

Bài 1 (2 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{x + 3\sqrt{x}}{x - 25} + \frac{1}{\sqrt{x} + 5}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5}$ với $x \geq 0, x \neq 25$

- Tính giá trị của biểu thức B tại $x = 81$
- Rút gọn biểu thức A. Tìm x để $P = \frac{4}{7}$ biết $P = A : B$
- Tìm x là số nguyên để biểu thức P nhận giá trị nguyên

Bài 2 (2 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm trong một thời gian quy định. Khi thực hiện nhờ tăng năng suất lao động, tổ một đã vượt mức 10%, tổ hai đã vượt mức 20% nên cả hai tổ đã làm vượt mức được 110 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch được giao?

Bài 3 (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3\sqrt{x+1} - 2\sqrt{y-2} = 4 \\ 2\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 5 \end{cases}$$

- Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - m^2 + 1$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{4}$.

Bài 4 (3,5 điểm): Cho đường tròn (O; R), đường kính BC. A là điểm nằm chính giữa cung BC. M là một điểm nằm trên đoạn BC. E, F lần lượt là hình chiếu của M trên AB và AC.

- Chứng minh rằng bốn điểm A, E, M, O cùng nằm trên một đường tròn
- Khi điểm M trên đoạn BC sao cho $BM = \frac{1}{3}BO$. Chứng minh rằng $BE \cdot BA = \frac{1}{3}R^2$
- Đường thẳng MF cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) tại điểm K. Chứng minh rằng: $BE = FK$
- Khi M di chuyển trên đoạn BC. Chứng minh rằng đường thẳng đi qua M, vuông góc với EF luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5 (0,5 điểm): Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$S = \frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ca}{b+1}.$$

