

**UBND QUẬN HOÀN KIẾM
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
MÔN TOÁN 9**

Năm học: 2017 - 2018

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm): Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$

và $x \neq 1$

1) Tính giá trị của A khi $x = \frac{9}{4}$

2) Rút gọn B

3) Với $x \in \mathbb{Q}$ và $x \neq 1$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$

Bài II (2,0 điểm): *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Nhà bạn Mai có một mảnh vườn, được chia thành nhiều luống, mỗi luống trồng số lượng cây bắp cải như nhau. Mai tính rằng nếu tăng thêm 7 luống nhưng mỗi luống trồng ít đi 2 cây thì số lượng cây bắp cải toàn vườn giảm 9 cây; còn nếu giảm đi 5 luống nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số cây bắp cải toàn vườn sẽ tăng thêm 15 cây. Hỏi vườn nhà Mai hiện trồng tổng cộng bao nhiêu cây bắp cải?

Bài III (2,0 điểm):

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{9}{\sqrt{2x-1}} - \frac{3}{y+1} = 2 \\ \frac{4}{\sqrt{2x-1}} - \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$$

2) Cho đường thẳng $d: y = 2x + m^2 - 1$ và parabol $(P): y = x^2$ (với m là tham số) trong mặt phẳng tọa độ Oxy

a) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tìm m để độ dài đoạn thẳng HK bằng 3 (đơn vị độ dài)

Bài IV (3,5 điểm): Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$; C là điểm bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho C khác A và $AC < CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho

$\angle COD = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AD và BC, F là giao điểm của AC và BD.

1) Chứng minh CEDF là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh $FC.FA = FD.FB$

3) Gọi I là trung điểm của EF. Chứng minh IC là tiếp tuyến của (O)

4) Hỏi khi C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, E thuộc đường tròn cố định nào?

Bài V (0,5 điểm): Cho hai số thực dương x và y thỏa mãn $\frac{x}{2} + \frac{y}{8} \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $K = \frac{x}{y} + \frac{2y}{x}$

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN 9 QUẬN HOÀN KIẾM
NĂM HỌC: 2017 - 2018

Bài	Ý	Đáp án - Hướng dẫn chấm	Điểm
I	1)	Tính giá trị của A	0,75
		Thay $x = \frac{9}{4}$ (TMĐK: $x \geq 0$ và $x \neq 1$) vào A ta được $A = \frac{\sqrt{\frac{9}{4}} + 1}{\sqrt{\frac{9}{4}} - 1}$	0,25
		Tìm được A = 5 và kết luận	0,5
	2)	Rút gọn B	0,75
		Biến đổi $B = \frac{\sqrt{x} + 1 + \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{2\sqrt{x} + 1}$	0,25
		Tìm được c B = $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ và kết luận	0,5
	3)	Tìm giá trị lớn nhất của P	0,5
		Tìm được $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$	0,25
		Tìm được c $P_{\max} = 2 + \sqrt{2}$ tại $x = 2$ và kết luận	0,25
		Gợi ý: Giáo viên có thể khai thác thêm bằng câu hỏi: "Với $x \in \square$ và $x \neq 1$, hãy tìm giá nhỏ nhất của $P = A.B$ " trong khi chữa bài kiểm tra cho học sinh	
II		Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình	2,0
		Gọi số luống ban đầu là a (luống, $a > 5$) và số cây bắp cải trồng mỗi luống ban đầu là b (cây, $x > 2$)	0,5
		Số bắp cải trong vườn nhà Mai là ab (cây)	0,25
		Vì khi tăng thêm 7 luống và mỗi luống trồng ít đi 2 cây thì số cây bắp cải trong vườn giảm 9 cây nên ta có: $(a + 7)(b - 2) = ab - 9$	0,25
		Vì giảm đi 5 luống và mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số bắp cải toàn vườn sẽ tăng thêm 15 cây nên ta có: $(a - 5)(b + 2) = ab + 15$	0,25
		Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (a + 7)(b - 2) = ab - 9 \\ (a - 5)(b + 2) = ab + 15 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ ta được $\begin{cases} a = 50 \\ b = 15 \end{cases}$ và kết luận	0,5

III	1)	Giải hệ phương trình	1,0
		ĐKXD: $x \geq \frac{1}{2}; y = -1$	0,25
		Đặt $\frac{1}{\sqrt{2x-1}} = a; \frac{1}{y+1} = b$, ta có: $\begin{cases} 9a - 3b = 2 \\ 4a - b = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải ra được $a = b = \frac{1}{3}$	0,25
		Từ đó tìm được $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$ và kết luận	0,25
	2)	Đường thẳng và parabol	1,0
	a)	Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt	0,5
		Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P): $x^2 - 2x - (m^2 - 1) = 0$ d và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$	0,25
		Tìm được $m \neq 0$ và kết luận	0,25
		Tìm m để HK bằng 3	0,5
	b)	Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm Ta có: $HK = x_1 - x_2 = 3$ nên $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9$ với $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = 1 - m^2 \end{cases}$	0,25
		Tìm được $m = \pm \frac{3}{2}$ và kết luận	0,25
		Lưu ý: - Học sinh có thể sử dụng công thức nghiệm để tìm được $x_1 = 1 - m$ và $x_2 = 1 + m$ - Học sinh dễ mắc sai lầm ở ý a) khi ra kết quả với mọi m và ở ý b) khi nghĩ rằng $HK = x_2 - x_1 = 3$	

		$\Rightarrow TE = OI = R\sqrt{2}$ (Vì ICOD là hình vuông cạnh E) Vậy E thuộc $(T; R\sqrt{2})$	0,25
IV		Tìm giá trị nhỏ nhất của K	0,5
		Áp dụng bất đẳng thức Cauchy $2 \geq \frac{x}{2} + \frac{8}{y} \geq 2\sqrt{\frac{x}{2} \cdot \frac{8}{y}} = 4\sqrt{\frac{x}{y}} \Rightarrow 0 < t = \frac{x}{y} \leq \frac{1}{4}$	0,25
		Ta có: $K = t + \frac{2}{t} = \left(32t + \frac{2}{t}\right) - 31t \geq 2\sqrt{32t \cdot \frac{2}{t}} - 31 \cdot \frac{1}{4} = \frac{33}{4}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$ hay $x = 2; y = 8$ Vậy $K_{\min} = \frac{33}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$	0,25
		Lưu ý: - Học sinh có thể tách như sau: $K = \left(1 + \frac{1}{16t}\right) + \frac{31}{16t} \geq 2\sqrt{t \cdot \frac{1}{16t}} + \frac{31}{16 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{33}{4}$ - Ý tưởng của bài toán là phương pháp dồn biến từ hai biến x, y về một biến $t = \frac{x}{y}$ và điểm rơi tại các biến $2 = \frac{x}{2} + \frac{8}{y}$ và $t = \frac{1}{4}$ - Giáo viên cần quan tâm rèn luyện cho học sinh tư tưởng của phương pháp dồn biến, điểm rơi Cauchy... vì đây là các dạng toán quan trọng, quen thuộc trong các câu V đề thi vào lớp 10 môn Toán những năm gần đây.	

Lưu ý:

- Học sinh có các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa
- Bài IV: Học sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó
- Tổng điểm bài kiểm tra làm tròn đến 0,5
- Giáo viên cần chữa bài kiểm tra cho học sinh đồng thời hướng dẫn học sinh cách suy nghĩ làm các câu khó.