

Câu I. (2,5 điểm)

- Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$
- Rút gọn biểu thức $P = \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0$

Câu II. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1), với m là tham số

- Giải phương trình (1) với $m = 2$.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m . Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), lập phương trình bậc hai nhận $x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2$ và $x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2$ là nghiệm.

Câu III. (1,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.

Một nhóm gồm 15 học sinh (cả nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm, biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

Câu IV. (3,5 điểm)

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Lấy điểm C trên cung nhỏ AB (C không trùng với A và B). Từ điểm C kẻ CD vuông góc với AB, CE vuông góc với MA, CF vuông góc với MB ($D \in AB, E \in MA, F \in MB$). Gọi I là giao điểm của AC và DE, K là giao điểm của BC và DF . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $ADCE$ nội tiếp một đường tròn.
- Hai tam giác CDE và CFD đồng dạng.
- Tia đối của CD là tia phân giác của góc $\widehat{ECF}$.
- Đường thẳng IK song song với đường thẳng AB .

Câu 5. (1,0 điểm)

- Giải phương trình $(x^2 - x + 1)(x^2 + 4x + 1) = 6x^2$.
- Cho bốn số thực dương x, y, z, t thỏa mãn $x + y + z + t = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{(x+y+z)(x+y)}{xyzt}$.

-----Hết-----

(Đề này gồm có 01 trang)

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu I (2,5đ)	1)	$\begin{cases} 2x = 4 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là (2; 3).	1.0
	2)	$P = \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{x-2-\sqrt{x}-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ Vậy $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$.	1.5
Câu II (2,0đ)	1)	Khi $m = 2$, ta có phương trình: $x^2 - 4x + 3 = 0$ Vì $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 3$ Vậy khi $m = 2$ thì phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 3$.	0.75
		$\Delta' = 1 > 0 \forall m$ $\Rightarrow$ Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt	0.5
	2)	Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$ Biến đổi phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 = 1$ $\Rightarrow x^3 - 2mx^2 + m^2x = x$ $\Leftrightarrow x^3 - 2mx^2 + m^2x - 2 = x - 2$ Vì x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình nên: $(x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2) + (x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2) = (x_1 - 2) + (x_2 - 2)$ $= x_1 + x_2 - 4 = 2m - 4$ $(x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2) \cdot (x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2) = (x_1 - 2) \cdot (x_2 - 2)$ $= x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 = m^2 - 1 - 2 \cdot 2m + 4 = m^2 - 4m + 3$ $\Rightarrow$ Phương trình cần lập là: $x^2 - (2m - 4)x + m^2 - 4m + 3 = 0$.	0.75
Câu III (1,0đ)		Gọi số học sinh nam là x ($x \in \mathbb{N}^*; x < 15$) $\Rightarrow$ Số học sinh nữ là $15 - x$. Mỗi bạn nam trồng được $\frac{30}{x}$ (cây), mỗi bạn nữ trồng được $\frac{36}{15-x}$ (cây). Vì mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây nên ta có	1.0

		phương trình: $\frac{30}{x} - \frac{36}{15-x} = 1$ Giải phương trình được: $x_1 = 75$ (loại) ; $x_2 = 6$ (nhận) Vậy nhóm có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ.	
Câu IV (3,5đ)			0.25
	1)	Tứ giác ADCE có: $\angle ADC = 90^\circ$ ($CD \perp AB$) $\angle AEC = 90^\circ$ ($CE \perp MA$) $\Rightarrow \angle ADC + \angle AEC = 180^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác ADCE nội tiếp	1.0
	2)	Tứ giác ADCE nội tiếp $\Rightarrow A_1 = D_1$ và $A_2 = E_1$ Chứng minh tương tự, ta có $B_2 = D_2$ và $B_1 = F_1$ Mà $A_1 = B_1 \left(= \frac{1}{2} \text{sđ} AC \right)$ và $A_2 = B_2 \left(= \frac{1}{2} \text{sđ} BC \right)$ $\Rightarrow D_1 = F_1$ và $D_2 = E_1$ $\Rightarrow \triangle CDE \cong \triangle CFD$ (g.g)	0.75
	3)	Vẽ Cx là tia đối của tia CD $\triangle CDE \cong \triangle CFD \Rightarrow \angle DCE = \angle DCF$ Mà $\angle C_1 + \angle DCE = \angle C_2 + \angle DCF (= 180^\circ)$ $\Rightarrow \angle C_1 = \angle C_2$ $\Rightarrow Cx$ là tia phân giác của $\angle ECF$	0.75
	4)	Tứ giác CIDK có: $\angle ICK + \angle IDK = \angle ICK + \angle D_1 + \angle D_2 = \angle ICK + \angle B_1 + \angle A_2 = 180^\circ$ $\Rightarrow$ CIDK là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \hat{I}_1 = \angle D_2 \Rightarrow \hat{I}_1 = \angle A_2$ $\Rightarrow IK \parallel AB$	0.75
Câu V (1,0đ)	1)	Giải phương trình: $(x^2 - x + 1)(x^2 + 4x + 1) = 6x^2$ Cách 1: Với $x=0$, ta thấy không là nghiệm của phương trình Với $x \neq 0$, chia cả hai vế của phương trình cho x^2, ta được:	0.5

	$\frac{x^2-x+1}{x} \cdot \frac{x^2+4x+1}{x} = \frac{6x^2}{x^2}$ $\left(x + \frac{1}{x} - 1\right) \left(x + \frac{1}{x} + 4\right) = 6, \text{ rồi đặt ẩn phụ là } x + \frac{1}{x} = t \text{ đưa về}$ phương trình ẩn t, rồi tìm được nghiệm x. Cách 2: Nhân đa thức với đa thức, chuyển về đưa về phương trình bậc bốn. Nhẩm nghiệm được và có nhân tử là $(x-1)^2$ và phương trình bậc hai, dễ dàng tìm được nghiệm Cách 3: Đặt $y = x^2 + 1$, phương trình trở thành: $(y-x)(y+4x) = 6x^2$ $\Leftrightarrow y^2 + 3xy - 4x^2 = 6x^2$ $\Leftrightarrow y^2 + 3xy - 10x^2 = 0$ $\Leftrightarrow (y-2x)(y+5x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = -5x \end{cases}$ Với $y = 2x$ thì $x^2 + 1 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ Với $y = -5x$ thì $x^2 + 1 = -5x \Leftrightarrow x^2 + 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{1; \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}\right\}$	
2)	Cho 4 số thực dương x, y, z, t thỏa mãn $x + y + z + t = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{(x+y+z)(x+y)}{xyzt}$. Với x, y, z, t > 0 theo bất đẳng thức Cô si ta có $x+y \geq 2\sqrt{xy}; (x+y)+z \geq 2\sqrt{(x+y)z}; (x+y+z)+t \geq 2\sqrt{(x+y+z)t}$ Suy ra $(x+y)(x+y+z)(x+y+z+t) \geq 8\sqrt{xyzt(x+y)(x+y+z)}$ Mà $x+y+z+t = 2$ suy ra $(x+y)(x+y+z) \cdot 2 \geq 8\sqrt{xyzt(x+y)(x+y+z)}$ $\Leftrightarrow (x+y)(x+y+z) \geq 4\sqrt{xyzt(x+y)(x+y+z)}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x+y)(x+y+z)} \geq 4\sqrt{xyzt} \Leftrightarrow (x+y)(x+y+z) \geq 16xyzt$ Nên $A = \frac{(x+y+z)(x+y)}{xyzt} \geq \frac{16xyzt}{xyzt} = 16$ Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} x = y \\ x+y = z \\ x+y+z = t \\ x+y+z+t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = \frac{1}{4} \\ z = \frac{1}{2} \\ t = 1 \end{cases}$ Vậy Min $A = 16 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{4}; z = \frac{1}{2}; t = 1$	0.5