

Bài 1. (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+12}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{A}{B}$

Bài 2. (2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một công nhân dự định làm 33 sản phẩm trong thời gian đã định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 62 sản phẩm. Do vậy mặc dù người đó đã làm tăng mỗi giờ 3 sản phẩm song vẫn hoàn thành chậm hơn dự định 1 giờ 30 phút. Tính năng suất dự định.

Bài 3. (2 điểm) 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-3} - \frac{1}{y+1} = 1 \\ \sqrt{x-3} + \frac{2}{y+1} = 5 \end{cases}$$

2) Cho Parabol $y = x^2$ (P) và đường thẳng $y = mx - m + 1$ (d).

- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) với $m = -3$.
- Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2$.

Bài 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O; R), đường kính AB vuông góc với dây cung MN tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn (O; R) sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O; R) tại điểm K khác A, hai dây MN và BK cắt nhau ở E.

- Chứng minh rằng AHEK là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $CA \cdot CK = CE \cdot CH$
- Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia MK tại F. Chứng minh $\triangle NFK$ cân.
- Giả sử $KE = KC$. Chứng minh $OK \parallel MN$

Bài 5. (0,5 điểm) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác biết:

$$a + b - c > 0; b + c - a > 0; c + a - b > 0$$

Chứng minh:
$$\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ KIỂM TRA TOÁN 9

Ngày 09/04/2018

Bài 1. (2 điểm):

a) Thay $x = 9$ (TMĐK) vào A ta có: $A = \frac{9+12}{\sqrt{9}-1} = \frac{21}{3-1} = \frac{21}{2}$ (0,5 đ)

Vậy $x = 9$ thì $A = \frac{21}{2}$

b) $B = \frac{3+\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ (0,25 đ)

$$= \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{1}$$

(0,25 đ)

$$= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$$

(0,25 đ)

c) Tính được $M = \frac{A}{B} = \frac{x+12}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = \frac{x+12}{\sqrt{x}+2}$ (0,25 đ)

$$M = \frac{x+12}{\sqrt{x}+2} = \frac{x-4+16}{\sqrt{x}+2} = \sqrt{x}-2 + \frac{16}{\sqrt{x}+2} = \left(\sqrt{x}+2 + \frac{16}{\sqrt{x}+2} \right) - 4 \geq 2\sqrt{16} - 4 = 4$$

(0,25 đ)

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}+2 = \frac{16}{\sqrt{x}+2} \Leftrightarrow x = 4$ (TMĐK)

(0,25 đ)

Vậy min $M = 4$ khi $x = 4$.

Bài 2: (2 điểm)

Gọi năng suất dự định của người công nhân là x (sản phẩm/giờ) (ĐK $x \in \mathbb{Q}^*$) (0,25 đ)

Năng suất thực tế của người công nhân là $x+3$ (sản phẩm/giờ) (0,25 đ)

Thời gian dự định làm xong 33 sản phẩm là $\frac{33}{x}$ (giờ) (0,25đ)

Thời gian thực tế làm xong 62 sản phẩm là $\frac{62}{x+3}$ (giờ) (0,25đ)

Lập luận ra được phương trình $\frac{62}{x+3} - \frac{33}{x} = \frac{3}{2}$ (0,25đ)

Biến đổi về phương trình $3x^2 - 49x + 198 = 0$ (0,25đ)

Giải phương trình được $x_1 = 9$ (TM); $x_2 = \frac{22}{3}$ (loại) (0,25 đ)

Vậy năng suất dự kiến là 9 sản phẩm/ giờ (0,25đ)

Bài 3 (2 điểm)

a) ĐK: $x \geq 3; y \neq 0$

Đặt $a = \sqrt{x-3}$ ($a \geq 0$), $b = \frac{1}{y}$. Hệ trở thành: $\begin{cases} 3a - b = 1 \\ a + 2b = 5 \end{cases}$ (0,25 đ)

Giải hệ được: $a = 1; b = 2$ (0,25 đ)

Suy ra $x = 4$ (TMĐK); $y = \frac{-3}{2}$ (TMĐK), kết luận. (0,25 đ)

a) Thay $m = -3$, có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$+) x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(1;1)$$

$$+) x = -4 \Rightarrow y = 16 \Rightarrow B(-4;16)$$

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$x^2 - mx + m - 1 = 0$$

Ta có : $a = 1 \neq 0 \forall m$

$$\Delta = m^2 - 4m + 4 = (m - 2)^2$$

Để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt. $\Rightarrow$ PT có hai nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow (m - 2)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m \neq 2$$

Theo đề bài: $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - (x_1 + x_2) = 0$$

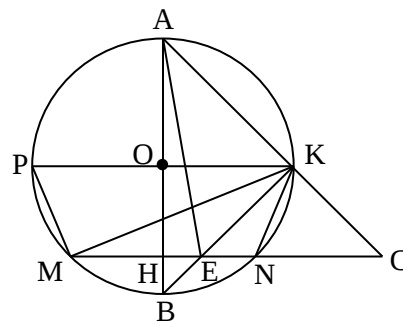
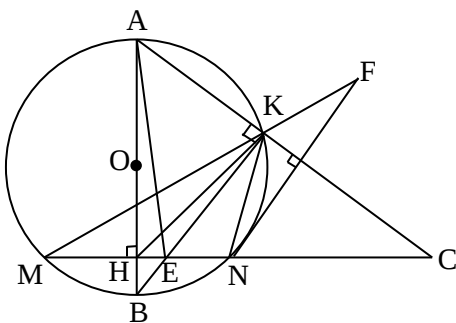
$$\Leftrightarrow m^2 - 2(m - 1) - m = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(\text{TM}) \\ m = 2(\text{L}) \end{cases}$$

Bài 4. (3,5 điểm):

Hình vẽ đúng đến câu a)



a) Ta có: $\angle AHE = 90^\circ$ (theo giả thiết $AB \perp MN$)

$\angle AKE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle AHE + \angle AKE = 180^\circ$. Vậy tứ giác AHEK là tứ giác nội tiếp. (Tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Xét hai tam giác CAE và CHK:

+ Có góc C chung

+ $\angle EAC = \angle EHK$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EK)

Suy ra $\triangle CAE \sim \triangle CHA$ (g - g)

Suy ra $CA \cdot CK = CE \cdot CH$

Hoặc cm $\triangle CKE \sim \triangle CHA$ (g – g)

c) Do đường kính AB vuông góc MN nên B là điểm chính giữa cung MN
Suy ra $MKB = NKB$ (1) (0,25 đ)

Lại có $BK \parallel NF$ (vì cùng vuông góc với AC) nên $\begin{cases} NKB = KNF(2) \\ MKB = MFN(3) \end{cases}$ (0,25 đ)

Từ (1), (2), (3) suy ra $MFN = KNF \Leftrightarrow KFN = KNF$. Vậy $\triangle KNF$ cân tại K. (0,25đ)

d) Ta có $AKB = 90^\circ \Rightarrow BKC = 90^\circ \Rightarrow \triangle KEC$ vuông tại K.
Theo giả thiết ta lại có $KE = KC$ nên tam giác KEC vuông cân tại K (0,25 đ)

$$BEH = KEC = 45^\circ \Rightarrow OBK = 45^\circ$$

Mặt khác vì tam giác OBK cân tại O (do $OB = OK = R$) nên suy ra tam giác OBK vuông cân tại O dẫn đến $OK \parallel MN$ (cùng vuông góc với AB) (0,25 đ)

Bài 5. (0,5 điểm)

Áp dụng bất đẳng thức Côsi

Với $x > 0, y > 0$ ta có $x + y \geq 2\sqrt{xy}$

$$(x + y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow \frac{x + y}{xy} \geq \frac{4}{x + y}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x + y} (*) \quad \text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x = y$$

Áp dụng BĐT (*) ta có:

$$\frac{1}{a + b - c} + \frac{1}{b + c - a} \geq \frac{4}{a + b - c + b + c - a} = \frac{4}{2b} = \frac{2}{b} (1) \quad (0,25 \text{ đ})$$

$$\text{Tương tự: } \frac{1}{c + a - b} + \frac{1}{b + c - a} \geq \frac{2}{c} (2)$$

$$\frac{1}{c + a - b} + \frac{1}{a + b - c} \geq \frac{2}{a} (3)$$

Cộng (1), (2), (3) về với về ta có:

$$\frac{1}{a + b - c} + \frac{1}{b + c - a} + \frac{1}{c + a - b} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$ (0,25 đ)