

Vinh, ngày 09 tháng 03 năm 2019

Mã đề thi
333

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và số hạng thứ ba là $u_3 = 18$. Giá trị của u_6 bằng
A. 486 hoặc -486. B. 486. C. 972. D. 42.

Câu 2: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ là
A. $(-1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $[1; 2)$.

Câu 3: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$ là
A. 8. B. 5. C. 4. D. 10.

Câu 4: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2^x}$.
A. $y' = \frac{2-x}{2^x}$. B. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{(2^x)^2}$. C. $y' = \frac{x-2}{2^x}$. D. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$.

Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.
A. $|z_1 + z_2| = 1$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.

Câu 6: Cho khối hộp có một mặt là hình vuông cạnh a và một mặt có diện tích là $3a^2$. Thể tích của khối hộp là
A. a^3 . B. $3a^3$. C. $2a^3$. D. $4a^3$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$				1				$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -2 -2

Tìm m để phương trình $2f(x) + m = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. $m = -2$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = -1$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

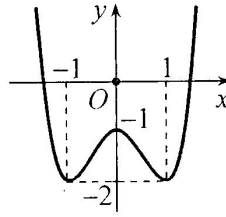
x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		+	0	+	0	-	0	+	
y					2				$+\infty$

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -1 0

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. B. Hàm số có hai cực trị.
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1. D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 10: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $10\sqrt{3}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{10}$. D. 20.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận vector

$\vec{u}(a; 2; b)$ làm vector chỉ phương. Tính $a + b$.

- A. -8. B. 8. C. 4. D. -4.

Câu 12: Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n-1$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $C_n^k = C_n^{n-k}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k < C_n^k$. D. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Câu 13: Hàm số $y = |-2x^2 + 3x + 5|$ đạt cực đại tại

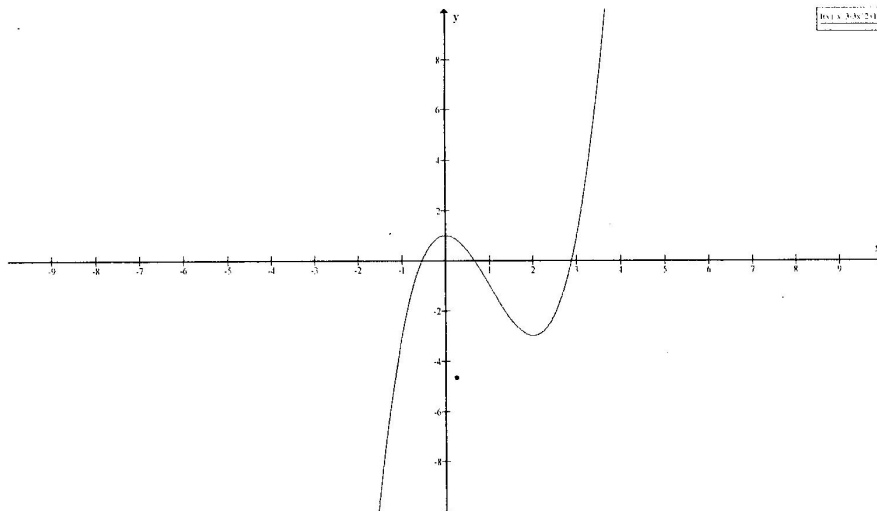
- A. $x = -\frac{3}{4}$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 1, x = -\frac{5}{2}$.

Câu 14: Cho tam giác đều ABC có đường tròn nội tiếp $(O; r)$, cắt bỏ phần hình tròn và cho hình phẳng thu được quay quanh AO . Tính thể tích khối tròn xoay thu được theo r .

- A. $\frac{5}{3}\pi r^3$. B. $\frac{4}{3}\pi r^3$. C. $\pi r^3\sqrt{3}$. D. πr^3 .

Câu 15: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x^2$. B. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.



Câu 16: Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

- A. $2\log a - \frac{1}{2}\log b$. B. $2\ln a + \frac{1}{2}\ln b$. C. $\frac{2\ln a}{\ln \sqrt{b}}$. D. $2\ln a - \frac{1}{2}\ln b$.

Câu 17: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$ là

- A. $\ln x - \cos x + C$. B. $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C$. C. $\ln|x| + \cos x + C$. D. $\ln|x| - \cos x + C$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$, mặt phẳng (P) không qua O , song song mặt phẳng (Q) và $d((P), (Q)) = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$. B. $x + 2y + 2z = 0$. C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 2z + 3 = 0$.

Câu 19: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{2x}$ là

- A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}(x - 2) + C$.
C. $F(x) = 2e^{2x}(x - 2) + C$. D. $F(x) = 2e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$.

Câu 20: Phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là

- A. 0. B. 2. C. -1. D. 1.

Câu 21: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 1$ trên $[0; 2]$ là

- A. 29. B. -3. C. 1. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 22: Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

- A. $z = 0$. B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$.

Câu 24: Biết tứ diện đều $ABCD$ có thể tích bằng $\frac{1}{3}a^3$. Xác định AB .

- A. $2a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. a . D. $a\sqrt{2}$.

Câu 25: Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 2x + 2) = 1$ là

- A. $\emptyset$. B. $\{-2; 4\}$. C. $\{4\}$. D. $\{-2\}$.

Câu 26: Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối cầu là

- A. $18\pi a^3$. B. $12\pi a^3$. C. $36\pi a^3$. D. $9\pi a^3$.

Câu 27: Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3\left(\frac{90}{11}\right)$ theo a, b, c .

- A. $P = 2a + b - c$. B. $P = a + 2b - c$. C. $P = 2a + b + c$. D. $P = 2a - b + c$.

Câu 28: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 8.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 1) \geq 3$ là

- A. $[-2; 2]$. B. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$. C. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $[-3; 3]$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, B và vector $\overrightarrow{AB}(1; 3; 1)$. Xác định tọa độ B .

- A. $(2; 5; 0)$. B. $(0; -1; -2)$. C. $(0; 1; 2)$. D. $(-2; -5; 0)$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(5; 4; -1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$. B. $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 6$.
C. $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 32: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt $ABCD$ là hình vuông, $AA' = \frac{AB \cdot \sqrt{6}}{2}$. Xác định góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$.

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 33: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 1$. B. $P = -\frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -1$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và tam giác SCD vuông cân tại S . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- A. $\frac{7}{3}\pi a^2$. B. $\frac{8}{3}\pi a^2$. C. $\frac{5}{3}\pi a^2$. D. πa^2 .

Câu 35: Tại trung tâm một thành phố người ta tạo điểm nhấn bằng cột trang trí hình nón có kích thước như sau: chiều dài đường sinh $l = 10m$, bán kính đáy $R = 5m$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm SB . Trang trí một hệ thống đèn điện từ chạy từ A đến C trên mặt nón. Xác định giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện từ.

- A. $15m$. B. $10m$. C. $5\sqrt{3}m$. D. $5\sqrt{5}m$.

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2 - 2i|$. Đặt $A = M + m$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $A \in (\sqrt{34}; 6)$. B. $A \in (6; \sqrt{42})$. C. $A \in (2\sqrt{7}; \sqrt{33})$. D. $A \in [4; 3\sqrt{3})$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P) , d' nhận $\vec{u}(a; b; 2019)$ làm một vector chỉ phương. Xác định tổng $(a + b)$.

- A. 2019. B. -2019. C. 2018. D. -2020.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$,

$d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vector $\vec{n}(1; b; c)$ làm một vector pháp

tuyến. Xác định tích bc .

- A. -4 hoặc 0. B. 4 hoặc 0. C. -4. D. 4.

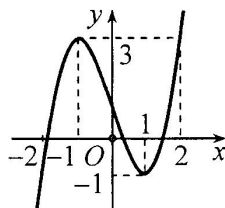
Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Bất phương trình $f^{(2019)}(x) > m$ đúng với mọi $x \in \left(\frac{\pi}{12}; \frac{3\pi}{8}\right)$ khi và chỉ khi

- A. $m < 2^{2018}$. B. $m \leq 2^{2018}$. C. $m \leq 2^{2019}$. D. $m < 2^{2019}$.

Câu 40: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt được lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 8, 9. Tính xác suất để số được chọn lớn hơn số 2019 và bé hơn số 9102.

- A. $\frac{83}{120}$. B. $\frac{119}{180}$. C. $\frac{31}{45}$. D. $\frac{119}{200}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sqrt{4-x^2}) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\sqrt{2}; \sqrt{3}]$ là

- A. $[-1; 3]$. B. $[-1; f(\sqrt{2})]$. C. $[-1; f(\sqrt{2})]$. D. $(-1; 3]$.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và hai điểm $A(4; 3; 1), B(3; 1; 3)$; M là điểm thay đổi trên (S) . Gọi m, n là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Xác định $(m-n)$.

- A. 64. B. 68. C. 60. D. 48.

Câu 43: Người ta xây một sân khấu với mặt sân có dạng hợp của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn là 20 mét và 15 mét. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30 mét. Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao của hai hình tròn là 300 nghìn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 nghìn đồng. Hỏi số tiền làm mặt sân của sân khấu gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

- A. 208 triệu đồng. B. 202 triệu đồng. C. 200 triệu đồng. D. 218 triệu đồng.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $|f(x+h) - f(x-h)| \leq h^2, \forall x \in \mathbb{R}, \forall h > 0$.

Đặt $g(x) = [x + f'(x)]^{2019} + [x + f'(x)]^{29-m} - (m^4 - 29m^2 + 100)\sin^2 x - 1$, m là tham số nguyên và $m < 27$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$. Tính tổng bình phương các phần tử của S .

- A. 108. B. 58. C. 100. D. 50.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = 2f(1-x) + \sqrt{x^2+1} - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-3; -2)$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2019}}{2019!} - e^x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2 - 10x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị

nguyên dương và chia hết cho 5 của tham số m để bất phương trình $m - f(x) \leq 0$ có nghiệm?

- A. 5. B. 25. C. 6. D. 0.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B, (P)) = 2d(A, (P))$, (P) cắt AB tại $I(a,b,c)$ nằm giữa AB . Tính $a+b+c$.

- A. 8. B. 6. C. 12. D. 4.

Câu 48: Một anh sinh viên nhập học đại học vào tháng 8 năm 2014. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2014, cứ vào ngày mùng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định 0,8%/tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo (lãi kép). Vào ngày mùng một hàng tháng kể từ tháng 9/2016 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng do có việc làm thêm. Hỏi ngay sau khi kết thúc ngày anh ra trường (30/06/2018) anh còn nợ ngân hàng bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn đồng)?

- A. 49.024.000 đồng. B. 47.401.000 đồng. C. 47.024.000 đồng. D. 45.401.000 đồng.

Câu 49: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để có đúng 4 số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z|^2$ và $|z| = m$?

- A. $\{2; 2\sqrt{2}\}$. B. $[2; 2\sqrt{2}]$. C. $\{2\}$. D. $(2; 2\sqrt{2})$.

Câu 50: Cho tích phân $I = \int_0^{\pi^2} \sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x} dx = a\pi^2 + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\frac{a}{b} < -3$. B. $a^2 - b = -4$. C. $a - b = 6$. D. $\frac{a}{b} \in (-1; 0)$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.A	2.D	3.C	4.D	5.C	6.B	7.A	8.C	9.A	10.D
11.B	12.C	13.B	14.A	15.D	16.D	17.D	18.C	19.A	20.C
21.D	22.B	23.D	24.D	25.B	26.C	27.B	28.B	29.B	30.A
31.A	32.C	33.D	34.A	35.D	36.A	37.B	38.C	39.B	40.C
41.D	42.C	43.B	44.C	45.C	46.A	47.D	48.B	49.A	50.D

Câu 1:

Phương pháp:

- Tính công bội q , từ đó suy ra u_6
- Sử dụng công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$

Cách giải:

Ta có: $u_3 = u_1 \cdot q^2 \Leftrightarrow 18 = 2 \cdot q^2 \Leftrightarrow q = \pm 3$

Vậy với $q = 3$ thì $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 2 \cdot 3^5 = 486$

Với $q = -3$ thì $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 2 \cdot (-3)^5 = -486$

Chọn: A

Chú ý khi giải:

Nhiều HS sẽ chọn nhầm đáp án D vì đọc không kĩ đề thành cấp số “cộng”.

Nhiều em khác lại chọn nhầm B vì quên mất trường hợp $q = -3$

Câu 2:

Phương pháp:

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} (cx+d \neq 0)$ nghịch biến trên $K \Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ -\frac{d}{c} \notin K \end{cases}$

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$

Ta có: $y' = \frac{m(m+1) - 2m - 2}{(x+m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{(x+m)^2}$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì

$$\begin{cases} y' = \frac{m^2 - m - 2}{(x+m)^2} < 0 \\ -m \notin (-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 < 0 \\ -m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$$

Vậy $m \in [1; 2)$

Chọn: D

Câu 3:

Phương pháp:

Xét phương trình hoành độ giao điểm, tìm nghiệm và tính diện tích theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$-x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Để thấy $3x^2 - 6x < 0$ trong khoảng $(0; 2)$ nên diện tích hình phẳng cần tính là:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 |-x^2 + 2x + 1 - 2x^2 + 4x - 1| dx = \int_0^2 |6x - 3x^2| dx \\ &= \int_0^2 (6x - 3x^2) dx = \left(3x^2 - x^3 \right) \Big|_0^2 = 4 \end{aligned}$$

Chọn: C

Câu 4:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm hàm hợp $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ và $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = \left(\frac{1-x}{2^x}\right)' = \frac{-2^x - (1-x) \cdot 2^x \cdot \ln 2}{2^{2x}} = \frac{-1 + (x-1)\ln 2}{2^x}$$

Chọn: D

Câu 5:

Phương pháp:

- Cộng hai số phức theo công thức $(a+bi) + (a'+b'i) = (a+a') + (b+b')i$

- Tính mô đun số phức theo công thức $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } z_1 + z_2 = (1+i) + (2-3i) = (1+2) + (1-3)i = 3-2i$$

$$\text{Vậy } |z_1 + z_2| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

Chọn: C

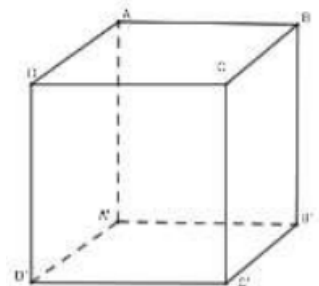
Câu 6:

Phương pháp:

Thể tích khối hộp đứng có chiều cao h và diện tích đáy S là $V = h \cdot S$

Cách giải:

Giả sử $ABB'A'$ là hình vuông cạnh a thì chiều cao hình hộp $AA' = a$ và diện tích đáy hình hộp là $S_{ABCD} = 3a^2$



Thể tích hình hộp là $V = AA'.S_{ABCD} = a.3a^2 = 3a^3$

Chọn: B

Câu 7:

Phương pháp:

Biến đổi phương trình về dạng $f(x) = g(m)$ và sử dụng tương giao đồ thị tìm số nghiệm của phương trình.

Cách giải:

Ta có: $2f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{m}{2} (*)$

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{m}{2}$

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -\frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = -2$

Chọn: A

Câu 8:

Phương pháp:

Quan sát bảng biến thiên và lưu ý rằng hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0$ trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a; b)$

Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu một trong hai điều kiện sau được thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = y_0$

Cách giải:

Từ BBT ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$ nên A đúng

Hàm số có hai điểm cực trị $x = 1; x = 2$ nên B đúng

Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y = -1$ (vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$) nên D đúng

Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 là sai vì không tồn tại giá trị của x để $y = -1$

Chọn: C

Câu 9:

Phương pháp:

- Tìm khoảng nghịch biến của hàm số đã cho dựa vào đồ thị
- Nhận xét các đáp án (khoảng cần tìm là con của khoảng nghịch biến)

Cách giải:

Dễ thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Mà $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \subset (0; 1)$ nên hàm số cũng nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Chọn: A

Câu 10:

Phương pháp:

Giải phương trình tìm z_1, z_2 sau đó tính toán.

Lưu ý: Với $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ thì $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Cách giải:

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = -9 = 9i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z+1 = 3i \\ z+1 = -3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } |z_1|^2 + |z_2|^2 = (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + (-3)^2 = 20$$

Chọn: D

Câu 11:

Phương pháp:

- Đường thẳng $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ có một VTCP là $\vec{u}(a;b;c)$

- Nếu $\vec{u}(a;b;c)$ là một VTCP của d thì $k\vec{u} = (ka; kb; kc)$ cũng là một VTCP của d .

Cách giải:

Dễ thấy d có một VTCP là $\vec{u}_d(2;1;2)$ nên nó cũng nhận $\vec{u} = 2\vec{u}_d(4;2;4)$ làm VTCP.

$$\text{Do đó } a=4; b=4 \Rightarrow a+b=8$$

Chọn: B

Câu 12:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức tổ hợp, chỉnh hợp.

Cách giải:

Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n-1$, ta có $C_n^k = C_n^{n-k}; A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!};$

$$C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$$

Nên A, B, D đúng.

$$\text{Xét C: } A_n^k < C_n^k \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-k)!} < \frac{n!}{k!(n-k)!} \Rightarrow 1 - \frac{1}{k!} < 0 \text{ (vô lý vì } k \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{k!} \leq 1 \Rightarrow -1 + \frac{1}{k!} \geq 0)$$

Chọn: C

Câu 13:

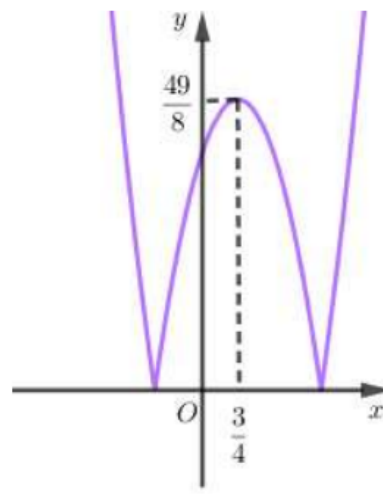
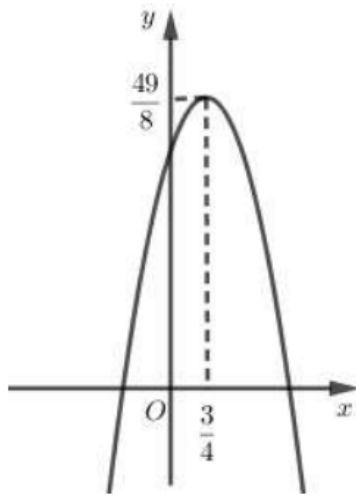
Phương pháp:

- Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^2 + 3x + 5$, từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = |-2x^2 + 3x + 5|$ và kết luận.

Cách giải:

Hàm số $y = -2x^2 + 3x + 5$ có đồ thị là parabol có hoành độ đỉnh $x = \frac{3}{4}$, tung độ $y = \frac{49}{8}$.

Đồ thị:



Từ đó có đồ thị hàm số $y = |-2x^2 + 3x + 5|$ như trên.

Dựa vào đồ thị hàm số thấy hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{3}{4}$

Chọn: B

Câu 14:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính thể tích khối nón có bán kính đáy R và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

Thể tích khối cầu bán kính R và $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Cách giải:

Gọi H là trung điểm BC và O là trọng tâm tam giác đều ABC.

Khi đó $OH = r$; $AH = 3OH = 3r$.

Xét tam giác AHC vuông tại H có

$$\angle C = 60^\circ \Rightarrow \tan \angle C = \frac{AH}{HC} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{3r}{HC} \Rightarrow HC = \sqrt{3}r$$

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AH ta được một hình nón có bán kính $HC = \sqrt{3}r$ và chiều cao $AH = 3r$. Suy ra thể tích

$$\text{khối nón thu được là } V_n = \frac{1}{3}\pi HC^2 \cdot AH = 3\pi r^3$$

Khi quay hình tròn $(O; r)$ quanh AH ta được khối cầu có diện tích là

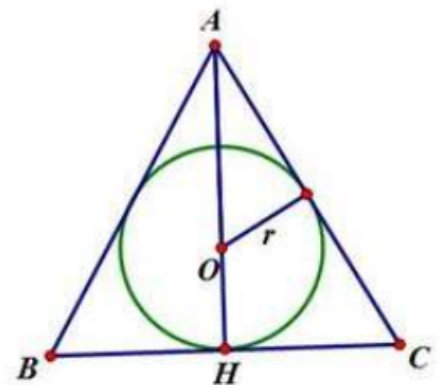
$$V_c = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Vậy khi $(O; r)$, cắt bỏ phần hình tròn và cho hình phẳng thu được quanh quanh AO thì thể tích khối tròn

$$\text{xoay thu được là } V = V_n - V_c = 3\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{5}{3}\pi r^3$$

Chọn: A

Câu 15:



Phương pháp:

Quan sát đồ thị, nhận xét dáng đồ thị, điểm đi qua, số cực trị và đối chiếu với từng đáp án.

Cách giải:

Dễ thấy đồ thị có dáng đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên loại C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ nên loại A.

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0, x=2$ nên phương trình $y'=0$ có hai nghiệm $x_1=0, x_2=2$

Xét đáp án B có $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$ nên loại B.

Đáp án D có $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$ nên D thỏa mãn.

Chọn: D

Câu 16:**Phương pháp:**

Sử dụng công thức $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c; \log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b$ với $0 < a \neq 1; b, c > 0$

Cách giải:

Ta có: $\ln \left(\frac{a^2}{\sqrt{b}} \right) = \ln a^2 - \ln \sqrt{b} = 2 \ln a - \frac{1}{2} \ln b$

Chọn: D

Câu 17:**Phương pháp:**

Sử dụng công thức nguyên hàm các hàm số cơ bản và tính chất nguyên hàm.

Cách giải:

Ta có: $\int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{x} + \sin x \right) dx = \int \frac{dx}{x} + \int \sin x dx = \ln|x| - \cos x + C$

Chọn: D

Câu 18:**Phương pháp:**

+ Mặt phẳng (P) có 1 VTPT là VTPT của mặt phẳng (Q).

+ $d((Q);(P)) = d(M;(P))$ với $M \in (Q)$

+ Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ là

$$d(M;(P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Cách giải:

Vì $(P) // (Q)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x + 2y + 2z + d = 0 (d \neq -3)$

Lấy $M(-1; 1; 1) \in (Q)$ khi đó $d((Q);(P)) = d(M;(P)) = \frac{|-1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + d|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|3 + d|}{3}$

Theo đề bài ta có $\frac{|3+d|}{3}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3+d=3 \\ 3+d=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ d=-6 \end{cases}$

Với $d=0 \Rightarrow (P): x+2y+2z=0$ đi qua $O(0;0;0)$ nên không thỏa mãn đề bài

Với $d=-6 \Rightarrow (P): x+2y+2z-6=0$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình $(P): x+2y+2z-6=0$

Chọn: C

Câu 19:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp từng phần, đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=e^{2x}dx \end{cases}$ và sử dụng công thức $\int u dv = uv - \int v du$

Cách giải:

$$\text{Đặt } \begin{cases} u=x \\ dv=e^{2x}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=\frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int x e^{2x} dx = \frac{x e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2} dx = \frac{x e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} + C = \frac{1}{2} e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$$

Chọn: A

Câu 20:

Phương pháp:

Đặt $t = (\sqrt{2}+1)^x, t > 0$ từ đó đưa về phương trình ẩn t .

Giải phương trình ẩn t ta tìm được t , thay lại cách đặt để tìm x .

Lưu ý: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b (0 < a \neq 1; b > 0)$

Cách giải:

$$\text{Đặt } t = (\sqrt{2}+1)^x, t > 0$$

$$\text{Ta có } (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=1 \Rightarrow \sqrt{2}-1 = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$$

$$\text{Ta có phương trình: } \frac{1}{t} + t - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2}+1 \\ t = \sqrt{2}-1 \end{cases} (TM)$$

$$\text{Với } t = \sqrt{2}+1 \Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)^x = \sqrt{2}+1 \Leftrightarrow x=1$$

$$\text{Với } t = \sqrt{2}-1 \Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)^x = \sqrt{2}-1 \Leftrightarrow x=-1$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $-1.1 = -1$

Chọn: C

Câu 21:

Phương pháp:

- Tính y' , tìm các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2]$.
- Tính giá trị hàm số tại các điểm đó và hai đầu mút $x = 0, x = 2$.
- So sánh các giá trị đó và kết luận.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 6x = 0 \Leftrightarrow -x(4x^2 - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 2] \\ x = \frac{\sqrt{6}}{2} \in [0; 2] \\ x = -\frac{\sqrt{6}}{2} \notin [0; 2] \end{cases}$$

$$\text{Tính } y(0) = 1, y(2) = -3, y\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = \frac{13}{4}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đạt được trong $[0; 2]$ là $\frac{13}{4}$

Chọn: D

Câu 22:

Phương pháp:

Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu một trong hai điều kiện sau được thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = y_0$

Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu một trong các điều kiện sau được thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow x_0} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_0} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_0} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_0} y = -\infty$

Cách giải:

ĐK: $x \neq \{1; -3\}$

$$+ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x^2+2x-3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{\frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}} = 0 \text{ nên đường thẳng } y = 0 \text{ là một tiệm cận ngang của đồ thị}$$

hàm số.

$$+ \lim_{x \rightarrow -3^+} y = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x-1}{x^2+2x-3} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x-1}{(x-1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{1}{x+3} = +\infty \text{ nên đường thẳng } x = -3 \text{ là một tiệm cận}$$

đứng của đồ thị hàm số.

$$+ \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x^2+2x-3} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x+3} = \frac{1}{4} \neq \pm\infty \text{ nên đường thẳng } x = 1 \text{ không là tiệm}$$

cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận $x = -3$ và $y = 0$

Chọn: B

Câu 23:

Phương pháp:

Trục Oz đi qua $O(0;0;0)$ và có VTCP $\vec{k} = (0;0;1)$

Cách giải:

Trục Oz đi qua $O(0;0;0)$ và có VTCP $\vec{k} = (0;0;1)$ nên có phương trình
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$$

Chọn: D

Câu 24:

Phương pháp:

Thể tích khối chóp có chiều cao h và diện tích S là $V = \frac{1}{3}h.S$

Hình tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng nhau nên từ thể tích ta tính được cạnh của hình tứ diện đều.

Cách giải:

Gọi tứ diện đều có $AB = AC = BC = CD = x$ ($x > 0$)

Gọi M là trung điểm BC và H là trọng tâm tam giác ABC

$\Rightarrow DH \perp (ABC); AM \perp BC$

Xét tam giác ABC đều cạnh x có :

$$AM = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{3}; S_{ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

Xét tam giác DAH vuông tại H có

$$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{x\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện } V_{ABCD} = \frac{1}{3}DH.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{x^3\sqrt{2}}{12}$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{3}a^3 = \frac{x^3\sqrt{2}}{12} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } AB = a\sqrt{2}$$

Chọn: D

Chú ý:

Các em có thể sử dụng luôn công thức tính thể tích khối tứ diện đều cạnh x là $V = \frac{x^3\sqrt{2}}{12}$, từ đó tính được cạnh AB .

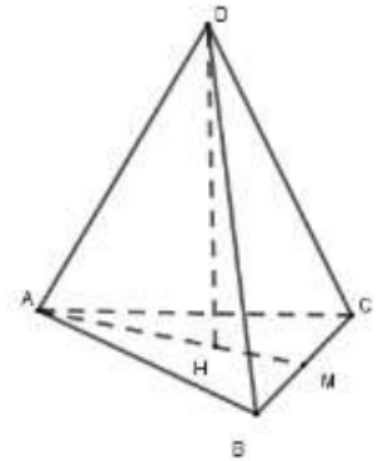
Câu 26:

Phương pháp:

$$\text{Phương trình } \log_a f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = a^m$$

Cách giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$



$$\log(x^2 - 2x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 10 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2; 4\}$

Chọn: B

Câu 26:

Phương pháp:

Hình cầu có bán kính R thì có diện tích là $S = 4\pi R^2$ và thể tích là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Cách giải:

Gọi bán kính hình cầu là R ($R > 0$)

Khi đó diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 36\pi a^2 \Rightarrow R = 3a$

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (3a)^3 = 36\pi a^3$

Chọn: C

Câu 27:

Phương pháp:

Biến đổi P về làm xuất hiện các $\log_3 5, \log_3 6, \log_3 22$, chú ý $\frac{90}{11} = \frac{180}{22}$

Sử dụng các công thức logarit của tích, thương và lũy thừa.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \log_3 \frac{90}{11} = \log_3 \frac{180}{22} = \log_3 180 - \log_3 22 \\ &= \log_3 (5 \cdot 6^2) - \log_3 22 = \log_3 5 + \log_3 6^2 - \log_3 22 \\ &= \log_3 5 + 2\log_3 6 - \log_3 22 = a + 2b - c \end{aligned}$$

Chọn: B

Câu 28:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp đổi biến số $t = \sqrt{x}$

Và tích phân không phụ thuộc vào biến $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$

Cách giải:

Xét $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow dx = 2t dt$

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = 1; x = 4 \Rightarrow t = 2$

Ta có $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = \int_1^2 \frac{f(t)}{t} \cdot 2t dt = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2 \cdot 2 = 4$

Chọn: B

Câu 29:

Phương pháp:

Sử dụng cách giải bất phương trình $\log_a f(x) \geq m \Leftrightarrow f(x) \geq a^m$ khi $a > 1$

Cách giải:

Điều kiện: $\log_2(x^2 - 1) \geq 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq 2^3 \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq 8 \Leftrightarrow x^2 \geq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 3 \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện ta được $\begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 3 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$

Chọn: B

Câu 30:

Phương pháp:

Cho $A(x_1; y_1; z_1), B(x_2; y_2; z_2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$

Cho $\vec{u}(x; y; z); \vec{v}(x'; y'; z')$. Khi đó $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$

Cách giải:

Gọi $B(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (x - 1; y - 2; z + 1)$

Từ giả thiết ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 1 \\ y - 2 = 3 \\ z + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5; 0)$

Chọn: A

Câu 31:

Phương pháp:

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm AB và bán kính $R = \frac{AB}{2}$

Cách giải:

Gọi I là trung điểm của AB thì $I(3; 3; 1)$

Ta có: $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2 + (-1-3)^2} = 6$

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm AB và bán kính $R = \frac{AB}{2} = 3$ nên có phương trình:

$(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 3^2$ hay $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$

Chọn: A

Câu 32:

Phương pháp:

+ Sử dụng cách xác định góc giữa hai mặt phẳng $(P); (Q)$

$$\begin{cases} (P) \cap (Q) = d \\ a \perp d; a \subset (P) \\ b \perp (Q); b \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow \text{góc tạo bởi } (P) \text{ và } (Q) \text{ là góc tạo bởi hai đường thẳng } a \text{ và } b.$$

+ Tính toán dựa vào định lý Pytago.

Cách giải:

Gọi I là giao điểm hai đường chéo của hình vuông $ABCD$. Khi đó I là trung điểm của BD .

Xét tam giác $A'BD$ cân tại $A' \Rightarrow A'I \perp BD$ và tam giác $C'BD$ cân tại $C' \Rightarrow C'I \perp BD$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BD) \cap (C'BD) = BD \\ A'I \perp BD \\ C'I \perp BD \end{cases} \Rightarrow \text{góc tạo bởi } (A'BD) \text{ và } (C'BD) \text{ là}$$

góc $A'IC'$

$$\text{Gọi } AB = x \Rightarrow AA' = \frac{AB\sqrt{6}}{2} = \frac{x\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Xét hình vuông } ABCD \text{ có } AC = BD = x\sqrt{2} \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}; DI = \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Xét tam giác } AA'D \text{ vuông tại } A \text{ có } A'D = \sqrt{AA'^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{x\sqrt{6}}{2}\right)^2 + x^2} = \frac{x\sqrt{10}}{2}$$

$$\text{Xét tam giác } A'DI \text{ vuông tại } I \text{ có } A'I = \sqrt{A'D^2 - DI^2} = \sqrt{\left(\frac{x\sqrt{10}}{2}\right)^2 - \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2} = x\sqrt{2}$$

$$\text{Vì } \Delta A'DB = \Delta C'DB (c - c - c) \Rightarrow C'I = A'I = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'IC'$ có $A'I = C'I = A'C' = x\sqrt{2}$ nên $\Delta A'IC'$ là tam giác đều. Suy ra $\angle A'IC' = 60^\circ$

Vậy góc tạo bởi $(A'BD)$ và $(C'BD)$ là góc $A'IC'$ bằng 60°

Chọn: C

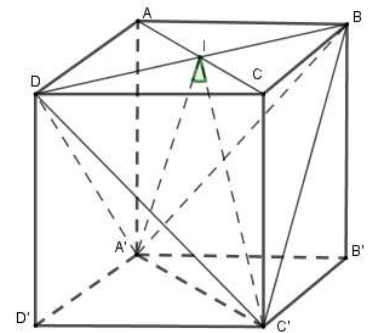
Câu 33:

Phương pháp:

Thay $z = a + bi$ vào đẳng thức bài cho, tìm a, b và kết luận.

Cách giải:

Có $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ thay vào đẳng thức bài cho ta được:



Xét tam giác SNM có $MN^2 = SN^2 + SM^2 \left(a^2 = \left(\frac{a}{2} \right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{4a^2}{4} = a^2 \right)$ nên ΔSMN vuông tại S .

$$\text{Suy ra } SH.MN = SN.SM \Rightarrow SH = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \text{ và } SN^2 = NH.NM \Rightarrow HN = \frac{SN^2}{MN} = \frac{a}{4} \Rightarrow HO = \frac{a}{4}$$

Nhận thấy O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Kẻ tia $Oy \parallel SH$, khi đó tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ nằm trên đường thẳng Oy .

Trên tia OM ta lấy K sao cho $OK = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, khi đó $K \in (O; OA)$

Trong mặt phẳng (SMN) , lấy E là trung điểm SK , kẻ EI là đường trung trực của SK ($I \in Oy$) khi đó $IK = IS = IA = IB = IC = ID$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính là $R = IK$

$$\text{Kẻ } SF \perp Oy \Rightarrow SF = OH = \frac{a}{4}; OF = SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Gắn hệ trục Oxy với $OM \equiv Ox$; $Oy \parallel SH$

$$\text{Đặt } I(0; y_0) \Rightarrow IF = \frac{a\sqrt{3}}{4} - y_0$$

$$\text{Xét tam giác vuông } \Delta ISF \text{ có } IS^2 = IF^2 + SF^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{4} - y_0 \right)^2 + \left(\frac{a}{4} \right)^2$$

$$\text{Xét tam giác vuông } \Delta OIK \text{ có } IK^2 = OI^2 + OK^2 = y_0^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2$$

$$\text{Vì } IK = IS \Leftrightarrow IK^2 = IS^2 \Leftrightarrow \left(\frac{a\sqrt{3}}{4} - y_0 \right)^2 + \left(\frac{a}{4} \right)^2 = y_0^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} y_0 = \frac{a^2}{4} \Rightarrow y_0 = -\frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Suy ra bán kính mặt cầu } R = IK = \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{12} + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$$

$$\text{Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{a^2 \cdot 21}{36} = \frac{7\pi a^2}{3}$$

Chọn: A

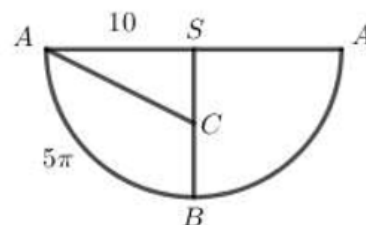
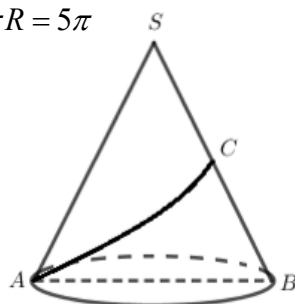
Câu 35:

Phương pháp:

- Trải phẳng mặt nón cắt mép SA .
- Tính góc ở tâm chắn cung AB và suy ra độ dài AC min.

Cách giải:

$$\text{Độ dài cung } AB \text{ là } \frac{2\pi R}{2} = \pi R = 5\pi$$



Có $5\pi = 10 \cdot \angle ASC \Rightarrow \angle ASC = \frac{\pi}{2}$. Do đó $AC_{\min} = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}$

Chọn: D

Câu 36:

Phương pháp:

- + Từ giả thiết suy ra tập hợp điểm $M(z)$ là hình vuông
- + Biến đổi để đưa P bằng với khoảng cách từ điểm $I(2; 2)$ đến M .
- + Đánh giá để tìm max; min của P .

Cách giải:

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x; y \in \mathbb{R}$)

Ta có: $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$

$$\Leftrightarrow |x + yi + x - yi| + |x + yi - x + yi| = 4$$

$$\Leftrightarrow |x| + |y| = 2$$

Suy ra tập hợp điểm M là hình vuông $KBCD$ (hình vẽ)

có các đỉnh $K(2; 0); B(0; 2); C(-2; 0); D(0; -2)$

$$\text{Xét } P = |z - 2 - 2i| = |(x - 2) + (y - 2)i| = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 2)^2}$$

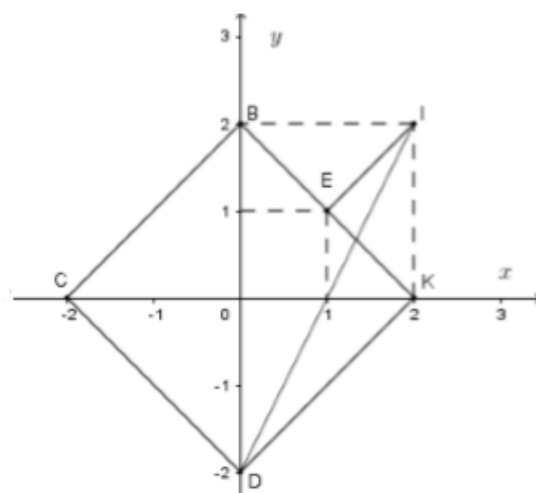
$$\text{Nhận thấy với } I(2; 2) \Rightarrow IM = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 2)^2} = P$$

$$\text{Như vậy } P_{\max} \Leftrightarrow IM_{\max}; P_{\min} \Leftrightarrow IM_{\min}$$

Gọi $E(1; 1)$ là trung điểm $BK \Rightarrow IE < IK < ID$

$$\text{Nên } P_{\max} = ID = \sqrt{(-2 - 2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5} \text{ và } P_{\min} = IE = \sqrt{(1 - 2)^2 + (1 - 2)^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } A = M + m = 2\sqrt{5} + \sqrt{2} \in (\sqrt{34}; 6)$$



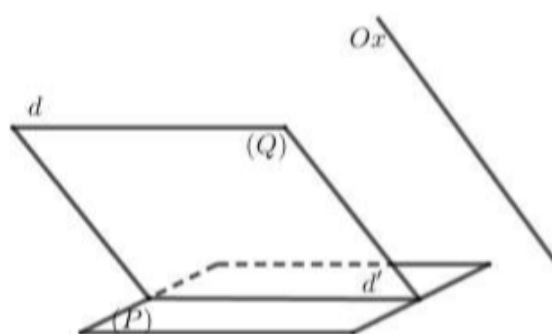
Chọn: A

Câu 37:

Phương pháp:

- Tìm mặt phẳng (Q) chứa d và có phương Ox .
- Đường thẳng d' chính là giao tuyến của mặt phẳng (P) với (Q) .

Cách giải:



Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và có một VTCP cùng phương với Ox .

Khi đó (Q) có một VTPT $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{i}] = (0; 3; -1)$

Lại có $d' = (P) \cap (Q)$ nên $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases}$ hay $\vec{u}_d$ cùng phương với $[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}]$

Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1), \vec{n}_{(Q)} = (0; -3; 1)$ nên $[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (4; -1; -3)$

Khi đó $\vec{u} = -673\vec{u}_d = (-2692; 673; 2019)$ thì $a = -2692, b = 673 \Rightarrow a + b = -2019$

Chọn: B

Câu 38:

Phương pháp:

Ta sử dụng mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d thì $\vec{n}_P \cdot \vec{u}_d = 0$

Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là α thì $\sin \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{u}_\Delta|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{u}_\Delta|}$

Từ đó tìm ra $b, c \Rightarrow b.c$

Cách giải:

Theo đề bài ta có: $\vec{n}_P = (1; b; c)$

Đường thẳng $d_1; d_2$ có VTCP lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -2; -1); \vec{u}_2 = (1; 0; -1)$

Vì mặt phẳng (P) đi qua d_1 nên $\vec{n}_P \perp \vec{u}_1 \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 2 - 2b - c = 0 \quad (1)$

Vì mặt phẳng (P) tạo với d_2 góc 45° nên ta có:

$$\sin 45^\circ = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|1 - c|}{\sqrt{1 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow |1 - c| = \sqrt{1 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow b^2 = -2c \Leftrightarrow c = -\frac{b^2}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $2 - 2b + \frac{b^2}{2} = 0 \Leftrightarrow b^2 - 4b + 4 = 0 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow c = -2 \Rightarrow b.c = -4$

Chọn: C

Câu 39:

Phương pháp:

- Đạo hàm hàm số $f(x)$ đến cấp 2019 (tìm công thức tổng quát).

- Xét hàm $y = f^{(2019)}(x)$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{12}; \frac{3\pi}{8}\right)$ và tìm điều kiện để bất phương trình $f^{(2019)}(x) > m$

nghiệm đúng với mọi $x \in \left(\frac{\pi}{12}; \frac{3\pi}{8}\right)$

Cách giải:

$$f'(x) = \cos 2x; f''(x) = -2 \sin 2x; f'''(x) = -2^2 \cos 2x; f^{(4)}(x) = 2^3 \sin 2x$$

$$f^{(4)}(x) = 2^4 \cos 2x, f^{(5)}(x) = -2^5 \sin 2x, f^{(6)}(x) = -2^6 \cos 2x, f^{(7)}(x) = 2^7 \sin 2x$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} f^{(4k)}(x) = 2^{4k} \cos 2x \\ f^{(4k+1)}(x) = -2^{4k+1} \sin 2x \\ f^{(4k+2)}(x) = -2^{4k+2} \cos 2x \\ f^{(4k+3)}(x) = 2^{4k+3} \sin 2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{(2019)}(x) = f^{(4 \cdot 504 + 3)}(x) = 2^{2019} \sin 2x$$

Xét hàm $y = f^{(2019)}(x) = 2^{2019} \sin 2x$ trên $\left(\frac{\pi}{12}; \frac{3\pi}{8}\right)$ ta có:

+ Trên khoảng $\left(\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{4}\right)$ thì $2x \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin 2x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \Rightarrow 2^{2019} \sin 2x \in (2^{2018}; 2^{2019})$ và hàm $y = 2^{2019} \sin 2x$ đồng biến trên khoảng này.

+ Trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{8}\right)$ thì $2x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \sin 2x \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right) \Rightarrow 2^{2019} \sin 2x \in \left(2^{\frac{4037}{2}}; 2^{2019}\right)$ và hàm $y = 2^{2019} \sin 2x$ nghịch biến trên khoảng này.

Bảng biến thiên:

x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$
$y = 2^{2019} \sin 2x$		2^{2019}	$2^{\frac{4037}{2}}$
	2^{2018}		

Quan sát bảng biến thiên ta thấy, bất phương trình $f^{(2019)}(x) > m$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(\frac{\pi}{12}; \frac{3\pi}{8}\right)$

nếu $m \leq 2^{2018}$

Chọn: B

Câu 40:

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ trong đó $n(A)$ là số phần tử của biến cố A và $n(\Omega)$ là số phần tử của không gian mẫu.

Cách giải:

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$, a, b, c, d là các số tự nhiên có 1 chữ số, $a \neq 0$

+ Có 6 cách chọn a ; 6 cách chọn b ; 5 cách chọn c ; 4 cách chọn $d \Rightarrow$ có $6.6.5.4 = 720$ số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau hay $n(\Omega) = 720$

Gọi A là biến cố “Số được chọn là số lớn hơn 2019 và bé hơn số 9012”

Tính $n(A)$:

TH1: Nếu $a = 2; b = 0; c \geq 3; d$ tùy ý khác $a; b; c \Rightarrow$ có $1.1.4.4 = 16$ số

TH2: Nếu $a = 2; b > 0; c; d$ tùy ý khác nhau và khác $a; b$ có $1.5.5.4 = 100$ số

TH3: Nếu $a \in \{3; 4; 8\}; b; c; d$ khác nhau và khác a thì có $3.6.5.4 = 360$ số

TH4: Nếu $a = 9; b = 0$ thì có $1.1.5.4 = 20$ số

Suy ra $n(A) = 16 + 100 + 360 + 20 = 496$ số

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{496}{720} = \frac{31}{45}$

Chọn: C

Câu 41:

Phương pháp:

- Tính $\left[f(\sqrt{4-x^2}) \right]'$ và tìm nghiệm của $\left[f(\sqrt{4-x^2}) \right]' = 0$

- Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(\sqrt{4-x^2})$ trên nửa khoảng $[-\sqrt{2}; \sqrt{3})$ rồi suy ra tập giá trị của m .

Cách giải:

Xét hàm $y = f(\sqrt{4-x^2})$ trên nửa khoảng $[-\sqrt{2}; \sqrt{3})$ ta có:

$$y' = \left[f(\sqrt{4-x^2}) \right]' = (\sqrt{4-x^2})' \cdot f'(\sqrt{4-x^2}) = \frac{-x \cdot f'(\sqrt{4-x^2})}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x \cdot f'(\sqrt{4-x^2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(\sqrt{4-x^2}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{4-x^2} = -1 \\ \sqrt{4-x^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \notin [-\sqrt{2}; \sqrt{3}) \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

Bảng biến thiên:

x	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{3}$
$f'(\sqrt{4-x^2})$		$+$	0
$f(\sqrt{4-x^2})$	$f(\sqrt{2})$	3	-1

Từ đồ thị hàm số đã cho ta thấy $-1 < f(\sqrt{2})$ nên để phương trình $f(\sqrt{4-x^2}) = m$ có nghiệm trong nửa khoảng $[-\sqrt{2}; \sqrt{3})$ thì $-1 < m \leq 3$
 Vậy $m \in (-1; 3]$

Chọn: D

Chú ý khi giải:

Ở bước xét dấu lập bảng biến thiên, các em có thể lấy một giá trị bất kì của x thuộc từng khoảng cần xét dấu, thay vào f' và tính toán sẽ ra kết quả, từ đó suy ra dấu của f' ngay.

Cụ thể: Với $x \in (0; \sqrt{3})$ ta chọn $x = 1$ thì $f'(\sqrt{3}) > 0$ do quan sát đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Do đó trong khoảng $(0; \sqrt{3})$ thì $f'(\sqrt{4-x^2}) > 0$

Câu 42:

Phương pháp:

- + Xác định điểm I sao cho $2\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0}$. Từ đó $P_{\max} \Leftrightarrow IM_{\max}; P_{\min} \Leftrightarrow IM_{\min}$
- + Từ đó tìm GTLN và GTNN của IM với $M \in$ mặt cầu (S) tâm K bán kính R .
- + Lập luận để có $\min IM = IK - R; \max IM = IK + R$

Cách giải:

Gọi điểm $I(x; y; z)$ sao cho $2\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow 2\vec{IA} = \vec{IB} \Leftrightarrow 2(x-4; y-3; z-1) = (x-3; y-1; z-3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-4) = x-3 \\ 2(y-3) = y-1 \\ 2(z-1) = z-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow I(5; 5; -1)$$

Suy ra $IA = 3; IB = 6$

$$\begin{aligned} \text{Xét } P &= 2MA^2 - MB^2 = 2(\vec{MI} + \vec{IA})^2 - (\vec{MI} + \vec{IB})^2 \\ &= 2MI^2 + 4\vec{MI} \cdot \vec{IA} + 2IA^2 - MI^2 - 2\vec{MI} \cdot \vec{IB} - IB^2 \\ &= MI^2 + IA^2 - IB^2 + 2\vec{MI}(2\vec{IA} - \vec{IB}) = MI^2 \end{aligned}$$

Suy ra $P_{\max} \Leftrightarrow IM_{\max}; P_{\min} \Leftrightarrow IM_{\min}$ với $M \in (S)$

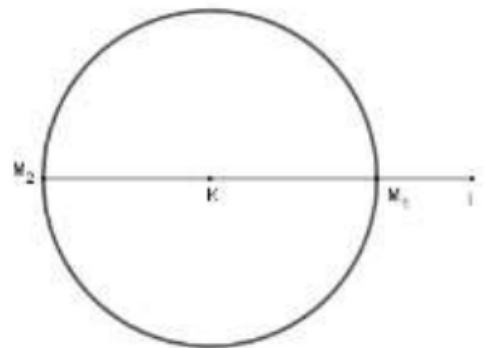
Mặt cầu (S) có tâm $K(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$. Nên $IK = 5$.

Khi đó đường thẳng IK giao với mặt cầu tại hai điểm $M_1; M_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} IM_{\min} = IM_1 = IK - R = 5 - 3 = 2 \\ IM_{\max} = IM_2 = IK + R = 5 + 3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} P_{\min} = n = IM_1^2 = 2^2 = 4 \\ P_{\max} = m = IM_2^2 = 8^2 = 64 \end{cases}$$

Suy ra $m - n = 64 - 4 = 60$



Chọn: C

Câu 43:

Phương pháp:

- Tính diện tích phần giao của hai hình tròn.

Chia làm hai hình viên phân và tính diện tích của chúng bằng cách gắn hệ trục tọa độ và sử dụng công

thức tích phân $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

- Tính diện tích phần còn lại của sân khấu và suy ra chi phí.

Cách giải:

Đặt $OH = x \Rightarrow O'H = 30 - x$

Ta có: $\triangle AHO$ vuông tại H nên $AH^2 = OA^2 - OH^2 = 400 - x^2$

$\triangle AHO'$ vuông tại H nên $AH^2 = O'A^2 - O'H^2 = 225 - (30 - x)^2$

$$\Rightarrow 400 - x^2 = 225 - (30 - x)^2 \Leftrightarrow x = \frac{215}{12}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{215}{12}, O'H = \frac{145}{12}$$

$$\text{Khi đó } AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \frac{5\sqrt{455}}{12}$$

Ta tính diện tích phần giao của hai đường tròn (bằng tổng diện tích hai hình viên phân chắn bởi cung AB và dây AB ở mỗi đường tròn)

+ Xét hình viên phân tạo bởi dây và cung AB của hình tròn tâm O bán kính 20.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ trên.

Ở đó hình viên phân tạo bởi cung và dây AB giới hạn bởi nửa đường tròn

$$y = \sqrt{400 - x^2} \text{ và đường thẳng } y = \frac{215}{12}$$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } \sqrt{400 - x^2} = \frac{215}{12} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\sqrt{455}}{12}$$

$$\text{Do đó diện tích } S_1 = \int_{-\frac{5\sqrt{455}}{12}}^{\frac{5\sqrt{455}}{12}} \left(\sqrt{400 - x^2} - \frac{215}{12} \right) dx \approx 24,96(m)$$

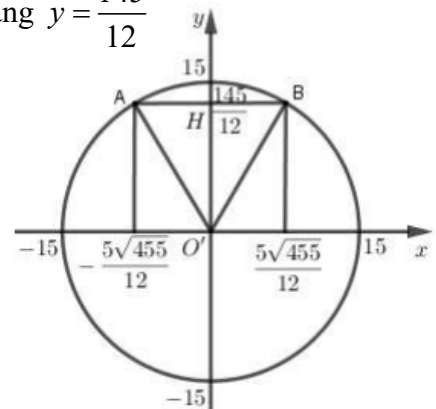
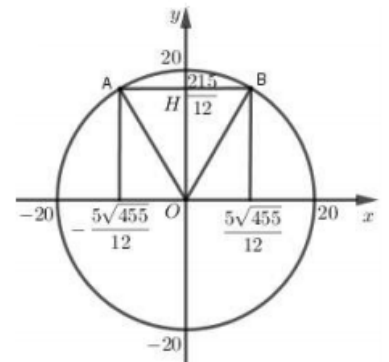
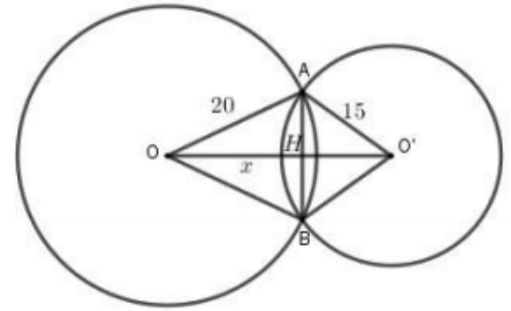
+) Xét hình viên phân tạo bởi dây và cung AB của hình tròn tâm O' bán kính 15.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ trên. Ở đó hình viên phân tạo bởi cung

$$\text{và dây AB giới hạn bởi nửa đường tròn } y = \sqrt{225 - x^2} \text{ và đường thẳng } y = \frac{145}{12}$$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } \sqrt{225 - x^2} = \frac{145}{12} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\sqrt{455}}{12}$$

$$\text{Do đó diện tích } S_2 = \int_{-\frac{5\sqrt{455}}{12}}^{\frac{5\sqrt{455}}{12}} \left(\sqrt{225 - x^2} - \frac{145}{12} \right) dx \approx 35,3(m)$$



Diện tích phần giao của hai hình tròn là: $S = S_1 + S_2 = 24,96 + 35,3 = 60,26(m)$

Diện tích phần còn lại của hình tròn là: $S' = (\pi \cdot 20^2 - 60,26) + (\pi \cdot 15^2 - 60,26) \approx 1842,98(m)$

Vậy tổng chi phí là: $1842,98 \times 100.000 + 60,26 \times 300.000 = 202.376.000$

Chọn: B

Câu 44:

Phương pháp:

Từ giả thiết ta biến đổi để có $f'(x) = 0$

Xét hàm $g(x)$, tính $g'(x); g''(x)$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ thì $g'(0) = 0$ và $g''(0) = 0$ hoặc $g''(0) > 0$

Cách giải:

Với $\forall h > 0$ ta có

$$\begin{aligned} |f(x+h) - f(x-h)| &\leq h^2 \Leftrightarrow \frac{|f(x+h) - f(x-h)|}{h} \leq h \\ \Leftrightarrow -h &\leq \frac{f(x+h) - f(x) + f(x) - f(x-h)}{h} \leq h \\ \Leftrightarrow -h &\leq \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \frac{f(x-h) - f(x)}{h} \leq h \\ \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^+} (-h) &\leq \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \frac{f(x-h) - f(x)}{h} \leq \lim_{h \rightarrow 0^+} h \end{aligned}$$

$$\text{Mà } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x-h) - f(x)}{h}$$

$$\Rightarrow 0 \leq f'(x) + f'(x) \leq 0 \Rightarrow f'(x) = 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Suy ra: } g(x) = x^{2019} + x^{29-m} - (m^4 - 29m^2 + 100)\sin^2 x - 1$$

$$\Rightarrow g'(x) = 2019 \cdot x^{2018} + (29-m)x^{28-m} - (m^4 - 29m^2 + 100)\sin 2x$$

$$\text{Và } g''(x) = 2019 \cdot 2018 x^{2017} + (29-m)(28-m)x^{27-m} - 2(m^4 - 29m^2 + 100)\cos 2x$$

$$\text{Ta thấy } g'(0) = 0; \forall m < 27$$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ thì ta xét hai trường hợp $g''(0) = 0$ hoặc $g''(0) > 0$

$$\text{Xét } g''(0) = -2(m^4 - 29m^2 + 100)$$

$$\text{TH1: Với } g''(0) = 0 \Leftrightarrow m^4 - 29m^2 + 100 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \\ m = 5 \\ m = -5 \end{cases}$$

+ Nếu $m = 2 \Rightarrow g(x) = x^{2019} + x^{27} - 1 \Rightarrow g'(x) = x^{26}(2019x^{1992} + 27)$ không đổi dấu qua $x = 0$. (loại)

+ Nếu $m = -2 \Rightarrow g(x) = x^{2019} + x^{31} - 1 \Rightarrow g'(x) = x^{30}(2019x^{1988} + 31)$ không đổi dấu qua $x = 0$. (loại)

+ Nếu $m = 5 \Rightarrow g(x) = x^{2019} + x^{24} - 1 \Rightarrow g'(x) = x^{23}(2019x^{1995} + 24)$ đổi dấu qua $x = 0$ và $x = -\sqrt[1995]{\frac{24}{2019}}$

Nhận thấy $g'(x) > 0; \forall x > 0$ và $g'(x) < 0; \forall x \in \left(-\sqrt[1995]{\frac{24}{2019}}; 0\right)$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

+ Nếu $m = -5 \Rightarrow g(x) = x^{2019} + x^{34} - 1 \Rightarrow g'(x) = x^{23}(2019x^{1985} + 34)$ đổi dấu qua $x = 0$ và $x = -\sqrt[1985]{\frac{34}{2019}}$

Nhận thấy $g'(x) > 0; \forall x > 0$ và $g'(x) < 0; \forall x \in \left(-\sqrt[1985]{\frac{34}{2019}}; 0\right)$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

+ TH2: Với $g''(0) > 0 \Rightarrow 4 < m^2 < 25 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 5 \\ -5 < m < -2 \end{cases}$ và $g'(0) = 0; \forall m < 27$

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Vậy các giá trị nguyên của $m (m < 27)$ thỏa mãn đề bài là $m \in S = \{-5; -4; -3; 3; 4; 5\}$

Tổng các bình phương các phần tử của S là $(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 100$

Chọn: C

Câu 45:

Phương pháp:

Thử đáp án, khoảng nào làm cho $y' \leq 0$ thì hàm số đã cho nghịch biến.

Cách giải:

Ta có: $y' = -2f'(1-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$

Dễ thấy $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Đáp án A: Xét trong khoảng $(-\infty; 1)$ thì $1-x \in (0; +\infty)$ nhưng ta chưa kết luận được dấu của $f'(1-x)$ dẫn đến chưa nhận xét được tính nghịch biến của hàm số trong khoảng này.

Đáp án B: Xét trong khoảng $(-\infty; -2)$ thì $1-x \in (3; +\infty)$ nhưng ta chưa kết luận được dấu của $f'(1-x)$ dẫn đến chưa nhận xét được tính nghịch biến của hàm số trong khoảng này.

Đáp án C: Xét trong khoảng $(-2; 0)$ thì $1-x \in (1; 3)$ và $f'(1-x) \geq 0$ nên

$y' = -2f'(1-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 < 0, \forall x \in (-2; 0)$

Do đó hàm số $y = 2f(1-x) + \sqrt{x^2+1} - x$ nghịch biến trong khoảng $(-2; 0)$.

Đáp án D: Xét trong khoảng $(-3; -2)$ thì $1-x \in (3; 4)$ và $f'(1-x) < 0$ nhưng ta chưa kết luận được dấu của y' trong khoảng này.

Vậy chỉ có khoảng $(-2; 0)$ là hàm số chắc chắn nghịch biến.

Chọn: C

Câu 46:

Phương pháp:

+ Đặt $g(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2019}}{2019!} - e^x$ với $x \geq 0$

+ Đánh giá $g'(x) \leq 0; \forall x \geq 0$ để tìm GTLN của $g(x)$ trên $[0; +\infty)$

+ Tìm GTLN của $h(x) = -x^2 - 10x$ với $x < 0$

+ Từ đó tìm GTLN của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$

+ Bất phương trình $m - f(x) \leq 0$ có nghiệm khi $m \leq \max_{\mathbb{R}} f(x)$. Kết hợp với điều kiện đề bài để tìm m .

Cách giải:

+ Đặt $g(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2019}}{2019!} - e^x$ với $x \geq 0$. Khi đó ta có:

$$g'(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^{2018}}{2018!} - e^x$$

$$g''(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^{2017}}{2017!} - e^x$$

.....

$$g^{(2018)}(x) = 1 + x - e^x$$

$$g^{(2019)}(x) = 1 - e^x$$

Với mọi $x \geq 0$ ta có $g^{(2019)}(x) = 1 - e^x \leq 0$ (dấu “=” xảy ra khi $x = 0$)

$\Rightarrow g^{(2018)}(x) = 1 + x - e^x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

$\Rightarrow g^{(2018)}(x) \leq g^{(2018)}(0) \Leftrightarrow g^{(2018)}(x) \leq 0$

Tương tự ta có $g'(x) \leq 0$ với mọi $x \geq 0$

Suy ra $\max_{[0; +\infty)} f(x) = g(0) = 0$

Mặt khác xét $h(x) = -x^2 - 10x = 25 - (x + 5)^2$ với $x < 0$

Hàm số đạt giá trị lớn nhất $25 \Leftrightarrow x = -5$ (TM)

Suy ra $\max_{(-\infty; 0)} f(x) = 25$

Vậy $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 25$

+ Xét phương trình $m - f(x) \leq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq m$ có nghiệm

$\Leftrightarrow \max_{\mathbb{R}} f(x) \geq m \Leftrightarrow m \leq 25 \Rightarrow m \in \{5; 10; 15; 20; 25\}$

Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn đề bài.

Chọn: A

Câu 47:**Phương pháp:**

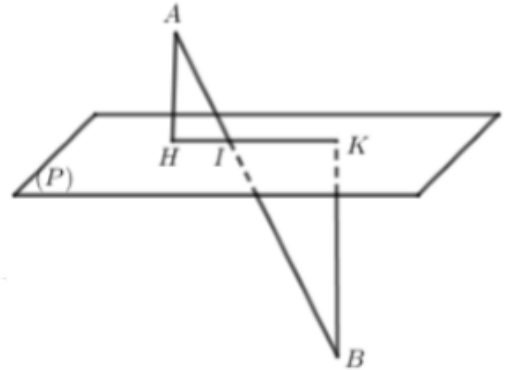
- Nhận xét tính chất các véc tơ $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}$ dựa vào điều kiện bài cho.
- Thay tọa độ của I vào điều kiện vừa có được ở nhận xét, từ đó tính được tọa độ của I.

Cách giải:

Ta có: $I(a; b; c) \in (P), I$ nằm giữa AB.

$$\Rightarrow d(B, (P)) = 2d(A, (P)) \Rightarrow IB = 2IA \Rightarrow \overrightarrow{IB} = -2\overrightarrow{IA}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-a = -2(1-a) \\ -4-b = -2(2-b) \\ -1-c = -2(3-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7=3a \\ 0=3b \\ 5=3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{7}{3} \\ b=0 \\ c=\frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c=4$$

**Chọn: D****Câu 48:****Phương pháp:**

Sử dụng bài toán: Hàng tháng, một người vay (gửi) ngân hàng số tiền là a đồng với lãi suất hàng tháng là r thì sau n tháng người ấy có tổng số tiền nợ (gửi) ngân hàng là $A = \frac{a}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r)$

Tính số tiền anh sinh viên nợ sau 2 năm

Tính số tiền anh sinh viên trả được sau 22 tháng

Tính số tiền nợ còn lại.

Cách giải:

Trong thời gian từ tháng 01/09/2014 đến hết tháng 08/2016 là 24 tháng thì mỗi tháng anh sinh viên vay ngân hàng 3 triệu với lãi suất 0,8%/tháng nên số tiền anh nợ ngân hàng tất cả là:

$$A_1 = \frac{3000000}{0,8\%} \left[(1+0,8\%)^{24} - 1 \right] (1+0,8\%) \approx 79661701,06 \text{ đồng.}$$

Trong thời gian từ tháng 09/2016 đến cuối tháng 06/2018 là 22 tháng thì mỗi tháng anh sinh viên trả ngân hàng 2 triệu với lãi suất 0,8%/ tháng nên số tiền anh trả được ngân hàng là:

$$A_2 = \frac{2000000}{0,8\%} \left[(1+0,8\%)^{22} - 1 \right] (1+0,8\%) \approx 48284037 \text{ đồng.}$$

Tính đến tháng 06/2018 thì số tiền nợ ngân hàng của anh là $A_1(1+0,8\%)^{22}$

Số tiền anh còn nợ là $A = A_1(1+r)^{22} - A_2 \approx 46641110 \text{ đồng.}$

Chọn: B**Câu 49:****Phương pháp:**

- Đặt $z = a + bi$
- Đưa bài toán về hệ phương trình ẩn a, b và tìm điều kiện để hệ có đúng 4 nghiệm.

Chú ý: Nhận xét nghiệm của phương trình để suy ra các trường hợp có thể có của nghiệm.

Cách giải:

Đặt $z = a + bi$ ta có:

$$|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z|^2 \Leftrightarrow |2a| + |2b| = a^2 + b^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2(|a| + |b|)$$

Lại có $|z| = m \Rightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ a^2 + b^2 = m^2 \end{cases}$

Do đó bài toán trở thành tìm $m \geq 0$ để hệ $\begin{cases} a^2 + b^2 = 2(|a| + |b|) \\ a^2 + b^2 = m^2 \end{cases}$ có đúng 4 nghiệm phân biệt $(a; b)$

Nhận xét: Nếu hệ trên nhận một cặp số $(a; b)$ làm nghiệm thì nó cũng nhận các cặp số $(a; -b), (-a; b), (-a; -b), (b; a), (b; -a), (-b; a), (-b; -a)$ làm nghiệm.

Do đó để hệ có đúng bốn nghiệm phân biệt $(a; b)$ thì các nghiệm chỉ có thể thỏa mãn: Một trong hai số a, b bằng 0 và số còn lại khác 0 hoặc hai số a, b thỏa mãn $|a| = |b| \neq 0$

Ta chia làm hai trường hợp:

+) TH1: Nếu hệ có nghiệm thỏa mãn $a = 0$ hoặc $b = 0$ thì $m = 2$ (dễ dàng kiểm tra bằng cách thay $a = 0$ hoặc $b = 0$ vào hệ).

Thử lại: $m = 2$ thì hệ trở thành:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2(|a| + |b|) \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow 4 = 2(|a| + |b|) \Leftrightarrow |a| + |b| = 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2|ab| = 4$$

$$\Leftrightarrow 4 + 2|ab| = 4 \Leftrightarrow |ab| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

Nếu $a = 0$ thì $\begin{cases} b^2 = 2|b| \\ b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow b = \pm 2$

Nếu $b = 0$ thì $\begin{cases} a^2 = 2|a| \\ a^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow a = \pm 2$

Khi đó hệ có đúng 4 nghiệm $(0; 2), (0; -2), (-2; 0), (2; 0)$ nên $m = 2$ thỏa mãn.

+) TH2: Nếu hệ có nghiệm thỏa mãn $|a| = |b| \neq 0$ thì

$$\begin{cases} 2a^2 = 4|a| \\ 2a^2 = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = 2 \\ m^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 2 \\ m = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b = \pm 2 \\ m = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Do đó $m = 2\sqrt{2}$ và hệ có đúng 4 nghiệm $(2; 2), (-2; -2), (2; -2), (-2; 2)$

Vậy tập hợp các giá trị của m là $\{2; 2\sqrt{2}\}$

Chọn: A

Câu 50:

Phương pháp:

Đổi biến số $\sqrt{x} = t$

Sử dụng phương pháp tích phân từng phần.

Cách giải:

$$\text{Đặt } \sqrt{x} = t \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \Leftrightarrow dx = 2t dt$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \pi^2 \Rightarrow t = \pi$$

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\pi} 2t^2 \sin t dt$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} 2t^2 = u \\ \sin t dt = dv \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4t dt = du \\ v = -\cos t \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } I = -\cos t \cdot 2t^2 \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} 4t \cos t dt = 2\pi^2 + J$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} 4t = u_1 \\ \cos t dt = dv_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4dt = du_1 \\ \sin t = v_1 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } J = 4t \sin t \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 4 \sin t dt = 4 \cos t \Big|_0^{\pi} = -4 - 4 = -8$$

$$\text{Do đó } I = 2\pi^2 - 8 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{4} \in (-1; 10)$$

Chọn: D