

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1: (1,5 điểm)

- a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{x-1}$ có nghĩa.
- b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^3} - \sqrt{5^2 \cdot 2}$.
- c) Rút gọn biểu thức $C = \frac{a-1}{\sqrt{a}-1} - \frac{a\sqrt{a}-1}{a-1}$ với $a \geq 0$ và $a \neq 1$.

Câu 2: (1,5 điểm)

- a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$
- b) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P).
- i) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.
- ii) Cho đường thẳng $y = mx + n$ (Δ). Tìm m, n để đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ (d) và có duy nhất một điểm chung với đồ thị (P).

Câu 3: (1,0 điểm)

Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được $\frac{1}{4}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu?

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ (1), với x là ẩn số.

- a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn đẳng thức sau:
- $$2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0.$$

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) và D là hình chiếu vuông góc của B trên AO sao cho D nằm giữa A và O. Gọi M là trung điểm của BC, N là giao điểm của BD và AC, F là giao điểm của MD và AC, E là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn (O), H là giao điểm của BF và AD. Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác BDOM nội tiếp và $\angle MOD + \angle NAE = 180^\circ$.
- b) DF song song với CE, từ đó suy ra $NE \cdot NF = NC \cdot ND$.
- c) CA là tia phân giác của góc BCE.
- d) HN vuông góc với AB.

Câu 6: (1,0 điểm)

Một cốc nước có dạng hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, chiều cao bằng 12 cm và chứa một lượng nước cao 10 cm. Người ta thả từ từ 3 viên bi làm bằng thủy tinh có cùng đường kính bằng 2 cm vào cốc nước. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu?

Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Chữ ký của giám thị 1:..... Chữ ký của giám thị 2 :.....

HƯỚNG DẪN CHẤM – ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

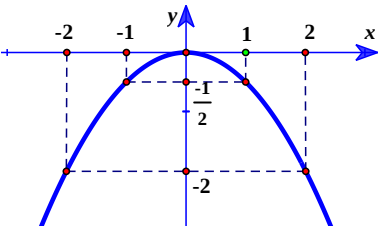
- Học sinh làm cách khác đáp án nhưng đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài chấm điểm lẻ đến 0,25.
- Đáp án chấm này gồm 04 trang.

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{x-1}$ có nghĩa.	(0,5đ)
Biểu thức A có nghĩa khi và chỉ khi $x-1 \geq 0$	0,25
$\Leftrightarrow x \geq 1$.	0,25
Vậy khi $x \geq 1$ thì biểu thức A có nghĩa.	
b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị biểu thức $B = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^3} - \sqrt{5^2 \cdot 2}$.	(0,5đ)
$B = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{5^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$	0,25
$= 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 0$.	0,25
Vậy $B = 0$.	
c) Rút gọn biểu thức $C = \frac{a-1}{\sqrt{a}-1} - \frac{a\sqrt{a}-1}{a-1}$ với $a \geq 0$ và $a \neq 1$.	(0,5đ)
$C = \frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} - \frac{a\sqrt{a}-1}{a-1} = \frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1} - \frac{a\sqrt{a}-1}{a-1}$	0,25
$= \frac{a-\sqrt{a}}{a-1} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}$.	0,25
Vậy $C = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}$.	

Câu 2: (1,5 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ (I).							(0,5đ)
Từ hệ (I) viết lại: $\begin{cases} x + 2(3x - 5) = 4 \\ y = 3x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$							0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$.							0,25
Vậy hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.							
b) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P).							(1,0đ)
i) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.							0,5đ
Lập bảng đúng	x	-2	-1	0	1	2	0,25
	y	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	

Vẽ đồ thị đúng 	0,25
ii) Cho đường thẳng $y = mx + n$ (Δ). Tìm m, n để đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ (d) và có duy nhất một điểm chung với đồ thị (P).	0,5đ
(Δ) và (d) song song với nhau khi và chỉ khi $m = -2$ và $n \neq 5$.	0,25
Hoàn thành độ giao điểm của (Δ) và đồ thị (P) là nghiệm của phương trình $-\frac{1}{2}x^2 = -2x + n \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2n = 0$ (*). (Δ) và đồ thị (P) có duy nhất một điểm chung khi và chỉ khi (*) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4 - 2n = 0 \Leftrightarrow n = 2$ (thỏa điều kiện $n \neq 5$). Vậy $m = -2$ và $n = 2$.	0,25

Câu 3: (1,0 điểm)

Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được $\frac{1}{4}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu?

Gọi x, y (giờ) lần lượt là thời gian để vòi thứ nhất, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể ($x > 5, y > 5$). Trong mỗi giờ, vòi thứ nhất, vòi thứ hai chảy được lần lượt là $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ bể.	0,25
Nếu hai vòi cùng chảy vào bể, sau đúng 5 giờ, bể sẽ đầy nước nên ta có phương trình $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 5 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$ (1).	0,25
Mặt khác nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ ta được $\frac{1}{4}$ bể nước, nên ta có phương trình $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ (2).	0,25
Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{y} = \frac{3}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = \frac{20}{3} \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$ Vậy vòi thứ nhất chảy riêng mất 20 giờ thì đầy bể; vòi thứ hai chảy riêng mất $\frac{20}{3}$ giờ thì đầy bể.	0,25

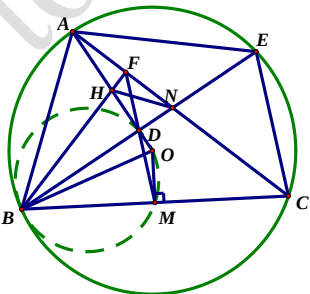
Câu 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ (1), với x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.	(0,5đ)
Khi $m = 2$, thì phương trình (1) trở thành: $x^2 - 6x + 9 = 0$.	0,25
$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.	0,25
Vậy khi $m = 2$, phương trình (1) có nghiệm kép $x_1 = x_2 = 3$.	
b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn đẳng thức sau: $2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0$.	(1,5đ)
Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 5) > 0$	0,25
$\Leftrightarrow 2m - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.	0,25
Với $m > 2$, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .	0,25
Khi đó ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1)$ và $x_1 \cdot x_2 = m^2 + 5$.	
Do đó $2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0 \Leftrightarrow 2(m^2 + 5) - 10(m+1) + 8 = 0$	0,25
$\Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$	0,25
Vì $m > 2$ nên $m = 4$.	0,25

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) và D là hình chiếu vuông góc của B trên AO sao cho D nằm giữa A và O . Gọi M là trung điểm của BC , N là giao điểm của BD và AC , F là giao điểm của MD và AC , E là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn (O) , H là giao điểm của BF và AD . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $BDOM$ nội tiếp và $\angle MOD + \angle NAE = 180^\circ$.	(1,25đ)
Vẽ đủ hình để giải câu a) cho 0,25 điểm	
	0,25
Ta có $BD \perp OA$ (gt) $\Rightarrow \angle BDO = 90^\circ$.	
M là trung điểm BC nên $OM \perp BC$ (tính chất đường kính và dây cung) $\Rightarrow \angle BMO = 90^\circ$.	0,25
Tứ giác $BDOM$ có $\angle BDO + \angle BMO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên tứ giác nội tiếp.	0,25
Ta có $\angle MOD + \angle MBD = 180^\circ$ (vì tứ giác $BDOM$ nội tiếp).	0,25
Mặt khác $\angle CBE = \angle CAE$ (do cùng chắn cung CE của đường tròn (O)) nên $\angle MOD + \angle NAE = 180^\circ$.	0,25
b) DF song song với CE, từ đó suy ra $NE \cdot NF = NC \cdot ND$.	(0,75đ)
Ta có OD vuông góc với BE suy ra D là trung điểm của BE (tính chất đường kính và dây cung).	0,25
Tam giác BEC có MD là đường trung bình nên MD song song EC suy ra $DF \parallel CE$.	0,25

Vì $DF \parallel CE$ nên $\triangle NFD \sim \triangle NCE$ suy ra $\frac{NF}{NC} = \frac{ND}{NE} \Leftrightarrow NE \cdot NF = NC \cdot ND$.	0,25
c) CA là tia phân giác của góc BCE.	(0,5đ)
Tam giác ABE có AD vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao nên tam giác ABE cân tại A suy ra $AB = AE \Rightarrow AB = AE$.	0,25
Suy ra $\angle ACB = \angle ACE$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau). Vậy CA là tia phân giác của góc BCE.	0,25
d) HN vuông góc với AB.	(0,5đ)
Do $\angle FDN = \angle NEC$ (slt). Mà $\angle NEC = \angle BAC$ (góc nội tiếp chắn cung BC) $\Rightarrow \angle BAC = \angle FDN \Rightarrow$ Tứ giác AFDB nội tiếp.	0,25
Do đó $\angle AFB = \angle ADB = 90^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung). Suy ra $BF \perp AN$ nên H là trực tâm của tam giác ABN hay $HN \perp AB$.	0,25

Câu 6: (1,0 điểm)

Một cốc nước dạng hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, chiều cao bằng 12 cm và chứa một lượng nước cao 10 cm. Người ta thả từ từ 3 viên bi làm bằng thủy tinh có cùng đường kính bằng 2 cm vào cốc nước. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu?

Đường kính của 1 viên bi bằng 2 cm nên tổng thể tích của 3 viên bi là $4\pi \text{ (cm}^3\text{)}$	0,25
Gọi h là chiều cao mực nước dâng lên so với mực nước ban đầu sau khi thả bi vào. Ta có phương trình $\pi 3^2 h = 4\pi$	0,25
$\Leftrightarrow h = \frac{4}{9} \text{ (cm)}$	0,25
Chiều cao của mực nước trong cốc lúc này là $10 + \frac{4}{9} = \frac{94}{9} \text{ (cm)}$.	0,25

HẾT