

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài I (2,0 điểm). Cho biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}-3} \right) : \frac{3}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

- 1) Rút gọn biểu thức A
- 2) Tìm x để $A = \frac{5}{6}$
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A

Bài II (2,0 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 8 giờ. Nếu mỗi đội làm một mình xong công việc đó, đội thứ nhất cần ít thời gian hơn so với đội thứ hai là 12 giờ. Hỏi mỗi đội làm một mình xong công việc đó trong bao lâu?

Bài III (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} |x+5| - \frac{2}{\sqrt{y}-2} = 4 \\ |x+5| + \frac{1}{\sqrt{y}-2} = 3 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$

a) Giải phương trình khi $m = 4$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 4\sqrt{x_1 \cdot x_2}$

Bài IV (3,5 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R và AH là đường cao của tam giác ABC. Gọi M, N thứ tự là hình chiếu của H trên AB, AC

- 1) Chứng minh tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh $\widehat{ABC} = \widehat{ANM}$
- 3) Chứng minh OA vuông góc với MN
- 4) Cho biết $AH = R\sqrt{2}$. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm). Cho a, b > 0 thỏa mãn $a + b \leq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{a(b+1)} + \sqrt{b(a+1)}$$

----- Hết -----

Thứ tự	Đáp án	Điểm
Bài I (2 điểm)	1) Rút gọn: A với $x \geq 0; x \neq 9$	0,75
	$A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}-3} \right) : \frac{3}{\sqrt{x}-3}$ $= \left(\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{3}$ $= \frac{2\sqrt{x} + \sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{3}$ $= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$	0,25 0,25 0,25
	2) Tìm x để $A = \frac{5}{6}$	0,75
	$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} = \frac{5}{6}$ $\Leftrightarrow 6(\sqrt{x}+1) = 5(\sqrt{x}+3)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} = 9$ $\Leftrightarrow x = 81 \text{ (tmđk)}$	0,25 0,25 0,25
	3) Tìm GTNN của A	0,5
	$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ Do $x \geq 0 \Leftrightarrow A \geq \frac{1}{3}$ với mọi x thỏa mãn đkxđ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x=0$ tm đk Vậy GTNN của A: $\min A = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x=0$	0,25 0,25

Bài II (2 điểm)	Gọi thời gian đội thứ nhất làm một mình xong việc là x (đv: giờ, x >8) Vậy thời gian đội thứ hai làm một mình xong việc là x+12 (giờ) Mỗi giờ đội thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) Mỗi giờ đội thứ hai làm được $\frac{1}{x+12}$ (công việc) Theo bài ra, mỗi giờ cả hai đội làm được $\frac{1}{8}$ công việc nên ta có phương trình : $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+12} = \frac{1}{8}$	0,25
		0,75
	Giải phương trình ta được x=-8(ktmđk); x=12 (TMĐK) Vậy thời gian đội thứ nhất làm một mình xong việc là 12 giờ; thời gian đội thứ hai làm một mình xong việc là 24 giờ.	0,25
		0,5
		0,25
Bài III (2 điểm)		
1) 1 điểm	Giải Hệ PT $\begin{cases} x+5 - \frac{2}{\sqrt{y}-2} = 4 \\ x+5 + \frac{1}{\sqrt{y}-2} = 3 \end{cases}$	
	Đk: $y \geq 0; y \neq 4$ Đặt $a= x+5 ; b = \frac{1}{\sqrt{y}-2}$, Đk: $a \geq 0$	0,25
	Giải HPT: $\begin{cases} a - 2b = 4 \\ a + b = 3 \end{cases}$ được $a = \frac{10}{3}; b = \frac{-1}{3}$	0,5
	Giải được $x \in \left\{ \frac{-5}{3}; \frac{-25}{3} \right\}$; và do $\sqrt{y} = -1$ nên không có y thỏa mãn KL: Hệ phương trình vô nghiệm (Nếu HS nhận thấy không có y t/m nên HPT vô nghiệm mà không cần tìm x vẫn cho 0,25)	0,25
2) 1 điểm	Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$	
a)	Giải PT khi m=4	
	Với m=4, giải PT: $x^2 - 10x + 16$ được $x \in \{2; 8\}$	0,5
b)	PT đã cho có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{2}$ Theo Vi-et có $x_1 + x_2 = 2(m+1); x_1 \cdot x_2 = m^2$	0,25
	Xét $x_1^2 + x_2^2 = 4\sqrt{x_1 \cdot x_2} \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 4\sqrt{x_1 \cdot x_2}$ $4(m+1)^2 - 2m^2 = 4\sqrt{m^2} \Leftrightarrow 2m^2 + 8m + 4 - 4 m = 0$ TH1: $\frac{-1}{2} < m < 0 \Rightarrow m^2 + 6m + 2 = 0$ $\Leftrightarrow m_1 = -3 - \sqrt{7}$ (loại do ktmđk); $m_2 = -3 + \sqrt{7}$ (tmđk) TH2: $m > 0 \Rightarrow m^2 + 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow$ không có m thỏa mãn Vậy $m = -3 + \sqrt{7}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.	0,25

