

Câu 1 (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$1) (2x-1)(x+2)=0 \qquad 2) \begin{cases} 3x+y=5 \\ 3-x=y \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Cho hai đường thẳng (d): $y = -x + m + 2$ và (d'): $y = (m^2 - 2)x + 3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.

$$2) \text{ Rút gọn biểu thức: } P = \left(\frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x} - 2} - \frac{x}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} \text{ với } x > 0; x \neq 1; x \neq 4.$$

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Tháng đầu, hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai, do cải tiến kỹ thuật nên tổ I vượt mức 10% và tổ II vượt mức 12% so với tháng đầu, vì vậy, hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

2) Tìm m để phương trình: $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$.

Câu 4 (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A, kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A), đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N, H là giao điểm của MO và AB.

1) Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh: $MN^2 = NF \cdot NA$ và $MN = NH$.

3) Chứng minh: $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn: $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức: $Q = \frac{x+1}{1+y^2} + \frac{y+1}{1+z^2} + \frac{z+1}{1+x^2}$.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí của giám thị 1:Chữ kí của giám thị 2:

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I	1	$\Leftrightarrow (2x-1)(x+2) = 0$	0,25 0,25 0,25 0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=-2 \end{cases}$	
	2	$\begin{cases} 3x+y=5 \\ 3-x=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$	1,00
II	1	Điều kiện để hai đồ thị song song là $\begin{cases} -1=m^2-2 \\ m+2 \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm 1 \\ m \neq 1 \end{cases}$ Loại $m=1$, chọn $m=-1$	1,00
	2	$A = \left(\frac{x-\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}-2} - \frac{x}{x-2\sqrt{x}} \right) : \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ $A = \left(\frac{x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} - \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right) : \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ $A = \left(\frac{x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} - \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right) : \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ $A = \frac{-2}{\sqrt{x}+1}$	0,25 0,25 0,25 0,25
II	1	Gọi số chỉ tiết máy tháng đầu của tổ 1 là x chỉ tiết (x nguyên dương, x < 900) Gọi số chỉ tiết máy tháng đầu của tổ 2 là y chỉ tiết (y nguyên dương, y < 900) Theo đề bài ta có hệ $\begin{cases} x+y=900 \\ 1,1x+1,12y=1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=400 \\ y=500 \end{cases}$ Đáp số 400, 500	1,00
	2	$\Delta = 29-12m \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow m \leq \frac{29}{12}$ nên pt có hai nghiệm Áp dụng vi ét $x_1+x_2=-5$ và $x_1x_2=3m-1$ $p = (x_1-x_2)\left((x_1+x_2)^2-x_1x_2\right)+3x_1x_2=75$ $\Rightarrow x_1-x_2=3$	1

	3) Chứng minh: $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$. Áp dụng hệ thức lượng vào Δ vuông NHA, có: $HA^2 = FA \cdot NA$ và $HF^2 = FA \cdot FN$ Mà $HA = HB$ $\Rightarrow \frac{HB^2}{HF^2} = \frac{HA^2}{HF^2} = \frac{FA \cdot NA}{FA \cdot FN} = \frac{NA}{NF}$ $\Rightarrow HB^2 = AF \cdot AN \text{ (vì } HA = HB)$ Vì $AE \parallel MN$ nên $\frac{EF}{MF} = \frac{FA}{NF}$ (hệ quả của định lí Ta-lét) $\Rightarrow \frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = \frac{NA}{NF} - \frac{FA}{NF} = \frac{NF}{NF} = 1$	0,25
V	$Q = \frac{x+1}{1+y^2} + \frac{y+1}{1+z^2} + \frac{z+1}{1+x^2} = \left(\frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2} \right) + \left(\frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+z^2} + \frac{1}{1+x^2} \right) = M + N$ Xét $M = \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2}$, áp dụng Côsi ta có: $\frac{x}{1+y^2} = \frac{x(1+y^2) - xy^2}{1+y^2} = x - \frac{xy^2}{1+y^2} \geq x - \frac{xy^2}{2y} = x - \frac{xy}{2}$ Tương tự: $\frac{y}{1+z^2} \geq y - \frac{yz}{2}$; $\frac{z}{1+x^2} \geq z - \frac{zx}{2}$; Suy ra $M = \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2} \geq x + y + z - \frac{xy + yz + zx}{2} = 3 - \frac{xy + yz + zx}{2}$ Lại có: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \Rightarrow (x + y + z)^2 \geq 3(xy + yz + zx) \Rightarrow xy + yz + zx \leq 3$ Suy ra: $M \geq 3 - \frac{xy + yz + zx}{2} \geq 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$ Xét: $N = \frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+z^2} + \frac{1}{1+x^2}$, ta có: $3 - N = \left(1 - \frac{1}{1+y^2} \right) + \left(1 - \frac{1}{1+z^2} \right) + \left(1 - \frac{1}{1+x^2} \right)$ $= \frac{y^2}{1+y^2} + \frac{z^2}{1+z^2} + \frac{x^2}{1+x^2} \leq \frac{y^2}{2y} + \frac{z^2}{2z} + \frac{x^2}{2x} = \frac{x + y + z}{2} = \frac{3}{2}$ Suy ra: $N \geq 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$ Từ đó suy ra: $Q \geq 3$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$ Vậy $Q_{\min} = 3 \Leftrightarrow x = y = z = 1$	1,00