

Chuyên đề: Lũy thừa

A/ Lũy thừa

I/ Lý thuyết

1. Lũy thừa bậc n của a là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a :

$$a^n = \underbrace{a.a.a \dots a}_{n \text{ thừa số}} \quad (a \neq 0)$$

2. Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

3. Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và trừ các số mũ:

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

4. Quy ước $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

5. Lũy thừa của một tích: $(a.b)^n = a^n \cdot b^n$

6. Lũy thừa của một lũy thừa: $(a^m)^n = a^{m.n}$

7. Số chính phương là bình phương của một số tự nhiên.

II/ Bài tập

Bài 1: Viết gọn các tích sau bằng cách dùng lũy thừa:

a) $5.5.5.5.$

c) $2.4.10.5$

e) $3.5.15.45$

b) $7.35.7.25$

d) $2.3.8.12.24$

f) $x.x.y.y.x.y.x$

Bài 2: Trong các số sau đây số nào là lũy thừa của một số tự nhiên với số mũ lớn hơn 1:

4; 9; 15; 64; 81; 125; 1331

Bài 3: Dùng lũy thừa để viết các số sau:

a) $\underbrace{600 \dots 00}_{21 \text{ chữ số } 0}$

b) $\underbrace{1600 \dots 00}_{25 \text{ chữ số } 0}$

$$\text{c) } \underbrace{2100..00}_{27 \text{ chữ số } 0}$$

$$\text{d) } \underbrace{4900..00}_{49 \text{ chữ số } 0}$$

Bài 4: Viết các kết quả sau dưới dạng một lũy thừa

$$\text{a) } 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4$$

$$\text{f) } 6^5 : 6^2$$

$$\text{b) } 8^7 : 8^3$$

$$\text{g) } 49^3 : 7^9$$

$$\text{c) } 4^2 : 2^7$$

$$\text{h) } a^{12} : a^8$$

$$\text{d) } 125 : 5^3$$

$$\text{i) } a^9 \cdot a^7$$

$$\text{e) } 7^5 : 343$$

$$\text{j) } (ab)^6 : b^6 (b \neq 0)$$

Bài 5: Viết kết quả dưới dạng lũy thừa:

$$\text{a) } 3^3 \cdot 18 - 3^3 \cdot 15$$

$$\text{b) } 3^6 \cdot 3^2 + 2 \cdot 81^2$$

$$\text{c) } (6^3 \cdot 8^4) : 12^3$$

$$\text{d) } 8^3 \cdot 3^2 - 8^3$$

B/ Các phép tính với lũy thừa

I/ Lý thuyết

1. Thứ tự thực hiện các phép tính

a) Thứ tự thực hiện các phép tính trong biểu thức có dấu ngoặc:

$$() \rightarrow [] \rightarrow \{ \}$$

b) Thứ tự thực hiện phép tính trong biểu thức không có chứa dấu ngoặc:

$$\text{Lũy thừa} \rightarrow \text{Nhân chia} \rightarrow \text{Cộng trừ}$$

2. Tính chất chia hết của một tổng

a) Nếu tất cả các số hạng của một tổng đều chia hết cho cùng một số thì tổng chia hết cho số đó:

$$a : m, b : m, c : m \rightarrow a + b + c : m$$

b) Nếu chỉ có một số hạng của tổng không chia hết cho một số, còn các số hạng còn lại đều chia hết cho số đó thì tổng không chia hết cho số đó:

$$a \not: m, b : m, c : m \rightarrow a + b + c \not: m$$

II/ Bài tập

Bài 1: Thực hiện các phép tính sau:

- a) $2^3 \cdot 15 - [115 - (12 - 5)^2]$;
- b) $30 : \{175 : [355 - (135 + 37 \cdot 5)]\}$;
- c) $4 \cdot 5^2 - 81 : 3^2$;
- d) $3^2 \cdot 22 - 3^3 \cdot 19$;
- e) $2^4 \cdot 5 - [131 - (13 - 4)^2]$;
- f) $100 : \{250 : [450 - (4 \cdot 5^3 - 2^2 \cdot 25)]\}$;

Bài 2: Tìm số tự nhiên x, biết:

- a) $100 - 7(x - 5) = 58$
- b) $12(x - 1) : 3 = 4^3 + 2^3$
- c) $24 + 5x = 7^5 : 7^3$
- d) $5x - 206 = 2^4 \cdot 4$
- e) $5 \cdot 3^{x+1} = 135$
- f) $3^x \cdot 2 + 15 = 33$
- g) $(9 - x)^3 = 216$
- h) $(5^2 + 3^2) \cdot x + (5^2 - 3^2) \cdot x - 40 \cdot x = 10^2$
- i) $(2x + 1)^3 = 125$
- j) $(x - 5)^4 = (x - 5)^6$
- k) $x^{15} = x$
- l) $(2x - 15)^5 = (2x - 15)^3$

Bài 3: Tính giá trị của biểu thức

a) $\frac{72^3 \times 54^2}{108^4}$

b) $\frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}$

c) $\frac{2^{10} \cdot 13 + 2^{10} \cdot 65}{2^8 \cdot 104}$

d) $\frac{11 \cdot 3^2 \cdot 3^7 - 9^{15}}{(2 \cdot 3^{14})^2}$

Bài 4: Tính nhanh

a) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{62} + 2^{63}$

b) $S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{19} + 3^{20}$

c) $S = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{49}$

C/ So sánh hai lũy thừa

I/ Lý thuyết

1. Để so sánh hai lũy thừa, ta thường đưa chúng về dạng hai lũy thừa có cùng cơ số (lớn hơn 1) hoặc có cùng số mũ (lớn hơn 0) rồi mới so sánh.

Nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$, hoặc nếu $a^n = b^n$ thì $a = b$,

Nếu $m > n$ thì $a^m > a^n$ ($a > 1$)

Nếu $a > b$ thì $a^n > b^n$ ($n > 0$)

2. Tính chất đơn điệu của phép nhân: Nếu $a < b$ thì $a.c < b.c$ (với c khác 0)

II/ Bài tập

Bài 1: So sánh

a) 27^{11} và 81^8

b) 5^{36} và 11^{24}

c) 5^{23} và 6.5^{22}

d) 31^{11} và 17^{14}

e) 625^5 và 125^7

f) 2^{100} và 1024^9

g) 125^{80} và 25^{118}

h) 9^{12} và 27^7

i) 10^{30} và 1000^{20}

j) 10^{30} và 2^{100}

k) 5^{40} và 620^{10}

l) 5^{300} và 3^{453}

m) 13^{40} và 2^{161}

Bài 2: Tìm x

a) $16^x < 128^4$

b) $81^x > 27^4$

