

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Năm học 2017 – 2018

ĐỀ THI MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Chú ý: Đề thi gồm 02 trang. Học sinh làm bài vào tờ giấy thi

Bài 1 (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức

$$A = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1} \quad (\text{với } x > 0; x \neq 1)$$

a, Rút gọn biểu thức A, B

b, Tìm các giá trị của x sao cho giá trị biểu thức A gấp hai lần giá trị biểu thức B

Bài 2 (1,5 điểm)

a, Tìm tất cả các giá trị của m để cả hai đường thẳng $y = 2x - m$ và $y = (m+1)x - 1$ cùng cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -1$

b, Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 3x - 2(2y - 1) = 0 \\ 3x + 2y = 2(7 - x) \end{cases}$$

Bài 3 (2,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m = 0(1)$ (với x là ẩn số, m là tham số)

a, Giải phương trình (1) với $m = 4$

b, Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1(3 - x_2) + 20 \geq 3(3 - x_2)$

2. Bài toán có nội dung thực tế:

“Em có tưởng tượng được hai lá phổi (gọi tắt là phổi) của mình chứa khoảng bao nhiêu lít không khí hay không? Dung tích phổi của mỗi người phụ thuộc vào một số yếu tố, trong đó hai yếu tố quan trọng là chiều cao và độ tuổi.

Sau đây là một công thức ước tính dung tích chuẩn phổi của mỗi người:

Nam: $P = 0,057h - 0,022a - 4,23$

Nữ: $Q = 0,04h - 0,018a - 2,69$

Trong đó:

h : chiều cao tính bằng xentimet,

a : tuổi tính bằng năm

P, Q : dung tích chuẩn của phổi tính bằng lít”.

(Toán 7, tập hai, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, tr.29)

Bạn Hùng (nam) 15 tuổi, số đo chiều cao của bạn được biết qua bài toán sau:

Chiều cao của bạn Hùng tính bằng xentimet. Đó là một số tự nhiên có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1, chữ số hàng chục kém chữ số hàng đơn vị là 2 và hai lần chữ số hàng chục hơn chữ số hàng đơn vị là 4. Tính dung tích chuẩn phổi của bạn Hùng.

Bài 4 (3, 5 điểm)

1. Từ điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(O; R)$ vẽ các tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm)

a, Chứng minh rằng 4 điểm M, A, O, B cùng nằm trên một đường tròn

b, Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O của đường tròn đó sao cho điểm C nằm giữa hai điểm M và D . Tiếp tuyến tại điểm C và D của đường tròn (O) cắt nhau tại điểm N . Gọi H là giao điểm của AB và MO, K là giao điểm của CD và ON . Chứng minh rằng $OH \cdot OM = OK \cdot ON = R^2$

c, Chứng minh rằng ba điểm A, B, N thẳng hàng

2. Hình trụ có đường kính đáy bằng 4cm và chiều cao bằng đường kính đáy. Tính thể tích hình trụ (lấy $\pi = 3,14$)

Bài 5 (1,0 điểm)

a, Cho hai số $x > 0, y > 0$. Chứng minh rằng $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$

b, Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 16$. Chứng minh rằng

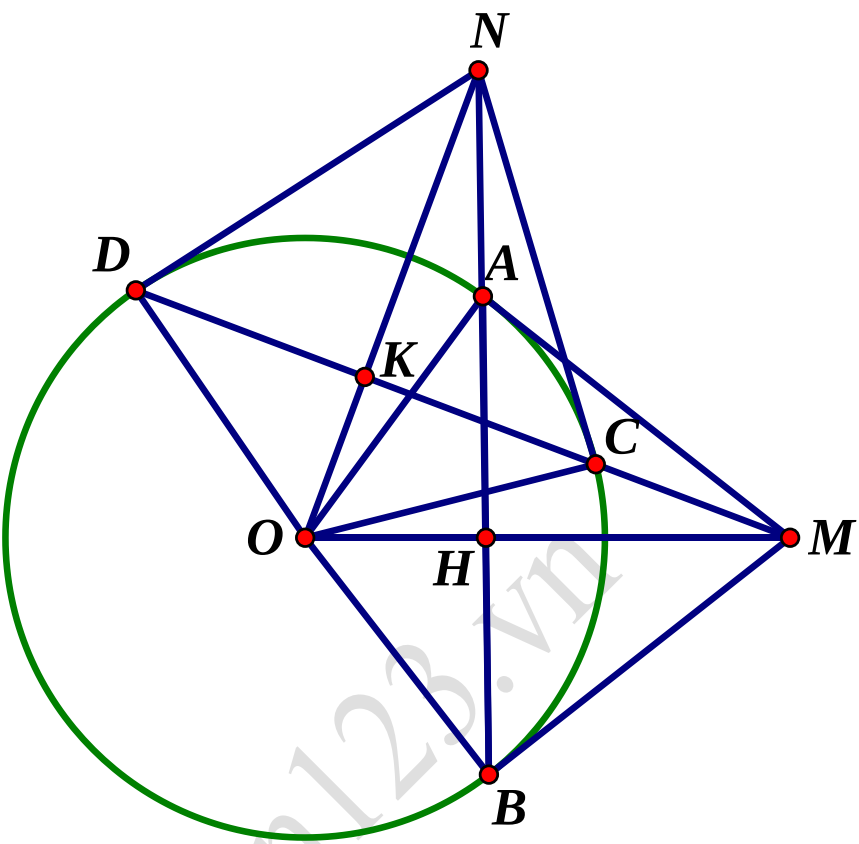
$$\frac{1}{3a+2b+c} + \frac{1}{a+3b+2c} + \frac{1}{2a+b+3c} \leq \frac{8}{3}$$

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1 (1,5 điểm)	a) $A = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}$ $= 2\sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{5^2 \cdot 2} + \sqrt{2} + 1 $ $= 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 = 1$ $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1} \quad (x > 0; x \neq 1)$ $= \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ $= \frac{x-1}{\sqrt{x}(x-1)}$ $= \frac{1}{\sqrt{x}}$
	b) Giá trị của biểu thức A gấp hai lần giá trị của biểu thức B $\Leftrightarrow A = 2B$ $\Leftrightarrow 1 = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} = 2$ $\Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa mãn)}$ Vậy $x = 4$ thì giá trị của biểu thức A gấp hai lần giá trị của biểu thức B
Bài 2 (1,5 điểm)	a) Điểm thuộc trục hoành có hoành độ $x = -1$ là $A(-1; 0)$ Vì A thuộc cả 2 đường thẳng $y = 2x - m$ và $y = (m+1)x - 1$ nên ta có: $\begin{cases} 0 = -2 - m \\ 0 = -m - 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$ Vậy $m = -2$ thì cả hai đường thẳng $y = 2x - m$ và $y = (m+1)x - 1$ cùng cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -1$
	b) $\begin{cases} 3x - 2(2y - 1) = 0 \\ 3x + 2y = 2(7 - x) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y + 2 = 0 \\ 3x + 2y + 2x = 14 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 10x + 4y = 28 \end{cases}$

		$\Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 26 \\ 3x - 4y = -2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(2; 2)$
Bài 3 (2,5 điểm)	1a)	Xét phương trình $x^2 - (m-1)x - m = 0(1)$ a, Với $m = 4$ ta có phương trình (1) trở thành: $x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-1 \end{cases}$ Vậy $m = 4$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x = 4$ hoặc $x = -1$
	1b)	Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + 4m > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 > 0$ $\Leftrightarrow m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$ Với $m \neq -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$ Theo đề bài ta có $x_1(3-x_2) + 20 \geq 3(3-x_2)$ $\Leftrightarrow 3x_1 - x_1 x_2 + 20 \geq 9 - 3x_2$ $\Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) - x_1 x_2 + 11 \geq 0$ $\Leftrightarrow 3(m-1) + m + 11 \geq 0 \Leftrightarrow 4m \geq -8 \Leftrightarrow m \geq -2$ Vậy với $m \geq -2; m \neq -1$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện bài toán
	2)	Gọi chiều cao của Hùng là số $\overline{abc}(cm) (a \neq 0; a, b, c \in \mathbb{N})$ Theo đề bài ta có chữ số hàng trăm là 1 nên $a = 1$ Chữ số hàng chục kém chữ số hàng đơn vị là 2 nên ta có phương trình $c - b = 2(1)$ Hai lần chữ số hàng chục hơn chữ số hàng đơn vị là 4 nên ta có phương trình $2b - c = 4(2)$ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} c - b = 2 \\ 2b - c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 + b \\ 2b - 2 - b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 \\ c = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$

		Vậy chiều cao của bạn Hùng là 168 cm Theo công thức $P = 0,057h - 0,022a - 4,23$ ta có thể tính được dung tích chuẩn phổi của bạn Hùng là: $P = 0,057.168 - 0,022.15 - 4,23 = 5,016(lit)$
Bìa 4 (3,5 điểm)	1)	
	1a)	Ta có $\angle OAM = \angle OBM = 90^\circ$ (MA, MB là các tiếp tuyến của đường tròn (O)) $\Rightarrow \angle OAM + \angle OBM = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $OAMB$ là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết) Vậy bốn điểm M, A, O, B cùng nằm trên một đường tròn
	1b)	Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OAM có: $OA^2 = OM.OH = R^2$ Vì CN là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\angle OCN = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ONC có $OC^2 = OK.ON = R^2$ Vậy $OH.OM = OK.ON = R^2$
	1c)	Xét $\triangle OMK$ và $\triangle ONH$ có: $\angle MON$ chung, $OH.OM = OK.ON$ (cmt) $\Rightarrow \triangle OMK \sim \triangle ONH$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle OKM = \angle OHN = 90^\circ \Rightarrow NH \perp OM$ Mà $AH \perp OM$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow N, A, H$ thẳng hàng (tiên đề Ô-clit về vuông góc)

	2)	Bán kính đáy hình trụ là $R = \frac{4}{2} = 2cm$ Chiều cao của hình trụ là $h = 4cm$ Vậy thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h = 3,14.2^2.4 = 50,24cm^3$
Bài 5 (1 điểm)	a)	Vì $x > 0, y > 0$ nên theo BĐT Cô-si ta có: $xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = \frac{(x+y)^2}{4} \Rightarrow \frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \cdot \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ Dấu “=” xảy ra khi $x = y$
	b)	Với 3 số $a, b, c > 0$ ta chứng minh BĐT: $\frac{1}{a+b+c} \leq \frac{1}{9} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{a+b+c} \leq \frac{1}{9} \cdot \frac{ab+bc+ca}{abc}$ $\Leftrightarrow 9abc \leq (a+b+c)(ab+bc+ca)$ $\Leftrightarrow 18abc \leq (a+b+c)(2ab+2bc+2ca) (*)$ Ta có $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ Vì $a^2 + b^2 + c^2 \geq 0$ nên $2ab + 2bc + 2ca \leq (a+b+c)^2$ Khi đó (*) trở thành $18abc \leq (a+b+c)^3$ Theo BĐT Cô-si ta có $(a+b+c)^3 \geq 27abc \geq 18abc$ Vậy $\frac{1}{a+b+c} \leq \frac{1}{9} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$ Áp dụng BĐT trên và BĐT $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ ta có $VT = \frac{1}{3a+2b+c} + \frac{1}{a+3b+2c} + \frac{1}{2a+b+3c}$ $= \frac{1}{a+b+a+b+a+c} + \frac{1}{a+b+b+c+b+c} + \frac{1}{a+c+b+c+a+c}$ $\leq \frac{1}{9} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} \right)$ $\leq \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{c} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ $= \frac{1}{36} \cdot 6 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{1}{6} \cdot 16 = \frac{8}{3}$

		$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=a+c=b+c \\ a=b=c \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=16 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{3}{16}$
--	--	--