

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN ĐỒNG ĐA**

**KIỂM TRA HỌC KÌ II
Năm học: 2017 - 2018
Môn: TOÁN 9
Thời gian làm bài: 90 phút**

Bài I: (2,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x - 3\sqrt{x} + 4}{x - 22} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x > 0; x \neq 4$

a) Tính giá trị của A khi $x = 9$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Cho $P = \frac{B}{A}$. Tìm x để $|P| > P$.

Câu II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xí nghiệp theo kế hoạch phải sản xuất 75 sản phẩm trong một số ngày dự định. Trong thực tế, do cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày xí nghiệp làm vượt mức 5 sản phẩm, vì vậy không những họ đã làm được 80 sản phẩm mà còn hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xí nghiệp đó sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Câu III: (2,5 điểm) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m + 1)x - 2m$

a) Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$

b) Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1)$ và $N(x_2; y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 - x_1x_2 = 1$

Câu IV: (3,0 điểm) Cho điểm M cố định nằm bên ngoài đường tròn (O; R). Qua M vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (với A, B là các tiếp điểm). Gọi C là điểm bất kì trên cung nhỏ AB của đường tròn (O). Gọi D, E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB, MA, MB.

1) Chứng minh bốn điểm A, D, C, E cùng thuộc một đường tròn.

2) AC cắt DE tại P; BC cắt DF tại Q. Chứng minh $\triangle PAE \sim \triangle PDC$ suy ra $PA \cdot PC = PD \cdot PE$

3) Chứng minh $AB \parallel PQ$

4) Khi điểm C di động trên cung nhỏ AB của đường tròn (O) thì trọng tâm G của tam giác ABC di chuyển trên đường nào?

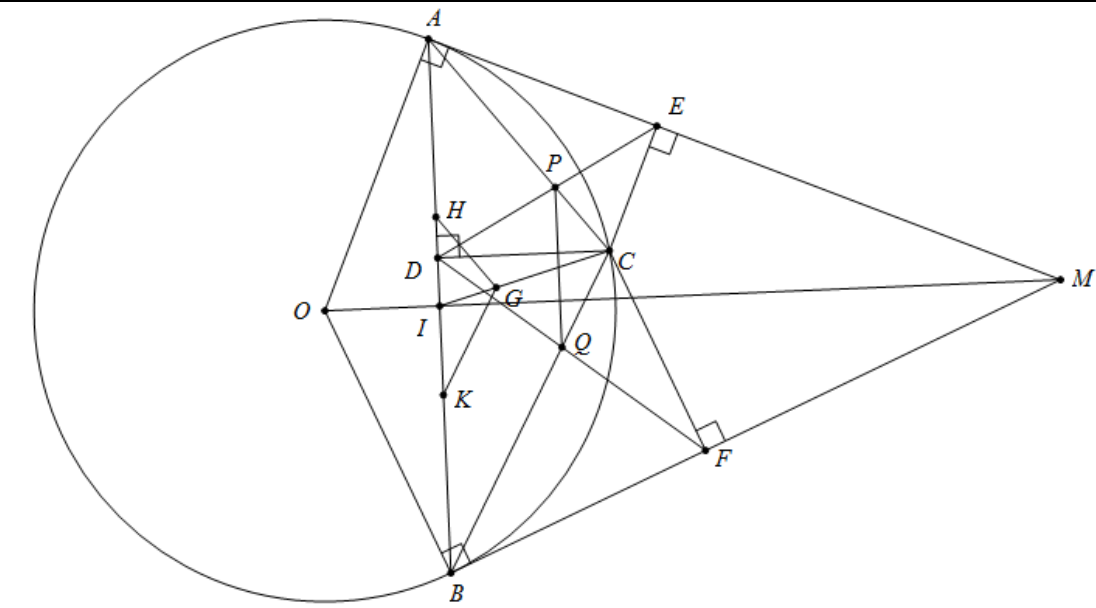
Câu V: (0,5 điểm) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 7$, $ab + bc + ca = 15$.

Chứng minh rằng: $a \leq \frac{11}{3}$

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II - MÔN TOÁN 9

Câu	Nội dung	Điểm
I		2,5
	a)	1,0
	* Khi $x = 9$ thì $\sqrt{x} = 3$ thì $A = \frac{2.3+1}{3} = \frac{7}{3}$	
	* Vậy khi $x = 9$ thì $A = \frac{7}{3}$	
	b)	1,0
	$B = \frac{x - 3\sqrt{x} + 4}{x - 22} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ $= \frac{x - 3\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ $= \frac{x - 3\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$ $= \frac{x - 3\sqrt{x} + 4 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$ $= \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$ $= \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$ $= \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$	
	c)	0,5
	Ta có: $P = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}} : \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} + 1}$	0,25
	$ P > P \Leftrightarrow P < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} + 1} < 0$	0,25
	Ta có $x > 0$ nên $2\sqrt{x} + 1 > 0$. Để $\frac{\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} + 1} < 0$ thì $\sqrt{x} - 2 < 0$ Kết luận $0 < x < 4$	0,25
II		2,0
	Gọi số sản phẩm mà xí nghiệp phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là x (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$, đơn vị: sản phẩm)	0,25

	Thời gian hoàn thành theo kế hoạch là $\frac{75}{x}$ (ngày)	0,25
	Thực tế mỗi ngày xí nghiệp làm được $x + 5$ (sản phẩm)	0,25
	Thời gian hoàn thành trong thực tế là $\frac{80}{x + 5}$ (ngày)	0,25
	Vì thực tế xí nghiệp hoàn thành sớm hơn 1 ngày so với kế hoạch nên ta có phương trình $\frac{75}{x} - \frac{80}{x + 5} = 1$	0,25
	Biến đổi được phương trình $x^2 + 10x - 375 = 0$	0,25
	Giải phương trình được hai nghiệm phân biệt $x_1 = 15(\text{tm}); x_2 = -25(\text{loại})$	0,25
	Nếu học sinh tách thành $(x - 15)(x + 25) = 0$ mà không có bước phân tích trừ 0,25 điểm	
	Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất 15 sản phẩm.	0,25
III		2,5
	Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = (2m + 1)x - 2m \Leftrightarrow x^2 - (2m + 1)x + 2m = 0 \quad (1)$ $\Delta = (2m + 1)^2 - 8m$ $= 4m^2 + 4m + 1 - 8m$ $= 4m^2 - 4m + 1$ $= (2m - 1)^2 \geq 0, \forall m$	
	a)	1,5
	* Thay $m = 1$ vào phương trình (1), ta có: $x^2 - 3x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 1)(x - 2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ * Với $x = 1 \Rightarrow y = 1$ * Với $x = 2 \Rightarrow y = 4$ * Vậy $m = 1$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm (1;1) và (2;4)	
	b)	1,0
	* Để pt (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$ * Áp dụng định lý Vi-ét cho pt (1) ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}$	

	* Vì $M, M \in (P)$ nên $\begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$ Ta có: $y_1 + y_2 - x_1 x_2 = 1$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 1$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 1$ $\Leftrightarrow (2m + 1)^2 - 6m = 1$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 2m = 0$ $\Leftrightarrow 2m(2m - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ 2m - 1 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (TM)} \\ m = \frac{1}{2} \text{ (KTM)} \end{cases}$ * Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm	
IV		3,0
		0,25
	1)	0,75
	Chứng minh $\angle CDA + \angle CEA = 180^\circ$	0,25
	Xét tứ giác ADCE: $\angle CDA + \angle CEA = 180^\circ$ Mà $\angle CDA$ và $\angle CEA$ là hai góc đối nhau	0,25
	Suy ra tứ giác ADCE là tứ giác nội tiếp (dnhb) Vậy 4 điểm A, D, C, E cùng thuộc một đường tròn	0,25
	2)	1,0
	Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADCE: $\angle CAE = \angle CDE$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung EC)	0,25
	Xét $\triangle PAE$ và $\triangle PDC$ $\angle APE = \angle DPC$ (hai góc đối đỉnh)	0,25

	CAE = CDE (cmt) $\Rightarrow \Delta PAE \sim \Delta PDC$ (g - g)	
	$\Rightarrow \frac{PA}{PD} = \frac{PE}{PC}$ (định nghĩa hai tam giác đồng dạng)	0,25
	$\Rightarrow PA \cdot PC = PD \cdot PE$ (đpcm)	0,25
	3)	1,0
	Chứng minh $PDC = ABC (= CAE)$; $QDC = CAB (= CBF)$	0,25
	Suy ra $PDQ + PCQ = CAB + CBA + PCQ = 180^\circ$ Chứng minh được tứ giác CPDQ nội tiếp	0,25
	Suy ra $CPQ = CAB (= CDQ)$	0,25
	Mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow AB \parallel PQ$	0,25
	4)	0,5
	OM cắt AB tại I. dựng trọng tâm G; lấy H, K thuộc AI và BI sao cho $AH = \frac{2}{3} AI$; $BK = \frac{2}{3} BI$ $\Rightarrow H, K$ cố định $\frac{AH}{AI} = \frac{CG}{CI} = \frac{2}{3} \Rightarrow GH \parallel CA$; tương tự $GK \parallel CB$	0,25
	Suy ra $HGK = ACB = \frac{1}{2}$ số đo $\angle A$ không đổi. Mà H, K cố định Suy ra G thuộc 1 cung chứa góc α dựng trên đoạn HK (thuộc nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm M).	0,25
V		0,5
	$\begin{cases} a + b + c = 7 \\ ab + bc + ca = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = 7 - a \\ bc + a(b + c) = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = 7 - a \\ bc = a^2 - 7a + 15 \end{cases}$ $\Rightarrow b, c$ là nghiệm của phương trình $x^2 - (7 - a)x + a^2 - 7a + 15 = 0$ Vì $1 \neq 0, \forall a \Rightarrow$ PT có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = [-(7 - a)]^2 - 4.1.(a^2 - 7a + 15) \geq 0$ $\Rightarrow a^2 - 14a + 49 - 4a^2 + 28a - 60 \geq 0$ $\Leftrightarrow -3a^2 + 14a - 11 \geq 0$ $\Leftrightarrow 3a^2 - 14a + 11 \leq 0$ $\Leftrightarrow (a - 1)(3a - 11) \leq 0$ $\Leftrightarrow 1 \leq a \leq \frac{11}{3}$ * Vậy $a \leq \frac{11}{3}$	

