

Bài I (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{1 + \sqrt{x}}$ và $B = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} - 6} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$

với $x > 0, x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 36$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Với $x \in \mathbb{Z}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = AB$.

Bài II (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Theo kế hoạch, hai xí nghiệp A và B phải làm tổng cộng 720 dụng cụ cùng loại. Trên thực tế do cải tiến kĩ thuật, xí nghiệp A hoàn thành vượt mức 12%, còn xí nghiệp B hoàn thành vượt mức 10% so với kế hoạch. Do đó thực tế cả hai xí nghiệp làm được tổng cộng 800 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch?

Bài III (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $3x^4 - 2x^2 - 40 = 0$
- 2) Cho phương trình $x^2 + (m-1)x - m^2 - 2 = 0$ (1), với m là tham số thực.
 - a) Chứng minh: phương trình (1) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 với mọi giá trị của m .
 - b) Tìm m để biểu thức $T = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^3 + \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^3$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài IV (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn (O) . Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cùng đi qua trực tâm H .

- 1) Chứng minh: Tứ giác $BFEC$ nội tiếp.
- 2) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) .
Chứng minh: tam giác ABD đồng dạng với tam giác AKC và $AB.AC = 2AD.R$.
- 3) Gọi M là hình chiếu vuông góc của C trên AK . Chứng minh: MD song song với BK .
- 4) Giả sử BC là dây cố định của đường tròn (O) còn A di động trên cung lớn BC . Tìm vị trí của điểm A để diện tích tam giác AEH lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm).

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $ab + bc + ac = 3abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$K = \frac{a^2}{c(c^2 + a^2)} + \frac{b^2}{a(a^2 + b^2)} + \frac{c^2}{b(b^2 + c^2)}.$$

----- HẾT -----

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1:

Chữ kí của giám thị 2:

ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG

Môn Toán; Lớp 9; Năm học 2015 – 2016

ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	$x = 36$ (tmdk) $\Rightarrow \sqrt{x} = 6$	0,25
		$A = \frac{\sqrt{x}+2}{1+\sqrt{x}} = \frac{6+2}{1+6} = \frac{8}{7}$ khi $x = 36$.	0,25
	2)	$B = \left(\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}+\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$	0,5
		$= \frac{x+4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$	0,5
	3)	$P = A.B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+1} = 1 + \frac{3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$x > 0; x \in \mathbf{Z} \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x}+1 \geq 2$ $\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+1} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow P = 1 + \frac{3}{\sqrt{x}+1} \leq \frac{5}{2}$ $\max P = \frac{5}{2}$ khi $x = 1$	0,25
Bài II 2,0 điểm		Gọi số dụng cụ mỗi xí nghiệp A và B phải làm theo kế hoạch lần lượt là x, y (dụng cụ, $x, y \in \mathbf{N}^*, x, y < 120$)	0,25
		Vì theo kế hoạch, hai xí nghiệp A và B phải làm tổng cộng 720 dụng cụ cùng loại nên: $x + y = 720$	0,5
		Trên thực tế do cải tiến kĩ thuật, xí nghiệp A hoàn thành vượt mức 12%, còn xí nghiệp B hoàn thành vượt mức 10% so với kế hoạch. Do đó thực tế cả hai xí nghiệp làm được: $1,12x + 1,1y$ dụng cụ Vậy $1,12x + 1,1y = 800$	0,5
		Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 720 \\ 1,12x + 1,1y = 800 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x = 400 \\ y = 320 \end{cases}$ và kết luận.	0,75
Bài III 2,0 điểm	1)	$3x^4 - 2x^2 - 40 = 0 \Leftrightarrow 3x^4 - 12x^2 + 10x^2 - 40 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 4)(3x^2 + 10) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$ (Do $3x^2 + 10 > 0$). Vậy $S = \{\pm 2\}$	0,75
	2a)	Phương trình $x^2 + (m-1)x - m^2 - 2 = 0$ là phương trình bậc hai có hệ số $a.c = -m^2 - 2 < 0 \Rightarrow m$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu x_1, x_2 với mọi giá trị của m .	0,75
	2b)	Theo định lí Vi ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 x_2 = -m^2 - 2 \end{cases}$ Đặt $t = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ thì $t = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{(1-m)^2}{-m^2 - 2} - 2 \leq -2 \forall m$	0,25
		$T = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^3 + \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^3 = \left(\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \right) = t^3 - 3t = t(t^2 - 3)$	0,25

	4)	Tìm vị trí của điểm A để diện tích tam giác AEH lớn nhất.	0,25
		$2S_{VAEH} = AH \cdot d(E, AH)$ mà tam giác AHK có OG là đường trung bình nên $AH=2OG$, O và G không đổi nên độ dài AH không đổi	
		$S_{AEH} = \frac{AE \cdot EH}{2} \leq \frac{AE^2 + EH^2}{4} = \frac{AH^2}{4}$ $\max S_{AEH} = \frac{AH^2}{4}.$ $S_{AEH} \max \Leftrightarrow EA = EH$ $\widehat{E} = 45^\circ \quad \widehat{ACB} = 45^\circ$	0,25
Bài V 0,5 điểm		Có $\frac{a^2}{c(c^2 + a^2)} = \frac{a^2 + c^2 - c^2}{c(c^2 + a^2)} = \frac{1}{c} - \frac{c}{c^2 + a^2} \stackrel{Cauchy}{\geq} \frac{1}{c} - \frac{c}{2\sqrt{c^2 \cdot a^2}} = \frac{1}{c} - \frac{1}{2a}$	0,25
		$\geq \frac{a^2}{c(c^2 + a^2)} \geq \frac{1}{c} - \frac{1}{2a}$	
		Và tương tự $\geq \frac{1}{c} - \frac{1}{2a} + \frac{1}{c} - \frac{1}{2b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{2c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{ab + bc + ca}{2abc} = \frac{3}{2}$ $\geq \text{Min}P = \frac{3}{2}, \text{ xảy ra } \Leftrightarrow a = b = c = 1.$	0,25

Lưu ý: - Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Bài IV: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.