AB và AC

- CMR: E, A, H thẳng hàng
- CMR: BEFC là hình thang, có thể tìm vị trí của H để BEFC trở thành một hình thang vuông, hình bình hành, hình chữ nhật được không.
- xác định vị trí của H để tam giác EHF có diện tích lớn nhất?

Bài 5 (1đ)

Cho các số dương a, b, c có tích bằng 1

CMR: $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \geq 8$

Đáp án

Bài 1 (2,5đ)

sau khi biến đổi ta được;

$$A = \frac{-6}{(x-2)(x+2)} \times \frac{x+2}{6} \quad 0,5đ$$

a. TXĐ = $\{x : x \neq \pm 2; x \neq 0\}$ 0,25đ

Rút gọn: $A = \frac{-1}{x-2} = \frac{1}{2-x}$ 0,25đ

b. Để A = 2 $\Rightarrow x = 1,5$ (thỏa mãn điều kiện của x) 0,5đ

c. Để $A < 0$ thì $\frac{1}{2-x} < 0 \Rightarrow 2-x < 0 \Rightarrow x > 2$ (Thoả mãn đk của x) 0,5đ

d. Để A có giá trị nguyên thì $(2-x)$ phải là ước của 2. Mà $Ư(2) = \{-1; -2; 1; 2\}$
suy ra $x = 0; x = 1; x = 3; x = 4$. Nhưng $x = 0$ không thoả mãn ĐK của x 0,25đ

Vậy $x = 1; x = 3; x = 4$ 0,25đ

Bài 2 (2,5đ)

a. $P = \frac{x^4 + x^3 + x + 1}{x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1}$ 1đ

Tử: $x^4 + x^3 + x + 1 = (x+1)^2(x^2 - x + 1)$ 0,25đ

Mẫu: $x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1 = (x^2 + 1)(x^2 - x + 1)$ 0,25đ

Nên mẫu số $(x^2 + 1)(x^2 - x + 1)$ khác 0. Do đó không cần điều kiện của x 0,25đ

Vậy $P = \frac{(x+1)^2(x^2 - x + 1)}{(x^2 + 1)(x^2 - x + 1)} = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1}$ vì tử $= (x+1)^2 \geq 0 \forall x$ và mẫu $x^2 + 1 > 0$ với

mọi x 0,25đ

Nên $P \geq 0 \forall x$

b. Giải PT: $\frac{1}{x^2 + 5x + 6} + \frac{1}{x^2 + 7x + 12} + \frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} = \frac{1}{8}$

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

$$x^2 + 7x + 12 = (x+4)(x+3)$$

$$x^2 + 9x + 20 = (x+4)(x+5)$$

$$x^2 + 11x + 30 = (x+5)(x+6)$$

Trong đó $\frac{1}{x^2 + 5x + 6} = \frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}$...

TXĐ = $\{x; x \neq -2; -3; -4; -5; -6\}$ phương trình trở thành:

$$\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} = \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+6} = \frac{1}{8}$$

$$= 8(x+6-x-2) = (x+2)(x+6)$$

$$\Leftrightarrow 32 = x^2 + 8x + 12$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x - 20 = 0 \Rightarrow x = 2; x = -10$$

Vậy PT đã cho có nghiệm $x = 2; x = -10$

Bài 3 (1đ)

Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \frac{27-12x}{x^2+9}$$

$$A = \frac{27-12x}{x^2+9} = \frac{x^2-12x+36-(x^2+9)}{x^2+9} = \frac{(x-6)^2}{x^2+9} - 1 \geq -1$$

$$A \text{ đạt giá trị nhỏ nhất là } -1 \Leftrightarrow (x-6)^2 = 0 \text{ hay } x = 6 \quad A =$$

$$\frac{27-12x}{x^2+9} = \frac{(4x^2+36)-(4x^2+12x+9)}{x^2+9} = 4 - \frac{(2x+3)^2}{x^2+9} \leq 4. \quad A \text{ đạt GTLN là } 4$$

$$(2x+3)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Bài 4 (3đ)

a.(0,75đ) do E đối xứng với H qua AB nên AB là đường trung trực của đoạn thẳng EH

vậy góc EAH = gócIAH (1)

góc FAD = gócDAH (2)

cộng (1) và (2) ta có : góc EAH + góc FAD = gócDAH + gócIAH = 90° theo giả thuyết

hay gócEAI + gócAD + BAC = $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Do đó 3 điểm E, A, F thẳng hàng

b. Tam giác ABC vuông ở A nên gócABC + ACB = 90° (hai góc nhọn tam giác vuông)

Mà gócEBA = gócABH (tính chất đối xứng)

gócCA = gócHCA (tính chất đối xứng)

suy ra góc EBA + góc FCA = 90°

haygóc EBA + góc FCA + góc ABC + góc ACB = 180°

suy ra góc EBC + góc FBC = 180° (hai góc trong cùng phía bù nhau)

do đó BE song song CF. Vậy tứ giác BEFC là hình thang 0,75đ

Muốn BEFC là hình thang vuông thì phải có góc AHC = 90° ($\widehat{E} = \widehat{F} = 90^\circ$) vậy H phải là chân đường cao thuộc cạnh huyền của tam giác ABC

Muốn BEFC là hình bình hành thì BE = CF suy ra BM = HC. Vậy H phải là trung điểm của BC..... 0,25đ

Muốn BEFC là hình chữ nhật thì BEFC phải có một góc vuông suy ra ($\widehat{B} = \widehat{C} = 45^\circ$) điều này không xảy ra vì tam giác ABC không phải là tam giác vuông cân.....0,25đ

c.lấy H bất kỳ thuộc BC gần B hơn ta có:

$S_{\triangle EHF} = 2S_{\triangle AHD}$ dựng hình chữ nhật HPQD bằng AIHD

vậy $S_{\text{tam giác EHF}} = S_{\text{tứ giác HPQD}}$. Ta có tam giác HBI = tam giác HMB (g.c.g)

suy ra $S_{\triangle HBI} = S_{\triangle HMB} \Rightarrow S_{\triangle EHF} = S_{\triangle ABM} < S_{\triangle ABC}$

với H gần C hơn ta cũng có: $S_{\text{tứ giác ABMQ}} < S_{\text{tam giác ABC}}$

khi H di chuyển trên BC ta luôn có $S_{\triangle EHF} \leq S_{\triangle ABC}$. Tại vị trí h là trung điểm của BC thì ta có

$S_{\triangle EHF} = S_{\triangle ABC}$. Do đó khi H là trung điểm của BC thì $S_{\triangle EHF}$ là lớn nhất.

Bài 5 (1đ) Cho các số dương a, b, c có tích bằng 1

Chứng minh: $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \geq 8$

Do a, b, c là các số dương nên ta có;

$$(a - 1)^2 \geq 0 \forall a > 0 \Rightarrow a^2 + 1 \geq 2a \Rightarrow a^2 + 2a + 1 \Rightarrow (a + 1)^2 \geq 4a \quad (1) \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Tương tự } (b + 1)^2 \geq 4b \quad (2) \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$(c + 1)^2 \geq 4c \quad (3) \dots\dots\dots 0,25đ$$

Nhân từng vế của (1), (2), (3) ta có:

$$(b + 1)^2(a - 1)^2(c + 1)^2 \geq 64abc \quad (\text{vì } abc = 1)$$

$$((b + 1)(a - 1)(c + 1))^2 \geq 64$$

$$(b + 1)(a - 1)(c + 1) \geq 8 \dots\dots\dots 0,25đ$$

đề 20

Câu I : (3đ)

a) Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

$$A = x^3 + 8x^2 + 19x + 12. \quad B = x^3 + 6x^2 + 11x + 6.$$

b) Rút gọn phân thức :

$$\frac{A}{B} = \frac{x^3 + 8x^2 + 19x + 12}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}.$$

Câu II : (3đ) .

1) Cho phương trình ẩn x.

$$\frac{x+a}{x+2} + \frac{x-2}{x-a} = 2.$$

a) Giải phương trình với a = 4.

b) Tìm các giá trị của a sao cho phương trình nhận x = -1 làm nghiệm.

2) Giải bất phương trình sau : $2x^2 + 10x + 19 > 0$.

Câu III (3đ): Trong hình thoi ABCD người ta lấy các điểm P và Q theo thứ tự trên AB và CD sao cho $AP = 1/3 AB$ và $CQ = 1/3 CD$. Gọi I là giao điểm của PQ và AD , K là giao điểm của DP và BI , O là giao điểm của AC và BD.

a) Chứng minh $AD = AI$, cho biết nhận xét về tam giác BID và vị trí của K trên IB.

b) Cho B và D cố định tìm quỹ tích của A và I.

Câu IV : (1đ) .Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình sau :

$$yx^2 + yx + y = 1.$$

Đáp án

Bài I : 1) $A = (x+1)(x+3)(x+4)$ (1đ)

$B = (x+1)(x+2)(x+3)$ (1đ)

2) $\frac{A}{B} = \frac{(x+1)(x+3)(x+4)}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{x+4}{x+2}$ (1đ)

Bài II :1) . Phương trình $\frac{(x+a)}{(x+2)} + \frac{(x-2)}{(x-a)} = 2$ (1)

Điều kiện: $x \neq -2$ và $x \neq a$.

$$\begin{aligned} (1) \quad & \Leftrightarrow x^2 - a^2 + x^2 - 4 = 2x^2 + 2(2-a)x - 4a \\ & \Leftrightarrow -a^2 - 4 + 4a = 2(2-a)x \\ & \Leftrightarrow -(a-2)^2 = 2(a-2)x \quad (*) \end{aligned}$$

a) với $a=4$ thay vào (*) ta có :

$$4 = 4x \Rightarrow x=1 \quad (1đ)$$

b) . Thay $x=-1$ vào (*) ta được.

$$\begin{aligned} & (a-2)^2 + (a-2) = 0 \\ \Leftrightarrow & (a-2)(a-2+2) = 0 \\ \Rightarrow & \begin{cases} a=2 \\ a=0 \end{cases} \quad (1đ) \end{aligned}$$

2) . Giải bất phương trình :

$$2x^2 + 10x + 19 > 0 \quad (1)$$

Biến đổi về trái ta được.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 10x + 19 &= 2x^2 + 8x + 8 + 2x + 4 + 7 \\ &= 2(x^2 + 4x + 4) + 2(x+2) + 7 \\ &= 2(x+2)^2 + 2(x+2) + 7 \\ &= (x+3)^2 + (x+2)^2 + 6 \text{ luôn lớn hơn } 0 \text{ với mọi } x \end{aligned}$$

Nên bất phương trình (1) Nghiệm đúng với $\forall x$. (1đ)

Bài III .

Xét tam giác IDQ có . $\begin{cases} AP \parallel DQ \\ AP = \frac{1}{2} DQ \end{cases}$

Theo định lý Ta Lét trong tam giác ta có : (0,75đ)

$$\frac{IA}{ID} = \frac{AP}{AQ} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2IA = ID \Rightarrow AD = AI$$

Tam giác BID là tam giác vuông tại B vì $AO \perp DB$ và AO là đường trung bình của $\triangle BID$

Điểm K là trung điểm của IB. (Do DK là đường trung tuyến của $\triangle BID$) . (0,75đ)

b). Với B và D cố định nên đoạn DB cố định. Suy ra trung điểm O cố định.

Mặt khác AC $\perp$ BD , BI $\perp$ DB và vai trò của A và C là như nhau . Nên quỹ tích của A là đường thẳng đi qua O và vuông góc với BD trừ điểm O. Quỹ tích của điểm I là đường thẳng đi qua B và vuông góc với BD trừ điểm B. (1đ)

Đảo: Với A và I chạy trên các đường đó và $AD = AI$.Thì $AP = \frac{1}{2} AB$ và $CQ = \frac{1}{3} CD$.

Thật vậy : Do $AP \parallel DQ$ suy ra $\frac{IA}{ID} = \frac{AP}{AQ} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2AP = DQ$ mà $AB = CD \Rightarrow \text{ĐPCM}$.

(0,5đ)

Bài IV: $y x^2 + y x + y = 1$. (1)

Nếu phương trình có nghiệm thì $x, y > 0$.

$$(1) \quad y(x^2 + x + 1) = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x^2 + x + 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 1, x = 0$$

Vậy nghiệm của phương trình trên là $(x, y) = (0, 1)$. (1đ)

đề 21

I. Đề bài:

Bài 1:(2 điểm) Cho $A = \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$

Rút gọn biểu thức A, biết $a + b + c = 0$.

Bài 2:(3 điểm) Giải phương trình:

$$1) \quad (x+1)^4 + (x+3)^4 = 16$$

$$2) \quad \frac{x-1001}{1006} + \frac{x-1003}{1004} + \frac{x-1005}{1002} + \frac{x-1007}{1000} = 4$$

Bài 3:(2 điểm) Chứng minh rằng số:

$$a = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)}, \quad n \in \mathbb{Z}_+ \text{ không phải là một số nguyên.}$$

Bài 4:(3 điểm)

Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD và DA.

a) Tứ giác MNPQ là hình gì? Tại sao?

b) Tìm điều kiện để tứ giác MNPQ là hình vuông?

c) Với điều kiện câu b), hãy tính tỷ số diện tích của hai tứ giác ABCD và MNPQ.

Đáp án

Bài 1:(2 điểm) Ta có: $a + b + c = 0 \Leftrightarrow b + c = -a$. 0.25 điểm

Bình phương hai vế ta có : $(b + c)^2 = a^2$

$$\Leftrightarrow b^2 + 2bc + c^2 = a^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -2bc \quad 0.5 \text{ điểm}$$

Tương tự, ta có: $c^2 + a^2 - b^2 = -2ca$

$$a^2 + b^2 - c^2 = -2ab \quad 0.5 \text{ điểm}$$

$$\Rightarrow A = -\frac{1}{2bc} - \frac{1}{2ca} - \frac{1}{2ab} = \frac{-(a+b+c)}{2abc} = 0 \text{ (vì } a + b + c = 0) \quad 0.5 \text{ điểm}$$

Bài 2: (3 điểm) Giải phương trình:

1) Đặt $y = x + 2$ ta được phương trình:

$$(y - 1)^4 + (y + 1)^4 = 16 \Leftrightarrow 2y^4 + 12y^2 + 2 = 16$$

$$\Leftrightarrow y^4 + 6y^2 - 7 = 0$$

0.5 điểm

Đặt $z = y^2$ ta được phương trình: $z^2 + 6z - 7 = 0$ có hai nghiệm là

$$z_1 = 1 \text{ và } z_2 = -7.$$

0.5 điểm

• $y^2 = 1$ có 2 nghiệm $y_1 = 1$; $y_2 = -1$ ứng với $x_1 = -1$; $x_2 = -3$.

• $y^2 = -7$ không có nghiệm.

0.5 điểm

$$2) \quad \frac{x-1001}{1006} + \frac{x-1003}{1004} + \frac{x-1005}{1002} + \frac{x-1007}{1000} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1001}{1006} - 1 + \frac{x-1003}{1004} - 1 + \frac{x-1005}{1002} - 1 + \frac{x-1007}{1000} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2007}{1006} + \frac{x-2007}{1004} + \frac{x-2007}{1002} + \frac{x-2007}{1000} = 0$$

0.5 điểm

$$\Leftrightarrow (x-2007) \left(\frac{1}{1006} + \frac{1}{1004} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1000} \right) = 0 \Leftrightarrow (x-2007) = 0$$

0.5 điểm

$$\text{Vì } \left(\frac{1}{1006} + \frac{1}{1004} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1000} \right) \neq 0 \Rightarrow x = 2007$$

0.5 điểm

Bài 3: (1,5 điểm) Ta có:

$$a = \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

0,5 điểm

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} < 1;$$

0.5 điểm

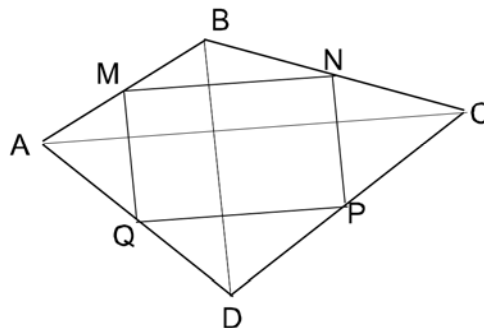
Mặt khác $a > 0$. Do đó a không nguyên

0.5 điểm

Bài 4: (3,5 điểm)

Vẽ hình, viết giả thiết - kết luận đúng

0.5 điểm



a) Chứng minh MNPQ là hình bình hành 1 điểm

b) MNPQ là hình vuông khi và chỉ khi $AC = BD, AC \perp BD$ 1 điểm

c) $S_{ABCD} = \frac{a^2}{2}; S_{MNPQ} = \frac{a^2}{4};$ 0.5 điểm

$$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{MNPQ}} = 2 \quad \text{0.5 điểm}$$

=====

đề 22

Bài 1 (3 điểm)

a. Phân tích đa thức thành nhân tử.

$$A = x^4 - 14x^3 + 71x^2 - 154x + 120$$

b. Chứng tỏ đa thức A chia hết cho 24

Bài 2 (3 điểm)

a. Tìm nghiệm nguyên tử của phương trình: $\frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x + 2} + \frac{x^2 + x + 2}{x^2 + x + 3} = \frac{7}{6}$

b. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $B = \frac{x^2}{1 + x^4}$ với $x \neq 0$

Bài 3 (1 điểm) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}$

Bài 4 (3 điểm)

Cho Tam giác ABC vuông cân ở A. Điểm M trên cạnh BC. Từ M kẻ ME vuông góc với AB, kẻ MF vuông góc với AC ($E \in AB; F \in AC$)

a. Chứng minh: $FC \cdot BA + CA \cdot BE = AB^2$ và chu vi tứ giác MEAF không phụ thuộc vào vị trí của M.

b. Tâm vị trí của M để diện tích tứ giác MEAF lớn nhất.

c. Chứng tỏ đường thẳng đi qua M vuông góc với EF luôn đi qua một điểm cố định

Đáp án

Bài 1: a. $A = x^4 - 14x^3 + 71x^2 - 154x + 120$

Kết quả phân tích $A = (x - 3) \cdot (x - 5) \cdot (x - 2) \cdot (x - 4)$ (2 điểm)

b. $A = (x - 3) \cdot (x - 5) \cdot (x - 2) \cdot (x - 4)$

$$\Rightarrow A = (x - 5) \cdot (x - 4) \cdot (x - 3) \cdot (x - 2)$$

Là tích của 4 số nguyên liên tiếp nên A : 24 (1 điểm)

Bài 2: a. $\frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x + 2} + \frac{x^2 + x + 2}{x^2 + x + 3} = \frac{7}{6}$

Tìm được nghiệm của phương trình $x_1 = 0; x_2 = -1$ (1.5 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$B = \frac{x^2}{1+x^4} \text{ với } x \neq 0 \text{ giải và tìm được } B_{\max} = 1/2 \text{ thì } x = \pm 1 \quad (1, 5 \text{ điểm})$$

Bài 3 Rút gọn biểu thức:

$$P = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 3x^2 + 3x - 2} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x^2 - x + 1)} \Rightarrow P = \frac{x-3}{x^2 - x + 1} \quad (1 \text{ điểm})$$

Bài 4: Giải a. chứng minh được

$$FC \cdot BA + CA \cdot BE = AB^2 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

+ Chứng minh được chu vi tứ giác

$$MEAF = 2 AB$$

(không phụ vào vị trí của M) (0,5 điểm)

b. Chứng tỏ được M là trung điểm BC

Thì diện tích tứ giác MEAF lớn nhất (1 điểm)

c. Chứng tỏ được đường thẳng

MH $\perp$ EF luôn đi qua một điểm N cố định (1 điểm)

Ề 23

Câu 1: (4đ)

a, Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$A = (x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 1) - 6$$

b, Cho $x \in \mathbb{Z}$ chứng minh rằng $x^{200} + x^{100} + 1 : x^4 + x^2 + 1$

Câu 2: (2đ)

Cho $x, y, z \neq 0$ thỏa mãn $x + y + z = xyz$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$

Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$

Câu 3: (3đ) Tìm x biết

$$a, \quad |3x + 2| < 5x - 4$$

$$b, \frac{x+43}{57} + \frac{x+46}{54} = \frac{x+49}{51} + \frac{x+52}{48}$$

Câu 4: (3đ)

a, Chứng minh rằng $A = n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 \vdots 9$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

b, Cho $x, y, z > 0$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}$$

Bài 5: (6đ)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH ($H \in BC$). Tròn tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

1. Chứng minh rằng hai tam giác BEC và ADC đồng dạng. Tính độ dài đoạn BE theo $m = AB$.
2. Gọi M là trung điểm của đoạn BE. Chứng minh rằng hai tam giác BHM và BEC đồng dạng. Tính số đo của góc AHM
3. Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh: $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$.

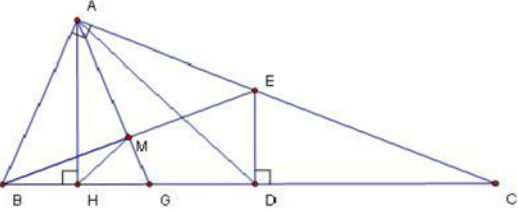
Bài 6: (2 đ)

Chứng minh rằng các số tự nhiên có dạng $2p+1$ trong đó p là số nguyên tố, chỉ có một số là lập phương của một số tự nhiên khác. Tìm số đó.

Ề 23

Câu 1 (4đ)	a, đặt $a = x^2 - 2x$ thì $x^2 - 2x - 1 = a - 1$ $\Rightarrow A = (x+1)(x-3)(x^2 - 2x + 2)$ b, $A = x^{200} + x^{100} + 1 = (x^{200} - x^2) + (x^{100} - x^4) + (x^4 + x^2 + 1)$ $= x^2(x^{198} - 1) + x^4(x^{96} - 1) + (x^4 + x^2 + 1) = x^2((x^6)^{33} - 1) + x^4((x^6)^{16} - 1) + (x^4 + x^2 + 1)$ $= x^2(x^6 - 1).B(x) + x^4(x^6 - 1).C(x) + (x^4 + x^2 + 1)$ dễ thấy $x^6 - 1 = (x^3 - 1)(x^3 + 1) = (x+1)(x-1)(x^4 + x^2 + 1) \vdots x^4 + x^2 + 1$ $\Rightarrow A$ chia hết cho $x^4 + x^2 + 1$	.1đ 1đ 1đ 1đ
Câu 2 : (2đ)	Có $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z})^2 = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + 2(\frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} + \frac{1}{yz})$ $(\sqrt{3})^2 = p + 2\frac{z+y+x}{xyz}$ vậy $p+2=3$ suy ra $p = 1$	0.75đ 0,75đ 0.5đ

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

Cầu 3: (3đ)	giải $4-5x < 3x+2 < 5x-4$ làm đặng được $x > 3$ b, Cộng 1 vào mỗi phẩn thức rồi đặt nhõn tử chung $(x+100)(\frac{1}{57} + \frac{1}{54} - \frac{1}{51} - \frac{1}{48}) = 0 \Rightarrow S = \{-100\}$	1đ 0,5đ 1đ 0,5đ
Cầu 4: 3đ	$a, = n^3 + (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) + (n^3 + 6n^2 + 12n + 8)$ $= 3n^3 + 9n^2 + 15n + 9 = 3(n^3 + 3n^2 + 5n + 3)$ ết $B = n^3 + 3n^2 + 5n + 1 = n^3 + n^2 + 2n^2 + 2n + 3n + 3$ $= n^2(n+1) + 2n(n+1) + 3(n+1) = n(n+1)(n+2) + 3(n+1)$ Ta thấy $n(n+1)(n+2)$ chia hết cho 3 (vỡ tóch của 3 số tự nhiên liờn tiếp) $3(n+1)$ chia hết cho 3 $\Rightarrow B$ chia hết cho 3 $\Rightarrow A = 3B$ chia hết cho 9 b, ết $y+z=a$; $z+x=b$; $x+y=c \Rightarrow x+y+z = \frac{a+b+c}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{-a+b+c}{2}$; $y = \frac{a-b+c}{2}$; $z = \frac{a+b-c}{2}$ $P = \frac{-a+b+c}{2a} + \frac{a-b+c}{2b} + \frac{a+b-c}{2c} =$ $\frac{1}{2}(-1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} - 1 + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} - 1 + \frac{a}{c} + \frac{b}{c}) =$ $\frac{1}{2}(-3 + (\frac{b}{a} + \frac{a}{b}) + (\frac{c}{a} + \frac{a}{c}) + (\frac{b}{c} + \frac{c}{b})) \geq \frac{3}{2}$ $\text{Min } P = \frac{3}{2}$ (Khi và chỉ khi $a=b=c \Leftrightarrow x=y=z$)	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 1đ
Cầu 5: (2đ)	 + Hai tam giẻc ADC và BEC cú: Gúc C chung. $\frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$ (Hai tam giẻc vuẻng CDE và CAB đẻng dẻng) Do đú, chẻng đẻng dẻng (c.g.c). Suy ra: $\angle BEC = \angle ADC = 135^\circ$ (vẻ tam giẻc AHD vuẻng cẻn tại H theo giẻ thiết). Nẻn $\angle AEB = 45^\circ$ do đú tam giẻc ABE vuẻng cẻn tại A. Suy ra: $BE = AB\sqrt{2} = m\sqrt{2}$	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ 0,25 đ 0,5 đ
b) 2đ	Ta cú: $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BE}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC}$ (do $\triangle BEC \sim \triangle ADC$) mà $AD = AH\sqrt{2}$ (tam giẻc AHD vuẻng vẻn tại H)	0,5đ

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

	nên $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AH\sqrt{2}}{AC} = \frac{BH}{AB\sqrt{2}} = \frac{BH}{BE}$ (do $\triangle ABH$ cân) dạng $\triangle CBA$) Do đó $\triangle BHM$ đồng dạng $\triangle BEC$ (c.g.c) suy ra: $\angle BHM = \angle BEC = 135^\circ \Rightarrow \angle AHM = 45^\circ$	1đ 0,5đ
C) 2đ	Tam giác ABE vuông cân tại A, nên tia AM cũng là phân giác góc BAC. Suyra: $\frac{GB}{GC} = \frac{AB}{AC}$, với $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ nên $\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{DC} = \frac{AH}{HC} = \frac{HD}{HC}$ (DE//AH) Do đó: $\frac{GB}{GC} = \frac{HD}{HC} \Rightarrow \frac{GB}{GB+GC} = \frac{HD}{HD+HC} \Rightarrow \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$	1đ 1đ
Câu 6	Chặt: $2p+1=a^3$ ($a>1$) Ta có $2p=(a-1)(a^2+a+1)$ Với p là số nguyên tố nên: Hoặc: $a-1=2$ suy ra $p=13$ (thỏa mãn) Hoặc: $a^2+a+1=2$ điều này không xảy ra với $a>1$ Vậy trong các số tự nhiên có dạng $2p+1$ (p là số nguyên tố) chỉ có 1 số là lập phương của một số tự nhiên khác.	1đ 0,5đ 0,5đ

ĐỀ 24

Câu 1: (4điểm)

a. Cho: $3y-x=6$ Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{x}{y-2} + \frac{2x-3y}{x-6}$

b. Cho $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2$ và $a,b,c \neq 0$. Chứng minh: $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$

Câu 2: (3điểm)

a. Tìm x,y,x biết: $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{4} = \frac{x^2+y^2+z^2}{5}$

b. Giải phương trình: $2x(8x-1)^2(4x-1)=9$

Câu 3: (3điểm)

a. Chứng minh: $a^5 - a$ chia hết cho 30 với $a \in \mathbb{Z}$

b. Chứng minh rằng: $x^5 - x + 2$ không là số chính phương với mọi $x \in \mathbb{Z}^+$

Câu 4: (2điểm)

Cho $a,b,c>0$ Chứng minh bất đẳng thức:

Câu 5: (6 điểm)

Gv: Nguyễn Văn Tú

cho tam giác ABC nhọn có đường cao AA' ;BB';CC' Có trực tâm H

a) tính tổng : $\frac{AH'}{AA'} + \frac{BH}{BB'} + \frac{CH}{CC'}$

Gọi AI là phân giác của tam giác ABC IM; IN thứ tự là phân giác của góc AIC; AIB(M ∈ AC; N ∈ AB chứng minh: AN.BI.CM=BN.IC.AM

c) Tam Giác ABC thỏa mãn điều kiện gì thì biểu thức : $\frac{(AB+BC+CA)^2}{AA'^2+B'B^2+C'C^2}$

đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 6(2điểm)

Chứng minh rằng nếu a,b,c là các số hữu tỷ và ab+bc+ac=1 thì

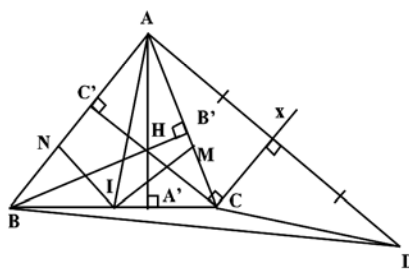
$$(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2) \text{ bằng bình phương của số hữu tỉ.}$$

.....Hết.....

Ề 24

Bài	Nội dung	điểm
Bài 1		0,5đ
a)	$3y-x=6 \Rightarrow x=3y-6$	
2đ	Thay vào ta có A=4	1,5đ
b)	Vô: $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2$ và a,b,c ≠ 0.	
2đ	$\Rightarrow ab+ac+bc=0 \Rightarrow \frac{ab+ac+bc}{abc}=0$	
	$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$	1đ
	Đặt : $\frac{1}{a} = x; \frac{1}{b} = y; \frac{1}{c} = z$	
	chứng minh bài toán Nếu $x+y+z=0$ thì:	
	$x^3+y^3+z^3=3xyz \Rightarrow \text{đpcm}$	1đ
Bài 2:	.	:
a)	$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{4} = \frac{x^2+y^2+z^2}{5} \Leftrightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} - \frac{y^2}{5} + \frac{z^2}{4} - \frac{z^2}{5} = 0$	1đ
1,5đ		

b) 1,5đ	$\Leftrightarrow \frac{3x^2}{10} + \frac{2y^2}{15} + \frac{z^2}{20} = 0 \Leftrightarrow x = y = z$.phương trình: $2x(8x-1)^2(4x-1)=9 \Leftrightarrow (64x^2 - 16x + 1)(8x^2 - 2x) = 9$ $\Leftrightarrow (64x^2 - 16x + 1)(64x^2 - 16x) = 72$ đặt : $64x^2 - 16x + 0,5 = k$ Ta cú pt : $(k+0,5)(k-0,5)=72 \Leftrightarrow k^2 = 72,25 \Leftrightarrow k \pm 8,5$ Với $k=8,5$ Ta cú $x=\frac{-1}{4}; x=\frac{1}{2}$ Với $k=-8,5$ phương trình vô nghiệm Vậy phương trình cú 2 nghiệm $x=-1/4$ và $x=1/2$	0,5đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Bài 3 a) 1.5đ b) 1.5đ	, cú: $a^5 - a = a(a^4 - 1) = a(a^2 - 1)(a^2 + 1) = a(a-1)(a+1)(a^2 + 1)$ $= a(a-1)(a+1)(a+2)(a-2) + 5a(a-1)(a+1)$ vớ a nguyên nờn $a(a-1)(a+1)(a+2)(a-2)$ là tích 5 số nguyên liờn tiếp nờn: 30 (2) $5a(a-1)(a+1)$ là tích của 3 số nguyên liờn tiếp với 5 nờn chia hết cho 30 Từ (1); (2) suy ra đpcm b, Từ bài toàn tròn ta cú: $x^5 - x : 5 \Rightarrow x^5 - x + 2$ chia 5 dư 2 $\Rightarrow x^5 - x + 2$ cú tận cựng là 2 hoặc 7 (khụng cú số chớnh phương nào cú tận cựng là 2 hoặc 7) Vậy: $x^5 - x + 2$ khụng thể là số chớnh phương với mọi $x \in \mathbb{Z}_+$	0, 75đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,75đ 0,5đ 0,25đ
Cõu 4 2đ	đặt $A = \left(a + \frac{b}{ac}\right) \left(b + \frac{c}{ba}\right) \left(c + \frac{a}{bc}\right) = \left(ab + \frac{c}{b} + \frac{b^2}{ac} + \frac{1}{a^2}\right) \left(c + \frac{a^2}{bc}\right)$	1đ

	$=abc + \frac{a^2}{c} + \frac{c^2}{b} + \frac{a}{b^2} + \frac{b^2}{a} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} + \frac{1}{abc}$ $= \left(abc + \frac{1}{abc} \right) + \left(\frac{a^2}{c} + \frac{c}{a^2} \right) + \left(\frac{c^2}{b} + \frac{b}{c^2} \right) + \left(\frac{b^2}{a} + \frac{a}{b^2} \right)$ ta có $x + \frac{1}{x} \geq 2 \forall x > 0$ Nên $A \geq 8$ đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=1$	0,5đ 0,5đ
câu 5 a)	 Ta có: $\frac{AH}{A'A} = \frac{\frac{1}{2}(BA' + A'C).AH}{\frac{1}{2}AH.BC} = \frac{S_{AHB} + S_{AHC}}{S_{ABC}} \quad (1)$ Tương tự: $\frac{BH}{BB'} = \frac{S_{AHB} + S_{BHC}}{S_{ABC}} \quad (2)$ $\frac{CH}{CC'} = \frac{S_{CHB} + S_{AHC}}{S_{ABC}} \quad (3)$ Từ (1); (2); (3) ta có: $\frac{AH'}{AA'} + \frac{BH}{BB'} + \frac{CH}{CC'} = \frac{2(S_{AHB} + S_{BHC} + S_{CHA})}{S_{ABC}} = 2$	1 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ
b.		
c)	b) ọp d ụng tónh chất đường phốn gióc vào còc tam gióc ABC, ABI, AIC: $\frac{BI}{IC} = \frac{AB}{AC}; \frac{AN}{NB} = \frac{AI}{BI}; \frac{CM}{MA} = \frac{IC}{AI} \quad \text{suy ra}$ $\frac{BI}{IC} \cdot \frac{AN}{NB} \cdot \frac{CM}{MA} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AI}{BI} \cdot \frac{IC}{AI} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{IC}{BI} = \frac{AB.AC}{AC.AB} = 1$ $\Rightarrow BI.AN.CM = BN.IC.AM$	0,75 đ 0,75 đ
	c) Vẽ $Cx \perp CC'$. Gọi D là điểm đối xứng của A qua Cx - Chứng minh được góc BAD vuông, $CD = AC$, $AD = 2CC'$ - Xét 3 điểm B, C, D ta có: $BD \leq BC + CD$ - $\triangle BAD$ vuông tại A nên: $AB^2 + AD^2 = BD^2$ $\Rightarrow AB^2 + AD^2 \leq (BC + CD)^2$ $AB^2 + 4CC'^2 \leq (BC + AC)^2$ $4CC'^2 \leq (BC + AC)^2 - AB^2$ Tương tự: $4AA'^2 \leq (AB + AC)^2 - BC^2$ $4BB'^2 \leq (AB + BC)^2 - AC^2$	0,5 đ 0,5 đ 0,25 đ

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

	-Chứng minh được : $4(AA'^2 + BB'^2 + CC'^2) \leq (AB+BC+AC)^2$ $\Leftrightarrow \frac{(AB + BC + CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \geq 4$ (égalité xảy ra $\Leftrightarrow BC = AC, AC = AB, AB=BC$ Tức tam giác ABC đều	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ
Câu 6 2đ	Cú $1+a^2=ab+ac+bc+a^2=(a+c)(a+b)$ Tương tự $1+b^2=(a+b)(b+c)$ $1+c^2=(b+c)(a+c)$ $\Rightarrow (1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)=[(a+b)(a+c)(b+c)]^2$ đpcm	1đ 0,5đ 0,5đ

Ề 25

Bài 1: (5 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left[\frac{2}{(x+1)^3} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) + \frac{1}{x^2 + 2x + 1} \left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x^3}$

a/ Thu gọn A

b/ Tìm các giá trị của x để $A < 1$

c/ Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

Bài 2:

(3 điểm) Cho a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 1$

Chứng minh : $abc + 2(1 + a + b + c + ab + ac + bc) \geq 0$

Bài 3 (4 điểm):

a) Giải phương trình:

$$\frac{1}{3y^2 - 10y + 3} = \frac{6y}{9y^2 - 1} + \frac{2}{1 - 3y}$$

b) Cho đa thức $P(x) = x^2 + bx + c$, trong đó b và c là các số nguyên. Biết rằng đa thức

$x^4 + 6x^2 + 25$ và $3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$ đều chia hết cho $P(x)$. Tính $P(1)$

Bài 4 (6 điểm):

Cho hình chữ nhật ABCD, gọi E, I lần lượt là trung điểm của AB và CD. Nối D với E. Vẽ tia Dx vuông góc với DE, tia Dx cắt tia đối của tia CB tại M. Tròn tia đối của tia CE lấy điểm K sao cho $DM = EK$. Gọi G là giao điểm của DK và EM.

a/ Tính số đo góc DBK.

b/ Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ K xuống BM. Chứng minh bốn điểm A, I, G, H cùng nằm trên một đường thẳng.

Bài 5: (2 điểm)

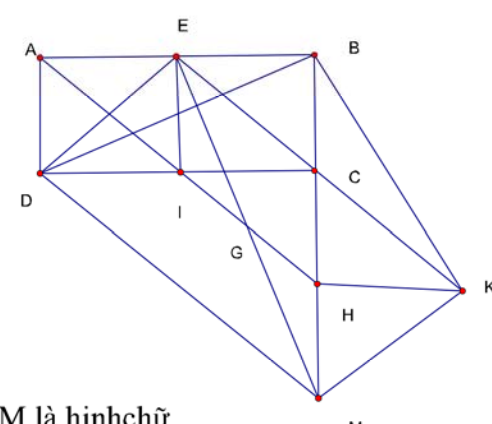
Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^6 + 3x^2 + 1 = y^3$

Ề 25

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

Bêl	NỘI DUNG	
Bài 1		
a)	$A = \left(\frac{2x}{(x+1)^2 \cdot x^2} + \frac{x^2+1}{(x+1)^2 x^2} \right) : \frac{x-1}{x^3} \quad \text{éKXéX} \notin \{0;1;-1\}$ $A = \frac{(x+1)^2 x^3}{(x-1)(x+1)^2 x^2}$ $A = \frac{x}{x-1}$	1đ 0,5đ 0,5đ
b)	Tacú: $1-A = \frac{-1}{x-1} > 0$ khi $x-1 < 0$ suy ra $x < 1$ Kết hợp với điều kiện xác định ta cú: $A < 1$ khi: $x < 1$ và $x \neq 0; -1$	1đ 0,5đ
c)	$A = 1 + \frac{1}{x-1}$ Vỡ x nguyên nờn $x-1$ nguyên đề A là số nguyên thỡ $x-1$ là ước của 1 Hoặc $x-1=1$ suy ra $x=2$ Hoặc $x-1=-1$ suy ra $x=0$ (loại) Vỡy $x=2$ là giỏ trị cần tỡm	1đ 0,5đ
Bài 2:	éặt $A = abc + 2(1+a+b+c+ab+ac+bc)$ vỡ $a^2+b^2+c^2=1$ Nếu $abc > 0$ ta cú: $A = abc + a^2+b^2+c^2 + 2ab+2bc+2ca + 2(a+b+c) + 1$ $A = (a+b+c+1)^2 + abc \geq 0 \quad (1)$ Nếu: $abc < 0$ ta cú: $A = 2(1+a+b+c+ab+ac+bc+abc) - abc$ Biến đổi đợc : $A = (1+a)(1+b)(1+c) + (-abc)$ Vỡ ở $a^2+b^2+c^2=1$ nờn $-1 \leq a; b; c \leq 1$ nờn $(1+a)(1+b)(1+c) \geq 0$ Và $-abc \geq 0$ nờn $A \geq 0 \quad (2)$ Từ 1 và (2) suy ra $abc + 2(1+a+b+c+ab+ac+bc) \geq 0$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Bài 3:		
a)	Biến đổi phương trỡnh về: $\frac{1}{(3y-1)(y-3)} = \frac{-2}{(3y-1)(3y+1)}$ éKxđ: $y \notin \{3; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\}$ $\Leftrightarrow 3y+1 = -2y+6$	0,75đ 0,25đ 0,5đ
b)	$\Leftrightarrow y=1$ (thỏa mớn) vậy phương trỡnh cú nghiệm duy nhất $y=1$ Từ giả thiết chỉ ra: $14x^2-28x+70$ chia hết cho x^2+bx+c $\Leftrightarrow (x^2-2x+5) : (x^2+bx+c)$ mà $b; c$ là cở số nguyên nờn $b=-2; c=5$ Khi đó $P(1) = 1^2-2.1+5 = 4$	0,5đ 0,75đ 0,75đ 0,75đ

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

Bài 4: b)	Chứng minh Tam Giác BEC đồng dạng Tam giác DCM theo tỉ số $\frac{1}{2}$ Từ đó chứng minh: $CK=ED$ (1) $EB=BC$ (2) $\angle BED = \angle BCK = 135^\circ$ (3) từ: (1);(2);(3) suy ra: $\triangle BED = \triangle BCK$ (c.g.c) $\Leftrightarrow \angle EBD = \angle CBK$ $\Rightarrow \angle DBK = 90^\circ$  Chứng minh tứ giác DEKM là hình chữ nhật Suy ra tam giác CKM vuông cân tại M $\Rightarrow$ H là trung điểm của CM AI//DM (cùng vuông góc với DE) HI//DM (T/c đường trung bình) nên A; ;I;H thẳng hàng (1) Các tam giác CIH; CHK vuông cân tại C và H nên $KH=CI=DI$ Mà DI//KH nên tứ giác DIKH là hình bình hành Lại có tứ giác DEKM là hình chữ nhật Do đó EM; DK; IH đồng quy tại G là trung điểm của DK vậy: $G \in IH$ (2) Từ (1); (2) ta có A;I;G;H thẳng hàng	0,5đ 0,5đ 1đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,5đ
Bài 5:	Với $x \neq 0$ ta có $3x^4 > 0$; $3x^2 > 0$ ta có $(x^2)^3 < y^3 < (x+1)^3$ nên phương trình vô nghiệm Với $x=0$ ta có $y^3=1$ suy ra $y=1$ Phương trình có nghiệm nguyên duy nhất $(x;y)=(0;1)$	0,5đ 1,0đ 0,25đ 0,25đ

Ề THI SỐ 26

Câu 1: (4,0 điểm)

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $3x^2 - 7x + 2$;

b) $a(x^2 + 1) - x(a^2 + 1)$.

Câu 2: (5,0 điểm)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \left(\frac{x^2-3x}{2x^2-x^3} \right)$$

a) Tìm giá trị rồi rút gọn biểu thức A ?

b) Tìm giá trị của x để $A > 0$?

c) Tính giá trị của A trong trường hợp : $|x - 7| = 4$.

Câu 3: (5,0 điểm)

a) Tìm x, y, z thỏa mãn phương trình sau :

$$9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0.$$

b) Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$. Chứng minh rằng : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Câu 4: (6,0 điểm)

Cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của C xuống đường thẳng AB và AD.

a) Tứ giác BEDF là hình gì ? Hãy chứng minh điều đó ?

b) Chứng minh rằng : $CH \cdot CD = CB \cdot CK$

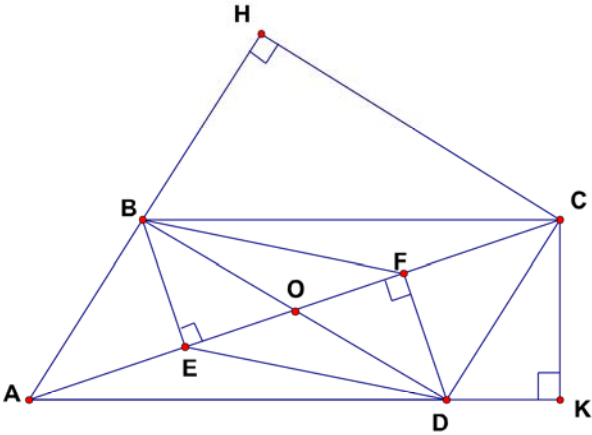
c) Chứng minh rằng : $AB \cdot AH + AD \cdot AK = AC^2$.

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

	Nội dung đáp án	điểm
Bài 1		
a		2,0
	$3x^2 - 7x + 2 = 3x^2 - 6x - x + 2 =$	1,0
	$= 3x(x - 2) - (x - 2)$	0,5
	$= (x - 2)(3x - 1).$	0,5
b		2,0
	$a(x^2 + 1) - x(a^2 + 1) = ax^2 + a - a^2x - x =$	1,0
	$= ax(x - a) - (x - a) =$	0,5
	$= (x - a)(ax - 1).$	0,5
Bài 2:		5,0
a		3,0
	éKXé : $\begin{cases} 2-x \neq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \\ 2+x \neq 0 \\ x^2-3x \neq 0 \\ 2x^2-x^3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$	1,0
	$A = \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \left(\frac{x^2-3x}{2x^2-x^3} \right) = \frac{(2+x)^2 + 4x^2 - (2-x)^2}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x^2(2-x)}{x(x-3)} =$	1,0

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

	$\frac{4x^2+8x}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x(2-x)}{x-3} =$	0,5
	$= \frac{4x(x+2)x(2-x)}{(2-x)(2+x)(x-3)} = \frac{4x^2}{x-3}$	0,25
	Vậy với $x \neq 0, x \neq \pm 2, x \neq 3$ thì $A = \frac{4x^2}{x-3}$.	0,25
b		1,0
	Với $x \neq 0, x \neq 3, x \neq \pm 2: A > 0 \Leftrightarrow \frac{4x^2}{x-3} > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x-3 > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x > 3(TMDKXD)$	0,25
	Vậy với $x > 3$ thì $A > 0$.	0,25
c		1,0
	$ x-7 =4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-7=4 \\ x-7=-4 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=11(TMDKXD) \\ x=3(KTMDKXD) \end{cases}$	0,25
	Với $x=11$ thì $A = \frac{121}{2}$	0,25
Bài 3		5,0
a		2,5
	$9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0$	
	$\Leftrightarrow (9x^2 - 18x + 9) + (y^2 - 6y + 9) + 2(z^2 + 2z + 1) = 0$	1,0
	$\Leftrightarrow 9(x-1)^2 + (y-3)^2 + 2(z+1)^2 = 0 (*)$	0,5
	Do : $(x-1)^2 \geq 0; (y-3)^2 \geq 0; (z+1)^2 \geq 0$	0,5
	Nên : $(*) \Leftrightarrow x=1; y=3; z=-1$	0,25
	Vậy $(x,y,z) = (1,3,-1)$.	0,25
b		2,5
	Từ : $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \Leftrightarrow \frac{ayz+bxz+cxy}{xyz} = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow ayz + bxz + cxy = 0$	0,25
	Ta cú : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow (\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c})^2 = 1$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2(\frac{xy}{ab} + \frac{xz}{ac} + \frac{yz}{bc}) = 1$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2\frac{cxy+bxz+ayz}{abc} = 1$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1(dfcm)$	0,25
Bài 4		6,0

		0,25
a		2,0
	Ta cú : $BE \perp AC$ (gt); $DF \perp AC$ (gt) $\Rightarrow BE \parallel DF$	0,5
	Chứng minh : $\triangle BEO = \triangle DFO$ (g - c - g)	0,5
	$\Rightarrow BE = DF$	0,25
	Suy ra : Tứ giác : BEDF là hình bình hành.	0,25
b		2,0
	Ta cú: $\square ABC = \square ADC \Rightarrow \square HBC = \square KDC$	0,5
	Chứng minh : $\triangle CBH \square \triangle CDK$ (g - g)	1,0
	$\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD} \Rightarrow CH.CD = CK.CB$	0,5
b,		1,75
	Chứng minh : $\triangle AFD \square \triangle AKC$ (g - g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow AD.AK = AF.AC$	0,25
	Chứng minh : $\triangle CFD \square \triangle AHC$ (g - g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{CF}{CD} = \frac{AH}{AC}$	0,25
	Mà : $CD = AB \Rightarrow \frac{CF}{AB} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AB.AH = CF.AC$	0,5
	Suy ra : $AB.AH + AB.AH = CF.AC + AF.AC = (CF + AF)AC = AC^2$ (đpcm).	0,25

Ề SỐ 27

Câu 1.

a. Phân tích các đa thức sau ra thừa số:

$$x^4 + 4$$

$$(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24$$

b. Giải phương trình: $x^4 - 30x^2 + 31x - 30 = 0$

c. Cho $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0$

Câu 2. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tính giá trị của A, Biết $|x| = \frac{1}{2}$.
- Tìm giá trị của x để $A < 0$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Câu 3. Cho hình vuông ABCD, M là một điểm tùy ý trên đường chéo BD. Kẻ $ME \perp AB$, $MF \perp AD$.

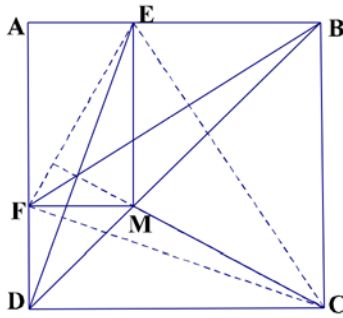
- Chứng minh: $DE = CF$
- Chứng minh ba đường thẳng: DE, BF, CM đồng quy.
- Xác định vị trí của điểm M để diện tích tứ giác AEMF lớn nhất.

Câu 4.

- Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 1. Chứng minh rằng: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$
- Cho a, b dương và $a^{2000} + b^{2000} = a^{2001} + b^{2001} = a^{2002} + b^{2002}$
 Tính: $a^{2011} + b^{2011}$

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8

Câu	éỏp ỏn	éiểm
Câu 1 (6 éiểm)	a. $x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2$ $= (x^4 + 4x^2 + 4) - (2x)^2$ $= (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$ $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24$ $= (x^2 + 7x + 11 - 1)(x^2 + 7x + 11 + 1) - 24$ $= [(x^2 + 7x + 11)^2 - 1] - 24$ $= (x^2 + 7x + 11)^2 - 5^2$ $= (x^2 + 7x + 6)(x^2 + 7x + 16)$ $= (x + 1)(x + 6)(x^2 + 7x + 16)$	(2 éiểm)
	b. $x^4 - 30x^2 + 31x - 30 = 0 \Leftrightarrow$ $(x^2 - x + 1)(x - 5)(x + 6) = 0 \quad (*)$ $\forall x \quad x^2 - x + 1 = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \quad \forall x$ $\Rightarrow (*) \Leftrightarrow (x - 5)(x + 6) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \\ x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -6 \end{cases}$	(2 éiểm)
	c. Nhỏn cả 2 vế của: $\frac{a}{b + c} + \frac{b}{c + a} + \frac{c}{a + b} = 1$ với $a + b + c$; rút gọn $\Rightarrow$ đpcm	(2 éiểm)

Câu 2 (6 điểm)	Biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$	
	a. Rút gọn được kq: $A = \frac{-1}{x - 2}$	(1,5 điểm)
	b. $ x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow A = \frac{4}{3}$ hoặc $A = \frac{4}{5}$	(1,5 điểm)
	c. $A < 0 \Leftrightarrow x > 2$	(1,5 điểm)
	d. $A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{-1}{x - 2} \in \mathbb{Z} \dots \Rightarrow x \in \{1; 3\}$	(1,5 điểm)
Câu 3 (6 điểm)	HV + GT + KL 	(1 điểm)
	a. Chứng minh: $AE = FM = DF$ $\Rightarrow \triangle AED = \triangle DFC \Rightarrow đpcm$	(2 điểm)
	b. DE, BF, CM là ba đường cao của $\triangle EFC \Rightarrow đpcm$	(2 điểm)
	c. Cú Chu vi hình chữ nhật $AEMF = 2a$ khụng đôi $\Rightarrow ME + MF = a$ khụng đôi $\Rightarrow S_{AEMF} = ME.MF$ lớn nhất $\Leftrightarrow ME = MF$ (AEMF là hình vuông) $\Rightarrow M$ là trung điểm của BD.	(1 điểm)
Câu 4: (2 điểm)	a. Từ: $a + b + c = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} \\ \frac{1}{b} = 1 + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} \\ \frac{1}{c} = 1 + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \end{cases}$	(1 điểm)

	$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right)$ $\geq 3 + 2 + 2 + 2 = 9$ Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}$	
	b. $(a^{2001} + b^{2001}).(a + b) - (a^{2000} + b^{2000}).ab = a^{2002} + b^{2002}$ $\Leftrightarrow (a + b) - ab = 1$ $\Leftrightarrow (a - 1).(b - 1) = 0$ $\Leftrightarrow a = 1 \text{ hoặc } b = 1$ Với $a = 1 \Rightarrow b^{2000} = b^{2001} \Rightarrow b = 1$ hoặc $b = 0$ (loại) Với $b = 1 \Rightarrow a^{2000} = a^{2001} \Rightarrow a = 1$ hoặc $a = 0$ (loại) Vậy $a = 1; b = 1 \Rightarrow a^{2011} + b^{2011} = 2$	(1 điểm)

Đề thi SỐ 28

Câu 1 : (2 điểm) Cho $P = \frac{a^3 - 4a^2 - a + 4}{a^3 - 7a^2 + 14a - 8}$

- Rút gọn P
- Tìm giá trị nguyên của a để P nhận giá trị nguyên

Câu 2 : (2 điểm)

- Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 3.
- Tìm các giá trị của x để biểu thức :
 $P = (x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$ có giá trị nhỏ nhất . Tìm giá trị nhỏ nhất đó .

Câu 3 : (2 điểm)

- Giải phương trình : $\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$
- Cho a , b , c là 3 cạnh của một tam giác . Chứng minh rằng :

$$A = \frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3$$

Câu 4 : (3 điểm)

Cho tam giác đều ABC , gọi M là trung điểm của BC . Một góc xMy bằng 60° quay quanh điểm M sao cho 2 cạnh Mx , My luôn cắt cạnh AB và AC lần lượt tại D và E . Chứng minh :

- $BD.CE = \frac{BC^2}{4}$

- DM, EM lần lượt là tia phân giác của các góc BDE và CED.

Câu 5 : (1 điểm)

Tìm tất cả các tam giác vuông có số đo các cạnh là các số nguyên dương và số đo diện tích bằng số đo chu vi .

đáp án đề thi học sinh giỏi

Câu 1 : (2 đ)

a) (1,5) $a^3 - 4a^2 - a + 4 = a(a^2 - 1) - 4(a^2 - 1) = (a^2 - 1)(a-4)$

$$= (a-1)(a+1)(a-4) \quad 0,5$$

$$a^3 - 7a^2 + 14a - 8 = (a^3 - 8) - 7a(a-2) = (a-2)(a^2 + 2a + 4) - 7a(a-2)$$

$$= (a-2)(a^2 - 5a + 4) = (a-2)(a-1)(a-4) \quad 0,5$$

Nêu ĐKXĐ : $a \neq 1; a \neq 2; a \neq 4$ 0,25

Rút gọn $P = \frac{a+1}{a-2}$ 0,25

b) (0,5đ) $P = \frac{a-2+3}{a-2} = 1 + \frac{3}{a-2}$; ta thấy P nguyên khi a-2 là ước của 3,

mà $U(3) = \{-1; 1; -3; 3\}$ 0,25

Từ đó tìm được $a \in \{-1; 3; 5\}$ 0,25

Câu 2 : (2đ)

a) (1đ) Gọi 2 số phải tìm là a và b , ta có a+b chia hết cho 3 . 0,25

Ta có $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) = (a+b)[(a^2 + 2ab + b^2) - 3ab] =$

$$= (a+b)[(a+b)^2 - 3ab] \quad 0,5$$

Vì a+b chia hết cho 3 nên $(a+b)^2 - 3ab$ chia hết cho 3 ;

Do vậy $(a+b)[(a+b)^2 - 3ab]$ chia hết cho 9 0,25

b) (1đ) $P = (x-1)(x+6)(x+2)(x+3) = (x^2+5x-6)(x^2+5x+6) = (x^2+5x)^2 - 36$ 0,5

Ta thấy $(x^2+5x)^2 \geq 0$ nên $P = (x^2+5x)^2 - 36 \geq -36$ 0,25

Do đó Min $P = -36$ khi $(x^2+5x)^2 = 0$

Từ đó ta tìm được $x=0$ hoặc $x=-5$ thì Min $P = -36$ 0,25

Câu 3 : (2đ)

a) (1đ) $x^2 + 9x + 20 = (x+4)(x+5)$;

$$x^2 + 11x + 30 = (x+6)(x+5) ;$$

$$x^2 + 13x + 42 = (x+6)(x+7) ; \quad 0,25$$

Phương trình trở thành :

$$\frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

0,25

$$18(x+7) - 18(x+4) = (x+7)(x+4)$$

$$(x+13)(x-2) = 0$$

Từ đó tìm được $x = -13; x = 2$;

0,25

b) (1đ) Đặt $b+c-a=x > 0; c+a-b=y > 0; a+b-c=z > 0$

$$\text{Từ đó suy ra } a = \frac{y+z}{2}; b = \frac{x+z}{2}; c = \frac{x+y}{2};$$

0,5

$$\text{Thay vào ta được } A = \frac{y+z}{2x} + \frac{x+z}{2y} + \frac{x+y}{2z} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) \right]$$

0,25

$$\text{Từ đó suy ra } A \geq \frac{1}{2}(2+2+2) \text{ hay } A \geq 3$$

0,25

Câu 4 : (3 đ)

a) (1đ)

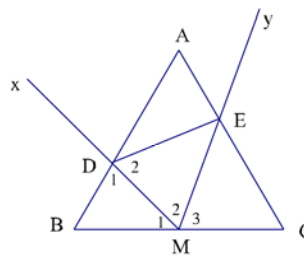
Trong tam giác BDM ta có : $\hat{D}_1 = 120^\circ - \hat{M}_1$

Vì $\hat{M}_2 = 60^\circ$ nên ta có : $\hat{M}_3 = 120^\circ - \hat{M}_1$

Suy ra $\hat{D}_1 = \hat{M}_3$

Chứng minh $\triangle BMD \sim \triangle CEM$ (1)

$$\text{Suy ra } \frac{BD}{BM} = \frac{CM}{CE}, \text{ từ đó } BD \cdot CE = BM \cdot CM$$



0,5

$$\text{Vì } BM = CM = \frac{BC}{2}, \text{ nên ta có } BD \cdot CE = \frac{BC^2}{4}$$

0,5

b) (1đ) Từ (1) suy ra $\frac{BD}{CM} = \frac{MD}{EM}$ mà $BM = CM$ nên ta có

$$\frac{BD}{BM} = \frac{MD}{EM}$$

Chứng minh $\triangle BMD \sim \triangle MED$

0,5

Từ đó suy ra $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$, do đó DM là tia phân giác của góc BDE

Chứng minh tương tự ta có EM là tia phân giác của góc CED 0,5

c) (1đ) Gọi H, I, K là hình chiếu của M trên AB, DE, AC

Chứng minh $DH = DI$, $EI = EK$ 0,5

Tính chu vi tam giác bằng $2AH$; Kết luận. 0,5

Câu 5 : (1đ)

Gọi các cạnh của tam giác vuông là x, y, z ; trong đó cạnh huyền là z

(x, y, z là các số nguyên dương)

Ta có $xy = 2(x+y+z)$ (1) và $x^2 + y^2 = z^2$ (2) 0,25

Từ (2) suy ra $z^2 = (x+y)^2 - 2xy$, thay (1) vào ta có :

$$z^2 = (x+y)^2 - 4(x+y+z)$$

$$z^2 + 4z = (x+y)^2 - 4(x+y)$$

$$z^2 + 4z + 4 = (x+y)^2 - 4(x+y) + 4$$

$$(z+2)^2 = (x+y-2)^2, \text{ suy ra } z+2 = x+y-2 \quad 0,25$$

$z = x+y-4$; thay vào (1) ta được :

$$xy = 2(x+y+x+y-4)$$

$$xy - 4x - 4y = -8$$

$$(x-4)(y-4) = 8 = 1.8 = 2.4 \quad 0,25$$

Từ đó ta tìm được các giá trị của x, y, z là :

$$(x=5, y=12, z=13); (x=12, y=5, z=13);$$

$$(x=6, y=8, z=10); (x=8, y=6, z=10) \quad 0,25$$

Ề THI SỐ 29

Caâu1(2 ù): Phaõn tóch ùa thửực sau thaứnh nhaõn tửỷ

$$A = (a+1)(a+3)(a+5)(a+7) + 15$$

Caâu 2(2 ù): Vựi giaự trử naứo cuỷa a vaứ b thữ ùa thửực:

$$(x-a)(x-10) + 1$$

phaõn tóch thaứnh tóch cuỷa moựt ùa thửực baọc nhaỏt coự caực heọ soỏ nguyễõn

Caâu 3(1 ù): tồm caực soỏ nguyễõn a vaứ b ùeồ ùa thửực $A(x) = x^4 - 3x^3 + ax + b$ chia heỏt cho ùa

$$\text{thửực } B(x) = x^2 - 3x + 4$$

Câu 4(3 ử): Cho tam giác ABC, ửứứng cao AH,veừ phẩn giẩc Hx củẩ giẩc AHB vẩ phẩn giẩc Hy củẩ giẩc AHC. Keỷ AD vuổng giẩc vửừi Hx, AE vuổng giẩc Hy.

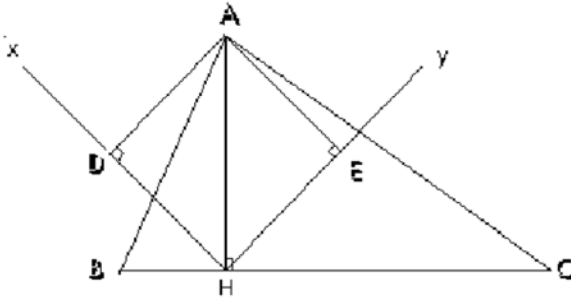
Chửừng minh rằng tửự giẩc ADHE lẩ hữnh vuổng

Câu 5(2 ử): Chửừng minh rằng

$$P = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$$

ặẩp ẩn vẩ biểủ ửểủ

Caủ	ặẩp ẩn	Biểủ ửểủ
1 2 ử	$A = (a+1)(a+3)(a+5)(a+7)+15$ $= (a^2+8a+7)(a^2+8a+15)+15$ $= (a^2+8a)^2+22(a^2+8a)+120$ $= (a^2+8a+11)^2-1$ $= (a^2+8a+12)(a^2+8a+10)$ $= (a+2)(a+6)(a^2+8a+10)$	0,5 ử 0,5 ử 0,5 ử 0,5 ử
2 2 ử	Giảỷ sửỷ: $(x-a)(x-10)+1=(x-m)(x-n); (m,n \in \mathbb{Z})$ $\Leftrightarrow x^2-(a+10)x+10a+1=x^2-(m+n)x+mn$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m+n=a+10 \\ m.n=10a+1 \end{cases}$ Khửỷ a ta cẩ: $mn=10(m+n-10)+1$ $\Leftrightarrow mn-10m-10n+100=1$ $\Leftrightarrow m(n-10)-10n+100=1$ vử m,n ngửểủ ta cẩ: $\begin{cases} m-10=1 \\ n-10=1 \end{cases} \vee \begin{cases} m-10=-1 \\ n-10=-1 \end{cases}$ suy ra a = 12 hoẩc a = 8	0,25 ử 0,25 ử 0,25 ử 0,25 ử 0,25 ử 0,25 ử 0,25 ử
3 1 ử	Ta cẩ: $A(x)=B(x).(x^2-1)+(a-3)x+b+4$ ểể $A(x):B(x)$ thử $\begin{cases} a-3=0 \\ b+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases}$	0,5 ử 0,5 ử

4 3 ù	 Tứ giác ADHE là hình vuông Hx là phân giác của góc $\widehat{AHB}$; Hy là phân giác của góc $\widehat{AHC}$ mà $\widehat{AHB}$ và $\widehat{AHC}$ là hai góc kề bù nên Hx và Hy vuông góc Hay $\widehat{DHE} = 90^\circ$ mà ở đây $\widehat{ADH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$ Nên tứ giác ADHE là hình chữ nhật (1) $\widehat{AHD} = \frac{\widehat{AHB}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$ Do $\widehat{AHE} = \frac{\widehat{AHC}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{AHE}$ Hay HA là phân giác $\widehat{DHE}$ (2) Từ (1) và (2) ta có tứ giác ADHE là hình vuông	0,25 ù 0,25 ù 0,25 ù 0,25 ù 0,5 ù 0,5 ù 0,25 ù 0,25 ù 0,25 ù
5 2 ù	$P = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$ $= \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{100 \cdot 100}$ $< \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$ $= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1$	0,5 ù 0,5 ù 0,5 ù 0,5 ù

Ề THI SỐ 30

Bài 1: (4 điểm)

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a) $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$.
b) $x^4 + 2010x^2 + 2009x + 2010$.

Bài 2: (2 điểm)

Giải phương trình:

$$\frac{x-241}{17} + \frac{x-220}{19} + \frac{x-195}{21} + \frac{x-166}{23} = 10.$$

Bài 3: (3 điểm)

Tìm x biết:

$$\frac{(2009-x)^2 + (2009-x)(x-2010) + (x-2010)^2}{(2009-x)^2 - (2009-x)(x-2010) + (x-2010)^2} = \frac{19}{49}.$$

Bài 4: (3 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{2010x + 2680}{x^2 + 1}$.

Bài 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, D là điểm di động trên cạnh BC. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm D lên AB, AC.

- Xác định vị trí của điểm D để tứ giác AEDF là hình vuông.
- Xác định vị trí của điểm D sao cho $3AD + 4EF$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 6: (4 điểm)

Trong tam giác ABC, các điểm A, E, F tương ứng nằm trên các cạnh BC, CA, AB sao cho: $\angle AFE = \angle BFD$, $\angle BDF = \angle CDE$, $\angle CED = \angle AEF$.

- Chứng minh rằng: $\angle BDF = \angle BAC$.
- Cho $AB = 5$, $BC = 8$, $CA = 7$. Tính độ dài đoạn BD.

Một lời giải:

Bài 1:

- $$\begin{aligned} (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 &= [(x+y+z)^3 - x^3] - [y^3 + z^3] \\ &= (y+z)[(x+y+z)^2 + (x+y+z)x + x^2] - (y+z)(y^2 - yz + z^2) \\ &= (y+z)(3x^2 + 3xy + 3yz + 3zx) = 3(y+z)[x(x+y) + z(x+y)] \\ &= 3(x+y)(y+z)(z+x). \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} x^4 + 2010x^2 + 2009x + 2010 &= (x^4 - x) + (2010x^2 + 2010x + 2010) \\ &= x(x-1)(x^2 + x + 1) + 2010(x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2010). \end{aligned}$$

Bài 2:

$$\frac{x-241}{17} + \frac{x-220}{19} + \frac{x-195}{21} + \frac{x-166}{23} = 10$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-241}{17} - 1 + \frac{x-220}{19} - 2 + \frac{x-195}{21} - 3 + \frac{x-166}{23} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-258}{17} + \frac{x-258}{19} + \frac{x-258}{21} + \frac{x-258}{23} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-258) \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 258$$

Bài 3:

$$\frac{(2009-x)^2 + (2009-x)(x-2010) + (x-2010)^2}{(2009-x)^2 - (2009-x)(x-2010) + (x-2010)^2} = \frac{19}{49}.$$

éKXé: $x \neq 2009$; $x \neq 2010$.

éặt $a = x - 2010$ ($a \neq 0$), ta cú hệ thức:

$$\frac{(a+1)^2 - (a+1)a + a^2}{(a+1)^2 + (a+1)a + a^2} = \frac{19}{49} \Leftrightarrow \frac{a^2 + a + 1}{3a^2 + 3a + 1} = \frac{19}{49}$$

$$\Leftrightarrow 49a^2 + 49a + 49 = 57a^2 + 57a + 19 \Leftrightarrow 8a^2 + 8a - 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2a+1)^2 - 4^2 = 0 \Leftrightarrow (2a-3)(2a+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ a = -\frac{5}{2} \end{cases} \text{ (thoả éK)}$$

$$\text{Suy ra } x = \frac{4023}{2} \text{ hoặc } x = \frac{4015}{2} \text{ (thoả éK)}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{4023}{2} \text{ và } x = \frac{4015}{2} \text{ là giò trị cần tởm.}$$

Bài 4:

$$A = \frac{2010x + 2680}{x^2 + 1}$$

$$= \frac{-335x^2 - 335 + 335x^2 + 2010x + 3015}{x^2 + 1} = -335 + \frac{335(x+3)^2}{x^2 + 1} \geq -335$$

Vậy giò trị nhỏ nhất của A là -335 khi $x = -3$.

Bài 5:

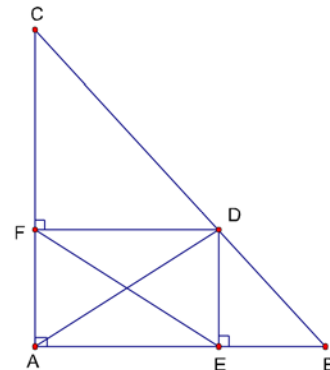
a) Tứ giẻc AEDF là hẻnh chữ nhật (vỡ $\widehat{E} = \widehat{A} = \widehat{F} = 90^\circ$)
ể tứ giẻc AEDF là hẻnh vuẻng thờ AD là tia phẻn
giẻc của $\widehat{BAC}$.

b) Do tứ giẻc AEDF là hẻnh chữ nhật nẻn $AD = EF$

$$\text{Suy ra } 3AD + 4EF = 7AD$$

$$3AD + 4EF \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow AD \text{ nhỏ nhất}$$

$$\Leftrightarrow D \text{ là hẻnh chiẻu vuẻng gẻc của A lẻn BC.}$$



Bài 6:

a) éặt $\widehat{AFE} = \widehat{BFD} = \omega$, $\widehat{BDF} = \widehat{CDE} = \alpha$, $\widehat{CED} = \widehat{AEF} = \beta$.

Ta có $\angle BAC + \beta + \omega = 180^\circ (*)$

Qua D, E, F lần lượt kẻ các đường thẳng vuông góc với BC, AC, AB cắt nhau tại O. Suy ra O là giao điểm ba đường phân giác của tam giác DEF.

$$\Rightarrow \angle OFD + \angle OED + \angle ODF = 90^\circ (1)$$

$$\text{Ta có } \angle OFD + \omega + \angle OED + \beta + \angle ODF + \alpha = 270^\circ (2)$$

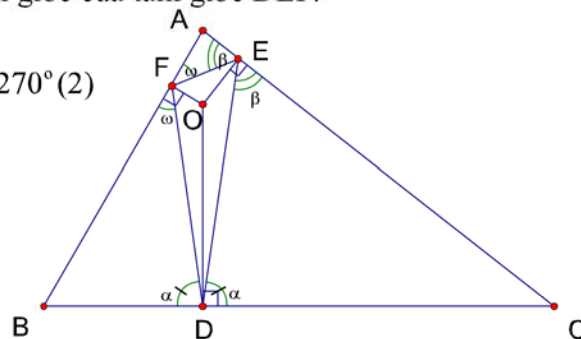
$$(1) \& (2) \Rightarrow \alpha + \beta + \omega = 180^\circ (**)$$

$$(*) \& (**) \Rightarrow \angle BAC = \alpha = \angle BDF.$$

b) Chứng minh tương tự câu a) ta có:

$$\angle B = \beta, \angle C = \omega$$

$$\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle DBF \sim \triangle DEC \sim \triangle ABC$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{BD}{BF} = \frac{BA}{BC} = \frac{5}{8} \\ \frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB} = \frac{7}{8} \\ \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BD = \frac{5BF}{8} \\ CD = \frac{7CE}{8} \\ 7AE = 5AF \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BD = \frac{5BF}{8} \\ CD = \frac{7CE}{8} \\ 7(7 - CE) = 5(5 - BF) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BD = \frac{5BF}{8} \\ CD = \frac{7CE}{8} \\ 7CE - 5BF = 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow CD - BD = 3 (3)$$

$$\text{Ta lại có } CD + BD = 8 (4)$$

$$(3) \& (4) \Rightarrow BD = 2,5$$

Ề SỐ 31

Bài 1 (3 điểm): Tìm x biết:

a) $x^2 - 4x + 4 = 25$

b) $\frac{x-17}{1990} + \frac{x-21}{1986} + \frac{x+1}{1004} = 4$

c) $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$

Bài 2 (1,5 điểm): Cho x, y, z đôi một khác nhau và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{yz}{x^2 + 2yz} + \frac{xz}{y^2 + 2xz} + \frac{xy}{z^2 + 2xy}$

Bài 3 (1,5 điểm): Tìm tất cả các số chính phương gồm 4 chữ số biết rằng khi ta thêm 1 đơn vị vào chữ số hàng nghìn, thêm 3 đơn vị vào chữ số hàng trăm, thêm 5 đơn vị vào chữ số hàng chục, thêm 3 đơn vị vào chữ số hàng đơn vị, ta vẫn được một số chính phương.

Bài 4 (4 điểm): Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AA', BB', CC', H là trực tâm.

- a) Tính tổng $\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'}$
- b) Gọi AI là phần gióc của tam gióc ABC; IM, IN thứ tự là phần gióc của góc AIC và góc AIB. Chứng minh rằng: AN.BI.CM = BN.IC.AM.
- c) Tam gióc ABC như thế nào thì biểu thức $\frac{(AB+BC+CA)^2}{AA'^2+BB'^2+CC'^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất?

ÁP ỀN

• **Bài 1(3 điểm):**

- a) Tính đặng $x = 7$; $x = -3$ (1 điểm)
- b) Tính đặng $x = 2007$ (1 điểm)
- c) $4^x - 12.2^x + 32 = 0 \Leftrightarrow 2^x.2^x - 4.2^x - 8.2^x + 4.8 = 0$ (0,25điểm)
 $\Leftrightarrow 2^x(2^x - 4) - 8(2^x - 4) = 0 \Leftrightarrow (2^x - 8)(2^x - 4) = 0$ (0,25điểm)
 $\Leftrightarrow (2^x - 2^3)(2^x - 2^2) = 0 \Leftrightarrow 2^x - 2^3 = 0$ hoặc $2^x - 2^2 = 0$ (0,25điểm)
 $\Leftrightarrow 2^x = 2^3$ hoặc $2^x = 2^2 \Leftrightarrow x = 3$; $x = 2$ (0,25điểm)

• **Bài 2(1,5 điểm):**

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Rightarrow \frac{xy + yz + xz}{xyz} = 0 \Rightarrow xy + yz + xz = 0 \Rightarrow yz = -xy - xz \text{ (0,25điểm)}$$

$$x^2 + 2yz = x^2 + yz - xy - xz = x(x-y) - z(x-y) = (x-y)(x-z) \text{ (0,25điểm)}$$

$$\text{Tương tự: } y^2 + 2xz = (y-x)(y-z); z^2 + 2xy = (z-x)(z-y) \text{ (0,25điểm)}$$

$$\text{Do đó: } A = \frac{yz}{(x-y)(x-z)} + \frac{xz}{(y-x)(y-z)} + \frac{xy}{(z-x)(z-y)} \text{ (0,25điểm)}$$

$$\text{Tính đặng } A = 1 \text{ (0,5 điểm)}$$

• **Bài 3(1,5 điểm):**

Gọi $\overline{abcd}$ là số phải tồm $a, b, c, d \in \mathbb{N}, 0 \leq a, b, c, d \leq 9, a \neq 0$ (0,25điểm)

$$\text{Ta cú: } \begin{cases} \overline{abcd} = k^2 \\ \overline{(a+1)(b+3)(c+5)(d+3)} = m^2 \end{cases} \forall k, m \in \mathbb{N}, 31 < k < m < 100 \text{ (0,25 điểm)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{abcd} = k^2 \\ \overline{abcd} + 1353 = m^2 \end{cases} \text{ (0,25điểm)}$$

$$\text{Do đó: } m^2 - k^2 = 1353$$

$$\Rightarrow (m+k)(m-k) = 123.11 = 41.33 \text{ (} k+m < 200 \text{)}$$

(0,25điểm)

$$\Rightarrow \begin{cases} m+k = 123 \\ m-k = 11 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m+k = 41 \\ m-k = 33 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 67 \\ k = 56 \end{cases} \text{ ho } \begin{cases} m = 37 \\ k = 4 \end{cases}$$

(0,25điểm)

Kết luận đặng

$$\overline{abcd} = 3136$$

(0,25điểm)

Bài 4 (4 điểm):

Vẽ hình đặng

(0,25điểm)

$$a) \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot HA' \cdot BC}{\frac{1}{2} \cdot AA' \cdot BC} = \frac{HA'}{AA'};$$

(0,25điểm)

$$\text{Tương tự: } \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} = \frac{HB'}{CC'}, \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = \frac{HB'}{BB'}$$

(0,25điểm)

$$\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'} = \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = 1$$

(0,25điểm)

b) ếp dụng tính chất phõn giõc vào cõc tam giõc ABC, ABI, AIC:

$$\frac{BI}{IC} = \frac{AB}{AC}; \frac{AN}{NB} = \frac{AI}{BI}; \frac{CM}{MA} = \frac{IC}{AI}$$

(0,5điểm)

$$\frac{BI}{IC} \cdot \frac{AN}{NB} \cdot \frac{CM}{MA} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AI}{BI} \cdot \frac{IC}{AI} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{IC}{BI} = 1$$

$$\Rightarrow BI \cdot AN \cdot CM = BN \cdot IC \cdot AM$$

(0,5điểm)

(0,5điểm)

c) Vẽ $Cx \perp CC'$. Gõi D là điểm õi xứng của A qua Cx

(0,25điểm)

-Chứng minh được gúc BAD vuõng, $CD = AC$, $AD = 2CC'$

(0,25điểm)

- Xõp 3 điểm B, C, D ta cú: $BD \leq BC + CD$

(0,25điểm)

- ΔBAD vuõng tại A nờn: $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$$\Rightarrow AB^2 + AD^2 \leq (BC + CD)^2$$

$$AB^2 + 4CC'^2 \leq (BC + AC)^2$$

$$4CC'^2 \leq (BC + AC)^2 - AB^2 \quad (0,25điểm)$$

$$\text{Tương tự: } 4AA'^2 \leq (AB + AC)^2 - BC^2$$

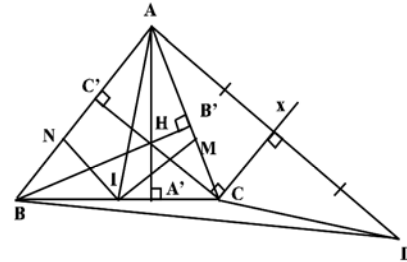
$$4BB'^2 \leq (AB + BC)^2 - AC^2$$

-Chứng minh được: $4(AA'^2 + BB'^2 + CC'^2) \leq (AB + BC + AC)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{(AB + BC + CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \geq 4 \quad (0,25điểm)$$

ẻng thức xảy ra $\Leftrightarrow BC = AC$, $AC = AB$, $AB = BC$

$\Leftrightarrow AB = AC = BC \Leftrightarrow \Delta ABC$ đều



***Chỳ ý** :Học sinh cú thể giải cõch khõc, nếu chõnh xõc thờ hõng trọn số điểm cũu đú

Ề SỐ 32

Bài 1 (4 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1-x^3}{1-x} - x \right) : \frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$ với x khõc -1 và 1.

a, Rýt gọn biểu thức A.

b, Tõnh giỏ trị của biểu thức A tại $x = -1\frac{2}{3}$.

c, Tõm giỏ trị của x để $A < 0$.

Bài 2 (3 điểm)

Cho $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 4(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$.

Chứng minh rằng $a = b = c$.

Bài 3 (3 điểm)

Giải bài toán bằng cõch lập phương trõnh.

Một phõn số cú tử số bộ hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu lờn 4 đơn vị thờ sẽ đợc phõn số nghịch đảo của phõn số đó cho. Tõm phõn số đú.

Bài 4 (2 điểm)

Tõm giỏ trị nhỏ nhất của biểu thức $A = a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 4a + 5$.

Bài 5 (3 điểm)

Cho tam giỏc ABC vuõng tại A cú gúc ABC bằng 60° , phõn giỏc BD. Gõ M,N,I theo thứ tự là trung điểm của BD, BC, CD.

a, Tứ giỏc AMNI là hõnh gõ? Chứng minh.

b, Cho AB = 4cm. Tõnh cõc cạnh của tứ giỏc AMNI.

Bài 6 (5 điểm)

Hõnh thang ABCD ($AB \parallel CD$) cú hai đường chõo cắt nhau tại O. ường thẳng qua O và song song với đõy AB cắt cõc cạnh bờn AD, BC theo thứ tự ở M và N.

a, Chứng minh rằng $OM = ON$.

b, Chứng minh rằng $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.

c, Biết $S_{AOB} = 2008^2$ (đơn vị diện tóch); $S_{COD} = 2009^2$ (đơn vị diện tóch). Tõnh S_{ABCD} .

ếp õn

Bài 1(4 điểm)

a, (2 điểm)

Với x khõc -1 và 1 thờ :

0,5đ

$$A = \frac{1-x^3-x+x^2}{1-x} : \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-x+x^2)-x(1+x)}$$

$$= \frac{(1-x)(1+x+x^2-x)}{1-x} : \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-2x+x^2)}$$

0,5đ

$= (1+x^2) : \frac{1}{(1-x)}$	0,5đ
$= (1+x^2)(1-x)$	0,5đ
b, (1 điểm)	
Tại $x = -1\frac{2}{3} = -\frac{5}{3}$ thì $A = \left[1 + \left(-\frac{5}{3}\right)^2\right] - \left[1 - \left(-\frac{5}{3}\right)\right]$	0,25đ
$= \left(1 + \frac{25}{9}\right)\left(1 + \frac{5}{3}\right)$	0,25đ
$= \frac{34}{9} \cdot \frac{8}{3} = \frac{272}{27} = 10\frac{2}{27}$	0,5đ
c, (1 điểm)	
Với x khác -1 và 1 thì $A < 0$ khi và chỉ khi $(1+x^2)(1-x) < 0$ (1)	0,25đ
Với $1+x^2 > 0$ với mọi x nên (1) xảy ra khi và chỉ khi $1-x < 0 \Leftrightarrow x > 1$	0,5đ
KL	0,25đ

Bài 2 (3 điểm)

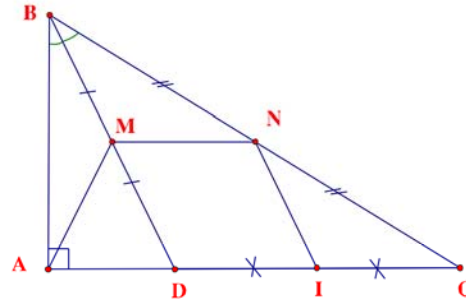
Biến đổi đẳng thức để được	0,5đ
$a^2 + b^2 - 2ab + b^2 + c^2 - 2bc + c^2 + a^2 + 2ac = 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 4ab - 4ac - 4bc$	
Biến đổi để cú $(a^2 + b^2 - 2ac) + (b^2 + c^2 - 2bc) + (a^2 + c^2 - 2ac) = 0$	0,5đ
Biến đổi để cú $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 = 0$ (*)	0,5đ
Vỡ $(a-b)^2 \geq 0; (b-c)^2 \geq 0; (a-c)^2 \geq 0$; với mọi a, b, c	0,5đ
nên (*) xảy ra khi và chỉ khi $(a-b)^2 = 0; (b-c)^2 = 0$ và $(a-c)^2 = 0$;	0,5đ
Từ đó suy ra $a = b = c$	0,5đ

Bài 3 (3 điểm)

Gọi tử số của phân số cần tìm là x thì mẫu số của phân số cần tìm là $x+11$.	0,5đ
Phân số cần tìm là $\frac{x}{x+11}$ (x là số nguyên khác -11)	
Khi bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu số 4 đơn vị ta được phân số $\frac{x-7}{x+15}$	0,5đ
(x khác -15)	
Theo bài ra ta có phương trình $\frac{x}{x+11} = \frac{x+15}{x-7}$	0,5đ
Giải phương trình và tìm được $x = -5$ (thỏa mãn)	1đ
Từ đó tìm được phân số $-\frac{5}{6}$	0,5đ

Bài 4 (2 điểm)

Biến đổi để cú $A = a^2(a^2 + 2) - 2a(a^2 + 2) + (a^2 + 2) + 3$	0,5đ
$= (a^2 + 2)(a^2 - 2a + 1) + 3 = (a^2 + 2)(a-1)^2 + 3$	0,5đ
Vỡ $a^2 + 2 > 0 \forall a$ và $(a-1)^2 \geq 0 \forall a$ nên $(a^2 + 2)(a-1)^2 \geq 0 \forall a$ do đó	0,5đ
$(a^2 + 2)(a-1)^2 + 3 \geq 3 \forall a$	
Dấu $=$ xảy ra khi và chỉ khi $a-1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$	0,25đ
KL	0,25đ



a, (1 điểm)

Chứng minh được tứ giác AMNI là hình thang

0,5đ

Chứng minh được $AN = MI$, từ đó suy ra tứ giác AMNI là hình thang cân

0,5đ

b, (2 điểm)

Tính được $AD = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$; $BD = 2AD = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

0,5đ

$$AM = \frac{1}{2}BD = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

Tính được $NI = AM = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

0,5đ

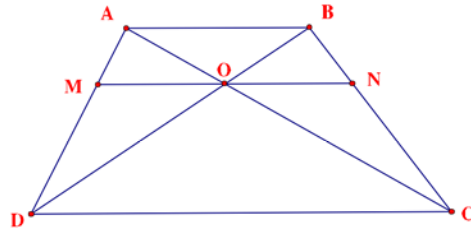
$$DC = BC = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}, \quad MN = \frac{1}{2}DC = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

0,5đ

Tính được $AI = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

0,5đ

Bài 6 (5 điểm)



a, (1,5 điểm)

Lập luận để có $\frac{OM}{AB} = \frac{OD}{BD}$, $\frac{ON}{AB} = \frac{OC}{AC}$

0,5đ

Lập luận để có $\frac{OD}{DB} = \frac{OC}{AC}$

0,5đ

$$\Rightarrow \frac{OM}{AB} = \frac{ON}{AB} \Rightarrow OM = ON$$

0,5đ

b, (1,5 điểm)

Xét $\triangle ABD$ để có $\frac{OM}{AB} = \frac{DM}{AD}$ (1), xét $\triangle ADC$ để có $\frac{OM}{DC} = \frac{AM}{AD}$ (2)

0,5đ

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OM \cdot (\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = \frac{AM + DM}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1$

Chứng minh tương tự $ON \cdot (\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = 1$ 0,5đ

từ đó cú $(OM + ON) \cdot (\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = 2 \Rightarrow \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$ 0,5đ

b, (2 điểm)

$\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{OB}{OD}, \frac{S_{BOC}}{S_{DOC}} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{S_{BOC}}{S_{DOC}} \Rightarrow S_{AOB} \cdot S_{DOC} = S_{BOC} \cdot S_{AOD}$ 0,5đ

Chứng minh được $S_{AOD} = S_{BOC}$ 0,5đ

$\Rightarrow S_{AOB} \cdot S_{DOC} = (S_{AOD})^2$ 0,5đ

Thay số đề cú $2008^2 \cdot 2009^2 = (S_{AOD})^2 \Rightarrow S_{AOD} = 2008 \cdot 2009$

Do đó $S_{ABCD} = 2008^2 + 2 \cdot 2008 \cdot 2009 + 2009^2 = (2008 + 2009)^2 = 4017^2$ (đơn vị DT) 0,5đ

Ề SỐ 33

Đề thi học sinh giỏi lớp 8

Câu 1: (5điểm) Tìm số tự nhiên n để:

a, $A = n^3 - n^2 + n - 1$ là số nguyên tố.

b, $B = \frac{n^4 + 3n^3 + 2n^2 + 6n - 2}{n^2 + 2}$ Có giá trị là một số nguyên.

c, $D = n^5 - n + 2$ là số chính phương. ($n \geq 2$)

Câu 2: (5điểm) Chứng minh rằng :

a, $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1} = 1$ biết $abc=1$

b, Với $a+b+c=0$ thì $a^4+b^4+c^4=2(ab+bc+ca)^2$

c, $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{c}{b} + \frac{b}{a} + \frac{a}{c}$

Câu 3: (5điểm) Giải các phương trình sau:

a, $\frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$

b, $2x(8x-1)^2(4x-1)=9$

c, $x^2 - y^2 + 2x - 4y - 10 = 0$ với x, y nguyên dương.

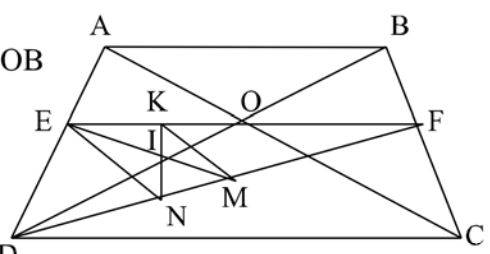
Câu 4: (5điểm). Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), O là giao điểm hai đường chéo. Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt DA tại E, cắt BC tại F.

a, Chứng minh : Diện tích tam giác AOD bằng diện tích tam giác BOC.

b, Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{EF}$

c, Gọi K là điểm bất kì thuộc OE. Nêu cách dựng đường thẳng đi qua K và chia đôi diện tích tam giác DEF.

<u>Câu</u>	<u>Nội dung bài giải</u>	<u>Điểm</u>
Câu 1 (5điểm)	a, (1điểm) $A=n^3-n^2+n-1=(n^2+1)(n-1)$ Đề A là số nguyên tố thì $n-1=1 \Leftrightarrow n=2$ khi đó $A=5$	0,5 0,5
	b, (2điểm) $B=n^2+3n-\frac{2}{n^2+2}$ B có giá trị nguyên $\Leftrightarrow 2 \vdots n^2+2$ n^2+2 là ước tự nhiên của 2 $n^2+2=1$ không có giá trị thỏa mãn Hoặc $n^2+2=2 \Leftrightarrow n=0$ Với $n=0$ thì B có giá trị nguyên.	0,5 0,5 0,5 0,5
	c, (2điểm) $D=n^5-n+2=n(n^4-1)+2=n(n+1)(n-1)(n^2+1)+2$ $=n(n-1)(n+1)[(n^2-4)+5]+2=n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)+5n(n-1)(n+1)+2$ Mà $n(n-1)(n+1)(n-2) \vdots 5$ (tích 5 số tự nhiên liên tiếp) Và $5n(n-1)(n+1) \vdots 5$ Vậy D chia 5 dư 2 Do đó số D có tận cùng là 2 hoặc 7 nên D không phải số chính phương Vậy không có giá trị nào của n để D là số chính phương	0,5 0,5 0,5 0,5
	a, (1điểm) $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1} = \frac{ac}{abc+ac+c} + \frac{abc}{abc^2+abc+ac} + \frac{c}{ac+c+1}$ $= \frac{ac}{1+ac+c} + \frac{abc}{c+1+ac} + \frac{c}{ac+c+1} = \frac{abc+ac+1}{abc+ac+1} = 1$	0,5 0,5
	b, (2điểm) $a+b+c=0 \Rightarrow a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=0 \Rightarrow a^2+b^2+c^2=-2(ab+ac+bc)$ $\Rightarrow a^4+b^4+c^4+2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)=4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)+8abc(a+b+c)$ Vì $a+b+c=0$ $\Rightarrow a^4+b^4+c^4=2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$ (1) Mặt khác $2(ab+ac+bc)^2=2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)+4abc(a+b+c)$. Vì $a+b+c=0$ $\Rightarrow 2(ab+ac+bc)^2=2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow a^4+b^4+c^4=2(ab+ac+bc)^2$	0,5 0,5 0,5 0,5
	c, (2điểm) áp dụng bất đẳng thức: $x^2+y^2 \geq 2xy$ Dấu bằng khi $x=y$ $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} \geq 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = 2 \cdot \frac{a}{c}$; $\frac{a^2}{b^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{a} = 2 \cdot \frac{c}{b}$; $\frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{c^2} \geq 2 \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{b}{c} = 2 \cdot \frac{b}{a}$ Cộng từng vế ba bất đẳng thức trên ta có: $2\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2}\right) \geq 2\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}\right) \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}$	0,5 0,5 0,5 0,5

Câu 3 (5điểm)	a, (2điểm) $\frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$ $\Leftrightarrow \left(\frac{x-214}{86} - 1\right) + \left(\frac{x-132}{84} - 2\right) + \left(\frac{x-54}{82} - 3\right) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-300}{86} + \frac{x-300}{84} + \frac{x-300}{82} = 0$ $\Leftrightarrow (x-300)\left(\frac{1}{86} + \frac{1}{84} + \frac{1}{82}\right) = 0 \Leftrightarrow x-300=0 \Leftrightarrow x=300 \text{ Vậy } S = \{300\}$	1,0 0,5 0,5
	b, (2điểm) $2x(8x-1)^2(4x-1)=9$ $\Leftrightarrow (64x^2-16x+1)(8x^2-2x)=9 \Leftrightarrow (64x^2-16x+1)(64x^2-16x)=72$ Đặt: $64x^2-16x+0,5=k$ Ta có: $(k+0,5)(k-0,5)=72 \Leftrightarrow k^2=72,25$ $\Leftrightarrow k=\pm 8,5$ Với $k=8,5$ ta có phương trình: $64x^2-16x-8=0 \Leftrightarrow (2x-1)(4x+1)=0; \Rightarrow$ $x=\frac{1}{2}; x=-\frac{1}{4}$ Với $k=-8,5$ Ta có phương trình: $64x^2-16x+9=0 \Leftrightarrow (8x-1)^2+8=0$ vô nghiệm. Vậy $S = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right\}$	0,5 0,5 0,5 0,5
	c, (1điểm) $x^2-y^2+2x-4y-10=0 \Leftrightarrow (x^2+2x+1)-(y^2+4y+4)-7=0$ $\Leftrightarrow (x+1)^2-(y+2)^2=7 \Leftrightarrow (x-y-1)(x+y+3)=7$ Vì x, y nguyên dương Nên $x+y+3 > x-y-1 > 0 \Rightarrow x+y+3=7$ và $x-y-1=1 \Rightarrow x=3; y=1$ Phương trình có nghiệm dương duy nhất $(x, y)=(3; 1)$	0,5 0,5
Câu 4 (5điểm)	a, (1điểm) Vì $AB \parallel CD \Rightarrow S_{DAB} = S_{CBA}$ (cùng đáy và cùng đường cao) $\Rightarrow S_{DAB} - S_{AOB} = S_{CBA} - S_{AOB}$ Hay $SAOD = SBOC$ 	0,5 0,5 0,5
	b, (2điểm) Vì $EO \parallel DC \Rightarrow \frac{EO}{DC} = \frac{AO}{AC}$ Mặt khác $AB \parallel DC$ $\Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{AO}{OC} \Rightarrow \frac{AB}{AB+BC} = \frac{AO}{AO+OC} \Rightarrow \frac{AB}{AB+BC} = \frac{AO}{AC} \Rightarrow \frac{EO}{DC} = \frac{AB}{AB+DC}$ $\Rightarrow \frac{EF}{2DC} = \frac{AB}{AB+DC} \Rightarrow \frac{AB+DC}{AB \cdot DC} = \frac{2}{EF} \Rightarrow \frac{1}{DC} + \frac{1}{AB} = \frac{2}{EF}$ c, (2điểm) +Dựng trung tuyến EM, +Dựng $EN \parallel MK$ ($N \in DF$) +Kẻ đường thẳng KN là đường thẳng phải dựng Chứng minh: $SEDM = SEMF$ (1). Gọi giao của EM và KN là I thì $SIKE = SIMN$ (cma) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow SDEKN = SKFN$.	1,0 0,5 1,0 1,0

Ề SỐ 34

Câu 1(4.0 điểm) : Cho biểu thức $A = \frac{x}{x+1} - \frac{3-3x}{x^2-x+1} + \frac{x+4}{x^3+1}$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Chứng minh rằng giá trị của A luôn dương với mọi $x \neq -1$

Câu 2(4.0 điểm): Giải phương trình:

a) $x^2 - 3x + 2 + |x-1| = 0$

b) $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x+4)^2$

Câu 3(3.0 điểm) : Cho $xy \neq 0$ và $x + y = 1$.

Chứng minh rằng: $\frac{x}{y^3-1} + \frac{y}{x^3-1} - \frac{2(xy-2)}{x^2y^2+3} = 0$

Câu 4(3.0 điểm): Chứng minh rằng: Với mọi $x \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của đa thức :

$M = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8)+16$ là bình phương của một số hữu tỉ.

Câu 5 (6.0 điểm) : Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

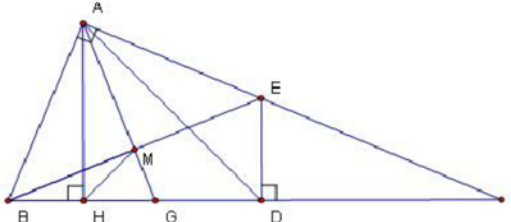
4. Chứng minh rằng hai tam giác BEC và ADC đồng dạng. Tính độ dài đoạn BE theo $m = AB$.
5. Gọi M là trung điểm của đoạn BE. Chứng minh rằng hai tam giác BHM và BEC đồng dạng. Tính số đo của góc AHM
6. Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh: $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$.

-----Hết-----

Hướng dẫn chấm toán 8

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

Câu	Nội dung	Điểm
1		
a	- Rút gọn: $A = \frac{x}{x+1} - \frac{3-3x}{x^2-x+1} + \frac{x+4}{x^3+1} = \frac{x(x^2-x+1) - (x+1)(3-3x) + x+4}{(x+1)(x^2-x+1)}$	1 điểm
	$= \frac{x^3+2x^2+2x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{(x+1)(x^2+x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$	1 điểm
b	Với mọi $x \neq -1$ thì $A = \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} = \frac{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$	1 điểm
	Vì $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0; \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow A > 0, \forall x \neq -1$	1 điểm
2		
a	* Với $x \geq 1$ (*) $\Rightarrow x - 1 \geq 0 \Rightarrow x-1 = x-1$ ta có phương trình $x^2 - 3x + 2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (Thỏa mãn điều kiện *)	1 điểm
	* Với $x < 1$ (**) $\Rightarrow x - 1 \leq 0 \Rightarrow x-1 = 1-x$ ta có phương trình $x^2 - 3x + 2 + 1 - x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0$ $+ x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (Không thỏa mãn điều kiện **) $+ x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (Không thỏa mãn điều kiện **) Vậy nghiệm của phương trình là : $x = 1$	1 điểm
b	* Điều kiện $x \neq 0$ (1)	0.5 điểm
	* pt $\Leftrightarrow 8\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right) - \left(x+\frac{1}{x}\right)^2\right] = (x+4)^2$	1 điểm
	$\Leftrightarrow 8\left(x^2+\frac{1}{x^2}+2\right) + 4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right) - \left(x+\frac{1}{x}\right)^2\right] = (x+4)^2$ $\Leftrightarrow 16 = (x+4)^2 \Leftrightarrow x(x+8) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -8$ So sánh với điều kiện (1) , suy ra nghiệm của phương trình là $x = -8$	0.5 điểm
3	Ta có $y^3 - 1 = (y-1)(y^2+y+1) = -x(y^2+y+1)$ vì $xy \neq 0 \Rightarrow x, y \neq 0 \Rightarrow x, y \neq 0$	

	$\Rightarrow y-1 \neq 0$ và $x-1 \neq 0$ $\Rightarrow \frac{x}{y^3-1} = \frac{-1}{y^2+y+1}$ $x^3-1 = (x-1)(x^2-x+1) = -y(x^2-x+1) \Rightarrow \frac{y}{x^3-1} = \frac{-1}{x^2+x+1}$ $\Rightarrow \frac{x}{y^3-1} + \frac{y}{x^3-1} = \frac{-1}{y^2+y+1} + \frac{-1}{x^2+x+1}$ $= -\left(\frac{x^2+x+1+y^2+y+1}{(x^2+x+1)(y^2+y+1)} \right) = -\left(\frac{(x+y)^2-2xy+(x+y)+2}{x^2y^2+(x+y)^2-2xy+xy(x+y)+xy+(x+y)+1} \right)$ $= -\frac{4-2xy}{x^2y^2+3} \Rightarrow \frac{x}{y^3-1} + \frac{y}{x^3-1} - \frac{2(xy-2)}{x^2y^2+3} = 0$	1 điểm 1 điểm 1 điểm
4	Ta có: $M = (x^2+10x+16)(x^2+10x+24)+16$ Đặt $a = x^2 + 10x + 16$ suy ra $M = a(a+8) + 16 = a^2 + 8a + 16 = (a+4)^2$ $M = (x^2 + 10x + 20)^2$ (đpcm)	1 điểm 1 điểm 1 điểm
5		
a	 + Hai tam giác ADC và BEC có: Góc C chung. $\frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$ (Hai tam giác vuông CDE và CAB đồng dạng) Do đó, chúng đồng dạng (c.g.c). Suy ra: $\angle BEC = \angle ADC = 135^\circ$ (vì tam giác AHD vuông cân tại H theo giả thiết). Nên $\angle AEB = 45^\circ$ do đó tam giác ABE vuông cân tại A. Suy ra: $BE = AB\sqrt{2} = m\sqrt{2}$	1.5 điểm 1 điểm
b	Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BE}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC}$ (do $\triangle BEC \sim \triangle ADC$) mà $AD = AH\sqrt{2}$ (tam giác AHD vuông cân tại H) nên $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AH\sqrt{2}}{AC} = \frac{BH}{AB\sqrt{2}} = \frac{BH}{BE}$ (do $\triangle ABH \sim \triangle CBA$) Do đó $\triangle BHM \sim \triangle BEC$ (c.g.c), suy ra: $\angle BHM = \angle BEC = 135^\circ \Rightarrow \angle AHM = 45^\circ$	1.5 điểm 1 điểm
c	Tam giác ABE vuông cân tại A, nên tia AM còn là phân giác góc BAC. Suy ra: $\frac{GB}{GC} = \frac{AB}{AC}$, mà $\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{DC}$ ($\triangle ABC \sim \triangle DEC$) $= \frac{AH}{HC}$ ($ED \parallel AH$) $= \frac{HD}{HC}$ Do đó: $\frac{GB}{GC} = \frac{HD}{HC} \Rightarrow \frac{GB}{GB+GC} = \frac{HD}{HD+HC} \Rightarrow \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$	1 điểm

Ề SỐ 35

Bài 1: Cho biểu thức: $M = \left[\frac{x^2}{x^3 - 4x} + \frac{6}{6 - 3x} + \frac{1}{x + 2} \right] : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$

- Rút gọn M
- Tìm x nguyên để M đạt giá lớn nhất.

Bài 2: a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$A = x^2 + 2y^2 - 2xy - 4y + 2014$$

b. Cho các số x, y, z thỏa mãn đồng thời:

$$x + y + z = 1; \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad \text{và} \quad x^3 + y^3 + z^3 = 1.$$

$$\text{Tính tổng: } S = x^{2009} + y^{2010} + z^{2011}$$

Bài 3:

a. Giải phương trình: $\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$

b. Giải phương trình với nghiệm là số nguyên:

$$x(x^2 + x + 1) = 4y(y + 1).$$

Bài 4: Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a. Tính tổng: $\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF}$

b. Chứng minh: $BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC^2$

c. Chứng minh: H cách đều ba cạnh tam giác DEF.

d. Trên các đoạn HB, HC lấy các điểm M, N tùy ý sao cho $HM = CN$.

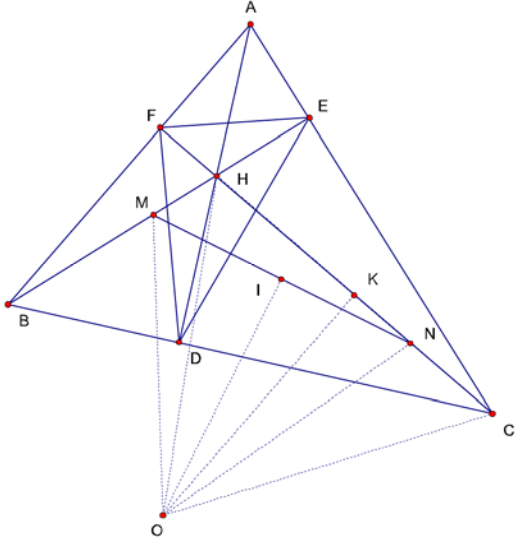
Chứng minh đường trung trực của đoạn MN luôn đi qua một điểm cố định.

Hướng dẫn chấm môn toán 8

Bài	Nội dung	Điểm
1	a	
	$\left[\frac{x^2}{x^3 - 4x} + \frac{6}{6 - 3x} + \frac{1}{x + 2} \right] = \left[\frac{x^2}{x(x - 2)(x + 2)} - \frac{6}{3(x - 2)} + \frac{1}{x + 2} \right]$	0,5
	$= \frac{x - 2(x + 2) + (x - 2)}{(x + 2)(x - 2)}$	0,5
	$= \frac{-6}{(x + 2)(x - 2)}$	
	$\left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right) = \frac{(x + 2)(x - 2) + (10 - x^2)}{x + 2}$	0,5
	$= \frac{6}{x + 2}$	
	$\Rightarrow M = \frac{-6}{(x - 2)(x + 2)} \cdot \frac{x + 2}{6} = \frac{1}{2 - x}$	0,5
	b	
	+ Nếu $x > 2$ thì $M < 0$ nên M không đạt GTLN.	0,5

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

		+ Vậy $x < 2$, khi đó M có cả Tử và Mẫu đều là số dương, nên M muốn đạt GTLN thì Mẫu là $(2 - x)$ phải là GTNN, Mà $(2 - x)$ là số nguyên dương $\Rightarrow 2 - x = 1 \Rightarrow x = 1$. Vậy để M đạt GTLN thì giá trị nguyên của x là: 1.	0,5 0,5 0,5
2	a	$A = (b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2 = (b^2 + c^2 - a^2 - 2bc)(b^2 + c^2 - a^2 + 2bc)$ $= [(b-c)^2 - a^2][(b+c)^2 - a^2]$ $= (b+c-a)(b+c+a)(b-c-a)(b-c+a)$	0,5 0,5 0,5
	b	Ta cú: $(b+c-a) > 0$ (BéT trong tam giác) Tương tự: $(b+c+a) > 0$; $(b-c-a) < 0$; $(b+c-a) > 0$ Vậy $A < 0$	0,5 0,5 0,5
3	a	$A = x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 4y + 4 + 2010 = (x-y)^2 + (y-2)^2 + 2010$ Do $(x-y)^2 \geq 0$; $(y-2)^2 \geq 0$ Nên: $(x-y)^2 + (y-2)^2 + 2010 \geq 2010$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x - y = 0$ và $y - 2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 2$. Vậy GTNN của A là 2010 tại $x = y = 2$	0,5 0,5 0,5
	b	Ta cú: $(x+y+z)^3 = x^3 + y^3 + z^3 + 3(x+y)(y+z)(z+x)$ kết hợp cò điều kiện đó cho ta cú: $(x+y)(y+z)(z+x) = 0$ $\Rightarrow$ Một trong cò thừa số của tích $(x+y)(y+z)(z+x)$ phải bằng 0 Giả sử $(x+y) = 0$, kết hợp với đ/k: $x+y+z=1 \Rightarrow z=1$, lại kết hợp với đ/k: $x^2+y^2+z^2=1 \Rightarrow x=y=0$. Vậy trong 3 số x,y,z phải cú 2 số bằng 0 và 1 số bằng 1, $S = x^{2009} + y^{2010} + z^{2011} = 1$ Nên tổng S luôn cú giá trị bằng 1.	0,5 0,5 0,5
4	a	Phương trình được biến đổi thành: (Với ĐKXĐ: $\{x \neq -4; -5; -6; -7\}$) $\frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$ $\Rightarrow (\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5}) + (\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6}) + (\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7}) = \frac{1}{18}$ $\Rightarrow \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18} \Rightarrow (x+4)(x+7) = 54$ $\Rightarrow (x+13)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -13$ hoặc $x = 2$ (Thỏa mãn ĐKXĐ) Vậy nghiệm của phương trình là: $S = \{-13; 2\}$	0,5 0,5 0,5 0,5
	b	+ Phương trình được biến đổi thành: $(x+1)(x^2+1) = (2y+1)^2$ + Ta chứng minh $(x+1)$ và (x^2+1) nguyên tố cùng nhau! Vì nếu $d = \text{UCLN}(x+1, x^2+1)$ thì d phải là số lẻ (vì $2y+1$ lẻ)	0,25 0,25

		$\Rightarrow \begin{cases} x+1:d \\ x^2+1:d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+x:d \\ x^2+1:d \\ x+1:d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1:d \\ x-1:d \end{cases} \Rightarrow 2:d \text{ mà } d \text{ lẻ nên } d = 1.$ + Nên muốn $(x+1)(x^2+1)$ là số chính phương Thì $(x+1)$ và (x^2+1) đều phải là số chính phương Đặt: $\begin{cases} x^2+1=k^2 \\ x+1=t^2 \end{cases} \Rightarrow (k+x)(k-x)=1 \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ x=0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} k=-1 \\ x=0 \end{cases}$ + Với $x=0$ thì $(2y+1)^2=1 \Rightarrow y=0$ hoặc $y=-1$. (Thỏa mãn pt) Vậy nghiệm của phương trình là: $(x;y)=\{(0;0), (0;-1)\}$	0,25
			0,25
5			0,5
	a	Trước hết chứng minh: $\frac{HD}{AD} = \frac{S(HBC)}{S(ABC)}$ Tương tự có: $\frac{HE}{BE} = \frac{S(HCA)}{S(ABC)}$; $\frac{HF}{CF} = \frac{S(HAB)}{S(ABC)}$ Nên $\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} = \frac{S(HBC)+S(HCA)+S(HAB)}{S(ABC)}$ $\Rightarrow \frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} = 1$	0,5
	b	Trước hết chứng minh $\triangle BDH \sim \triangle BEC$ $\Rightarrow BH.BE = BD.BC$ Và $\triangle CDH \sim \triangle CFB \Rightarrow CH.CF = CD.CB$ $\Rightarrow BH.BE + CH.CF = BC.(BD + CD) = BC^2$ (đpcm)	0,5 0,5 0,5 0,5
	c	Trước hết chứng minh: $\triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \angle AEF = \angle ABC$ Và $\triangle CDE \sim \triangle CAB \Rightarrow \angle CED = \angle CBA$ $\Rightarrow \angle AEF = \angle CED$ mà $EB \perp AC$ nên EB là phân giác của góc DEF. Tương tự: DA, FC là phân giác của các góc EDF và DFE. Vậy H là giao điểm các đường phân giác của tam giác DEF nên H cách đều ba cạnh của tam giác DEF (đpcm)	0,5 0,5 0,5

	d	Gọi O là giao điểm của các đường trung trực của hai đoạn MN và HC, ta có $\triangle OMH = \triangle ONC$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{OHM} = \widehat{OCN}$.(1) Mặt khác ta cũng có $\triangle OCH$ cân tại O nên: $\widehat{OHC} = \widehat{OCH}$.(2) Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{OHC} = \widehat{OHB} \Rightarrow HO$ là phân giác của góc BHC Vậy O là giao điểm của trung trực đoạn HC và phân giác của góc BHC nên O là điểm cố định. Hay trung trực của đoạn MN luôn đi qua một điểm cố định là O.	0,25 0,25 0,25 0,25
--	---	--	------------------------------

Ề SỐ 36

Bài 1: (3,5đ)a, Với giá trị nào của n thì $(n+5)(n+6):6n$ với $n \in \mathbb{N}$.

b, CMR với $n \in \mathbb{N}$ thì: $n^5 - n:30$.

c, Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{n+13}{n-2}$ tối giản.

Bài 2: (3đ) Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a, $4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)$

b, $x^5 + x + 1$

c, $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1$

Bài 3: (3đ) Giải phương trình:

a, $x^4 - 30x^2 + 31x - 30 = 0$

b, $\frac{1}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+8x+15} + \frac{1}{x^2+12x+35} = \frac{1}{9}$

c, $(x-2)^4 + (x-3)^4 = 1$

Bài 4: (3,5đ)a/ Tìm đa thức dư trong phép chia

$$1 + x + x^{19} + x^{20} + x^{2010} \text{ cho } 1 - x^2$$

b/ Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Trong một cối giở đựng một số táo. Nếu lần đầu tiên người ta lấy ra một nửa số táo và bỏ lại 5 quả, sau đó lấy thêm ra $\frac{1}{3}$ số táo còn lại và lấy thêm ra 4 quả.

Cuối cùng trong giỏ còn lại 12 quả. Hỏi trong giỏ lúc đầu có bao nhiêu quả?

Bài 5: (4,5đ)

Cho hình bình hành ABCD ($AC > BD$). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của C lên các đường thẳng AB, AD. Chứng minh rằng:

a, $AB.AE + AD.AF = AC^2$

b, $\triangle FCE \sim \triangle ABC$.

Bài 6: (2,5đ) Dựng hình thoi biết $\hat{A} = 30^\circ$ và tổng hai đường chéo bằng 5cm.

(Chỉ cần phân tích, nêu cách dựng và dựng hình).

*****-The end-*****

Bài	Phần	Nội dung	Điểm
1	a	Ta có: $(n+5)(n+6) = n^2 + 11n + 30$	1

		$= n(n-1) + 30 + 12n : 6n$ $\Leftrightarrow n(n+1) + 30 : 6n \Leftrightarrow \begin{cases} n(n-1) : 3 \\ 30 : 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \vee n = 3k + 1 \\ n 30 \end{cases}$ $\Leftrightarrow n = 1; 3; 6; 10; 15; 30$	
	b	CMR: với $n \in \mathbb{N}$ thõ: $n^5 - n : 30$ Ta cú $30 = 2.3.5$ $n^5 - n = n(n^4 - 1) = (n-1)n(n+1)(n^2 + 1)$ $n - 1; n; n + 1$ là ba số nguyên liờn tiếp nờn tóch $(n-1)n(n+1) : 6$ ta chứng minh $n^5 - n = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) : 5$ Lấy n chia cho 5 thõ $n = 5k$ hoặc $n = 5k \pm 1$ hoặc $n = 5k \pm 2$ 1, Nếu $n = 5k$ thõ $n^5 - n : 5$ 2, Nếu $n = 5k \pm 1$ thõ $n^2 - 1 : 5 \Rightarrow n^5 - n : 5$ 3, Nếu $n = 5k \pm 2$ thõ $n^2 + 1 : 5 \Rightarrow n^5 - n : 5$	1,5
	c	$\frac{n+13}{n-2} = 1 + \frac{15}{n-2}$ tối giản $\Leftrightarrow (15; n-2) = 1$ $\Leftrightarrow n - 2 \not\vdots 3$ và $n - 2 \not\vdots 5 \Leftrightarrow \begin{cases} n \neq 3k + 2 \\ n \neq 3k + 5 \end{cases}$	1
2	a	$4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2$ $= (2ab)^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2$ $= (2ab - a^2 - b^2 + c^2)(2ab + a^2 + b^2 - c^2)$ $= [c^2 - (a-b)^2][c^2 + (a+b)^2]$ $= (a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(c-a+b)$	1
	b	$x^5 + x + 1 = x^5 + x^4 + x^3 - x^4 - x^3 - x^2 + x^2x + 1$ $= x^3(x^2 + x + 1) - x^2(x^2 + x + 1) + 1(x^2 + x + 1)$ $= (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$	1
	c	$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1$ $= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) + 1$ $= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + 1$ $= [(x^2 + 5x + 5) - 1][(x^2 + 5x + 5) + 1] + 1$ $= (x^2 + 5x + 5)^2 - 1 + 1 = (x^2 + 5x + 5)^2$	1
3	a	$x^4 - 30x^2 + 31x - 30 = 0$ $\Leftrightarrow x^4 + x - 30(x^2 - x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow x(x^3 + 1) - 30(x^2 - x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow x(x+1)(x^2 - x + 1) - 30(x^2 - x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - x + 1)(x^2 + x - 30) = 0$	1

		$\Leftrightarrow x^2 + x - 30 = 0 \left(\text{vì } x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \right)$ $\Leftrightarrow x^2 + 6x - 5x - 30 = 0$ $\Leftrightarrow (x+6)(x-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 5 \end{cases}$ Vậy $S = \{-6; 5\}$	
	b	$\frac{1}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+8x+15} + \frac{1}{x^2+12x+35} = \frac{1}{9}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{x^2+3x+x+3} + \frac{1}{x^2+5x+3x+15} + \frac{1}{x^2+7x+5x+35} = \frac{1}{9}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+7)} = \frac{1}{9}$ éKXé: $x \neq -1; -3; -5; -7$ Phương trình tròn cú thể viết: $\frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} \right) + \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} \right) \right] = \frac{1}{9}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+7} \right) = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \frac{6}{2(x+1)(x+7)} = \frac{1}{9}$ $\Leftrightarrow (x+1)(x+7) = 27 \Leftrightarrow x^2 + 8x - 20 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = 36 \Leftrightarrow (x+4)^2 = 6^2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+4=6 \\ x+4=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-10 \end{cases} \text{ (TM éKXé)}$ Vậy nghiệm của phương trình đó cho là: $x = 2; x = -10$	

Ề SỐ 37

Bài 1 (4 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1-x^3}{1-x} - x \right) : \frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$ với x khác -1 và 1 .

a, Rút gọn biểu thức A.

b, Tính giá trị của biểu thức A tại $x = -1\frac{2}{3}$.

c, Tìm giá trị của x để $A < 0$.

Bài 2 (3 điểm)

Cho $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 4(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$.

Chứng minh rằng $a = b = c$.

Bài 3 (3 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu lên 4 đơn vị thì sẽ được phân số nghịch đảo của phân số đã cho. Tìm phân số đó.

Bài 4 (2 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 4a + 5$.

Bài 5 (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có góc ABC bằng 60° , phân giác BD. Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của BD, BC, CD.

a, Tứ giác AMNI là hình gì? Chứng minh.

b, Cho AB = 4cm. Tính các cạnh của tứ giác AMNI.

Bài 6 (5 điểm)

Hình thang ABCD (AB // CD) có hai đường chéo cắt nhau tại O. Đường thẳng qua O và song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự ở M và N.

a, Chứng minh rằng OM = ON.

b, Chứng minh rằng $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.

c, Biết $S_{AOB} = 2008^2$ (đơn vị diện tích); $S_{COD} = 2009^2$ (đơn vị diện tích). Tính S_{ABCD} .

hướng dẫn chấm thi học sinh giỏi**Bài 1(4 điểm)**

a, (2 điểm)

Với x khác -1 và 1 thì :	0,5đ
$A = \frac{1-x^3-x+x^2}{1-x} : \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-x+x^2)-x(1+x)}$	
$= \frac{(1-x)(1+x+x^2-x)}{1-x} : \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-2x+x^2)}$	0,5đ
$= (1+x^2) : \frac{1}{(1-x)}$	0,5đ
$= (1+x^2)(1-x)$	0,5đ
KL	

b, (1 điểm)

Tại $x = -1\frac{2}{3} = -\frac{5}{3}$ thì $A = \left[1 + \left(-\frac{5}{3}\right)^2\right] - \left[1 - \left(-\frac{5}{3}\right)\right]$	0,25đ
$= \left(1 + \frac{25}{9}\right)\left(1 + \frac{5}{3}\right)$	0,25đ
$= \frac{34}{9} \cdot \frac{8}{3} = \frac{272}{27} = 10\frac{2}{27}$	0,5đ
KL	

c, (1điểm)

Với x khác -1 và 1 thì $A < 0$ khi và chỉ khi $(1+x^2)(1-x) < 0$ (1)	0,25đ
Vì $1+x^2 > 0$ với mọi x nên (1) xảy ra khi và chỉ khi $1-x < 0 \Leftrightarrow x > 1$	0,5đ
KL	0,25đ

Bài 2 (3 điểm)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

Biến đổi đẳng thức để được $a^2 + b^2 - 2ab + b^2 + c^2 - 2bc + c^2 + a^2 + 2ac = 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 4ab - 4ac - 4bc$	0,5đ
Biến đổi để có $(a^2 + b^2 - 2ac) + (b^2 + c^2 - 2bc) + (a^2 + c^2 - 2ac) = 0$	0,5đ
Biến đổi để có $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 = 0$ (*)	0,5đ
Vì $(a-b)^2 \geq 0; (b-c)^2 \geq 0; (a-c)^2 \geq 0$; với mọi a, b, c	0,5đ
nên (*) xảy ra khi và chỉ khi $(a-b)^2 = 0; (b-c)^2 = 0$ và $(a-c)^2 = 0$;	0,5đ
Từ đó suy ra $a = b = c$	0,5đ

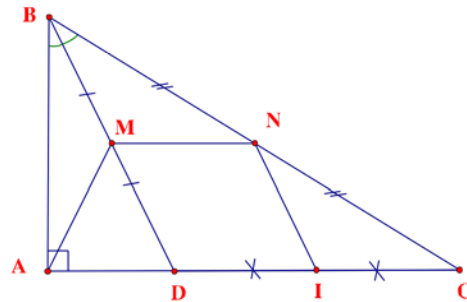
Bài 3 (3 điểm)

Gọi tử số của phân số cần tìm là x thì mẫu số của phân số cần tìm là x+11. Phân số cần tìm là $\frac{x}{x+11}$ (x là số nguyên khác -11)	0,5đ
Khi bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu số 4 đơn vị ta được phân số $\frac{x-7}{x+15}$ (x khác -15)	0,5đ
Theo bài ra ta có phương trình $\frac{x}{x+11} = \frac{x+15}{x-7}$	0,5đ
Giải phương trình và tìm được x = -5 (thỏa mãn)	1đ
Từ đó tìm được phân số $-\frac{5}{6}$ KL	0,5đ

Bài 4 (2 điểm)

Biến đổi để có $A = a^2(a^2 + 2) - 2a(a^2 + 2) + (a^2 + 2) + 3$	0,5đ
$= (a^2 + 2)(a^2 - 2a + 1) + 3 = (a^2 + 2)(a-1)^2 + 3$	0,5đ
Vì $a^2 + 2 > 0 \forall a$ và $(a-1)^2 \geq 0 \forall a$ nên $(a^2 + 2)(a-1)^2 \geq 0 \forall a$ do đó $(a^2 + 2)(a-1)^2 + 3 \geq 3 \forall a$	0,5đ
Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $a-1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$	0,25đ
KL	0,25đ

Bài 5 (3 điểm)



a, (1 điểm)

Chứng minh được tứ giác AMNI là hình thang	0,5đ
Chứng minh được AN=MI, từ đó suy ra tứ giác AMNI là hình thang cân	0,5đ

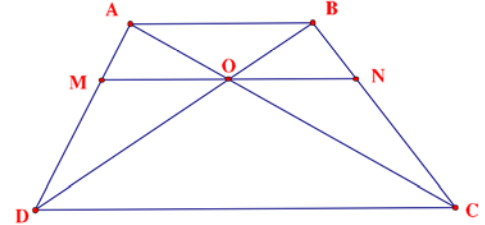
b, (2 điểm)

Tính được $AD = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$; $BD = 2AD = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$	0,5đ
---	------

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

$AM = \frac{1}{2}BD = \frac{4\sqrt{3}}{3}cm$	
Tính được $NI = AM = \frac{4\sqrt{3}}{3}cm$	0,5đ
$DC = BC = \frac{8\sqrt{3}}{3}cm$, $MN = \frac{1}{2}DC = \frac{4\sqrt{3}}{3}cm$	0,5đ
Tính được $AI = \frac{8\sqrt{3}}{3}cm$	0,5đ

Bài 6 (5 điểm)



a, (1,5 điểm)

Lập luận để có $\frac{OM}{AB} = \frac{OD}{BD}$, $\frac{ON}{AB} = \frac{OC}{AC}$	0,5đ
Lập luận để có $\frac{OD}{DB} = \frac{OC}{AC}$	0,5đ
$\Rightarrow \frac{OM}{AB} = \frac{ON}{AB} \Rightarrow OM = ON$	0,5đ

b, (1,5 điểm)

Xét $\triangle ABD$ để có $\frac{OM}{AB} = \frac{DM}{AD}$ (1), xét $\triangle ADC$ để có $\frac{OM}{DC} = \frac{AM}{AD}$ (2)	0,5đ
Từ (1) và (2) $\Rightarrow OM \cdot (\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = \frac{AM + DM}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1$	
Chứng minh tương tự $ON \cdot (\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = 1$	0,5đ
từ đó có $(OM + ON) \cdot (\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = 2 \Rightarrow \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$	0,5đ

b, (2 điểm)

$\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{OB}{OD}$, $\frac{S_{BOC}}{S_{DOC}} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{S_{BOC}}{S_{DOC}} \Rightarrow S_{AOB} \cdot S_{DOC} = S_{BOC} \cdot S_{AOD}$	0,5đ
Chứng minh được $S_{AOD} = S_{BOC}$	0,5đ
$\Rightarrow S_{AOB} \cdot S_{DOC} = (S_{AOD})^2$	0,5đ
Thay số để có $2008^2 \cdot 2009^2 = (S_{AOD})^2 \Rightarrow S_{AOD} = 2008 \cdot 2009$	
Do đó $S_{ABCD} = 2008^2 + 2 \cdot 2008 \cdot 2009 + 2009^2 = (2008 + 2009)^2 = 4017^2$ (đơn vị DT)	0,5đ

Ề SỐ 38

Bài 1. (2,0 điểm) Chứng minh rằng:

a) Với mọi $a \in \mathbb{Z}$, nếu a và b không chia hết cho 3 thì $a^6 - b^6$ chia hết cho 9

b) Với mọi $n \in \mathbb{N}$ thì n^5 và n luôn có chữ số tận cùng giống nhau.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$

b) Tìm các số x, y, z biết :

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$$

$$\text{và } x^{2009} + y^{2009} + z^{2009} = 3^{2010}$$

Bài 3. (1,5 điểm) Chứng minh rằng:

Nếu a, b, c là các số dương thỏa mãn: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq a + b + c$

thì ta có bất đẳng thức $a + b + c \geq 3abc$

Bài 4. (1,5 điểm) Cho $6a - 5b = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $4a^2 + 25b^2$

Bài 5. (3,0 điểm) Cho tam giác vuông cân ABC ($AB = AC$). M là trung điểm của AC, trên BM lấy điểm N sao cho $NM = MA$; CN cắt AB tại E. Chứng minh:

a) Tam giác BNE đồng dạng với tam giác BAN.

b) $\frac{NC}{AN} = \frac{NB}{AB} + 1$

Ề P Ề N

Bài 1. a) (1,0 điểm)

Vì a không chia hết cho 3 nên a có dạng $3k+1$ hoặc $3k+2$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Nếu $a = 3k+1$ thì $a^2 = (3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1$ chia 3 dư 1.

Nếu $a = 3k+2$ thì $a^2 = (3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4$ chia 3 dư 1.

Vậy nên nếu a không chia hết cho 3 thì a^2 chia 3 dư 1. (1)

Tương tự ta cũng có nếu b không chia hết cho 3 thì b^2 chia 3 dư 1. (2)

Từ (1) và (2) ta có $a^2 - b^2 : 3$ (3) (0,5 đ)

$$\text{Ta có } a^6 - b^6 = (a^2 - b^2)[(a^2)^2 + a^2b^2 + (b^2)^2] = (a^2 - b^2)[(a^2)^2 - 2a^2b^2 + (b^2)^2 + 3a^2b^2]$$

$$= (a^2 - b^2)[(a^2 - b^2)^2 + 3a^2b^2]$$

Theo c/m trên $a^2 - b^2 : 3 \Rightarrow (a^2 - b^2)^2 : 3$ mà $3a^2b^2 : 3$ với mọi $a \in \mathbb{Z}$

nên $(a^2 - b^2)^2 + 3a^2b^2 : 3$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $(a^2 - b^2)[(a^2 - b^2)^2 + 3a^2b^2] : 3.3$ hay $a^6 - b^6 : 9$ (0,5 đ)

b) (1,0 điểm)

Ta cần chứng minh: $n^5 - n : 10$

* Chứng minh: $n^5 - n : 2$

$$n^5 - n = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = n(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1) : 2 \quad (0,25 \text{ đ})$$

(vì với $n \in \mathbb{N}$ ta có $n(n - 1)$ là tích của hai số nguyên liên tiếp)

* Chứng minh: $n^5 - n : 5$

$$n^5 - n = n(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1) = n(n - 1)(n + 1)(n^2 - 4 + 5)$$

$$= n(n - 1)(n + 1)(n - 2)(n + 2) + 5n(n - 1)(n + 1) : 5$$

(Vì với $n \in \mathbb{N}$ ta có $n(n - 1)(n + 1)(n - 2)(n + 2)$ là tích của năm số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 5 và $5n(n - 1)(n + 1) : 5$ với mọi $n \in \mathbb{N}$) (0,5 đ)

Vỡ (2 ; 5) = 1 nên $n^5 - n : 2.5$ tức là $n^5 - n : 10$

Suy ra n^5 và n có chữ số tận cùng giống nhau. (0,25 đ)

Bài 2. a) 1,0 điểm

$$x^2 + 9x + 20 = (x+4)(x+5)$$

$$x^2 + 11x + 30 = (x+5)(x+6)$$

$$x^2 + 13x + 42 = (x+6)(x+7)$$

$$\text{ĐKXĐ: } x \neq -4; x \neq -5; x \neq -6; x \neq -7$$

$$\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18} \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x+4)} - \frac{1}{(x+7)} = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow 18(x+7) - 18(x+4) = (x+4)(x+7)$$

$$\Rightarrow (x+13)(x-2) = 0 \quad (0,25 \text{ đ})$$

$$\Rightarrow x = -13 \text{ hoặc } x = 2 \text{ (Thỏa mãn ĐKXĐ)}$$

$$\text{Vậy PT đã cho có hai nghiệm là } x_1 = -13; x_2 = 2 \quad (0,25 \text{ đ})$$

b) 1,0 điểm

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 0 \quad (0,25 \text{ đ})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ y-z=0 \\ z-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z \Leftrightarrow x^{2009} = y^{2009} = z^{2009} \quad (1) \quad (0,25 \text{ đ})$$

$$\text{Theo bài ra ta có } x^{2009} + y^{2009} + z^{2009} = 3^{2010} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } 3 \cdot z^{2009} = 3^{2010} \Leftrightarrow z^{2009} = 3^{2009} \Leftrightarrow z = 3 \quad (0,25 \text{ đ})$$

$$\text{Vậy } x = y = z = 3 \quad (0,25 \text{ đ})$$

Bài 3. Chứng minh rằng:

$$\text{Nếu } a, b, c \text{ là các số dương thỏa mãn: } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq a + b + c$$

$$\text{thì ta có bất đẳng thức } a + b + c \geq 3abc$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq a + b + c \Leftrightarrow \frac{bc + ca + ab}{abc} \geq a + b + c$$

$$\Leftrightarrow ab + bc + ca \geq (a + b + c)abc \quad (*) \text{ (vì } a, b, c > 0 \text{ nên } abc > 0)$$

$$\text{Mà } a^2 + b^2 \geq 2ab; c^2 + b^2 \geq 2cb; a^2 + c^2 \geq 2ac \text{ nên cộng theo vế 3 bất đẳng thức này ta được } 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca \quad (1)$$

$$\text{Lại có } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } (a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ca) \quad (**)$$

$$\text{Từ (*) và (**) ta có } (a + b + c)^2 \geq 3abc(a + b + c)$$

$$\Leftrightarrow a + b + c \geq 3abc \text{ (Vì } a, b, c > 0 \text{ nên } a + b + c > 0)$$

Bài 4. (1,0 điểm) Cho $6a - 5b = 1$. (1) Tìm giá trị nhỏ nhất của $4a^2 + 25b^2$

$$\text{Đặt } x = 2a; y = -5b, \text{ ta có } 6a - 5b = 1 \text{ nên } (3x + y)^2 = (6a - 5b)^2 = 1$$

áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski cho hai số $3x$ và y ta có:

$$(3x + y)^2 \leq (x^2 + y^2)(9 + 1) \Rightarrow x^2 + y^2 \geq \frac{1}{10} \text{ Hay } 4a^2 + 25b^2 \geq \frac{1}{10}.$$

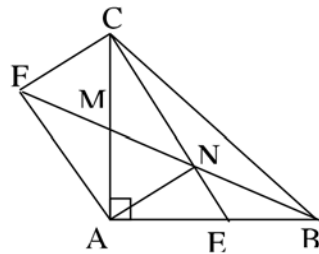
$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow 3y = x \Leftrightarrow -15b = 2a \Leftrightarrow 6a = -45b \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow b = -\frac{1}{50}; \quad a = \frac{3}{20}$$

Bài 5. Cho tam giác vuông cân ABC ($AB = AC$). M là trung điểm của AC , trên BM lấy điểm N sao cho $NM = MA$; CN cắt AB tại E . Chứng minh:

a) Tam giác BNE đồng dạng với tam giác BAN .

$$b) \frac{NC}{AN} = \frac{NB}{AB} + 1$$



a) $\triangle ANC$ vuông tại N (vì $MN = AM = \frac{1}{2} AC$)

$$\widehat{CNM} + \widehat{MNA} = 1v$$

$$\widehat{BAN} + \widehat{NAC} = 1v$$

$$\text{Mà } \widehat{MNA} = \widehat{NAC} \Rightarrow \widehat{CNM} = \widehat{BAN}$$

$$\text{Mặt khác } \widehat{CNM} = \widehat{BNE} \text{ (đối đỉnh)} \Rightarrow \widehat{BNE} = \widehat{BAN}$$

$$\Rightarrow \triangle BNE \sim \triangle BAN$$

b) Trên tia đối tia MN lấy điểm F sao cho $FM = MN$.

Tứ giác $ANCF$ là hình chữ nhật (vì có 2 đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường)

$$\Rightarrow CE \parallel AF \Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{ENB} \text{ (đồng vị)} \Rightarrow \triangle BAN \sim \triangle BFA \Rightarrow$$

$$\frac{FA}{AN} = \frac{BF}{BA} \Rightarrow \frac{NC}{AN} = \frac{FN + NB}{AB} \Rightarrow \frac{NC}{AN} = \frac{AB + NB}{AB} \Rightarrow \frac{NC}{AN} = \frac{NB}{AB} + 1 \text{ (Đpcm)}$$

Cách khác: b) Ta có: $\triangle ACN \sim \triangle EAN \Rightarrow \frac{CN}{AN} = \frac{AC}{EA} = \frac{AN}{EN} \quad (1)$

$$\triangle BNE \sim \triangle BAN \Rightarrow \frac{AN}{NE} = \frac{BA}{BN} \quad (2) \text{ và } \frac{BE}{BN} = \frac{NB}{AB} \quad (3). \text{ Từ (1) và (2)} \Rightarrow BN = AE$$

$$\text{Từ } \frac{CN}{AN} = \frac{AC}{EA} \Rightarrow \frac{CN}{AN} = \frac{AB}{AE} = \frac{AE + EB}{AE} = 1 + \frac{EB}{AE} = 1 + \frac{EB}{BN} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \frac{CN}{AN} = 1 + \frac{NB}{AB} \text{ (Đpcm)}$$

Bài 1: (2 điểm)

Phân tích đa thức sau đây thành nhân tử:

1. $x^2 + 7x + 6$
2. $x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008$

Bài 2: (2 điểm) Giải phương trình:

1. $x^2 - 3x + 2 + |x - 1| = 0$
2. $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x + 4)^2$

Bài 3: (2 điểm) 1. CMR với a,b,c,là các số dương ,ta có:

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$$

3. Tìm số d trong phép chia của biểu thức $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2008$ cho đa thức $x^2 + 10x + 21$.

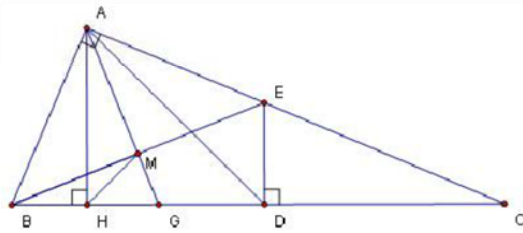
Bài 4: (4 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

1. Chứng minh rằng hai tam giác BEC và ADC đồng dạng. Tính độ dài đoạn BE theo $m = AB$.
2. Gọi M là trung điểm của đoạn BE. Chứng minh rằng hai tam giác BHM và BEC đồng dạng. Tính số đo của góc AHM
3. Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh: $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$.

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
1			
1.			2,0
	1.1	(0,75 điểm)	

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

		$x^2 + 7x + 6 = x^2 + x + 6x + 6 = x(x+1) + 6(x+1)$ $= (x+1)(x+6)$	0,5
			0,5
	1.2	(1,25 điểm)	
		$x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008 = x^4 + x^2 + 2007x^2 + 2007x + 2007 + 1$	0,25
		$= x^4 + x^2 + 1 + 2007(x^2 + x + 1) = (x^2 + 1)^2 - x^2 + 2007(x^2 + x + 1)$	0,25
		$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) + 2007(x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2008)$	0,25
2.			2,0
	2.1	$x^2 - 3x + 2 + x-1 = 0 \quad (1)$ + Nếu $x \geq 1$: $(1) \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện $x \geq 1$). + Nếu $x < 1$: $(1) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 3(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0$ $\Leftrightarrow x=1; x=3$ (cả hai đều không bé hơn 1, nên bị loại) Vậy: Phương trình (1) có một nghiệm duy nhất là $x=1$.	0,5
	2.2	$8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x+4)^2 \quad (2)$ Điều kiện để phương trình có nghiệm: $x \neq 0$ $(2) \Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2\right] = (x+4)^2$ $\Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 8\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = (x+4)^2 \Leftrightarrow (x+4)^2 = 16$ $\Leftrightarrow x=0 \text{ hay } x=-8 \text{ và } x \neq 0.$ Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x=-8$	0,25
			0,5
			0,25
3			2,0
	3.1	Ta có: $A = (a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + 1 + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + 1$ $= 3 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right)$ Mà: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ (BĐT Cô-Si) Do đó $A \geq 3 + 2 + 2 + 2 = 9$. Vậy $A \geq 9$	0,5
	3.2	Ta có: $P(x) = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2008$ $= (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 24) + 2008$ Đặt $t = x^2 + 10x + 21$ ($t \neq -3; t \neq -7$), biểu thức $P(x)$ được viết lại: $P(x) = (t-5)(t+3) + 2008 = t^2 - 2t + 1993$	0,5
			0,5

		Do đó khi chia $t^2 - 2t + 1993$ cho t ta có số dư là 1993	
4			4,0
4.1	 + Hai tam giác ADC và BEC có: Góc C chung. $\frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$ (Hai tam giác vuông CDE và CAB đồng dạng) Do đó, chúng đồng dạng (c.g.c). Suy ra: $\angle BEC = \angle ADC = 135^\circ$ (vì tam giác AHD vuông cân tại H theo giả thiết). Nên $\angle AEB = 45^\circ$ do đó tam giác ABE vuông cân tại A. Suy ra: $BE = AB\sqrt{2} = m\sqrt{2}$	1,0	
4.2	Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BE}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC}$ (do $\triangle BEC \sim \triangle ADC$) mà $AD = AH\sqrt{2}$ (tam giác AHD vuông cân tại H) nên $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AH\sqrt{2}}{AC} = \frac{BH}{AB\sqrt{2}} = \frac{BH}{BE}$ (do $\triangle ABH \sim \triangle CBA$) Do đó $\triangle BHM \sim \triangle BEC$ (c.g.c), suy ra: $\angle BHM = \angle BEC = 135^\circ \Rightarrow \angle AHM = 45^\circ$	0,5 0,5 0,5	
4.3	Tam giác ABE vuông cân tại A, nên tia AM còn là phân giác góc BAC. Suy ra: $\frac{GB}{GC} = \frac{AB}{AC}$, mà $\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{DC}$ ($\triangle ABC \sim \triangle DEC$) $= \frac{AH}{HC}$ ($ED \parallel AH$) $= \frac{HD}{HC}$ Do đó: $\frac{GB}{GC} = \frac{HD}{HC} \Rightarrow \frac{GB}{GB+GC} = \frac{HD}{HD+HC} \Rightarrow \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$	0,5 0,5	

đề SỐ 40

đề bài:

Bài 1 (6 điểm): Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{2x-3}{4x^2-12x+5} + \frac{2x-8}{13x-2x^2-20} - \frac{3}{2x-1} \right) : \frac{21+2x-8x^2}{4x^2+4x-3} + 1$$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $|x| = \frac{1}{2}$

c) Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

d) Tìm x để $P > 0$.

Bài 2 (3 điểm): Giải phương trình:

$$a) \frac{15x}{x^2 + 3x - 4} - 1 = 12 \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{3x-3} \right)$$

$$b) \frac{148-x}{25} + \frac{169-x}{23} + \frac{186-x}{21} + \frac{199-x}{19} = 10$$

$$c) ||x-2|+3|=5$$

Bài 3 (2 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một người đi xe gắn máy từ A đến B dự định mất 3 giờ 20 phút. Nếu người ấy tăng vận tốc thêm 5 km/h thì sẽ đến B sớm hơn 20 phút. Tính khoảng cách AB và vận tốc dự định đi của người đó.

Bài 4 (7 điểm):

Cho hình chữ nhật ABCD. Trên đường chéo BD lấy điểm P, gọi M là điểm đối xứng của điểm C qua P.

- Tứ giác AMDB là hình gì?
- Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của điểm M lên AB, AD. Chứng minh EF//AC và ba điểm E, F, P thẳng hàng.
- Chứng minh rằng tỉ số các cạnh của hình chữ nhật MEAF không phụ thuộc vào vị trí của điểm P.
- Giả sử $CP \perp BD$ và $CP = 2,4$ cm, $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD.

Bài 5 (2 điểm): a) Chứng minh rằng: $2009^{2008} + 2011^{2010}$ chia hết cho 2010

b) Cho x, y, z là các số lớn hơn hoặc bằng 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}$$

áp án và biểu điểm

Bài 1: Phân tích:

$$4x^2 - 12x + 5 = (2x-1)(2x-5)$$

$$13x - 2x^2 - 20 = (x-4)(5-2x)$$

$$21 + 2x - 8x^2 = (3+2x)(7-4x)$$

$$4x^2 + 4x - 3 = (2x-1)(2x+3)$$

0,5đ

$$\text{Điều kiện: } x \neq \frac{1}{2}; x \neq \frac{5}{2}; x \neq \frac{-3}{2}; x \neq \frac{7}{4}; x \neq 4$$

0,5đ

$$a) \text{ Rút gọn } P = \frac{2x-3}{2x-5}$$

2đ

$$b) |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ hoặc } x = -\frac{1}{2}$$

$$+) x = \frac{1}{2} \Rightarrow \dots P = \frac{1}{2}$$

$$+) x = \frac{-1}{2} \Rightarrow \dots P = \frac{2}{3} \quad 1đ$$

$$c) P = \frac{2x - 3}{2x - 5} = 1 + \frac{2}{x-5}$$

Ta có: $1 \in \mathbb{Z}$

$$\text{Vậy } P \in \mathbb{Z} \text{ khi } \frac{2}{x-5} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x-5 \in U_{(2)}$$

$$\text{Mà } U_{(2)} = \{-2; -1; 1; 2\}$$

$$x-5 = -2 \Rightarrow x = 3 \text{ (TMĐK)}$$

$$x-5 = -1 \Rightarrow x = 4 \text{ (KTMĐK)}$$

$$x-5 = 1 \Rightarrow x = 6 \text{ (TMĐK)}$$

$$x-5 = 2 \Rightarrow x = 7 \text{ (TMĐK)}$$

KL: $x \in \{3; 6; 7\}$ thì P nhận giá trị nguyên. 1đ

$$d) P = \frac{2x - 3}{2x - 5} = 1 + \frac{2}{x-5} \quad 0,25đ$$

Ta có: $1 > 0$

$$\text{Để } P > 0 \text{ thì } \frac{2}{x-5} > 0 \Rightarrow x-5 > 0 \Leftrightarrow x > 5 \quad 0,5đ$$

Với $x > 5$ thì $P > 0$. 0,25

Bài 2:

$$a) \frac{15x}{x^2 + 3x - 4} - 1 = 12 \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{3x-3} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{15x}{(x+4)(x-1)} - 1 = 12 \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{3(x-1)} \right) \quad \text{ĐK: } x \neq -4; x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 15x - 3(x+4)(x-1) = 3 \cdot 12(x-1) + 12(x+4)$$

...

$$\Leftrightarrow 3x \cdot (x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 0 \text{ hoặc } x+4 = 0$$

$$+) 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (TMĐK)}$$

$$+) x+4 = 0 \Rightarrow x = -4 \text{ (KTMĐK)}$$

$$S = \{0\}$$

1đ

$$b) \frac{148-x}{25} + \frac{169-x}{23} + \frac{186-x}{21} + \frac{199-x}{19} = 10$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{148-x}{25} - 1 \right) + \left(\frac{169-x}{23} - 2 \right) + \left(\frac{186-x}{21} - 3 \right) + \left(\frac{199-x}{19} - 4 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (123-x) \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{23} + \frac{1}{21} + \frac{1}{19} \right) = 0$$

$$\text{Do } \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{23} + \frac{1}{21} + \frac{1}{19} \right) > 0$$

$$\text{Nên } 123 - x = 0 \Rightarrow x = 123$$

$$S = \{123\}$$

1đ

$$c) \quad ||x - 2| + 3| = 5$$

$$\text{Ta có: } |x - 2| \geq 0 \forall x \Rightarrow |x - 2| + 3 > 0$$

$$\text{nên } ||x - 2| + 3| = |x - 2| + 3$$

PT được viết dưới dạng:

$$|x - 2| + 3 = 5$$

$$\Leftrightarrow |x - 2| = 5 - 3$$

$$\Leftrightarrow |x - 2| = 2$$

$$+) x - 2 = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$+) x - 2 = -2 \Rightarrow x = 0$$

$$S = \{0; 4\}$$

1đ

Bài 3(2 đ)

Gọi khoảng cách giữa A và B là x (km) (x > 0)

0,25đ

Vận tốc dự định của người đi xe gắn máy là:

$$\frac{x}{3\frac{1}{3}} = \frac{3x}{10} \text{ (km/h)} \quad (3\text{h}20' = 3\frac{1}{3} \text{ (h)})$$

0,25đ

Vận tốc của người đi xe gắn máy khi tăng lên 5 km/h là:

$$\frac{3x}{10} + 5 \text{ (km/h)}$$

0,25đ

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\left(\frac{3x}{10} + 5 \right) \cdot 3 = x$$

0,5đ

$$\Leftrightarrow x = 150$$

0,5đ

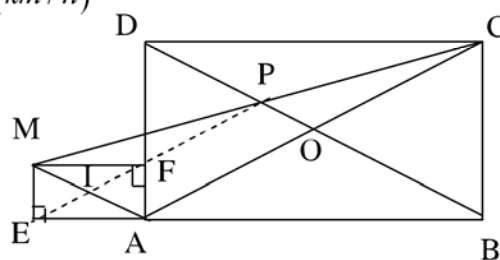
Vậy khoảng cách giữa A và B là 150 (km)

0,25đ

$$\text{Vận tốc dự định là: } \frac{3 \cdot 150}{10} = 45 \text{ (km/h)}$$

Bài 4(7đ)

Vẽ hình, ghi GT, KL đúng



0,5đ

- a) Gọi O là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật ABCD.
 $\Rightarrow$ PO là đường trung bình của tam giác CAM.
 $\Rightarrow$ AM//PO
 $\Rightarrow$ tứ giác AMDB là hình thang. 1đ
- b) Do AM //BD nên góc OBA = góc MAE (đồng vị)
 Tam giác AOB cân ở O nên góc OBA = góc OAB
 Gọi I là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật AEMF thì tam giác AIE cân ở I nên góc IAE = góc IEA.
 Từ chứng minh trên : có góc FEA = góc OAB, do đó EF//AC (1) 1đ
 Mặt khác IP là đường trung bình của tam giác MAC nên IP // AC (2)
 Từ (1) và (2) suy ra ba điểm E, F, P thẳng hàng. 1đ
- c) $\triangle MAF \sim \triangle DBA$ (g - g) nên $\frac{MF}{FA} = \frac{AD}{AB}$ không đổi. (1đ)
- d) Nếu $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$ thì $\frac{PD}{9} = \frac{PB}{16} = k \Rightarrow PD = 9k, PB = 16k$
- Nếu $CP \perp BD$ thì $\triangle CBD \sim \triangle DCP$ (g - g) $\Rightarrow \frac{CP}{PD} = \frac{PB}{CP}$ 1đ
- do đó $CP^2 = PB \cdot PD$
 hay $(2,4)^2 = 9 \cdot 16 \cdot k^2 \Rightarrow k = 0,2$
 $PD = 9k = 1,8(\text{cm})$
 $PB = 16k = 3,2(\text{cm})$ 0,5đ
 $BD = 5(\text{cm})$
 C/m $BC^2 = BP \cdot BD = 16$ 0,5đ
 do đó $BC = 4(\text{cm})$
 $CD = 3(\text{cm})$ 0,5đ

Bài 5:

- a) Ta có: $2009^{2008} + 2011^{2010} = (2009^{2008} + 1) + (2011^{2010} - 1)$
 Vì $2009^{2008} + 1 = (2009 + 1)(2009^{2007} - \dots)$
 $= 2010 \cdot (\dots)$ chia hết cho 2010 (1)
 $2011^{2010} - 1 = (2011 - 1)(2011^{2009} + \dots)$
 $= 2010 \cdot (\dots)$ chia hết cho 2010 (2) 1đ
- Từ (1) và (2) ta có đpcm.
- b) $\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}$ (1)

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+xy} \right) + \left(\frac{1}{1+y^2} - \frac{1}{1+xy} \right) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)} + \frac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(y-x)^2(xy-1)}{(1+x^2)(1+y^2)(1+xy)} \geq 0 \quad (2)$$

Vì $x \geq 1; y \geq 1 \Rightarrow xy \geq 1 \Rightarrow xy - 1 \geq 0$

$\Rightarrow$ BĐT (2) đúng $\Rightarrow$ BĐT (1) đúng (dấu "=" xảy ra khi $x = y$) 1đ

Ề SỐ 41

Bài 1: (3đ) a) Phân tích đa thức $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ thành nhân tử

b) Tìm giá trị nguyên của x để $A : B$ biết

$$A = 10x^2 - 7x - 5 \text{ và } B = 2x - 3.$$

c) Cho $x + y = 1$ và $x, y \neq 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{x}{y^3 - 1} - \frac{y}{x^3 - 1} + \frac{2(x - y)}{x^2 y^2 + 3} = 0$$

Bài 2: (3đ) Giải các phương trình sau:

a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) = 12$

b) $\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} + \frac{x+3}{2006} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004} + \frac{x+6}{2003}$

Bài 3: (2đ) Cho hình vuông ABCD; Tròn tia đối tia BA lấy E, tròn tia đối tia CB lấy F sao cho $AE = CF$

a) Chứng minh $\triangle EDF$ vuông cân

b) Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Gọi I là trung điểm EF. Chứng minh O, C, I thẳng hàng.

Bài 4: (2) Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Cắt điểm D, E theo thứ tự di chuyển trên AB, AC sao cho $BD = AE$. Xác định vị trí điểm D, E sao cho:

a/ DE có độ dài nhỏ nhất

b/ Tứ giác BDEC có diện tích nhỏ nhất.

Hướng dẫn chấm và biểu điểm

Bài 1: (3 điểm)

a) (0,75đ) $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = x^3 - 4x^2 + 4x - x^2 + 4x - 4$

(0,25đ)

$$= x(x^2 - 4x + 4) - (x^2 - 4x + 4) \quad (0,25đ)$$

$$= (x - 1)(x - 2)^2 \quad (0,25đ)$$

b) (0,75đ) Xét $\frac{A}{B} = \frac{10x^2 - 7x - 5}{2x - 3} = 5x + 4 + \frac{7}{2x - 3} \quad (0,25đ)$

Gv: Nguyễn Văn Tú

$$\text{Với } x \in \mathbb{Z} \text{ thì } A : B \text{ khi } \frac{7}{2x-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 7 : (2x-3) \quad (0,25\text{đ})$$

$$\text{Mà } U(7) = \{-1; 1; -7; 7\} \Rightarrow x = 5; -2; 2; 1 \text{ thì } A : B \quad (0,25\text{đ})$$

c) (1,5đ) Biến đổi $\frac{x}{y^3-1} - \frac{y}{x^3-1} = \frac{x^4-x-y^4+y}{(y^3-1)(x^3-1)}$

$$= \frac{(x^4-y^4)-(x-y)}{xy(y^2+y+1)(x^2+x+1)} \quad (\text{do } x+y=1 \Rightarrow y-1=-x \text{ và } x-1=-y) \quad (0,25\text{đ})$$

$$= \frac{(x-y)(x+y)(x^2+y^2)-(x-y)}{xy(x^2y^2+y^2x+y^2+yx^2+xy+y+x^2+x+1)} \quad (0,25\text{đ})$$

$$= \frac{(x-y)(x^2+y^2-1)}{xy[x^2y^2+xy(x+y)+x^2+y^2+xy+2]} \quad (0,25\text{đ})$$

$$= \frac{(x-y)(x^2-x+y^2-y)}{xy[x^2y^2+(x+y)^2+2]} = \frac{(x-y)[x(x-1)+y(y-1)]}{xy(x^2y^2+3)} \quad (0,25\text{đ})$$

$$= \frac{(x-y)[x(-y)+y(-x)]}{xy(x^2y^2+3)} = \frac{(x-y)(-2xy)}{xy(x^2y^2+3)} \quad (0,25\text{đ})$$

$$= \frac{-2(x-y)}{x^2y^2+3} \quad \text{Suy ra điều cần chứng minh} \quad (0,25\text{đ})$$

Bài 2: (3 đ) a) (1,25đ)

$$(x^2+x)^2 + 4(x^2+x) = 12 \text{ đặt } y = x^2+x$$

$$y^2 + 4y - 12 = 0 \Leftrightarrow y^2 + 6y - 2y - 12 = 0 \quad (0,25\text{đ})$$

$$\Leftrightarrow (y+6)(y-2) = 0 \Leftrightarrow y = -6; y = 2 \quad (0,25\text{đ})$$

$$* x^2+x = -6 \text{ vô nghiệm vì } x^2+x+6 > 0 \text{ với mọi } x \quad (0,25\text{đ})$$

$$* x^2+x = 2 \Leftrightarrow x^2+x-2 = 0 \Leftrightarrow x^2+2x-x-2 = 0 \quad (0,25\text{đ})$$

$$\Leftrightarrow x(x+2)-(x-2) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 1 \quad (0,25\text{đ})$$

Vậy nghiệm của phương trình $x = -2; x = 1$

b) (1,75đ)

$$\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} + \frac{x+3}{2006} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004} + \frac{x+6}{2003}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{2008}+1\right) + \left(\frac{x+2}{2007}+1\right) + \left(\frac{x+3}{2006}+1\right) = \left(\frac{x+4}{2005}+1\right) + \left(\frac{x+5}{2004}+1\right) + \left(\frac{x+6}{2003}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2009}{2008} + \frac{x+2009}{2007} + \frac{x+2009}{2006} = \frac{x+2009}{2005} + \frac{x+2009}{2004} + \frac{x+2009}{2003}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2009}{2008} + \frac{x+2009}{2007} + \frac{x+2009}{2006} - \frac{x+2009}{2005} - \frac{x+2009}{2004} - \frac{x+2009}{2003} = 0 \quad (0,25\text{đ})$$

$$\Leftrightarrow (x+2009)\left(\frac{1}{2008} + \frac{1}{2007} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2005} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2003}\right) = 0 \quad (0,5\text{đ}) \text{ Với } \frac{1}{2008} < \frac{1}{2005}; \frac{1}{2007} < \frac{1}{2004}; \frac{1}{2006} < \frac{1}{2003}$$

Do đó: $\frac{1}{2008} + \frac{1}{2007} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2005} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2003} < 0 \quad (0,25\text{đ})$ Vậy $x+2009 = 0 \Leftrightarrow x = -2009$

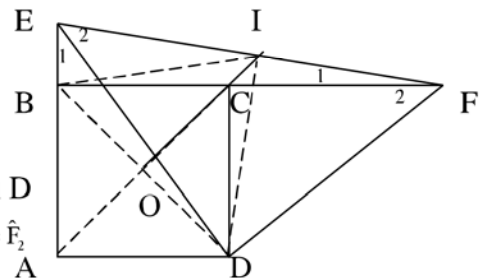
Bài 3: (2 điểm)

a) (1đ)

Chứng minh $\triangle EDF$ vuông cân

Ta có $\triangle ADE = \triangle CDF$ (c.g.c) $\Rightarrow \triangle EDF$ cân tại D

Mặt khác: $\triangle ADE = \triangle CDF$ (c.g.c) $\Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{F}_2$



Mà $\hat{E}_1 + \hat{E}_2 + \hat{F}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{F}_2 + \hat{E}_2 + \hat{F}_1 = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle EDF = 90^\circ$. Vậy $\triangle EDF$ vuông cân

b) (1đ) Chứng minh O, C, I thẳng

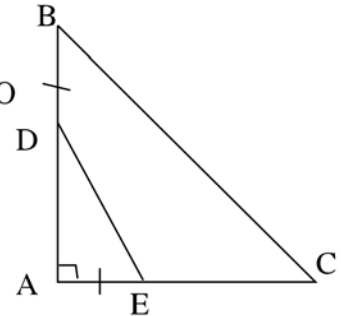
Theo tính chất đường chệch hính vuông $\Rightarrow CO$ là trung trực BD

Mà $\triangle EDF$ vuông cân $\Rightarrow DI = \frac{1}{2}EF$

Tương tự $BI = \frac{1}{2}EF \Rightarrow DI = BI$

$\Rightarrow I$ thuộc đường trung trực của DB $\Rightarrow I$ thuộc đường thẳng CO

Hay O, C, I thẳng hàng



Bài 4: (2 điểm)

a) (1đ)

DE có độ dài nhỏ nhất

đặt $AB = AC = a$ khụng đôi; $AE = BD = x$ ($0 < x < a$)

ếp dụng định lý Pitago với $\triangle ADE$ vuông tại A cú:

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 = (a - x)^2 + x^2 = 2x^2 - 2ax + a^2 = 2(x^2 - ax) - a^2 \quad (0,25đ)$$

$$= 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{2} \geq \frac{a^2}{2} \quad (0,25đ)$$

$$\text{Ta cú DE nhỏ nhất} \Leftrightarrow DE^2 \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow x = \frac{a}{2} \quad (0,25đ)$$

$$\Leftrightarrow BD = AE = \frac{a}{2} \Leftrightarrow D, E \text{ là trung điểm AB, AC} \quad (0,25đ)$$

b) (1đ)

Tứ giúc BDEC cú diện tích nhỏ nhất.

$$\text{Ta cú: } S_{ADE} = \frac{1}{2}AD \cdot AE = \frac{1}{2}AD \cdot BD = \frac{1}{2}AD(AB - AD) = \frac{1}{2}(AD^2 - AB \cdot AD) \quad (0,25đ)$$

$$= -\frac{1}{2}\left(AD^2 - 2\frac{AB}{2} \cdot AD + \frac{AB^2}{4}\right) + \frac{AB^2}{8} = -\frac{1}{2}\left(AD - \frac{AB}{2}\right)^2 + \frac{AB^2}{8} \leq \frac{AB^2}{8} \quad (0,25đ)$$

$$\text{Vậy } S_{BDEC} = S_{ABC} - S_{ADE} \geq \frac{AB^2}{2} - \frac{AB^2}{8} = \frac{3}{8}AB^2 \text{ khụng đôi} \quad (0,25đ)$$

$$\text{Do đó min } S_{BDEC} = \frac{3}{8}AB^2 \text{ khi D, E lần lượt là trung điểm AB, AC} \quad (0,25đ)$$

Ề SỐ 42

Bài 1: Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $x^2 - y^2 - 5x + 5y$

b) $2x^2 - 5x - 7$

Bài 2: Tìm đa thức A, biết rằng:

$$\frac{4x^2 - 16}{x^2 + 2} = \frac{A}{x}$$

Bài 3: Cho phân thức: $\frac{5x+5}{2x^2+2x}$

- Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức được xác định.
- Tìm giá trị của x để giá trị của phân thức bằng 1.

Bài 4: a) Giải phương trình : $\frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x(x-2)}$

b) Giải bất phương trình: $(x-3)(x+3) < (x-2)^2 + 3$

Bài 5: Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một tổ sản xuất lập kế hoạch sản xuất, mỗi ngày sản xuất được 50 sản phẩm. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ đó sản xuất được 57 sản phẩm. Do đó đã hoàn thành trước kế hoạch một ngày và còn vượt mức 13 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch tổ phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm và thực hiện trong bao nhiêu ngày.

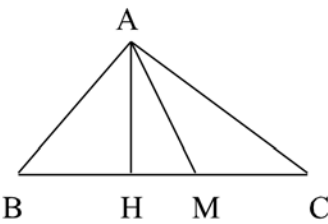
Bài 6: Cho ΔABC vuông tại A, có $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm. Kẻ đường cao AH và trung tuyến AM.

- Chứng minh $\Delta ABC \sim \Delta HBA$
- Tính : BC; AH; BH; CH ?
- Tính diện tích ΔAHM ?

Biểu điểm - Đáp án

Đáp án	Biểu điểm
Bài 1: Phân tích đa thức thành nhân tử: a) $x^2 - y^2 - 5x + 5y = (x^2 - y^2) - (5x - 5y) = (x + y)(x - y) - 5(x - y)$ $= (x - y)(x + y - 5)$ (1 điểm) b) $2x^2 - 5x - 7 = 2x^2 + 2x - 7x - 7 = (2x^2 + 2x) - (7x + 7) = 2x(x + 1) - 7(x + 1)$ $= (x + 1)(2x - 7)$. (1 điểm)	
Bài 2: Tìm A (1 điểm) A = $\frac{x(4x^2 - 16)}{x^2 + 2} = \frac{x[(2x)^2 - 4^2]}{x^2 + 2} = \frac{x(2x - 4)(2x + 4)}{x(x + 2)} = \frac{x \cdot 2(x - 2) \cdot 2(x + 2)}{x(x + 2)} = 4(x - 2) = 4x - 8$	
Bài 3: (2 điểm) a) $2x^2 + 2x = 2x(x + 1) \neq 0$ $\Leftrightarrow 2x \neq 0$ và $x + 1 \neq 0$ $\Leftrightarrow x \neq 0$ và $x \neq -1$ (1 điểm) b) Rút gọn: $\frac{5x+5}{2x^2+2x} = \frac{5(x+1)}{2x(x+1)} = \frac{5}{2x}$ (0,5 điểm)	

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

$\frac{5}{2x} = 1 \Leftrightarrow 5 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \quad (0,25 \text{ điểm})$	
Vì $\frac{5}{2}$ thỏa mãn điều kiện của hai tam giác nên $x = \frac{5}{2}$ (0,25 điểm)	
Bài 4: a) Điều kiện xác định: $x \neq 0; x \neq 2$ - Giải: $\frac{x(x+2) - (x-2)}{x(x-2)} = \frac{2}{x(x-2)} \Leftrightarrow x^2 + 2x - x + 2 = 2;$ $\Leftrightarrow x = 0$ (loại) hoặc $x = -1$. Vậy $S = \{-1\}$ b) $\Leftrightarrow x^2 - 9 < x^2 + 4x + 7$ $\Leftrightarrow x^2 - x^2 - 4x < 7 + 9 \Leftrightarrow -4x < 16 \Leftrightarrow x > -4$ Vậy nghiệm của phương trình là $x > -4$	1 đ 1 đ
Bài 5: – Gọi số ngày tổ dự định sản xuất là : x ngày Điều kiện: x nguyên dương và $x > 1$ Vậy số ngày tổ đã thực hiện là: $x - 1$ (ngày) - Số sản phẩm làm theo kế hoạch là: $50x$ (sản phẩm) - Số sản phẩm thực hiện là: $57(x-1)$ (sản phẩm) Theo đề bài ta có phương trình: $57(x-1) - 50x = 13$ $\Leftrightarrow 57x - 57 - 50x = 13 \Leftrightarrow 7x = 70$ $\Leftrightarrow x = 10$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy: số ngày dự định sản xuất là 10 ngày. Số sản phẩm phải sản xuất theo kế hoạch là: $50 \cdot 10 = 500$ (sản phẩm)	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 1 đ
Bài 6: a) Xét ΔABC và ΔHBA, có: Góc $A =$ góc $H = 90^\circ$; có góc B chung $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta HBA$ (góc. góc) b) áp dụng pitago trong Δ vuông ABC ta có : $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25$ (cm) vì $\Delta ABC \sim \Delta HBA$ nên $\frac{AB}{HB} = \frac{AC}{HA} = \frac{BC}{BA}$ hay $\frac{15}{HB} = \frac{20}{HA} = \frac{25}{15}$ $\Rightarrow AH = \frac{20 \cdot 15}{25} = 12$ (cm) $BH = \frac{15 \cdot 15}{25} = 9$ (cm) $HC = BC - BH = 25 - 9 = 16$ (cm) c) $HM = BM - BH = \frac{BC}{2} - BH = \frac{25}{2} - 9 = 3,5$ (cm) $S_{AHM} = \frac{1}{2} AH \cdot HM = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3,5 = 21$ (cm²) - Vẽ đúng hình:	1 đ 1 đ 1 đ 1 đ 1 đ 1 đ
	1 đ

Ề SỐ 43

Bài 1 (3 điểm): Tìm x biết:

- a) $x^2 - 4x + 4 = 25$
 b) $\frac{x-17}{1990} + \frac{x-21}{1986} + \frac{x+1}{1004} = 4$
 c) $4^x - 12.2^x + 32 = 0$

Bài 2 (1,5 điểm): Cho x, y, z đôi một khác nhau và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{yz}{x^2 + 2yz} + \frac{xz}{y^2 + 2xz} + \frac{xy}{z^2 + 2xy}$

Bài 3 (1,5 điểm): Tìm tất cả các số chính phương gồm 4 chữ số biết rằng khi ta thêm 1 đơn vị vào chữ số hàng nghìn, thêm 3 đơn vị vào chữ số hàng trăm, thêm 5 đơn vị vào chữ số hàng chục, thêm 3 đơn vị vào chữ số hàng đơn vị, ta vẫn được một số chính phương.

Bài 4 (4 điểm): Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AA', BB', CC', H là trực tâm.

a) Tính tổng $\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'}$

b) Gọi AI là phân giác của tam giác ABC; IM, IN thứ tự là phân giác của góc AIC và góc AIB. Chứng minh rằng: AN.BI.CM = BN.IC.AM.

c) Chứng minh rằng: $\frac{(AB + BC + CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \geq 4$.

Ề THI CHỌN HỌC SINH GIỎI

• **Bài 1 (3 điểm):**

- a) Tính định x = 7; x = -3 (1 điểm)
 b) Tính định x = 2007 (1 điểm)
 c) $4^x - 12.2^x + 32 = 0 \Leftrightarrow 2^x.2^x - 4.2^x - 8.2^x + 4.8 = 0$ (0,25 điểm)
 $\Leftrightarrow 2^x(2^x - 4) - 8(2^x - 4) = 0 \Leftrightarrow (2^x - 8)(2^x - 4) = 0$ (0,25 điểm)
 $\Leftrightarrow (2^x - 2^3)(2^x - 2^2) = 0 \Leftrightarrow 2^x - 2^3 = 0$ hoặc $2^x - 2^2 = 0$ (0,25 điểm)
 $\Leftrightarrow 2^x = 2^3$ hoặc $2^x = 2^2 \Leftrightarrow x = 3$; $x = 2$ (0,25 điểm)

• **Bài 2 (1,5 điểm):**

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Rightarrow \frac{xy + yz + xz}{xyz} = 0 \Rightarrow xy + yz + xz = 0 \Rightarrow yz = -xy - xz \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$x^2 + 2yz = x^2 + yz - xy - xz = x(x - y) - z(x - y) = (x - y)(x - z) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\text{Tương tự: } y^2 + 2xz = (y - x)(y - z); z^2 + 2xy = (z - x)(z - y) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Do đó: $A = \frac{yz}{(x-y)(x-z)} + \frac{xz}{(y-x)(y-z)} + \frac{xy}{(z-x)(z-y)}$ (0,25điểm)

Tính đặng $A = 1$ (0,5 điểm)

• **Bài 3(1,5 điểm):**

Gọi $\overline{abcd}$ là số phải tìm $a, b, c, d \in \mathbb{N}, 0 \leq a, b, c, d \leq 9, a \neq 0$ (0,25điểm)

Ta có: $\begin{cases} \overline{abcd} = k^2 \\ (a+1)(b+3)(c+5)(d+3) = m^2 \end{cases}$ với $k, m \in \mathbb{N}, 31 < k < m < 100$ (0,25điểm)

$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{abcd} = k^2 \\ \overline{abcd} + 1353 = m^2 \end{cases}$ (0,25điểm)

Do đó: $m^2 - k^2 = 1353$

$\Rightarrow (m+k)(m-k) = 123.11 = 41.33 \quad (k+m < 200)$

(0,25điểm)

$\Rightarrow \begin{cases} m+k = 123 \\ m-k = 11 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m+k = 41 \\ m-k = 33 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 67 \\ k = 56 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m = 37 \\ k = 4 \end{cases}$ (0,25điểm)

Kết luận đặng $\overline{abcd} = 3136$

(0,25điểm)

• **Bài 4 (4 điểm):**

Vẽ hình đặng

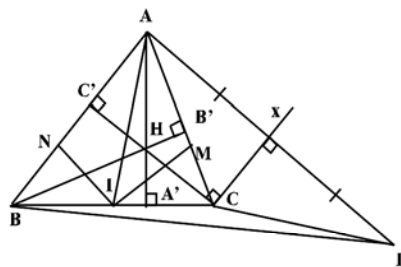
(0,25điểm)

a) $\frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot HA' \cdot BC}{\frac{1}{2} \cdot AA' \cdot BC} = \frac{HA'}{AA'};$

(0,25điểm)

Tương tự: $\frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} = \frac{HC'}{CC'}; \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = \frac{HB'}{BB'}$

(0,25điểm)



$$\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'} = \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = 1$$

(0,25điểm)

b) ếp dụng tính chất phần góc vào các tam giác ABC, ABI, AIC:

$$\frac{BI}{IC} = \frac{AB}{AC}; \frac{AN}{NB} = \frac{AI}{BI}; \frac{CM}{MA} = \frac{IC}{AI}$$

(0,5điểm)

$$\frac{BI}{IC} \cdot \frac{AN}{NB} \cdot \frac{CM}{MA} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AI}{BI} \cdot \frac{IC}{AI} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{IC}{BI} = 1$$

(0,5điểm)

$$\Rightarrow BI \cdot AN \cdot CM = BN \cdot IC \cdot AM$$

(0,5điểm)

c) Vẽ $Cx \perp CC'$. Gọi D là điểm đối xứng của A qua Cx

(0,25điểm)

- Chứng minh được góc BAD vuông, $CD = AC$, $AD = 2CC'$

(0,25điểm)

- Xét 3 điểm B, C, D ta có: $BD \leq BC + CD$

(0,25điểm)

- ΔBAD vuông tại A nên: $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$$\Rightarrow AB^2 + AD^2 \leq (BC + CD)^2$$

(0,25điểm)

$$AB^2 + 4CC'^2 \leq (BC + AC)^2$$

$$4CC'^2 \leq (BC + AC)^2 - AB^2$$

$$\text{Tương tự: } 4AA'^2 \leq (AB + AC)^2 - BC^2$$

$$4BB'^2 \leq (AB + BC)^2 - AC^2$$

(0,25điểm)

- Chứng minh được: $4(AA'^2 + BB'^2 + CC'^2) \leq (AB + BC + AC)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{(AB + BC + CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \geq 4$$

(0,25điểm)

(cần thức xảy ra $\Leftrightarrow BC = AC, AC = AB, AB = BC \Leftrightarrow AB = AC = BC$

$\Leftrightarrow \Delta ABC$ đều)

ĐỀ SỐ 44

Câu 1: (5điểm)

Tìm số tự nhiên n để:

a, $A = n^3 - n^2 + n - 1$ là số nguyên tố.

b, $B = \frac{n^4 + 3n^3 + 2n^2 + 6n - 2}{n^2 + 2}$ Có giá trị là một số nguyên.

c, $D = n^5 - n + 2$ là số chính phương. ($n \geq 2$)

Câu 2: (5điểm)

Chứng minh rằng :

$$a, \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1} = 1 \text{ biết } abc=1$$

$$b, \text{ Với } a+b+c=0 \text{ thì } a^4+b^4+c^4=2(ab+bc+ca)^2$$

c, $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{c}{b} + \frac{b}{a} + \frac{a}{c}$

Câu 3: (5điểm) Giải các phương trình sau:

a, $\frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$

b, $2x(8x-1)^2(4x-1)=9$

c, $x^2-y^2+2x-4y-10=0$ với x,y nguyên dương.

Câu 4: (5điểm). Cho hình thang ABCD (AB//CD), O là giao điểm hai đường chéo. Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt DA tại E, cắt BC tại F.

a, Chứng minh :Diện tích tam giác AOD bằng diện tích tam giác BOC.

b. Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{EF}$

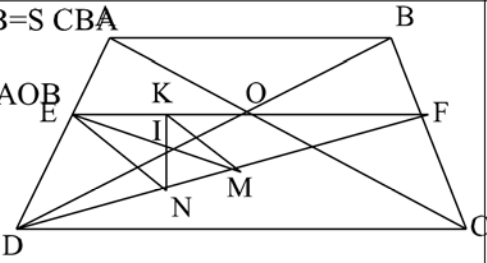
c, Gọi K là điểm bất kì thuộc OE. Nêu cách dựng đường thẳng đi qua K và chia đôi diện tích tam giác DEF.

Câu	Nội dung bài giải	Điểm
Câu 1 (5điểm)	a, (1điểm) $A=n^3-n^2+n-1=(n^2+1)(n-1)$ Để A là số nguyên tố thì $n-1=1 \Leftrightarrow n=2$ khi đó $A=5$	0,5 0,5
	b, (2điểm) $B=n^2+3n-\frac{2}{n^2+2}$ B có giá trị nguyên $\Leftrightarrow 2: n^2+2$ n^2+2 là ước tự nhiên của 2 $n^2+2=1$ không có giá trị thỏa mãn	0,5 0,5 0,5
	Hoặc $n^2+2=2 \Leftrightarrow n=0$ Với $n=0$ thì B có giá trị nguyên.	0,5
	c, (2điểm) $D=n^5-n+2=n(n^4-1)+2=n(n+1)(n-1)(n^2+1)+2$ $=n(n-1)(n+1)[(n^2-4)+5]+2=n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)+5n(n-1)(n+1)+2$ Mà $n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2):5$ (tích 5 số tự nhiên liên tiếp) Và $5n(n-1)(n+1):5$ Vậy D chia 5 dư 2 Do đó số D có tận cùng là 2 hoặc 7 nên D không phải số chính phương Vậy không có giá trị nào của n để D là số chính phương	0,5 0,5 0,5 0,5
	a, (1điểm)	
	$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1} = \frac{ac}{abc+ac+c} + \frac{abc}{abc^2+abc+ac} + \frac{c}{ac+c+1}$ $= \frac{ac}{1+ac+c} + \frac{abc}{c+1+ac} + \frac{c}{ac+c+1} = \frac{abc+ac+1}{abc+ac+1} = 1$	0,5 0,5

Câu 2 (5điểm)	b, (2điểm) $a+b+c=0 \Rightarrow a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=0 \Rightarrow a^2+b^2+c^2 = -2(ab+ac+bc)$ $\Rightarrow a^4+b^4+c^4+2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)=4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)+8abc(a+b+c)$ Vì $a+b+c=0$ $\Rightarrow a^4+b^4+c^4=2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$ (1) Mặt khác $2(ab+ac+bc)^2=2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)+4abc(a+b+c)$. Vì $a+b+c=0$ $\Rightarrow 2(ab+ac+bc)^2=2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow a^4+b^4+c^4=2(ab+ac+bc)^2$	0,5 0,5 0,5 0,5
	c, (2điểm) áp dụng bất đẳng thức: $x^2+y^2 \geq 2xy$ Dấu bằng khi $x=y$ $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} \geq 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = 2 \cdot \frac{a}{c}$; $\frac{a^2}{b^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{a} = 2 \cdot \frac{c}{b}$; $\frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{c^2} \geq 2 \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{b}{c} = 2 \cdot \frac{b}{a}$ Cộng từng vế ba bất đẳng thức trên ta có: $2\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2}\right) \geq 2\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}\right)$ $\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}$	0,5 0,5 0,5 0,5

Câu 3 (5điểm)	a, (2điểm) $\frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$ $\Leftrightarrow \left(\frac{x-214}{86} - 1\right) + \left(\frac{x-132}{84} - 2\right) + \left(\frac{x-54}{82} - 3\right) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-300}{86} + \frac{x-300}{84} + \frac{x-300}{82} = 0$ $\Leftrightarrow (x-300)\left(\frac{1}{86} + \frac{1}{84} + \frac{1}{82}\right) = 0 \Leftrightarrow x-300=0 \Leftrightarrow x=300$ Vậy $S = \{300\}$	1,0 0,5 0,5
	b, (2điểm) $2x(8x-1)^2(4x-1)=9$ $\Leftrightarrow (64x^2-16x+1)(8x^2-2x)=9 \Leftrightarrow (64x^2-16x+1)(64x^2-16x)=72$ Đặt: $64x^2-16x+0,5=k$ Ta có: $(k+0,5)(k-0,5)=72 \Leftrightarrow k^2=72,25$ $\Leftrightarrow k=\pm 8,5$ Với $k=8,5$ ta có phương trình: $64x^2-16x-8=0 \Leftrightarrow (2x-1)(4x+1)=0; \Rightarrow$ $x=\frac{1}{2}; x=-\frac{1}{4}$ Với $k=-8,5$ Ta có phương trình: $64x^2-16x+9=0 \Leftrightarrow (8x-1)^2+8=0$ vô nghiệm. Vậy $S = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right\}$	0,5 0,5 0,5 0,5

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

	c, (1điểm) $x^2 - y^2 + 2x - 4y - 10 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x + 1) - (y^2 + 4y + 4) - 7 = 0$ $\Leftrightarrow (x+1)^2 - (y+2)^2 = 7 \Leftrightarrow (x-y-1)(x+y+3) = 7$ Vì x,y nguyên dương Nên $x+y+3 > x-y-1 > 0 \Rightarrow x+y+3=7$ và $x-y-1=1 \Rightarrow x=3; y=1$ Phương trình có nghiệm dương duy nhất $(x,y)=(3;1)$	0,5 0,5
Câu 4 (5điểm)	a, (1điểm) Vì $AB \parallel CD \Rightarrow S_{DAB} = S_{CBA}$ (cùng đáy và cùng đường cao) $\Rightarrow S_{DAB} - S_{AOB} = S_{CBA} - S_{AOB}$ Hay $SAOD = SBOC$  b, (2điểm) Vì $EO \parallel DC \Rightarrow \frac{EO}{DC} = \frac{AO}{AC}$ Mặt khác $AB \parallel DC$ $\Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{AO}{OC} \Rightarrow \frac{AB}{AB+BC} = \frac{AO}{AO+OC} \Rightarrow \frac{AB}{AB+BC} = \frac{AO}{AC} \Rightarrow \frac{EO}{DC} = \frac{AB}{AB+DC}$ $\Rightarrow \frac{EF}{2DC} = \frac{AB}{AB+DC} \Rightarrow \frac{AB+DC}{AB \cdot DC} = \frac{2}{EF} \Rightarrow \frac{1}{DC} + \frac{1}{AB} = \frac{2}{EF}$ c, (2điểm) +Dựng trung tuyến EM, +Dựng $EN \parallel MK$ ($N \in DF$) +Kẻ đường thẳng KN là đường thẳng phải dựng Chứng minh: $SEDM = S_{EMF}(1)$. Gọi giao của EM và KN là I thì $SIKE = SIMN$ (cma) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow SDEKN = SKFN$.	0,5 0,5 0,5 1,0 0,5 1,0 1,0

Ề THI SỐ 45

Bài 1: (1.5đ) Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - xz - 9y^2 + 3yz$.

b) $4x^4 + 4x^3 - x^2 - x$.

Bài 2: (2.5đ) Cho biểu thức.

$$P = \left(\frac{x^2 + 3x}{x^3 + 3x^2 + 9x + 27} + \frac{3}{x^2 + 9} \right) : \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6x}{x^3 - 3x^2 + 9x - 27} \right)$$

a) Rút gọn P.

b) Với $x > 0$ thì P không nhận những giá trị nào?

c) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

Bài 3: (1.5đ) Giải phương trình.

a) $x^3 - 3x^2 + 4 = 0$

$$b) \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{x(x+2)}\right) = \frac{31}{16}$$

Bài 4: (1đ) Giải phương trình.

Cho 3 số a, b, c là 3 số dương nhỏ hơn 2.

Chứng minh rằng 3 số $a(2 - b)$; $b(2 - c)$; $c(2 - a)$ không thể đồng thời lớn hơn 1.

Bài 5: (3.5đ)

Cho tam giác ABC vuông tại A, gọi M là một điểm di động trên cạnh AC, từ C vẽ đường thẳng vuông góc với tia BM tại H, cắt tia BA tại O.

Chứng minh rằng:

a) $OA.OB = OC.OH$

b) $\widehat{OHA}$ có số đo không đổi.

c) Tổng $BM.BH + CM.CA$ không đổi.

Biểu điểm và đáp án toán 8

Bài 1: (1.5đ)

Câu a: (0.57đ)

$$= (x^2 - 9y^2) - (xz - 3yz) \quad 0.25đ$$

$$= (x - 3y)(x + 3y) - z(x - 3y) \quad 0.25đ$$

$$= (x - 3y)(x + 3y - z) \quad 0.25đ$$

Câu b: (0.75đ)

$$= x(4x^3 + 4x^2 - x - 1) \quad 0.25đ$$

$$= x[4x^2(x+1) - (x+1)] \quad 0.25đ$$

$$= x(x+1)(4x^2 - 1) = x(x+1)(2x-1)(2x+1) \quad 0.25đ$$

Bài 2: (2.5đ)

Câu a: 1đ

$$P = \left[\frac{x(x+3)}{(x^2+9)(x+3)} + \frac{3}{x^2+9} \right] : \left[\frac{1}{x-3} - \frac{6x}{(x-3)(x^2+9)} \right] \quad 0.25đ$$

$$= \frac{x+3}{x^2+9} : \frac{x^2+9-6x}{(x-3)(x^2+9)} \quad 0.25đ$$

$$= \frac{x+3}{x^2+9} \cdot \frac{(x-3)(x^2+9)}{(x-3)^2} \quad 0.25đ$$

$$= \frac{x+3}{x-3} \quad 0.25đ$$

Câu b: (0.75đ)

$$P = \frac{x+3}{x-3} \Leftrightarrow Px - 3P = x + 3 \quad 0.25đ$$

$$(P-1)x = 3(P+1)$$

$$x = \frac{3(P+1)}{P-1}$$

$$\text{Ta có: } x > 0 \Leftrightarrow x = \frac{3(P+1)}{P-1} > 0 \Rightarrow \frac{P+1}{P-1} > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P+1 > 0 \\ P-1 > 0 \\ P+1 < 0 \\ P-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P > 1 \\ P < 1 \end{cases}$$

Vậy không nhận giá trị từ -1 đến 1. 0.25đ

Câu c: 0.75đ ĐKXĐ: $x \neq \pm 3$

$$P = \frac{x+3}{x-3} = \frac{x-3+6}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3} \quad 0.25đ$$

$$P \text{ nhận giá trị nguyên} \Leftrightarrow x - 3 \in U(6) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$$

$$\text{Từ đó tìm được } x \in \{4; 2; 5; 1; 6; 0; 9; -3\} \quad 0.25đ$$

Kết hợp với Đ/C $x \neq \pm 3$; $x \in \mathbb{Z}$ ta được.

$$x \in \{4; 2; 5; 1; 6; 0; 9\} \quad 0.25đ$$

Vậy $x \in \{4; 2; 5; 1; 6; 0; 9\}$ thì P nguyên.

Bài 3: Giải phương trình (1.5đ)

Câu a: (0.75đ)

$$\text{- Đa thức về dạng tích: } (x+1)(x-2)^2 = 0 \quad 0.50đ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm: $x=1$; $x=2$ 0.25đ

Câu b: (0.75đ) ĐK: $x \in \mathbb{N}^{*n}$

$$\text{- Đa về dạng} \quad \frac{2^2}{1.3} \cdot \frac{3^2}{2.4} \cdot \frac{4^2}{3.5} \cdots \frac{(x+1)^2}{x(x+2)} = \frac{31}{16} \quad 0.25đ$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x+1)}{x+2} = \frac{31}{16} \quad 0.25đ$$

Từ đó $\Rightarrow$ tìm được $x = 30$ (t/m $x \in \mathbb{N}^*$)

Vậy phương trình có nghiệm: $x = 30$ 0.25đ

Bài 4: (1đ)

Giả sử $a(2-b) > 1$; $b(2-c) > 1$; $C(2-a) > 1$

$$\Rightarrow abc(2-b)(2-c)(2-a) > 1 \quad (1) \quad 0.25đ$$

vì $0 < a < 2$ nên $2-a > 0$.

Do $a + (2-a) = 2$ không đổi, suy ra $a(2-a)$ lớn nhất.

$$\Leftrightarrow a = 2-a \Leftrightarrow a = 1$$

Tương tự $b(2-b)$ lớn nhất $\Leftrightarrow b = 1$

$$c(2-c) \text{ lớn nhất } \Leftrightarrow c = 1$$

$$\text{Vậy } a(2-a) \cdot b(2-b) \cdot c(2-c) \leq 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \quad (2)$$

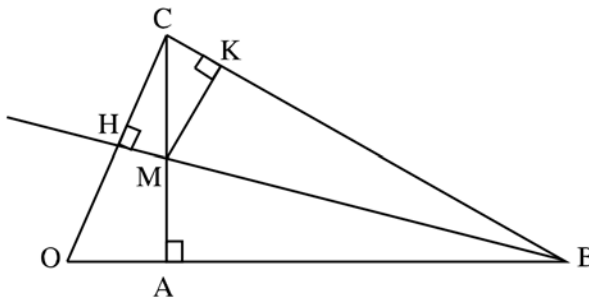
Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$ 0.25đ

(1) và (2) mâu thuẫn nhau.

Do đó 3 số $a(2-b)$; $b(2-c)$; $c(2-a)$ không thể

đồng thời lớn hơn 1 0.25đ

Bài 5: (3.5đ)



Câu a: (1đ)

Chứng minh: $\triangle BOH \sim \triangle COA$ (g.g) 0.5đ

$$\Rightarrow \frac{OB}{OC} = \frac{OH}{OA} \Leftrightarrow OA \cdot OB = OC \cdot OH \quad 0.25đ$$

Câu b: (1.25đ)

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OH}{OA} \quad (\text{suy ra từ } \triangle BOH \sim \triangle COA)$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OH}{OB} \quad 0.25đ$$

- Chứng minh $\triangle OHA \sim \triangle OBC$ (c.g.c) 0.25đ

$$\Rightarrow \widehat{OHA} = \widehat{OBC} \text{ (không đối)}$$

Câu c: (1.25đ)

Vẽ $MK \perp BC$

$$\triangle BKM \sim \triangle BHC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{BK}{BH}$$

$$\Rightarrow BM \cdot BH = BC \cdot BK \quad (1) \quad 0.5đ$$

$$\triangle CKM \sim \triangle CAB \text{ (g.g)} \quad 0.25đ$$

$$\Rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{CK}{CA} \Rightarrow CM \cdot CA = BC \cdot CK \quad (2) \quad 0.25đ$$

- Cộng từng vế của (1) và (2) ta được:

$$BM \cdot BH + CM \cdot CA = BC \cdot BK + BC \cdot CK$$

$$= BC \cdot (BK + CK) = BC^2 \text{ (không đổi)} \quad 0.25đ$$

Ề THI SỐ 46

Câu 1: (4,0 điểm)

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $3x^2 - 7x + 2$;

b) $a(x^2 + 1) - x(a^2 + 1)$.

Câu 2: (5,0 điểm)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \left(\frac{x^2-3x}{2x^2-x^3} \right)$$

d) Tìm KXé rồi rút gọn biểu thức A ?

e) Tìm giá trị của x để $A > 0$?

f) Tính giá trị của A trong trường hợp : $|x - 7| = 4$.

Câu 3: (5,0 điểm)

c) Tìm x,y,z thỏa mãn phương trình sau :

$$9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0.$$

d) Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$. Chứng minh rằng : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Câu 4: (6,0 điểm)

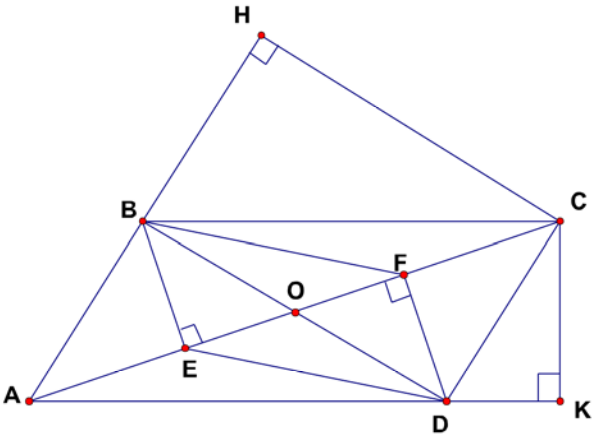
Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

Cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của C xuống đường thẳng AB và AD.

- d) Tứ giác BEDF là hình gì ? Hãy chứng minh điều đó ?
 e) Chứng minh rằng : $CH.CD = CB.CK$
 f) Chứng minh rằng : $AB.AH + AD.AK = AC^2$.

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

	Nội dung đáp án	điểm
Bài 1		
a		2,0
	$3x^2 - 7x + 2 = 3x^2 - 6x - x + 2 =$	1,0
	$= 3x(x - 2) - (x - 2)$	0,5
	$= (x - 2)(3x - 1).$	0,5
b		2,0
	$a(x^2 + 1) - x(a^2 + 1) = ax^2 + a - a^2x - x =$	1,0
	$= ax(x - a) - (x - a) =$	0,5
	$= (x - a)(ax - 1).$	0,5
Bài 2:		5,0
a		3,0
	éKXé : $\begin{cases} 2-x \neq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \\ 2+x \neq 0 \\ x^2-3x \neq 0 \\ 2x^2-x^3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$	1,0
	$A = \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \left(\frac{x^2-3x}{2x^2-x^3} \right) = \frac{(2+x)^2 + 4x^2 - (2-x)^2}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x^2(2-x)}{x(x-3)} =$	1,0
	$= \frac{4x^2 + 8x}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x(2-x)}{x-3} =$	0,5
	$= \frac{4x(x+2)x(2-x)}{(2-x)(2+x)(x-3)} = \frac{4x^2}{x-3}$	0,25
	Vậy với $x \neq 0, x \neq \pm 2, x \neq 3$ thì $A = \frac{4x^2}{x-3}$.	0,25
b		1,0
	Với $x \neq 0, x \neq 3, x \neq \pm 2 : A > 0 \Leftrightarrow \frac{4x^2}{x-3} > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x - 3 > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x > 3 (TMDKXD)$	0,25
	Vậy với $x > 3$ thì $A > 0$.	0,25

c		1,0
	$ x-7 =4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-7=4 \\ x-7=-4 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=11(TMDKXD) \\ x=3(KTMDKXD) \end{cases}$	0,25
	Với $x=11$ thì $A = \frac{121}{2}$	0,25
Bài 3		5,0
a		2,5
	$9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0$	
	$\Leftrightarrow (9x^2 - 18x + 9) + (y^2 - 6y + 9) + 2(z^2 + 2z + 1) = 0$	1,0
	$\Leftrightarrow 9(x-1)^2 + (y-3)^2 + 2(z+1)^2 = 0 (*)$	0,5
	Do : $(x-1)^2 \geq 0; (y-3)^2 \geq 0; (z+1)^2 \geq 0$	0,5
	Nên : $(*) \Leftrightarrow x=1; y=3; z=-1$	0,25
	Vậy $(x,y,z) = (1,3,-1)$.	0,25
b		2,5
	Từ : $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \Leftrightarrow \frac{ayz + bxz + cxy}{xyz} = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow ayz + bxz + cxy = 0$	0,25
	Ta cú : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow (\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c})^2 = 1$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2(\frac{xy}{ab} + \frac{xz}{ac} + \frac{yz}{bc}) = 1$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2\frac{cxy + bxz + ayz}{abc} = 1$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1(dfcm)$	0,25
Bài 4		6,0
		0,25
a		2,0
	Ta cú : $BE \perp AC$ (gt); $DF \perp AC$ (gt) $\Rightarrow BE \parallel DF$	0,5
	Chứng minh : $\triangle BEO = \triangle DFO$ (g - c - g)	0,5

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

	$\Rightarrow BE = DF$	0,25
	Suy ra : Tứ giác : BEDF là hình bình hành.	0,25
b		2,0
	Ta có: $\square ABC = \square ADC \Rightarrow \square HBC = \square HDC$	0,5
	Chứng minh : $\triangle CBH \square \triangle CDK (g - g)$	1,0
	$\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD} \Rightarrow CH.CD = CK.CB$	0,5
b,		1,75
	Chứng minh : $\triangle AFD \square \triangle AKC (g - g)$	0,25
	$\Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow AD.AK = AF.AC$	0,25
	Chứng minh : $\triangle CFD \square \triangle AHC (g - g)$	0,25
	$\Rightarrow \frac{CF}{CD} = \frac{AH}{AC}$	0,25
	Mà : $CD = AB \Rightarrow \frac{CF}{AB} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AB.AH = CF.AC$	0,5
	Suy ra : $AB.AH + AB.AH = CF.AC + AF.AC = (CF + AF)AC = AC^2$ (đpcm).	0,25

Ề THI SỐ 47

Bài 1 (3 điểm): Tìm x biết:

- a) $x^2 - 4x + 4 = 25$
 b) $\frac{x-17}{1990} + \frac{x-21}{1986} + \frac{x+1}{1004} = 4$
 c) $4^x - 12.2^x + 32 = 0$

Bài 2 (1,5 điểm): Cho x, y, z đôi một khác nhau và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{yz}{x^2 + 2yz} + \frac{xz}{y^2 + 2xz} + \frac{xy}{z^2 + 2xy}$

Bài 3 (1,5 điểm): Tìm tất cả các số chính phương gồm 4 chữ số biết rằng khi ta thêm 1 đơn vị vào chữ số hàng nghìn, thêm 3 đơn vị vào chữ số hàng trăm, thêm 5 đơn vị vào chữ số hàng chục, thêm 3 đơn vị vào chữ số hàng đơn vị, ta vẫn được một số chính phương.

Bài 4 (4 điểm): Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AA', BB', CC', H là trực tâm.

a) Tính tổng $\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'}$

b) Gọi AI là phân giác của tam giác ABC; IM, IN thứ tự là phân giác của góc AIC và góc AIB. Chứng minh rằng: $AN.BI.CM = BN.IC.AM$.

c) Chứng minh rằng: $\frac{(AB + BC + CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \geq 4$.

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI

• Bài 1 (3 điểm):

a) Tính tổng $x = 7; x = -3$ (1 điểm)

b) Tính tổng $x = 2007$ (1 điểm)

c) $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0 \Leftrightarrow 2^x \cdot 2^x - 4 \cdot 2^x - 8 \cdot 2^x + 4 \cdot 8 = 0$ (0,25 điểm)

$\Leftrightarrow 2^x(2^x - 4) - 8(2^x - 4) = 0 \Leftrightarrow (2^x - 8)(2^x - 4) = 0$ (0,25 điểm)

$\Leftrightarrow (2^x - 2^3)(2^x - 2^2) = 0 \Leftrightarrow 2^x - 2^3 = 0$ hoặc $2^x - 2^2 = 0$ (0,25 điểm)

$\Leftrightarrow 2^x = 2^3$ hoặc $2^x = 2^2 \Leftrightarrow x = 3; x = 2$ (0,25 điểm)

• Bài 2 (1,5 điểm):

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Rightarrow \frac{xy + yz + xz}{xyz} = 0 \Rightarrow xy + yz + xz = 0 \Rightarrow yz = -xy - xz$ (0,25 điểm)

$x^2 + 2yz = x^2 + yz - xy - xz = x(x - y) - z(x - y) = (x - y)(x - z)$ (0,25 điểm)

Tương tự: $y^2 + 2xz = (y - x)(y - z); z^2 + 2xy = (z - x)(z - y)$ (0,25 điểm)

Do đó: $A = \frac{yz}{(x - y)(x - z)} + \frac{xz}{(y - x)(y - z)} + \frac{xy}{(z - x)(z - y)}$ (0,25 điểm)

Tính tổng $A = 1$ (0,5 điểm)

• Bài 3 (1,5 điểm):

Gọi $\overline{abcd}$ là số phải tìm $a, b, c, d \in \mathbb{N}, 0 \leq a, b, c, d \leq 9, a \neq 0$ (0,25 điểm)

Ta có: $\begin{cases} \overline{abcd} = k^2 \\ (a + 1)(b + 3)(c + 5)(d + 3) = m^2 \end{cases}$ với $k, m \in \mathbb{N}, 31 < k < m < 100$ (0,25 điểm)

$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{abcd} = k^2 \\ \overline{abcd} + 1353 = m^2 \end{cases}$ (0,25 điểm)

Do đó: $m^2 - k^2 = 1353$

$\Rightarrow (m + k)(m - k) = 123 \cdot 11 = 41 \cdot 33$ ($k + m < 200$)

(0,25 điểm)

$\Rightarrow \begin{cases} m + k = 123 \\ m - k = 11 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m + k = 41 \\ m - k = 33 \end{cases}$

$$\begin{cases} m-k=11 \\ m=67 \\ k=56 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m-k=33 \\ m=37 \\ k=4 \end{cases}$$

(0,25điểm)

Kết luận đặng $\overline{abcd} = 3136$
(0,25điểm)

• Bài 4 (4 điểm):

Vẽ hình đặng
(0,25điểm)

$$a) \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot HA' \cdot BC}{\frac{1}{2} \cdot AA' \cdot BC} = \frac{HA'}{AA'};$$

(0,25điểm)

$$\text{Tương tự: } \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} = \frac{HC'}{CC'}; \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = \frac{HB'}{BB'}$$

(0,25điểm)

$$\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'} = \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = 1$$

(0,25điểm)

b) ếp dụng tóh chất phón gióc vào cò tam gióc ABC, ABI, AIC:

$$\frac{BI}{IC} = \frac{AB}{AC}; \frac{AN}{NB} = \frac{AI}{BI}; \frac{CM}{MA} = \frac{IC}{AI}$$

(0,5điểm)

$$\frac{BI}{IC} \cdot \frac{AN}{NB} \cdot \frac{CM}{MA} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AI}{BI} \cdot \frac{IC}{AI} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{IC}{BI} = 1$$

(0,5 i m)

(0,5 i m)

$$\Rightarrow BI \cdot AN \cdot CM = BN \cdot IC \cdot AM$$

c) Vẽ $Cx \perp CC'$. Gọi D là điểm đối xứng của A qua Cx
(0,25điểm)

-Chứng minh đượ gúc BAD vuợng, $CD = AC$, $AD = 2CC'$

(0,25điểm)

- Xét 3 điểm B, C, D ta cú: $BD \leq BC + CD$

(0,25điểm)

- ΔBAD vuợng tại A nờn: $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$$\Rightarrow AB^2 + AD^2 \leq (BC + CD)^2$$

(0,25điểm)

$$AB^2 + 4CC'^2 \leq (BC + AC)^2$$

$$4CC'^2 \leq (BC + AC)^2 - AB^2$$

$$\text{Tương tự: } 4AA'^2 \leq (AB + AC)^2 - BC^2$$

$$4BB'^2 \leq (AB + BC)^2 - AC^2$$

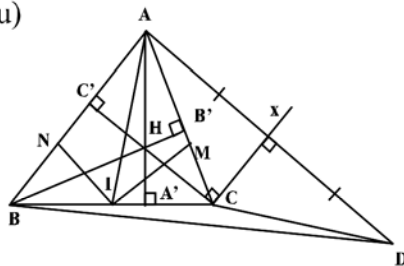
(0,25điểm)

- Chứng minh được : $4(AA'^2 + BB'^2 + CC'^2) \leq (AB+BC+AC)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{(AB+BC+CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \geq 4$$

(0,25 điểm)

(cẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow BC = AC, AC = AB, AB = BC \Leftrightarrow AB = AC = BC$
 $\Leftrightarrow \Delta ABC$ đều)



***Chữ ý** : Học sinh có thể giải cách khác, nếu chính xác thờ hưởng trọn số điểm
 câu đủ.

Ề THI SỐ 48

Bài 1: (6 điểm)

Giải các phương trình sau:

a, $2(x+5) - x^2 - 5x = 0$

b, $\frac{1}{x-1} + 2 = \frac{2x-3}{1-x}$

c, $|x-4| + |x-9| = 5$

Bài 2: (4 điểm)

Giải bất phương trình $x + \frac{x-1}{m} < \frac{x+1}{m} - (m-2)x$ với m là hằng số.

Bài 3: (3 điểm)

Hai cạnh của một hình bình hành có độ dài là 6cm và 8cm. Một trong các đường cao có độ dài là 5cm. Tính độ dài đường cao thứ hai.

Bài 4: (3 điểm)

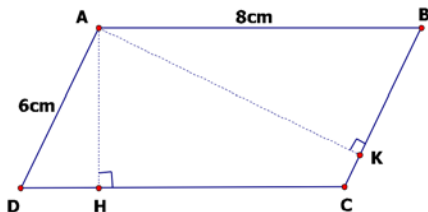
Một vòi nước chảy vào một bể không có nước. Cùng lúc đó một vòi nước khác chảy từ bể ra. Mỗi giờ lượng nước chảy ra bằng $\frac{4}{5}$ lượng nước chảy vào. Sau 5 giờ nước trong bể đạt tới $\frac{1}{8}$ dung tích bể. Hỏi nếu bể không có nước mà chỉ mở vòi chảy vào thì bao lâu bể đầy?

Bài 5: (4 điểm)

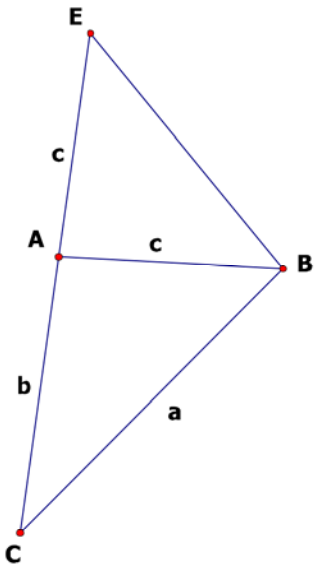
Cho tam giác ABC có $\angle A = 2\angle B$. Gọi $BC = a, AC = b, AB = c$. Chứng minh hệ thức $a^2 = b^2 + bc$.

ẾP ỀN

Bài	Sơ lược lời giải	Điểm
Bài 1	a, Đưa về phương trình tích.	1
(6	Giải được $x = -5$ hoặc $x = 2$	1
điểm)	b, ĐKXĐ: $x \neq 1$.	0,5

	Với $x \neq 1$ ta có $\frac{1}{x-1} + 2 = \frac{3-2x}{x-1} \Leftrightarrow 1+2(x-1) = 3-2x \Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = 1$ Ta thấy $x = 1$ không thỏa mãn ĐKXD. Vậy phương trình vô nghiệm. c, Nhận xét $x - 4 = \begin{cases} x - 4 & \text{với } x \geq 4 \\ 4 - x & \text{với } x < 4 \end{cases}$ và $x - 9 = \begin{cases} x - 9 & \text{với } x \geq 9 \\ 9 - x & \text{với } x < 9 \end{cases}$ - Với $x < 4$ ta có $x - 4 = 4 - x$; $x - 9 = 9 - x$ nên phương trình có dạng $4 - x + 9 - x = 5 \Leftrightarrow -2x = -8 \Leftrightarrow x = 4$ (không thỏa mãn) - Với $4 \leq x < 9$ ta có $x - 4 = x - 4$; $x - 9 = 9 - x$ nên phương trình có dạng $x - 4 + 9 - x = 5 \Leftrightarrow 5 = 5$ (luôn đúng) - Với $x \geq 9$ ta có $x - 4 = x - 4$; $x - 9 = x - 9$ nên phương trình có dạng $x - 4 + x - 9 = 5 \Leftrightarrow 2x = 18 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn) Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{x \mid 4 \leq x \leq 9\}$	1 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 2 (4 điểm)	$x + \frac{x-1}{m} < \frac{x+1}{m} - (m-2)x \Leftrightarrow (m-1)x < \frac{2}{m}$ (1) - Nếu $m < 1$ và $m \neq 0$ thì $m - 1 < 0$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow x > \frac{2}{m(m-1)}$ - Nếu $m > 1$ thì $m - 1 > 0$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow x < \frac{2}{m(m-1)}$ - Nếu $m = 1$ thì $m - 1 = 0$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow 0x < 2$ (luôn đúng với mọi x). Kết luận: - Với $m < 1$ và $m \neq 0$ thì tập nghiệm là $S = \left\{x \mid x > \frac{2}{m(m-1)}\right\}$ - Với $m = 0$ thì biểu thức vô nghĩa. - Với $m > 1$ thì tập nghiệm là $S = \left\{x \mid x < \frac{2}{m(m-1)}\right\}$ - Với $m = 1$ thì $S = \mathbf{R}$	1 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,25 0,5 0,25
Bài 3 (3 điểm)	- Vẽ hình:  Giả sử ABCD là hình bình hành có $AB = 8\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$ và có một đường cao dài 5cm. Vì $5 < 6$ và $5 < 8$ nên có thể xảy ra hai trường hợp: $AH = 5\text{cm}$. Khi đó $S = AB.AH = BC.AK$ hay $8.5 = 6.AK \Rightarrow AK$	0,5 1

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

	$= \frac{20}{3} \text{ (cm)}$ $AK = 5 \text{ cm}$. Khi đó $S = AB.AH = BC.AK$ hay $8.AH = 6.5 \Rightarrow AH = \frac{15}{4} \text{ (cm)}$ Vậy đường cao thứ hai có độ dài là $\frac{20}{3} \text{ cm}$ hoặc $\frac{15}{4} \text{ cm}$	1 0,5
Bài 4 (3 điểm)	Gọi thời gian vòi nước chảy đầy bể là x (giờ). ĐK: $x > 0$ Khi đó 1 giờ vòi đó chảy được $\frac{1}{x}$ bể 1 giờ vòi khác chảy ra lượng nước bằng $\frac{4}{5x}$ bể. Theo đề bài ta có phương trình $\left(\frac{1}{x} - \frac{4}{5x}\right).5 = \frac{1}{8}$ Giải phương trình tìm được $x = 8$ (TMĐK $x > 0$) Vậy thời gian để vòi chảy đầy bể là 8 giờ.	0,5 0,5 0,5 1 0,5
Bài 5 (4 điểm)	- Vẽ hình đúng  Hệ thức $a^2 = b^2 + bc \Leftrightarrow a^2 = b(b + c)$ Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho AE = c, suy ra CE = b + c. Khi đó $\angle ABE = \angle E$ (do tam giác ABE cân tại A) $\angle BAC = \angle ABE + \angle E$ (góc ngoài tam giác) nên $\angle A = 2\angle E$. Theo giả thiết $\angle A = 2\angle B$. Vậy $\angle E = \angle ABC$. Chứng minh được $\triangle BCE \sim \triangle ACB$ (góc chung và góc bằng nhau) suy ra $\frac{BC}{AC} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow BC^2 = AC.CE$ hay $a^2 = b(b + c)$	0,5 0,25 0,25 0,5 0,5 1 0,25 0,25

Ề THI SỐ 49

Baúí 1: (3 ùicòm) Rýt gọn biểu thức

$$A = \frac{x-y}{xy+y^2} - \frac{3x+y}{x^2-xy} \cdot \frac{y-x}{x+y}$$

Baúí 2: (3 ùicòm) Giải phương trình

$$\frac{3x}{x-2} + \frac{x}{5-x} + \frac{3x}{(x-2)(x-5)} = 0$$

Baúí 3: (3 ùicòm) Tõm giò trị nguyờn của x đề phõn thức cú giò trị là số nguyờn

$$A = \frac{x^3 - 3x^2 - 11x + 8}{x - 5}$$

Baúí 4: (3 ùicòm)

Số học sinh tiền tiến của hai khối 7 và 8 là 270 học sinh. Biết rằng $\frac{3}{4}$ số học sinh tiền tiến của khối 7 bằng 60% số học sinh tiền tiến của khối 8. Tóh số học sinh tiền tiến của mỗi khối?

Baúí 5: (4 ùicòm)

Cho tam giòc ABC. Gọí D, E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CA. Gọí M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của AD, AF, EF, ED.

- a/ Tứ giòc MNPQ là hõnh gờ? Tại sao?
- b/ Tam giòc ABC cú điều kiện gờ thờ MNPQ là hõnh chữ nhậ?
- c/ Tam giòc ABC cú điều kiện gờ thờ MNPQ là hõnh thoi?

Baúí 6: (4 ùicòm)

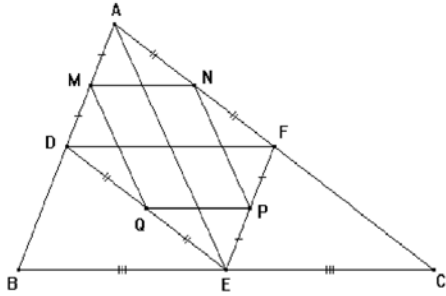
Hõnh thang ABCD cú AB//CD, đường cao bằng 12(m), $AC \perp BD$, BD=15(m).

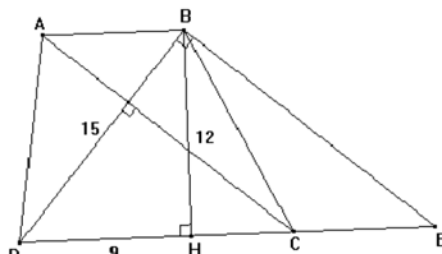
- a/ Qua B kẻ đường thẳng song song với AC, cắt DC ở E. Chứng minh $BD^2 = DE \cdot DH$. Từ đó tóh độ dài DE.
- b/ Tóh diện tích hõnh thang ABCD.

ệAÙP AÙN VAI THANG ệIEẢM CHAỄM

Baúí i	ệạựp ạựn	ệieồ m
1 (3 đ)	$A = \frac{x-y}{xy+y^2} - \frac{3x+y}{x^2-xy} \cdot \frac{y-x}{x+y}$ * éiều kiện: $x \neq 0; y \neq 0; x \neq \pm y$ $A = \frac{x-y}{xy+y^2} - \frac{3x+y}{x^2-xy} \cdot \frac{y-x}{x+y} = \frac{x-y}{y(x+y)} + \frac{3x+y}{x(x-y)} \cdot \frac{x-y}{x+y}$ $= \frac{x-y}{y(x+y)} + \frac{3x+y}{x(x+y)} = \frac{(x-y)x + (3x+y)y}{xy(x+y)}$ $= \frac{x^2 - xy + 3xy + y^2}{xy(x+y)} = \frac{(x+y)^2}{xy(x+y)} = \frac{(x+y)}{xy}$	1 1 1
2 (3 đ)	$\frac{3x}{x-2} + \frac{x}{5-x} + \frac{3x}{(x-2)(x-5)} = 0$ * Tập xỏc định: $x \neq 2; x \neq 5$	0,5 1

Tuyển tập đề thi HSG Toán 8

	$\frac{3x}{x-2} + \frac{x}{5-x} + \frac{3x}{(x-2)(x-5)} = 0 \Leftrightarrow \frac{3x}{x-2} - \frac{x}{x-5} + \frac{3x}{(x-2)(x-5)} = 0$ $\Leftrightarrow 3x(x-5) - x(x-2) + 3x = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 15x - x^2 + 2x + 3x = 0$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in TXĐ \\ x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \notin TXĐ \end{cases}$ Vậy $S = \{0\}$	1 0,5
3 (3 ử)	$A = \frac{x^3 - 3x^2 - 11x + 8}{x-5} = x^2 + 2x - 1 + \frac{3}{x-5}$ $A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{3}{x-5} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x-5 = \pm 1; \pm 3$ * $x-5 = \pm 1 \Leftrightarrow x \in \{6; 4\}$ * $x-5 = \pm 3 \Leftrightarrow x \in \{8; 2\}$ $x \in \{2; 4; 6; 8\}$	1 1 0,5 0,5
4 (3 ử)	Goài soà hoùc sinh tieõn tieõn cuõa khoõi 7 laù x (hoùc sinh) ($x > 0$) soà hoùc sinh tieõn tieõn cuõa khoõi 8 laù $270 - x$ (hoùc sinh) Ta coù phửụng trỡnh: $\frac{3}{4} \cdot x = \frac{60}{100} (270 - x) \Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot x = \frac{3}{5} (270 - x)$ $\Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot x = \frac{810 - 3x}{5} \Leftrightarrow 15x = 3240 - 12x \Leftrightarrow 27x = 3240$ $\Leftrightarrow x = 120 \text{ (Nhận)}$ Vaọ soà hoùc sinh cuõa khoõi 7 laù 120 hoùc sinh, vaù khoõi 8 laù $270 - 120 = 150$ hoùc sinh.	0,25 0,25 1 1 0,25 0,25
5 (4 ử)	 a/ $\left. \begin{aligned} MN // DF; MN &= \frac{1}{2} DF \\ PQ // DF; PQ &= \frac{1}{2} DF \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN // PQ; MN = PQ. \text{ Vậy MNPQ là hình } \text{hõnh}$ bõnh haứnh. b/ Giả sử MNPQ là hình chữ nhật thì $MP = NQ$	1 0,5

	Maір $\left. \begin{aligned} MP = AF = \frac{AC}{2} \\ NQ = AD = \frac{AB}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AC = AB$ Vaყ tam giaყc ABC caყn taყi A thყ MNPQ laყ hყnh chყყ nhaყ. ** Hoaყc: $\left. \begin{aligned} MN \perp MQ \\ MN \parallel BC \\ MQ \parallel AE \end{aligned} \right\} \Rightarrow AE \perp BC; \text{đồng thời } EB = EC$ Nყn tam giaყc ABC cყn taყi A. c/ Giaყ sყყ MNPQ laყ hყnh thoi thყ MN = MQ $MN = MQ \Leftrightarrow \frac{BC}{4} = \frac{AE}{2} \Leftrightarrow AE = \frac{1}{2}BC$ Vaყ tam giaყc ABC vuყng taყi A thყ MNPQ laყ hყnh thoi. ** Hoaყc: $MP \perp NQ \Leftrightarrow AC \perp AB$ Vaყ tam giaყc ABC vuყng taყi A	1 0,5 1
6 (4 ử	 a/ Keყ BH $\perp$ DC $DH^2 = BD^2 - BH^2 = 15^2 - 12^2 = 9^2$ $\Rightarrow DH = 9(m)$ Xყt tam giaყc BDH vaყ tam giaყc EDB $\left. \begin{aligned} \angle BHD = \angle BEH = 1v \\ \angle BDE \text{ chung} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle BDH \sim \triangle EDB$ $\Rightarrow \frac{BD}{DE} = \frac{DH}{BD} \Leftrightarrow DE = \frac{BD^2}{DH} = 25(m)$ b/ $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + DC)BH$ $= \frac{1}{2} \cdot DE \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 12 = 150(m)$	1 1 1 0,5 0,5

