

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN LONG BIÊN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG

Năm học 2017-2018

Môn : Toán 9

Ngày thi : 04/5/2018

Thời gian làm bài 120 phút

(Không kể thời gian giao, phát đề)

Bài I (2,0 điểm) Cho hai biểu thức :

$$P = \frac{a-9}{\sqrt{a}-3} \text{ và } Q = \frac{3}{\sqrt{a}-3} + \frac{2}{\sqrt{a}+3} + \frac{a-5\sqrt{a}-3}{a-9} \text{ với } a \geq 0, a \neq 9$$

- 1) Khi $a = 81$, tính giá trị biểu thức P .
- 2) Rút gọn biểu thức Q .
- 3) Với $a > 9$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = P.Q$

Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Hai đội công nhân làm chung một công việc và dự định 12 ngày thì hoàn thành xong. Nhưng khi làm chung được 8 ngày, thì đội I được điều động đi làm việc khác. Đội II tiếp tục làm nốt phần việc còn lại. Khi làm một mình, do cải tiến cách làm, năng suất của đội II tăng gấp đôi, nên đội II đã hoàn thành xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi đội làm một mình thì sau thời gian bao lâu sẽ hoàn thành công việc trên ?

Bài III (2,0 điểm)

$$\begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases}$$

- 1) Giải hệ phương trình :

- 2) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m+1)x - 2m$

(x là ẩn, m là tham số)

- a) Khi $m=1$. Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P) .

- b) Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$
 Sao cho biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài IV(3,5 điểm): Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) vẽ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (BC là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ, vẽ MI vuông góc với AB, MK vuông góc với AC ($I \in AB, K \in AC$)

- Chứng minh : tứ giác AIMK nội tiếp đường tròn
- Vẽ MP vuông góc với BC ($P \in BC$). Chứng minh : $MPK = MBC$
- Chứng minh rằng : $MI.MK = MP^2$
- Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI.MK.MP$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài V(0,5 điểm) Cho ba số x, y, z không âm và $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3y$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{4}{(y+2)^2} + \frac{8}{(z+3)^2}$

.....**Hết**.....

Lưu ý : Giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

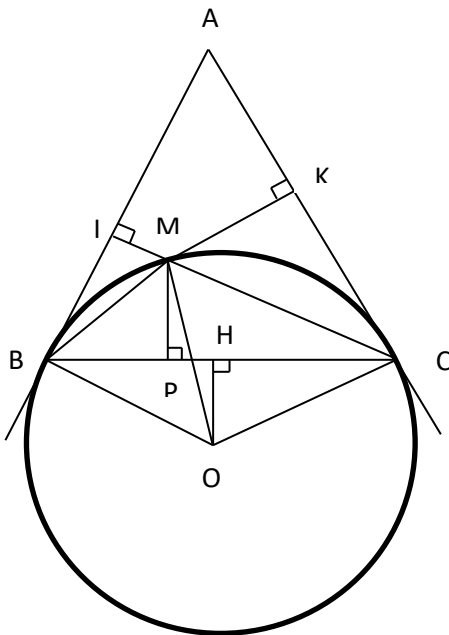
Chữ kí của giám thị 1:.....

Chữ kí của giám thị 2:.....

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	ý	Đáp án	Biểu điểm
Bài I 2 điểm	1)	$a = 81$ (TMĐKXĐ) suy ra $\sqrt{a} = 9$	0,25
		Thay vào biểu thức P tính được $P = 12$	0,5
	2)	Biến đổi $Q = \frac{3(\sqrt{a}+3)+2(\sqrt{a}-3)+a-5\sqrt{a}-3}{a-9}$	0,25
		Rút gọn được $Q = \frac{a}{a-9}$	0,5
	3)	Biến đổi $P.Q = \frac{a}{\sqrt{a}-3} = \sqrt{a}+3 + \frac{9}{\sqrt{a}-3} = (\sqrt{a}-3) + \frac{9}{\sqrt{a}-3} + 6$	0,25
		Đánh giá được $(\sqrt{a}-3) + \frac{9}{\sqrt{a}-3} \geq 2\sqrt{(\sqrt{a}-3) \cdot \frac{9}{\sqrt{a}-3}} = 6$ (vì $a > 9$) Từ đó min $A = 12 \Leftrightarrow a = 36$ (TMĐKXĐ)	0,25
Bài II 2 điểm		Gọi thời gian đội I làm một mình (với năng suất ban đầu) để hoàn thành công việc là x (đơn vị ngày, $x > 12$) Gọi thời gian đội II làm một mình (với năng suất ban đầu) để hoàn thành công việc là y (đơn vị ngày, $y > 12$)	0,25
		Mỗi ngày đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) Mỗi ngày đội II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)	0,25
		8 ngày làm được $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ (công việc)	0,25
		Năng suất mới của đội II là $\frac{2}{y}$ (CV/ngày)	0,25
		Lập luận để có được hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{2}{y} \cdot \frac{7}{2} = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình được nghiệm $x = 28$, $y = 21$ (t/m đk)	0,5
		Kết luận : Với năng suất ban đầu, để hoàn thành công việc, đội I làm trong 28 ngày, đội II làm trong 21 ngày.	0,25
Bài III 2 điểm	1)	ĐKXĐ : $\begin{cases} x \neq 2 \\ y \neq 1 \end{cases}$	0,25

		Đặt ẩn phụ $\frac{1}{x-2}=u; \frac{1}{y-1}=v$ đưa về hệ $\begin{cases} u+v=2 \\ 2u-3v=1 \end{cases}$ Giải được $u=\frac{7}{5}; v=\frac{3}{5}$ Trả lại ẩn ban đầu và giải được $x=\frac{19}{7}; y=\frac{8}{3}$ (TMĐK)	0,25
		Kết luận hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(\frac{19}{7}; \frac{8}{3})$	0,25
	2a	Lập luận để có khi $m=1$ thì hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$	0,25
		Giải phương trình được nghiệm $x_1=1; x_2=2$. Tiếp tục xác định đúng tung độ giao điểm $y_1=1; y_2=4$ KL: Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là : $M(1;1) \quad N(2;4)$	0.25
	2b	Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của pt : $(*) \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + 2m = 0$ Tính được $\Delta = (2m-1)^2$ +) (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow PT(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$ +) Khi đó ta có $T = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 3x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2$ Áp dụng hệ thức Viet cho $PT(*)$ ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2m+1 \\ x_1x_2=2m \end{cases}$ Thay vào biểu thức T $T = (2m+1)^2 - 3.2m$ $T = 4m^2 - 2m + 1 = (2m - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ Lập luận dẫn đến $T_{\min} = \frac{3}{4}$ khi $m = \frac{1}{4}$ (TMĐK)	0,25
			0,25

Bài IV 3,5 điểm	a)	Chứng minh tứ giác $AIMK$ nội tiếp đường tròn .(1.0 điểm)		
			Vẽ hình đúng câu a)	0,25
			Lập luận được $AIM = AKM = 90^0$	0,25
			$\Rightarrow AIM + AKM = 180^0$	0,25
			$\Rightarrow$ Tứ giác $AIMK$ nội tiếp Đường tròn đường kính AM	0,25
	b)	Vẽ MP vuông góc với BC ($P \in BC$) . Chứng minh : $MPK = MBC$ (1 điểm)		
		Tứ giác $CPMK$ có $MPC = MKC = 90^0(gt)$ Suy luận được $CPMK$ là tứ giác nội tiếp.	0,25	
		Suy luận được : $\Rightarrow MPK = MCK(1)$	0,25	
		Vì KC là tiếp tuyến của (O) nên ta có : $MCK = MBC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn MC)(2)	0,25	
		Từ (1) và (2) suy ra $MPK = MBC(3)$	0,25	
	c)	c) Chứng minh rằng : $MI.MK = MP^2$ (1 điểm)		
		C/m tương tự câu b) ta có $BPMI$ là tứ giác nội tiếp	0,25	
		Suy ra $MIP = MBP = MBC(4)$. Từ (3) và (4) suy ra $MPK = MIP$	0,25	
		Tung tự : $MKP = MPI \Rightarrow \Delta MPK \sim \Delta MIP$	0,25	
		$\Rightarrow \frac{MP}{MK} = \frac{MI}{MP} \Rightarrow MI.MK = MP^2$	0,25	
		Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI.MK.MP$ đạt giá trị lớn nhất (0,5 điểm)		

		Từ câu c) suy ra $MI.MK.MP = MP^3$. Do đó $MI.MK.MP$ lớn nhất $\Leftrightarrow MP$ lớn nhất (5)	0,25
	d)	-Gọi H là hình chiếu của O trên BC $\Rightarrow OH$ là hằng số (do BC cố định). Gọi D là giao điểm của MO và BC Ta có : $MP \leq MD; OH \leq OD$ $MP + OH \leq MD + OD = MO \Rightarrow MP + OH \leq R \Rightarrow MP \leq R - OH$. Do đó MP lớn nhất $= R - OH \Leftrightarrow O, H, M$ thẳng hàng (M nằm chính giữa cung nhỏ BC)(6). Từ (5) và (6) $\Rightarrow \max(MI.MK.MP) = (R - OH)^3 \Leftrightarrow M$ nằm chính giữa cung nhỏ BC.	0,25
Bài V 0,5 điểm		Theo bất đẳng thức Cô Si ta có : $(x^2 + 1) + (y^2 + 4) + (z^2 + 1) \geq 2x + 4y + 2z \quad (\text{vì } (x^2 + y^2 + z^2 \leq 3y))$ $\Rightarrow 3y + 6 \geq 2x + 4y + 2z$ $\Rightarrow 6 \geq 2x + y + 2z$ Với hai số $a, b > 0$ chứng minh được $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{8}{(a+b)^2}$ Do đó : $P = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(\frac{y}{2}+1)^2} + \frac{8}{(z+3)^2} \geq \frac{8}{(x+1+\frac{y}{2}+1)^2} + \frac{8}{(z+3)^2}$ $\geq \frac{64.4}{(2x+y+2z+10)^2} \geq \frac{256}{(6+10)^2} = 1$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x=1; y=2, z=1$ Vậy GTNN của $P = 1$ khi và chỉ khi $x=1; y=2, z=1$	0,25
			0,25

Lưu ý :

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25
- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa
- Bài IV : thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $P = \frac{a-9}{\sqrt{a}-3}$ và $Q = \frac{3}{\sqrt{a}-3} + \frac{2}{\sqrt{a}+3} + \frac{a-5\sqrt{a}-3}{a-9}$ với $a \geq 0, a \neq 9$.

- 1) Khi $a=81$, tính giá trị biểu thức P .
- 2) Rút gọn biểu thức Q .
- 3) Với $a > 9$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = P \cdot Q$.

Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai đội công nhân làm chung một công việc và dự định 12 ngày thì hoàn thành xong. Nhưng khi làm chung được 8 ngày, thì đội I được điều động đi làm việc khác. Đội II tiếp tục làm nốt phần việc còn lại. Khi làm một mình, do cải tiến cách làm, năng suất của đội II tăng gấp đôi, nên đội II đã hoàn thành xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi đội làm một mình thì sau thời gian bao lâu sẽ hoàn thành công việc trên?

Bài III (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases}$$

- 2) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m+1)x - 2m$

(x là ẩn, m là tham số)

- a) Khi $m=1$, Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P).

- b) Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$

sao cho biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài IV (3,5 điểm)

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) vẽ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ, vẽ MI vuông góc với AB, MK vuông góc với AC ($I \in AB, K \in AC$).

- a) Chứng minh: tứ giác AIMK nội tiếp đường tròn.

- b) Vẽ MP vuông góc với BC ($P \in BC$). Chứng minh: $\widehat{MPK} = \widehat{MBC}$.

- c) Chứng minh rằng: $MI \cdot MK = MP^2$

- d) Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI \cdot MK \cdot MP$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm) Cho ba số x, y, z không âm và $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3y$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{4}{(y+2)^2} + \frac{8}{(z+3)^2}$.

.....Hết.....

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:

Chữ ký của giám thị 1:

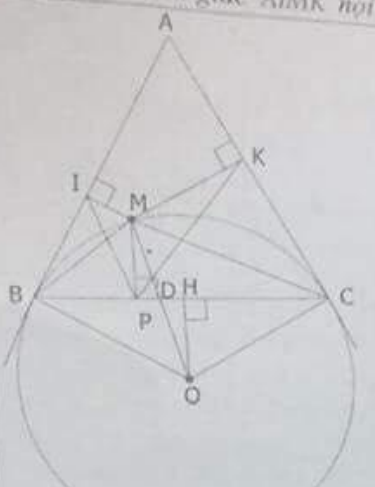
Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 2:

Bài	Y	ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHẤM	Biểu điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	$a = 81$ (TM ĐKXD) suy ra $\sqrt{a} = 9$.	0,25
		Thay vào biểu thức P tính được $P = 12$.	0,5
	2)	Biến đổi $Q = \frac{3(\sqrt{a}+3)+2(\sqrt{a}-3)+a-5\sqrt{a}-3}{a-9}$	0,25
		Rút gọn về được $Q = \frac{a}{a-9}$.	0,5
	3)	Biến đổi $P.Q = \frac{a}{\sqrt{a}-3} = \sqrt{a}+3 + \frac{9}{\sqrt{a}-3} = (\sqrt{a}-3) + \frac{9}{\sqrt{a}-3} + 6$	0,25
		Đánh giá được $(\sqrt{a}-3) + \frac{9}{\sqrt{a}-3} \geq 2\sqrt{(\sqrt{a}-3) \cdot \frac{9}{\sqrt{a}-3}} = 6$ (vì $a > 9$) Từ đó tìm $A = 12 \Leftrightarrow a = 36$ (TM ĐKXD).	0,25
Bài II 2,0 điểm		Gọi thời gian đội I làm một mình (với năng suất ban đầu) để hoàn thành công việc là x (đơn vị ngày, $x > 12$)	0,25
		Gọi thời gian đội II làm một mình (với năng suất ban đầu) để hoàn thành công việc là y (đơn vị ngày, $y > 12$)	
		Mỗi ngày đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)	0,25
		Mỗi ngày đội II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)	
		8 ngày làm được $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ (công việc).	0,25
		Năng suất mới của đội II là $\frac{2}{y}$ (CV/ngày)	0,25
		Lập luận để có được hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình được nghiệm $x=28, y=21$ (t/m đk)	0,5
		Kết luận: Với năng suất ban đầu, để hoàn thành công việc, đội I làm trong 28 ngày, đội II làm trong 21 ngày.	0,25
Bài III 2,0 điểm	1)	ĐKXD: $\begin{cases} x \neq 2 \\ y \neq 1 \end{cases}$	0,25

	Đặt ẩn phụ $\frac{1}{x-2}=u; \frac{1}{y-1}=v$ đưa về hệ $\begin{cases} u+v=2 \\ 2u-3v=1 \end{cases}$ Giải hệ được $u=\frac{7}{5}; v=\frac{3}{5}$ Trả lại ẩn ban đầu và giải được $x=\frac{19}{7}; y=\frac{8}{3}$ (TMDK) Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(\frac{19}{7}; \frac{8}{3})$	0,25
2a	Lập luận để có khi $m=1$ thì hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của pt $x^2 - 3x + 2 = 0$ Giải PT được nghiệm $x_1=1; x_2=2$. Tiếp tục xác định đúng tung độ giao điểm $y_1=1; y_2=4$ KL: Tọa độ giao điểm của (d) và (P) là: M(1;1) N(2;4)	0,25
2b	Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của pt: $(*) \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + 2m = 0$ Tính được $\Delta = (2m-1)^2$ +) (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$ +) Khi đó ta có $T = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 3x_1x_2$ $= (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2$ Áp dụng hệ thức Viet cho PT (*) ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1x_2 = 2m \end{cases}$ Thay vào biểu thức T $T = (2m+1)^2 - 3.2m$ $T = 4m^2 - 2m + 1 = \left(2m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ Lập luận dẫn đến $T_{\min} = \frac{3}{4}$ khi $m = \frac{1}{4}$ (TMDK)	0,25

Bài IV
3,5
điểm

a)	Chứng minh: tứ giác AIMK nội tiếp đường tròn. (1,0 điểm)	
		0,25
	Vẽ hình đúng câu a)	0,25
	Lập luận được	0,25
	$\angle AIM = \angle AKM = 90^\circ$ (gt)	0,25
	$\Rightarrow \angle AIM + \angle AKM = 180^\circ$	
	$\Rightarrow$ tứ giác AIMK nội tiếp đường tròn đường kính AM.	0,25

Bài V
0,5
điểm

	$(x^2+1)+(y^2+4)+(z^2+1) \geq 2x+4y+2z$ $\Rightarrow 3y+6 \geq 2x+4y+2z \quad (\text{vì } x^2+y^2+z^2 \leq 3y)$ $\Rightarrow 6 \geq 2x+y+2z$ Với hai số $a, b > 0$ chứng minh được: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{8}{(a+b)^2}$ Do đó: $P = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{\left(\frac{y}{2}+1\right)^2} + \frac{8}{(z+3)^2} \geq \frac{8}{\left(x+1+\frac{y}{2}+1\right)^2} + \frac{8}{(z+3)^2}$ $\geq \frac{64}{(2x+y+2z+10)^2} \geq \frac{256}{(6+10)^2} = 1$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 1, y = 2, z = 1$ Vậy GTNN của $P = 1$ khi và chỉ khi $x = 1, y = 2, z = 1$	0,25
--	---	------

Lưu ý: - Điểm toàn bài để lại đến 0,25.

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Bài IV: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.