

Câu 1: (2,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{x-9} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{3}{x-3\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$

1. Tính giá trị B khi $x = 25$
2. Rút gọn biểu thức A
3. Tìm giá trị của x để $\frac{B}{A} = \frac{2\sqrt{x}+1}{2}$

Câu 2: (2,0 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 6 giờ bể đầy. Nếu mở vòi 1 chảy một mình trong 3 giờ rồi khóa lại, mở vòi 2 chảy tiếp trong 4 giờ thì lượng nước chảy được bằng 60% bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu sẽ đầy bể?

Câu 3: (1,5 điểm) Cho parabol $y = -x^2$ (P)

1. Điểm $M(-2; -4)$ có thuộc parabol (P) không? Vì sao?
2. Tìm m để hàm số $y = (m+1)x - m^2 + 1$ (d) tiếp xúc với parabol (P).

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm M bất kỳ thuộc đoạn OA (M khác O, A). Tia DM cắt đường tròn (O) tại N.

1. Chứng minh rằng tứ giác OMNC nội tiếp được trong một đường tròn
2. Chứng minh rằng $DM \cdot DN = DO \cdot DC = 2R^2$
3. Tiếp tuyến tại C với đường tròn (O) cắt tia DM tại E, đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE cắt BC tại F. Chứng minh $DF \parallel AN$.
4. Nối B với N cắt OC tại P. Tìm vị trí của điểm M để $\frac{OM}{AM} + \frac{OP}{CP}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 5: (0,5 điểm)

Một quả bóng đá size 4 dùng cho trẻ em từ 8 đến 12 tuổi có kích thước chu vi của nó (chu vi đường tròn lớn) là từ 63cm đến 66cm. Một quả bóng đá size 5 dùng cho trẻ em trên 13 tuổi và cả người lớn có kích thước chu vi của nó (chu vi đường tròn lớn) là từ 69cm đến 71cm. Hãy tính thể tích chênh lệch lớn nhất có thể của hai quả bóng size 4 và size 5 này.