

ĐỀ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2017 MÃ ĐỀ 101

LỜI GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

I. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM CỦA MÃ ĐỀ 101

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỶ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
ĐỀ THI CHÍNH THỨC (Đề thi có 06 trang) Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 101

Họ, tên thí sinh:
Số báo danh:

Câu 1. Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?
A. $2t^2 - 3 = 0$. B. $t^2 + t - 3 = 0$. C. $4t - 3 = 0$. **D. $t^2 + 2t - 3 = 0$.**

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.
A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$. **B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$.**
C. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$. D. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.

Câu 3. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?
A. $z = -2 + 3i$. **B. $z = 3i$.** C. $z = -2$. D. $z = \sqrt{3} + i$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+

Mệnh đề nào dưới đây sai?
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0. B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
D. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 5. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?
B. $y = x^4 - x^2 - 1$.
A. $y = -x^3 + x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - x^2 - 1$.
D. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.
A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 0$. C. $I = -2$. **D. $I = 2$.**

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.
A. $z = 7 - 4i$. B. $z = 2 + 5i$. C. $z = -2 + 5i$. D. $z = 3 - 10i$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Trang 1/6 - Mã đề thi 101

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $Q(2; -1; 5)$. B. $P(0; 0; -5)$. C. $N(-5; 0; 0)$. **D. $M(1; 1; 6)$.**

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$. **B. $\vec{k} = (0; 0; 1)$.** C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$. D. $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

Câu 11. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- A. $V = 128\pi$. **B. $V = 64\sqrt{2}\pi$.** C. $V = 32\pi$. D. $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Câu 12. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

- A. 2.** B. 3. **C. 1.** D. 0.

Câu 13. Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$.** B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 14. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = (\pi - 1)\pi$. **C. $V = (\pi + 1)\pi$.** D. $V = \pi + 1$.

Câu 15. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 9\log_a b$.** B. $P = 27\log_a b$. C. $P = 15\log_a b$. **D. $P = 6\log_a b$.**

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. B. $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.
C. $D = (-2; 3)$. **D. $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.**

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

- A. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$. B. $S = [2; 16]$.
C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 18. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng. **B. 3 mặt phẳng.** C. 6 mặt phẳng. D. 9 mặt phẳng.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- A. $3x - 2y + z + 12 = 0$. B. $3x + 2y + z - 8 = 0$.
C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

- A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.** C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 21. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

C. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 22. Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm?

A. $z^2 + 2z + 3 = 0$.

B. $z^2 - 2z - 3 = 0$.

C. $z^2 - 2z + 3 = 0$.

D. $z^2 + 2z - 3 = 0$.

Câu 23. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $m = 11$.

B. $m = 0$.

C. $m = -2$.

D. $m = 3$.

Câu 24. Tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D = (-\infty; 1)$.

B. $D = (1; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 25. Cho $\int_0^6 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

A. $I = 6$.

B. $I = 36$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Câu 26. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

B. $R = a$.

C. $R = 2\sqrt{3}a$.

D. $R = \sqrt{3}a$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$.

B. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$.

C. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$.

D. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$.

Câu 28. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với

a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.



Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

Câu 30. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $Q(1; 2)$.

B. $N(2; 1)$.

C. $M(1; -2)$.

D. $P(-2; 1)$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Câu 32. Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx = -x^2 + 2x + C$.
 B. $\int f'(x)e^{2x}dx = -x^2 + x + C$.
 C. $\int f'(x)e^{2x}dx = 2x^2 - 2x + C$.
 D. $\int f'(x)e^{2x}dx = -2x^2 + 2x + C$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 4} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
 A. $m < -1$.
 B. $3 < m \leq 4$.
 C. $m > 4$.
 D. $1 \leq m < 3$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và d' .

A. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 1+3t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1+t \\ z = 3+t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1-t \\ z = 3+t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 3+t \end{cases}$.

Câu 35. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.
 A. 13 năm.
 B. 14 năm.
 C. 12 năm.
 D. 11 năm.

Câu 36. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.
 A. $S = \frac{7}{3}$.
 B. $S = -5$.
 C. $S = 5$.
 D. $S = -\frac{7}{3}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -2+t \\ z = 2 \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?
 A. $2x - y + 2z + 22 = 0$.
 B. $2x - y + 2z + 13 = 0$.
 C. $x - y + 2z - 13 = 0$.
 D. $2x + y + 2z - 22 = 0$.

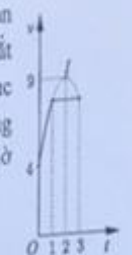
Câu 38. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?
 A. 7.
 B. 4.
 C. 6.
 D. 5.

Câu 39. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.
 A. $m = -4$.
 B. $m = 4$.
 C. $m = 81$.
 D. $m = 44$.

Câu 40. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?
 A. $P(1; 0)$.
 B. $M(0; -1)$.
 C. $N(1; -10)$.
 D. $Q(-1; 10)$.

Trang 4/6 - Mã đề thi 101

Câu 41. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật đi chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $s = 23,25(\text{km})$. B. $s = 21,58(\text{km})$. C. $s = 15,50(\text{km})$. D. $s = 13,83(\text{km})$.

Câu 42. Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = \frac{7}{12}$. B. $P = \frac{1}{12}$. C. $P = 12$. D. $P = \frac{12}{7}$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \sqrt{2}a^3$.

Câu 44. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

A. $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. B. $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. C. $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u}(1; a; b)$, tính $T = a - b$.

A. $T = -2$. B. $T = 1$. C. $T = -1$. D. $T = 0$.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo?

A. 0. B. Vô số. C. 1. D. 2.

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

A. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} - 19}{9}$. B. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} + 19}{9}$. C. $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11} - 29}{21}$. D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11} - 3}{3}$.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

A. $m \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$. D. $m \in (-2; +\infty)$.

Trang 5/6 - Mã đề thi 101

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.
Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $h(4) = h(-2) > h(2)$.
B. $h(4) = h(-2) < h(2)$.
C. $h(2) > h(4) > h(-2)$.
D. $h(2) > h(-2) > h(4)$.

Câu 50. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Một phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. $d = a$. C. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$. D. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

HẾT

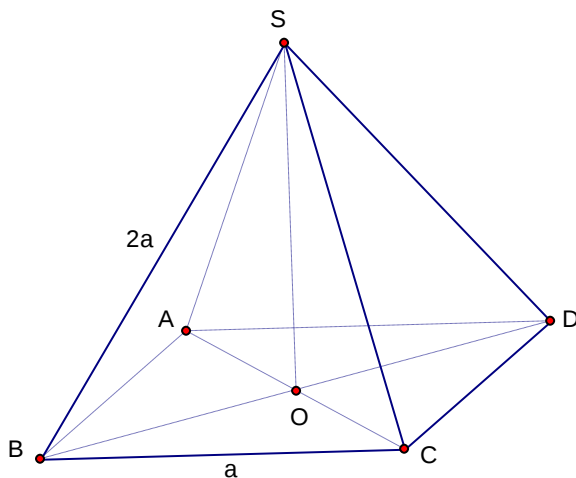
II. LỜI GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

1. Từ câu 1 đến câu 20 có thể khoanh ngay được đáp án.

2. Lời giải chi tiết các câu từ 21 đến 50

Dưới đây là hướng dẫn giải chi tiết tham khảo từ câu 21 đến câu 50 (đề bài ở trên)

Câu 21.



$$V = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} \text{ với } SO = \sqrt{SB^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}, S_{ABCD} = a^2$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}$$

Chọn D

$$\text{Câu 22. Phương trình có hai nghiệm } 1 + \sqrt{2}i, 1 - \sqrt{2}i \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{a} = (1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i) = 2 \\ \frac{c}{a} = (1 + \sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i) = 3 \end{cases}$$

Chọn phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$

Chọn C

$$\text{Câu 23. Ta có } y' = 3x^2 - 14x + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 2) \\ x = \frac{11}{3} \notin (0; 2) \end{cases}$$

Tính $y(0) = -2, y(1) = 3, y(2) = 0$

$$m = \min_{[0;2]} y = \min\{y(0), y(1), y(2)\} = -2$$

Chọn C

Câu 24. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 \Rightarrow D = (1; +\infty)$

Chú ý. $y = a^x, x \in \mathbb{R}$ xác định khi $a > 0$.

Chọn B

$$\text{Câu 25. Tính } I = \int_0^2 f(3x)dx.$$

$$\text{Đổi biến số } t = 3x \Rightarrow dx = \frac{1}{3}dt, x = 0 \Rightarrow t = 0, x = 2 \Rightarrow t = 6$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t)dt = \frac{1}{3} \int_0^6 f(x)dx = 4.$$

Chọn D.

Câu 26. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương bằng một nửa của đường chéo hình lập phương do đó $R = \frac{1}{2}(2a\sqrt{3}) = a\sqrt{3}$

Chọn D.

$$\text{Câu 27. Ta có } f(x) = \int f'(x)dx = \int (3 - 5\sin x)dx = 3x + 5\cos x + c$$

$$\text{Lại có } f(0) = 5\cos 0 + c = 10 \Rightarrow c = 5. \text{ Suy ra } f(x) = 3x + 5\cos x + 5$$

Chọn A.

Câu 28. Quan sát hai nhánh đồ thị hàm số ta thấy khi x tăng trên hai khoảng $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$ thì y giảm hay hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$ nên $y' < 0$, $\forall x \neq 1$

Chọn D.

Câu 29. Hình chiếu của điểm $M(1; -2; 3)$ trên trục Ox là tâm của mặt cầu $I(1; 0; 0)$

Bán kính mặt cầu là $R = IM = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

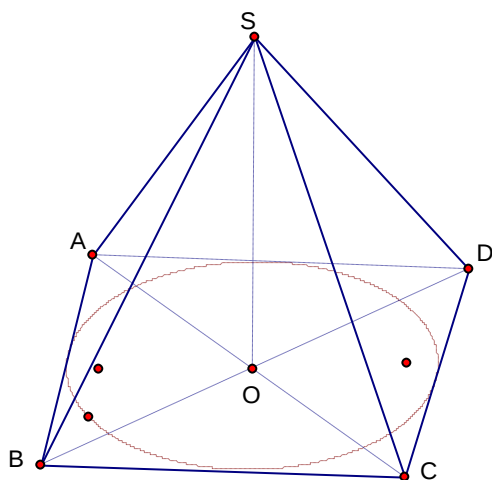
Vậy mặt cầu tâm I , bán kính $R=IM$ là $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

Chọn A.

Câu 30. Ta có $w = iz = i(1-2i) = 2+1i$ được biểu diễn bởi điểm $(2; 1)$

Chọn B.

Câu 31.



Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}h.B$

Đường cao khối nón chính là đường cao của khối chóp đều :

$$h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - (a)^2} = a$$

Đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD đi qua trung điểm các cạnh hình vuông và có bán

$$\text{kinh } r = \frac{1}{2}a\sqrt{2} \Rightarrow B = \pi.r^2 = \frac{\pi.a^2}{2}$$

$$\text{Vậy thể tích } V = \frac{\pi a^3}{6}.$$

Chọn C

Câu 32. Vì $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$ nên

$$\begin{cases} f(x)e^{2x} = F'(x) = 2x \\ \int f(x)e^{2x} dx = F(x) + c = x^2 + c \end{cases}$$

Ta có theo công thức nguyên hàm từng phần

$$\int f'(x)e^{2x} dx = \int e^{2x} df(x) = f(x)e^{2x} - \int f(x)de^{2x} = 2x - 2 \int f(x)e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C$$

Chọn D.

Câu 33. Ta có đạo hàm $y' = -\frac{m+1}{(x-1)^2}$

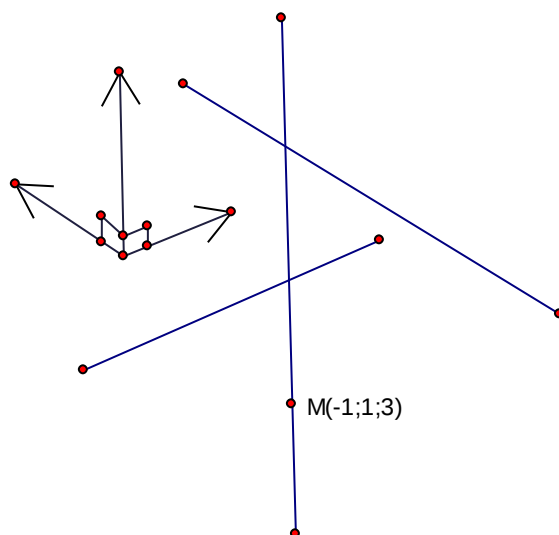
+ Nếu $m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1 \Rightarrow y' > 0, \forall x \neq 1 \Rightarrow y' > 0, \forall x \in [2;4]$. Nên hàm số y đồng biến trên đoạn $[2;4]$ do đó $\min_{[2;4]} y = y(2) = m+2 \Rightarrow m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1 > -1$ (loại)

+ Nếu $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1 \Rightarrow y' < 0, \forall x \neq 1 \Rightarrow y' < 0, \forall x \in [2;4]$. Nên hàm số y nghịch biến trên đoạn $[2;4]$ do đó $\min_{[2;4]} y = y(4) = \frac{m+4}{3} \Rightarrow \frac{m+4}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 5$ (TM)

Vậy $m=5$

chọn C

Câu 34.



Vecto chỉ phương của đường thẳng Δ và Δ' là $\vec{u}_{\Delta}(3;2;1)$, $\vec{u}_{\Delta'}(1;3;-2)$.

Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc với Δ và Δ' nên d có vectơ chỉ phương

$$\vec{u} \text{ và } \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_{\Delta} \\ \vec{u} \perp \vec{u}_{\Delta'} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} \text{ cùng phương với } [\vec{u}_{\Delta}, \vec{u}_{\Delta'}] = \left(\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} \right) = (-7; 7; 7) \Rightarrow \vec{u}(-1; 1; 1).$$

Phương trình của d qua $M(-1; 1; 3)$

Và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(-1; 1; 1)$.

Chọn D.

Câu 35. Gọi số tiền gửi ban đầu là $p=50$ (triệu), Lợi suất là $r=6\%/năm=0,06$.

Sau năm thứ nhất số tiền lãi là $p.r$, tổng số tiền lãi và gốc là $p+pr=p(1+r)$

Sau năm thứ hai tổng số tiền lãi và gốc là $p(1+r).r + p(1+r) = p(1+r)^2$.

.....

Sau năm thứ n số tiền người gửi thu được là $p(1+r)^n = 50.(1,06)^n$.

$$\text{Ta có } 50.(1,06)^n > 100 \Leftrightarrow (1,06)^n > 2 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 2}{\ln(1,06)} \approx 11,89$$

Vậy sau ít nhất 12 năm số tiền người gửi thu được lớn hơn 100 triệu.

Chọn C.

Câu 36. Gọi số phức $z = a + bi$. Ta có

$$z + 1 + 3i - |z|i = (a+1) + (b+3-\sqrt{a^2+b^2})i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-1 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = a+3b = -1-4 = -5$$

Chọn B.

Câu 37. Gọi $mp(Q)$ qua giao của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2

+ Giao của d_1 và (P) là điểm ứng với t thỏa mãn

$$2(1+3t) + 2(-2+t) - 3.2 = 0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M = d_1 \cap (P) = (4; -1; 2)$$

+ (Q) vuông góc với d_2 nên nhận vectơ chỉ phương của d_2 làm vectơ pháp tuyến

+ Vậy (Q) qua $M(4; -1; 2)$, $vtpt n_{(Q)}(2; -1; 2) \Rightarrow (Q): 2x - y + 2z - 13 = 0$

Chọn C.

Câu 38. Ta có đạo hàm $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 3(4m + 9) \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$$

m nguyên nên nhận các số thuộc tập $\{-9, -8, -7, \dots, -4, -3\}$ hay có 7 số m

Chọn A.

Câu 39. Phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn

$x_1 \cdot x_2 = 81$ khi và chỉ khi phương trình $t^2 - mt + 2m - 7 = 0, t = \log_3 x$ có hai nghiệm t_1, t_2 và $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3 x_1 \cdot x_2 = \log_3 81 = 4$

$$\text{Hay } \begin{cases} \Delta = m^2 - 4(2m - 7) \geq 0 \\ -\frac{b}{a} = m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$$

Chọn B.

Câu 40. Đạo hàm của hàm số $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-1; 6) \\ B(3; -26) \end{cases}$

Đường thẳng AB là $8x + y + 2 = 0$.

Chọn C.

Chú ý. Có thể tìm phương trình của AB bằng cách chia y cho y' lấy phần dư.

Câu 41. Ta có Parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh I(2;9) và cắt trục tung tại điểm (0;4). Khi

$$\text{đó } \begin{cases} c = 4 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ y(2) = 4a + 2b + 4 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ b = -4a \\ 4a + 2b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{5}{4}x^2 + 5x + 4$$

$$\text{Khi } x = 1 \Rightarrow y = \frac{31}{4}$$

Quãng đường chuyển động là tích phân của vận tốc theo thời gian do đó

$$s = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}x^2 + 5x + 4\right) dx + \int_1^3 \frac{31}{4} dx = \left(-\frac{5}{12}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x\right) \Big|_0^1 + \frac{31}{4}x \Big|_1^3 \approx 21.58$$

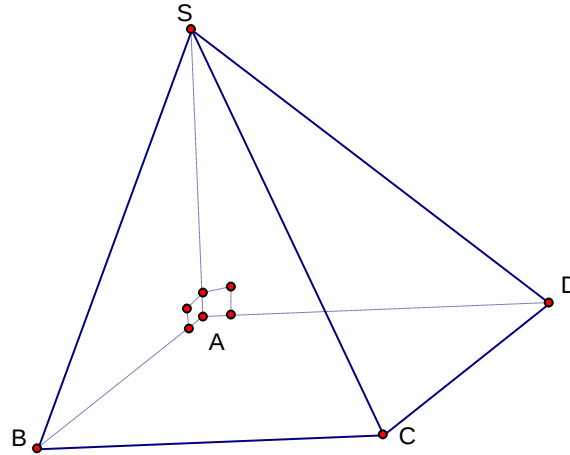
Chọn B

Câu 42. Ta có $\log_a x = 3 \Rightarrow x = a^3 > 1$ do $a > 1$. Khi đó

$$\log_{ab} x = \frac{1}{\log_x a \cdot b} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x}} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}$$

Chọn D

Câu 43.



Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ nên hình chiếu vuông góc của SC trên (SAB) là SB

Suy ra góc giữa SC và mp(SAB) là góc $CSB = 30^\circ$

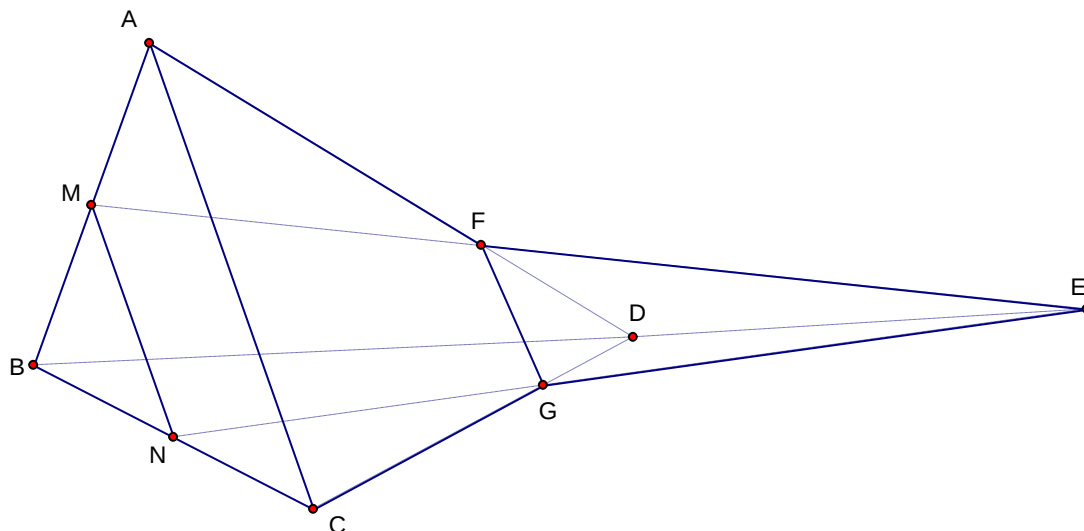
Xét tam giác vuông SBC có $\tan CSB = \tan 30^\circ = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác vuông SAB có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

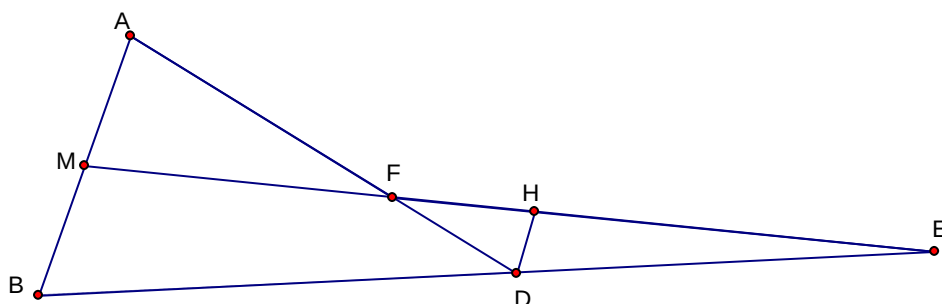
Vậy thể tích $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$

Chọn B.

Câu 44.



+ Trước tiên ta tính các tỷ số $\frac{EF}{EM}$, $\frac{EG}{EN}$



Kẻ $DH \parallel AB$ khi đó H là trung điểm của EM

$$\text{Ta có } \frac{FH}{FM} = \frac{DH}{MA} = \frac{1}{2} \Rightarrow FM = 2FH = \frac{2}{3}MH = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}EM = \frac{1}{3}EM \Rightarrow \frac{EF}{EM} = \frac{2}{3}$$

Chứng minh tương tự có $\frac{EG}{EN} = \frac{2}{3}$

+ Tính thể tích khối tứ diện đều ABCD

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABC}, S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, h = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ Hay } V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

+ Tính thể tích khối chóp E.BMN

$$V_{E.BMN} = \frac{1}{3}d(E;(ABC)).S_{BMN}, S_{BMN} = \frac{1}{4}S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}, d(E;(ABC)) = 2h = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$$

Suy ra $V_{E.BMN} = \frac{1}{2}V_{ABCD}$

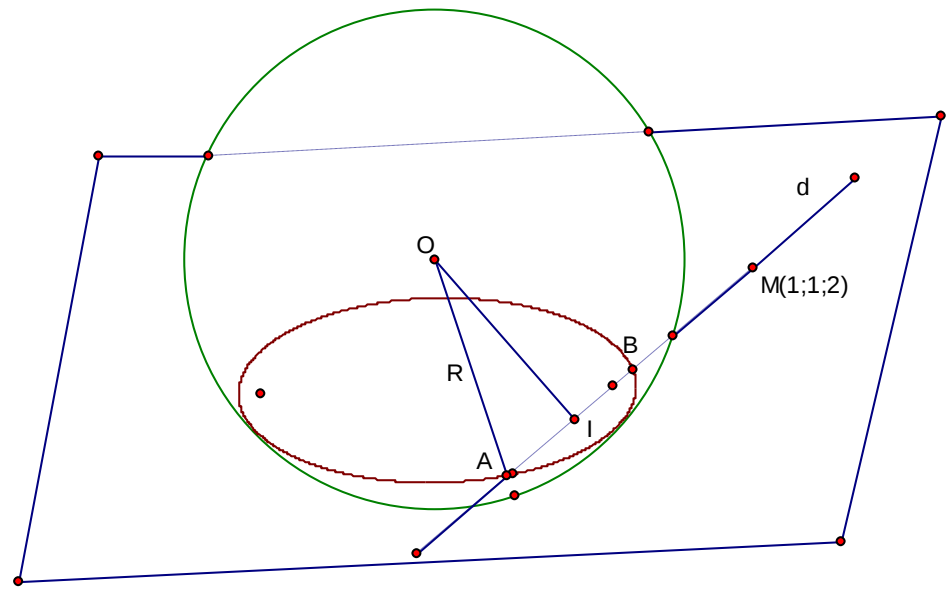
+ Tính thể tích khối E.DFG suy ra thể tích khối không chứa A

$$\frac{V_{E.DFG}}{V_{E.BMN}} = \frac{ED}{EB} \cdot \frac{EF}{EM} \cdot \frac{EG}{EN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{E.DFG} = \frac{2}{9}V_{E.BMN} \Rightarrow V' = \frac{7}{9}V_{E.BMN} = \frac{7}{18}V_{ABCD}$$

+ Vậy thể tích cần tìm $V = V_{ABCD} - \frac{7}{18}V_{ABCD} = \frac{11}{18}V_{ABCD} = \frac{11a^3\sqrt{2}}{216}$

Chọn B.

Câu 45.



+ Mặt cầu (S) có tâm O(0;0;0), bán kính R=3.

+ Đường thẳng Δ qua điểm $M(1;1;2) \in (P)$ và nằm trong (P) khi và chỉ khi vectơ chỉ phương của Δ vuông góc với vectơ pháp tuyến của (P) hay $\vec{u}(1;a;b) \perp \vec{n}_{(P)}(1;1;1) \Leftrightarrow 1+a+b=0$ (1)

+ Đường thẳng Δ cắt (S) tại A và B khi đó ΔOAB cân tại O. Gọi I là trung điểm của AB ta có $(\frac{AB}{2})^2 = R^2 - IO^2$ nên AB nhỏ nhất khi và chỉ khi IO lớn nhất

+ Phương trình tham số của Δ : $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+at, t \in \mathbb{R} \\ z=2+bt \end{cases}$. Điểm $I(1+t;1+at;2+bt)$ với t thỏa mãn

$$\vec{OI}(1+t;1+at;2+bt) \perp \vec{u}(1;a;b) \Rightarrow 1+t+a(1+at)+b(2+bt)=0 \Leftrightarrow t = -\frac{1+a+2b}{1+a^2+b^2}$$

$$\text{Nên: } OI^2 = (1+t)^2 + (1+at)^2 + (2+bt)^2 = (1+a^2+b^2)t^2 + 2(1+a+2b)t + 6 = 6 - \frac{(1+a+2b)^2}{1+a^2+b^2} = 6 - P$$

$$\text{Do đó } OI \text{ lớn nhất khi và chỉ khi } P = \frac{(1+a+2b)^2}{1+a^2+b^2} \stackrel{1+a+b=0}{=} \frac{b^2}{2b^2+2b+2} \text{ nhỏ nhất}$$

Ta có $b^2(2P-1) + 2Pb + 2P = 0$ là phương trình bậc hai của b có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta'_b = P^2 - 2P(2P-1) \geq 0 \Leftrightarrow -3P^2 + 2P \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq P \leq \frac{2}{3}$$

$$P = \frac{1}{2} \text{ khi } b = -1$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 0 \Leftrightarrow b = 0 \text{ và } a = -1 \Rightarrow S = a - b = -1$$

Chọn C.

Câu 46. Đặt $z = a + bi$. Ta có từ điều kiện đầu bài

$$|z - 3i| = 5 \Leftrightarrow |a + (b-3)i| = 5 \Leftrightarrow a^2 + (b-3)^2 = 25 \quad (1)$$

$$\frac{z}{z-4} = \frac{a+bi}{(a-4)+bi} = \frac{(a+bi)(a-4-bi)}{(a-4)^2+b^2} = \frac{a(a-4)+b^2}{(a-4)^2+b^2} + \frac{-4b}{(a-4)^2+b^2}i \text{ thuần ảo khi}$$

$$\begin{cases} a(a-4)+b^2 = 0 \\ b \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 4a + b^2 = 0 \\ b \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Giải hệ (1) và (2) được 1 nghiệm (a;b) thỏa mãn

Chọn C.

Câu 47. Biến đổi điều kiện

$$\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4 \Leftrightarrow \log_3(1-xy) + 3(1-xy) = \log_3 \frac{x+2y}{3} + 3 \cdot \frac{x+2y}{3}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + 3t, t > 0$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 3 > 0, \forall t > 0$ nên hàm số đồng biến trên

$$\text{khoảng } (0; +\infty) \text{ do đó } f(1-xy) = f\left(\frac{x+2y}{3}\right) \Leftrightarrow 1-xy = \frac{x+2y}{3} \Leftrightarrow x+2y+3xy-3=0 \quad (1)$$

Ta có $P = x+y \Rightarrow x = P-y$ thế vào (1) được $-3y^2 + (3P+1)y + P-3 = 0$

Phương trình có nghiệm y

$$\Leftrightarrow \Delta_y = (3P+1)^2 + 12(P-3) \geq 0 \Leftrightarrow 9P^2 + 18P - 35 \geq 0 \Rightarrow P \geq \frac{2\sqrt{11}-3}{3} \text{ vì } P > 0 \Rightarrow P_{\min} = \frac{2\sqrt{11}-3}{3}$$

Chọn D.

Câu 48. Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$mx - m + 1 = x^3 - 3x^2 + x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + (1 - m)x + 1 + m = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - m - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - m - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm A, B, C khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_x = 2 + m > 0 \\ -m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$$

Khi đó (*) có hai nghiệm là $1 \pm \sqrt{2 + m}$ và ta có
$$\begin{cases} x_A = 1 - \sqrt{2 + m} \\ x_B = 1 \\ x_C = 1 + \sqrt{2 + m} \end{cases}$$

Ta thấy $x_B - x_A = x_C - x_B$, $\forall m > -2$ suy ra $AB = BC$ với mọi $m > -2$.

Chọn D.

Câu 49. Ta có hàm số $h(x) = 2f(x) - x^2 \Rightarrow h'(x) = 2f'(x) - 2x = 2(f'(x) - x)$

+ Vẽ đường thẳng $y = x$ cắt đồ thị hàm số $y = f''(x)$ tại ba điểm A(4;4), B(2;2),

C(-2;-2). Căn cứ vào vị trí đồ thị hai hàm số $y = f''(x)$ và $y = x$ ta lập được bảng biến thiên sau:

x	-2		2		4
$h'(x)$	0	+	0	-	0
$h(x)$					

Nhìn bảng biến thiên ta có $h(2)$ lớn nhất

+ Bây giờ ta đi so sánh $h(-2)$ và $h(4)$

Ta có $h(-2)=2f(-2)-4$, $h(4)=2f(4)-16$

$$h(4) - h(-2) = 2(f(4) - f(-2)) - 12 = 2 \int_{-2}^4 f'(x) dx - 12 = 2 \int_{-2}^{-1} f'(x) dx + 2 \int_{-1}^2 f'(x) dx + 2 \int_2^4 f'(x) dx - 12$$

$$h(4) - h(-2) = 2 \int_{-2}^{-1} f'(x) dx + 2 \int_{-1}^2 f'(x) dx + 2 \int_2^4 f'(x) dx - 12 > 2 \int_{-1}^2 f'(x) dx - 12 > 2 \cdot 2 \cdot 3 - 12 = 0$$

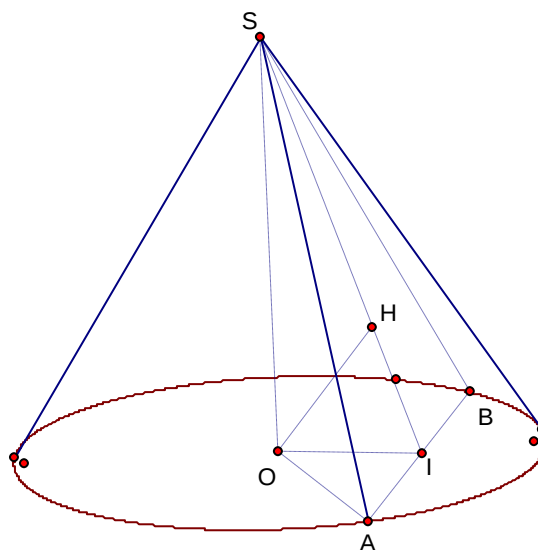
Suy ra $h(4) > h(-2)$. Vậy $h(2) > h(4) > h(-2)$.

Chú ý. Tích phân $I = \int_a^b f(x) dx > 0$ nếu đồ thị $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ nằm trên trục hoành và

$I = \int_a^b f(x) dx < 0$ nếu đồ thị $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ nằm dưới trục hoành

Chọn C.

Câu 50.



Gọi I là trung điểm của AB khi đó $OI \perp AB$ do tam giác OAB cân tại O.

Kẻ OH vuông góc với SI thì

$$\begin{cases} SO \perp AB \\ OI \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH \Rightarrow OH \perp (SAB) \equiv (P) \Rightarrow d(O; (P)) = OH$$

$$+ \text{ Xét tam giác vuông OAI có } OI = \sqrt{OA^2 - AI^2} = \sqrt{r^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}a}{2}\right)^2} = a$$

$$+ \text{ Xét tam giác vuông SOI có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Chọn D