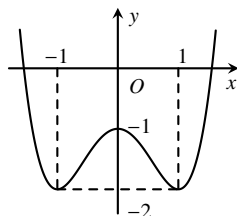


ĐỀ GỐC - PHƯƠNG ÁN ĐÚNG ĐƯỢC XẾP ĐẦU TIÊN.

Câu 1. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng



(A) -1.

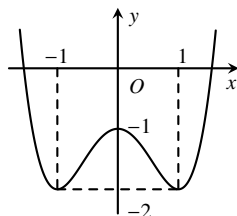
(B) -2.

(C) 1.

(D) 0.

Lời giải. $y_{CD} = -1$ khi $x_{CD} = 0$.

Câu 2. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $(-1; 0)$.

(B) $(-1; 1)$.

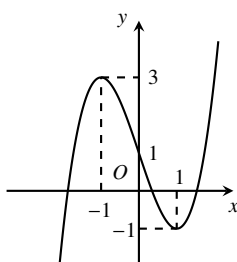
(C) $(-1; +\infty)$.

(D) $(0; 1)$.

Lời giải.

- Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
- Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = x^3 - 3x + 1$.

(B) $y = x^3 - 3x$.

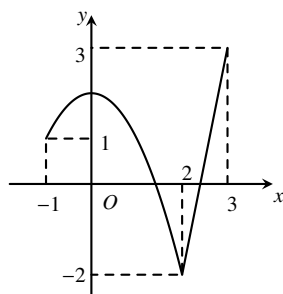
(C) $y = -x^3 + 3x + 1$.

(D) $y = x^3 - 3x + 3$.

Lời giải.
$$\begin{cases} y(-1) = 3 \\ y(1) = -1 \\ y(0) = 1 \\ y'(-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ d = 1 \\ 3a - 2b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases}$$

Vậy $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 3]$. Giá trị $M + m$ bằng



- (A) 1. (B) -2. (C) 3. (D) 5.

Lời giải. $M = f(3) = 3, m = f(2) = -2 \Rightarrow M + m = 1.$

Câu 5. Với a, b là hai số thực dương tùy ý. Khi đó $\ln\left(\frac{ab^2}{a+1}\right)$ bằng

- (A) $\ln a + 2 \ln b - \ln(a+1).$ (B) $\ln a + \ln b - \ln(a+1).$
(C) $\ln a + 2 \ln b + \ln(a+1).$ (D) $2 \ln b.$

Lời giải. $I = \ln \frac{ab^2}{a+1} = \ln \frac{a}{a+1} + \ln b^2 = 2 \ln b + \ln a - \ln(a+1)$

Câu 6. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x^2 + x + 3) = 1.$

- (A) $\left\{0; -\frac{1}{2}\right\}.$ (B) $\{0\}.$ (C) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}.$ (D) $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}.$

Lời giải. Pt $\Leftrightarrow 2x^2 + x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	0	-
$f(x)$	3 	-2	$-\infty$  4 	2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Lời giải. $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 3, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow TCN : y = 3, y = 2; \lim_{x \rightarrow 0^+} y = -\infty \Rightarrow TCD : x = 0$

Câu 8. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 2g(x) dx = 8$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- (A) 6. (B) 10. (C) 18. (D) 0.

Lời giải. $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 4 \Rightarrow \int_1^2 [f(x) + g(x)] dx = 6$

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} + x^2$ là

- (A) $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{x^3}{3} + C.$ (B) $F(x) = e^{2x} + x^3 + C.$ (C) $F(x) = 2e^{2x} + 2x + C.$ (D) $F(x) = e^{2x} + \frac{x^3}{3} + C.$

Lời giải. $F(x) = \int (e^{2x} + x^2) dx = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{x^3}{3} + C$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 3; 4)$ và $B(3; 0; 1)$. Khi đó độ dài vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- (A) $\sqrt{19}.$ (B) 19. (C) $\sqrt{13}.$ (D) 13.

Lời giải. $\overrightarrow{AB} = (1; -3; -3) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{19}$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- (A) $z = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y = 0$. (D) $x + y = 0$.

Lời giải. $(Oxy) : z = 0, (Oxz) : y = 0, (Oyz) : x = 0$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây

- (A) $(3; 1; 3)$. (B) $(2; 1; 3)$. (C) $(3; 1; 2)$. (D) $(3; 2; 3)$.

Lời giải. Thế vào.

Câu 13. Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các cạnh lần lượt là $a, 2a, 3a$ bằng

- (A) $6a^3$. (B) $3a^3$. (C) a^3 . (D) $2a^3$.

Lời giải. $V = a.2a.3a = 6a^3$ (đvtt)

Câu 14. Tìm hệ số của đơn thức a^3b^2 trong khai triển nhị thức $(a + 2b)^5$.

- (A) 40. (B) $40a^3b^2$. (C) 10. (D) $10a^3b^2$.

Lời giải. $(a + 2b)^5 = C_5^k.a^{5-k}.(2b)^k = 2^k.C_5^k.a^{5-k}.b^k$. Hệ số của a^3b^2 là: $2^2.C_5^2 = 40$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = \log(x^2 - 1)$ là

- (A) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. (B) $(-\infty; 1)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(-1; 1)$.

Lời giải. ĐKXD: $x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow x < -1; x > 1 \Rightarrow D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Câu 16. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$, góc giữa đường sinh và đáy bằng 60° . Thể tích của khối nón đã cho là

- (A) $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. (B) $\frac{\pi a^3}{3\sqrt{3}}$. (C) $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. (D) $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải. $V = \frac{1}{3}.h.S_d = \frac{1}{3}.h.\pi.R^2 = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\pi.a^2 = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ (đvtt)

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- (A) $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$. (B) $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$.
(C) $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. (D) $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$.

Lời giải. Tâm $I(2; 2; 2), R = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}$. Mặt cầu đường kính $AB: (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \frac{1}{27}$ là

- (A) $-3 < x < 1$. (B) $1 < x < 3$. (C) $-1 < x < 3$. (D) $x < -3; x > 1$.

Lời giải. Bpt $\Leftrightarrow x^2 + 2x < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y = x.e^{x+1}$ là

- (A) $y' = (1+x)e^{x+1}$. (B) $y' = (1-x)e^{x+1}$. (C) $y' = e^{x+1}$. (D) $y' = xe^x$.

Lời giải. $y' = e^{x+1} + x.e^{x+1} = (x+1).e^{x+1}$

Câu 20. Đặt $\log_5 3 = a$, khi đó $\log_{81} 75$ bằng

- (A) $\frac{1}{2a} + \frac{1}{4}$. (B) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}$. (C) $\frac{a+1}{4}$. (D) $\frac{a+2}{4a}$.

Lời giải. $\log_{81} 75 = \frac{1}{4}(\log_3 25 + \log_3 3) = \frac{1}{2\log_5 3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{4}$.

Câu 21. Tính thể tích của khối tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng a .

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. (B) a^3 . (C) $6a^3$. (D) $\frac{1}{12}a^3$.

Lời giải. $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$V = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$ (đvdt)

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2019}(x-1)^2(x+1)^3$. Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

(A) 1.

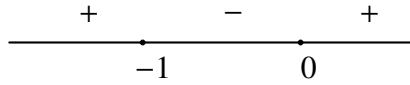
(B) -1.

(C) 0.

(D) 3.

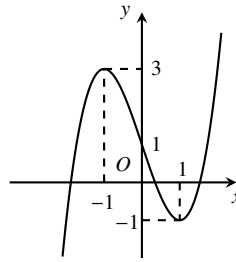
Lời giải.

- Xét dấu $f'(x)$:



- Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, cực tiểu tại $x = 0$. Suy ra hàm số có 1 cực đại, 1 cực tiểu.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là



(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

Lời giải. PT $\Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$. Suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 24. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2m-1)x + 2019$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

(A) $m \geq \frac{1}{2}$.

(B) $m < \frac{1}{2}$.

(C) $m = \frac{1}{2}$.

(D) $m \geq 0$.

Lời giải. $y' = 3x^2 - 6x + 2m - 1 \Rightarrow HS \nearrow (2; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2m - 1 \geq 0, \forall x > 2 \Leftrightarrow -2m + 1 \geq 3x^2 - 6x = g(x), \forall x > 2$. Suy ra $1 - 2m \leq \min_{x>2} g(x) = 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$.

Câu 25. Hàm số $y = \log_3(x^3 - x)$ có đạo hàm là

(A) $y' = \frac{3x^2 - 1}{(x^3 - x) \ln 3}$.

(B) $y' = \frac{3x^2 - 1}{(x^3 - x)}$.

(C) $y' = \frac{1}{(x^3 - x) \ln 3}$.

(D) $y' = \frac{3x - 1}{(x^3 - x) \ln 3}$.

Lời giải. $y' = \frac{(x^3 - x)'}{(x^3 - x) \cdot \ln 3} = \frac{3x^2 - 1}{(x^3 - x) \cdot \ln 3}$

Câu 26. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 0,5% mỗi tháng theo cách sau: mỗi tháng (vào đầu tháng) người đó gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng và ngân hàng tính lãi suất (lãi suất không đổi) dựa trên số tiền tiết kiệm thực tế của tháng đó. Hỏi sau 5 năm, số tiền của người đó có được gần nhất với số tiền nào dưới đây (cả gốc và lãi, đơn vị triệu đồng)?

(A) 701, 19.

(B) 701, 47.

(C) 701, 12.

(D) 701.

Lời giải. Tiền thu được cuối mỗi tháng là:

- Tháng 1: $T_1 = 10 + 10 \cdot 0,5\% = 10(1 + 0,5\%)$.
- Tháng 2: $T_2 = 10 + 10 \cdot 0,5\% + 10 + 0,5\%(10 + 10 \cdot 0,5\% + 10) = 10(1 + 0,5\%)^2 + 10(1 + 0,5\%)$.
- ...
- Tháng 60:

$$\begin{aligned} T_{60} &= 10(1 + 0,5\%) + 10(1 + 0,5\%)^2 + \dots + 10(1 + 0,5\%)^{60} \\ &= 10(1 + 0,5\%) \cdot \frac{(1 + 0,5\%)^{60} - 1}{0,5\%} \approx 701,19(\text{triệu đồng}) \end{aligned}$$

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + x \ln x$ là

- (A) $F(x) = -\cos x + \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C.$ (B) $F(x) = -\cos x + \ln x + C.$
 (C) $F(x) = \cos x + \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C.$ (D) $F(x) = -\cos x + C.$

Lời giải.

$$\int (\sin x + x \ln x) dx = -\cos x + \int x \ln x = -\cos x + \frac{1}{2} \int \ln x dx^2$$

$$= -\cos x + \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$$

Câu 28. Cho $\int_0^1 \frac{xdx}{(2x+1)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- (A) $\frac{1}{12}.$ (B) $\frac{5}{12}.$ (C) $-\frac{1}{3}.$ (D) $\frac{1}{4}.$

Lời giải. Đặt $t = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{t-1}{2}, dx = \frac{1}{2}dt. I = \int_1^3 \frac{t-1}{4t^2} = \left(\frac{1}{4} \ln t + \frac{1}{4t}\right) \Big|_1^3 = \frac{1}{4} \ln 3 - \frac{1}{6}.$ Vậy

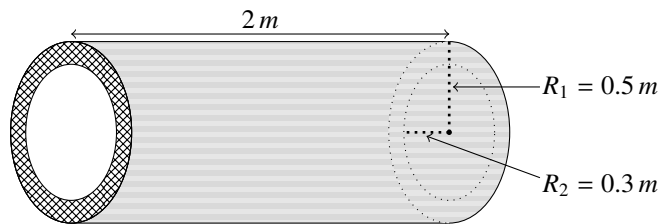
$$a + b + c = \frac{1}{12}.$$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là

- (A) $x + 2y + 2z - 3 = 0; x + 2y + 2z - 17 = 0.$ (B) $x + 2y + 2z + 3 = 0; x + 2y + 2z + 17 = 0.$
 (C) $x + 2y + 2z + 3 = 0; x + 2y + 2z - 17 = 0.$ (D) $x + 2y + 2z - 3 = 0; x + 2y + 2z + 17 = 0.$

Lời giải. $(Q): x + 2y + 2z + c = 0. M(0; 0; 5) \in (P) \Rightarrow d(M; (P)) = \frac{7}{3} \Leftrightarrow \frac{|10 + c|}{3} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow c = -3; c = -17.$
 $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ hoặc $(Q): x + 2y + 2z - 17 = 0.$

Câu 30. Người ta đổ một cái cống bằng cát, đá, xi măng và sắt thép như hình vẽ bên dưới. Thể tích nguyên vật liệu cần dùng là



- (A) $0, 32\pi.$ (B) $0, 16\pi.$ (C) $0, 34\pi.$ (D) $0, 4\pi.$

Lời giải. $V = V_1 - V_2 = \pi.l.(R_1^2 - R_2^2) = 0, 32\pi.$

Câu 31. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 5$. Giá trị của $\sqrt{u_6 u_8}$ bằng

- (A) $2.5^6.$ (B) $2.5^7.$ (C) $2.5^8.$ (D) $2.5^5.$

Lời giải. $\sqrt{u_6 u_8} = u_7 = u_1.q^6 = 2.5^6$

Câu 32. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BC = a, BB' = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(ABC'D')$ bằng

- (A) $60^\circ.$ (B) $30^\circ.$ (C) $45^\circ.$ (D) $90^\circ.$

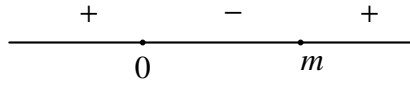
Lời giải. $((A'B'C), (ABC'D')) = ((A'B'CD), (ABC'D')) = (AD', A'D).$ Gọi $I = A'D \cap AD'.$ Dễ thấy $\angle DA'A = \angle A'DA' = 30^\circ \Rightarrow \angle AIA' = 120^\circ \Rightarrow (AD', A'D) = 60^\circ.$

Câu 33. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^5}{5} - \frac{mx^4}{4} + 2$ đạt cực đại tại $x = 0$ là

- (A) $m > 0.$ (B) $m < 0.$ (C) $m \in \mathbb{R}.$ (D) Không tồn tại $m.$

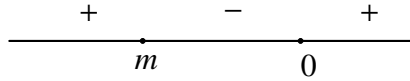
Lời giải. $y' = x^4 - mx^3 = x^3(x - m)$

- $m = 0 \Rightarrow y' = x^4$: không có cực trị.
- $m > 0$. Dấu y' :



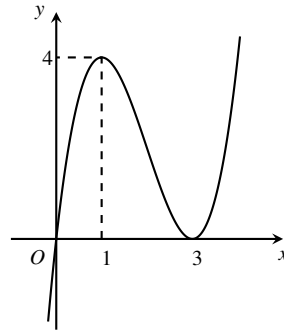
Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ (thỏa mãn).

- $m < 0$. Dấu y' :



Hàm số đạt cực đại tại $x = m$ (không thỏa mãn).

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(e^{x^2}) = m$ có đúng hai nghiệm thực là

- (A) $\{0\} \cup (4; +\infty)$. (B) $[0; 4]$. (C) $[4; +\infty)$. (D) $\{0; 4\}$.

Lời giải. Đặt $g(x) = \frac{f(x)}{36} + \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$. Cần chứng minh: $m < g(x)$, $\forall x \in (0; 1)$. Xét $g(x)$ trên $(0; 1) \Rightarrow$
 $g(x) = \frac{f(x)}{36} + \frac{1}{\sqrt{x+3}+2}$. Có $g'(x) = \frac{f'(x)}{36} - \frac{1}{2\sqrt{x+3}(\sqrt{x+3}+2)^2} < 0$ (Do $f'(x) \leq 1$, $\sqrt{x+3} < 2$).

Suy ra $g(x) \searrow \Rightarrow m \leq \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \frac{f(1)}{36} + \frac{1}{4} = \frac{f(1)+9}{36}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình

$$(x^2 - 1)(x - 1)x^3 + (x^2 - x)^2(2 - m) + (x^2 - 1)(x - 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

- (A) $m \leq 2$. (B) $m \leq -\frac{1}{4}$. (C) $m \leq 6$. (D) $m \leq 1$.

Lời giải. Phương trình đã cho tương đương với $(x - 1)^2[x^4 + x^3 + (2 - m)x^2 + x + 1] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- $x = 0$ Thỏa mãn.
- $x \neq 0$: $-2 + m \leq x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x}, \forall x \neq 0 \Leftrightarrow m - 2 \leq \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = g(x)$. Đặt $t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow |t| \geq 2$. **vẽ bảng biến thiên** Suy ra $m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}(x^3 + x - m)$ có nghiệm.

(A) $m \in \mathbb{R}$.

(B) $m < 2$.

(C) $m \leq 2$.

(D) Không tồn tại m .

Lời giải. ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < x^3 + m - m \end{cases}$ có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ m < x^3 + 1 = f(x) \end{cases}$ có nghiệm.

Khảo sát $f(x)$, ta có bảng biến thiên:

x	1	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	2	$\nearrow +\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \in \mathbb{R}$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 = 1$.

(A) $m \geq 2$.

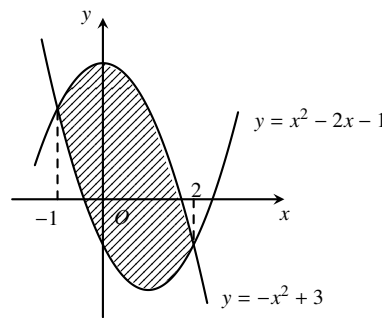
(B) $m \in \mathbb{R}$.

(C) $m = 0$.

(D) $m \geq 2; m \leq -2$.

Lời giải. Đặt $t = 2^x$ ta có $t^2 - mt + 1 = 0$ có nghiệm khi $m > 0$ & $\Delta' = m^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow m \geq 2$. Khi đó $1 = t_1 \times t_2 = 2^{x_1} \times 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$ (luôn thỏa mãn). Vậy $m \geq 2$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = -x^2 + 3$ và hàm số $g(x) = x^2 - 2x - 1$ có đồ thị như hình vẽ.



Tích phân $I = \int_{-1}^2 |f(x) - g(x)| dx$ bằng với tích phân nào sau đây?

(A) $I = \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx$.

(B) $I = \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$.

(C) $I = \int_{-1}^2 [f(x) + g(x)] dx$.

(D) $I = \int_{-1}^2 [|f(x)| - |g(x)|] dx$.

Lời giải. $f(x) \geq g(x), \forall x \in [-1; 2] \Rightarrow I = \int_{-1}^2 (f(x) - g(x)) dx$.

Câu 39. Kết quả của phép tính $\int \frac{dx}{e^x - 2e^{-x} + 1}$ bằng

(A) $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{e^x - 1}{e^x + 2} \right| + C$.

(B) $\ln \left| \frac{e^x - 1}{e^x + 2} \right| + C$.

(C) $\ln(e^x - 2e^{-x} + 1) + C$.

(D) $\frac{1}{3} \ln \frac{e^x - 1}{e^x + 2} + C$.

Lời giải.

$$F(x) = \int \frac{de^x}{e^{2x} + e^x - 2} = \int \left(\frac{de^x}{e^x - 1} \right) - \frac{dx}{e^x + 2} = \ln \left| \frac{e^x - 1}{e^x + 2} \right| + C.$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

(A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$.

(B) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{7}$.

(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7}.$

(D) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{7}.$

Lời giải. $I = d \cap (P) \Rightarrow I(1, 1, 1), A(0, -1, 2) \in d$. Tìm A' ?

AH qua A có $\vec{u}_{AH} = \vec{n}_p = (1, 1, 1) \Rightarrow AH: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$ Suy ra $H(t, t-1, t+2)$. Mà $H \in (P) \Rightarrow H\left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{8}{3}\right)$. Ta có: $A'\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, \frac{10}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IA'}\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{7}{3}\right) \Rightarrow d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}.$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $SA = a$ và $BA = BC = a$. Gọi D là điểm đối xứng với B qua AC . Khoảng cách từ B đến mặt (SCD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{21}}{7}a.$

(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}a.$

(C) $\frac{2\sqrt{21}}{7}a.$

(D) $\frac{\sqrt{21}}{14}a.$

Lời giải. Kẻ $AH \perp BC$. Khi đó $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = d(A, (SBC)) = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$

Câu 42. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V , gọi M, N là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{D'M} = 2\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NC}$, đường thẳng AM cắt đường thẳng $A'D'$ tại P , đường thẳng BN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q . Thể tích của khối $PQNMDC'$ bằng

(A) $\frac{2}{3}V.$

(B) $\frac{1}{3}V.$

(C) $\frac{1}{2}V.$

(D) $\frac{3}{4}V.$

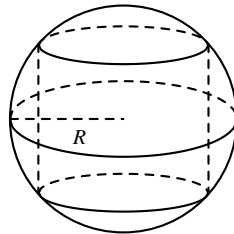
Lời giải.

$$\frac{V_{PQNMDC'}}{V} = \frac{V_{NQC'MPD'}}{V} = \frac{S_{NQC'}}{S_{BCC'B'}}.$$

Ta có:

$$S_{NQC'} = 4S_{BNC} = 4 \cdot \frac{1}{3}S_{BCC'} = \frac{2}{3}S_{BCC'B'} \Rightarrow \frac{V_{PQNMDC'}}{V} = \frac{2}{3}.$$

Câu 43. Thể tích lớn nhất của khối trụ nội tiếp hình cầu có bán kính R bằng



(A) $\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}.$

(B) $\frac{8\pi R^3 \sqrt{3}}{3}.$

(C) $\frac{8\pi R^3}{27}.$

(D) $\frac{8\pi R^3 \sqrt{3}}{9}.$

Lời giải. Với $P = AM \cap A'D', Q = BN \cap B'C'$. Ta có $V = \pi r^2 h, h = 2\sqrt{R^2 - r^2} \Rightarrow V = 2\pi \sqrt{r^2 r^2 (R^2 - r^2)}$
 $= \sqrt{2}\pi \sqrt{r^2 r^2 (2R^2 - 2r^2)} \leq \pi \sqrt{2} \sqrt{\left(\frac{r^2 + r^2 + 2R^2 - 2r^2}{3}\right)^3} = \frac{4\sqrt{3}}{9}\pi R^3.$

Câu 44. Tất cả các giá trị thực của m để phương trình $9^x + 6^x - m \cdot 4^x = 0$ có nghiệm là

(A) $m > 0.$

(B) $m \leq 0.$

(C) $m < 0.$

(D) $m \geq 0.$

Lời giải. Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x > 0$ ta có $t^2 + t - m = 0 \Leftrightarrow m = t^2 + t = f(t)$ có nghiệm $t > 0 \Rightarrow m > 0.$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 1)$. Trục tâm của tam giác ABC có tọa độ là

(A) $\left(\frac{4}{9}; \frac{2}{9}; \frac{4}{9}\right).$

(B) $(2; 1; 2).$

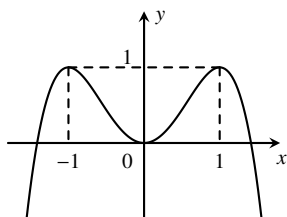
(C) $(4; 2; 4).$

(D) $\left(\frac{2}{9}; \frac{1}{9}; \frac{2}{9}\right).$

Lời giải. $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1 \Rightarrow (ABC): 2x + y + 2z - 2 = 0$. Tứ diện $OABC$ vuông tại $O \Rightarrow$

$$OH \perp (ABC), (H) \text{ là trực tâm. Suy ra } OH: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{4}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}\right).$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



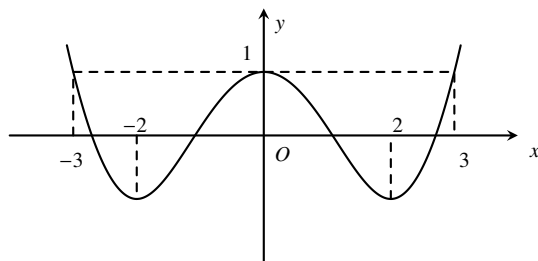
Bất phương trình $\frac{f(x)}{36} + \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} > m$ đúng với mọi $x \in (0; 1)$ khi và chỉ khi

(A) $m \leq \frac{f(1)+9}{36}$. (B) $m < \frac{f(1)+9}{36}$. (C) $m \leq \frac{f(0)}{36} + \frac{1}{\sqrt{3}+2}$. (D) $m < \frac{f(0)}{36} + \frac{1}{\sqrt{3}+2}$.

Lời giải.

- $t = e^{x^2} \geq 1$. Với $t = 1 \rightarrow 1$ giá trị x , với $t > 1 \rightarrow 2$ giá trị x . Để thỏa mãn thì $f(t) = 1$ có 1 nghiệm $t > 1$.
- Từ đồ thị để $f(t) = m$ có đúng một nghiệm $t > 1$ thì $m > 4$ hoặc $m = 0$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = f(2x-1) + \frac{x^3}{3} + x^2 - 2x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây

(A) $(-1; 0)$. (B) $(-6; -3)$. (C) $(3; 6)$. (D) $(6; +\infty)$.

Lời giải. Ta có $y' = 2f'(2x-1) + x^2 + 2x - 2 \leq 0$. **Nhận xét:** $-3 \leq x \leq 3 \Leftrightarrow y' \leq 1$, $x \leq -3; x \geq 3 \Leftrightarrow y' \geq 1$.

- $-1 < x < 0 \Rightarrow -3 < 2x-1 < -1 \Rightarrow 2f'(2x-1) \leq 2$ & $x^2 + 2x - 2 < -2 \Rightarrow y' \leq 0$ nên hàm số giảm.
- $-6 < x < -3 \Rightarrow -13 < 2x-1 < -7 \Rightarrow 2f'(2x-1) \geq 2$ & $x^2 + 2x - 2 > -2 \Rightarrow y' > 0$ nên hàm số tăng (loại).
- Tương tự cho các trường hợp còn lại.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 1; 2)$, $B(0, 1, 0)$, $C(3, 1, 1)$ và mặt phẳng $(Q): x + y + z - 5 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (Q) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng

(A) 12. (B) 0. (C) 8. (D) 10.

Lời giải. $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$. Gọi $G: \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Rightarrow G(1, 1, 1)$. Khi đó $T = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \Rightarrow T_{\min}$ khi $MG = d(G, (Q)) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow T = 12$.

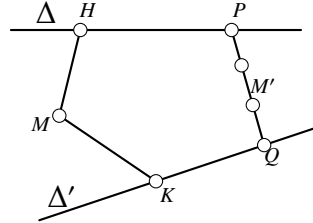
Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta' : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Xét điểm M thay đổi. Gọi a, b lần lượt là khoảng cách từ M đến Δ và Δ' . Biểu thức $a^2 + 2b^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv M_0 (x_0; y_0; z_0)$. Khi đó $x_0 + y_0$ bằng

(A) $\frac{2}{3}$.

(B) 0.

(C) $\frac{4}{3}$.

(D) $\sqrt{2}$.



Lời giải. Gọi H, K là hình chiếu của M lên Δ, Δ' khi đó $a = MH, b = MK$. PQ là đoạn vuông góc chung của $\Delta, \Delta' \Rightarrow P(0, 0, 1); Q(1, 0, 0)$. Ta có $a + b \geq HK \geq PQ = \sqrt{2} \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{a^2}{1} + \frac{b^2}{\frac{1}{2}} \geq \frac{2}{3}(a + b)^2 = \frac{4}{3}$.

Dấu “=” đạt được khi M đặt tại M' nghĩa là $\overrightarrow{MP} = -2\overrightarrow{MQ} \Rightarrow M\left(\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3}\right) \Rightarrow x_0 + y_0 = \frac{2}{3}$.

Câu 50. Có 5 bạn học sinh nam và 5 bạn học sinh nữ trong đó có một bạn nữ tên Tữ và một bạn nam tên Trọng. Xếp ngẫu nhiên 10 bạn vào một dãy 10 ghế sao cho mỗi ghế có đúng một người ngồi. Tính xác suất để không có hai học sinh nam nào ngồi kề nhau và bạn Tữ ngồi kề với bạn Trọng.

(A) $\frac{1}{126}$.

(B) $\frac{1}{252}$.

(C) $\frac{1}{63}$.

(D) $\frac{1}{192}$.

Lời giải. Kí hiệu Nam: ● và Nữ: ○. Ta có Có 2 trường hợp Nam, nữ xen kẽ nhau và 4 trường hợp hai bạn Nữ ngồi cạnh nhau. **Trường hợp 1.** Nam nữ ngồi xen kẽ nhau gồm:

Nam phía trước: ● ○ ● ○ ● ○ ● ○ ● ○.

Nữ phía trước: ○ ● ○ ● ○ ● ○ ● ○ ●.

Trường hợp 2. Hai bạn nữ ngồi cạnh nhau: ● ○ ○ ● ○ ● ○ ● ○ ● Hoặc

● ○ ● ○ ○ ● ○ ● ○ ●. Tương tự ta có thêm 2 trường hợp nữa. Các bước xếp như sau:

B_1 : Xếp 5 bạn nam. B_2 : Xếp cặp Tữ - Trọng. B_3 : Xếp các bạn nữ còn lại. Khi đó số kết quả xếp cho 2 trường hợp trên như sau:

• Nam, Nữ xen kẽ nhau có: $2 \cdot 9 \cdot 4! \cdot 4!$

• Hai bạn nữ ngồi cạnh nhau có: $4 \cdot 8 \cdot 4! \cdot 4!$

Vậy $P = \frac{50 \cdot 4! \cdot 4!}{10!} = \frac{1}{126}$.