

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 148

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

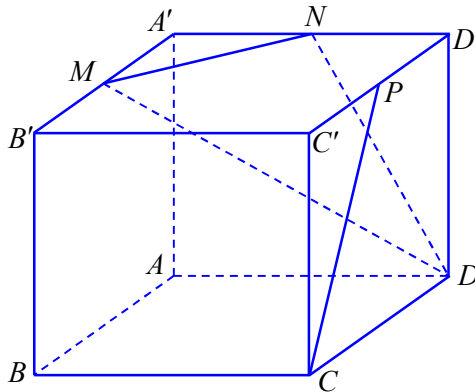
Câu 2: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 8z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$?

- A. 2. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$ là

- A. -4 B. -2 C. $-\frac{25}{6}$ D. -5

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'D', C'D'$. Góc giữa đường thẳng CP và mặt phẳng (DMN) bằng?

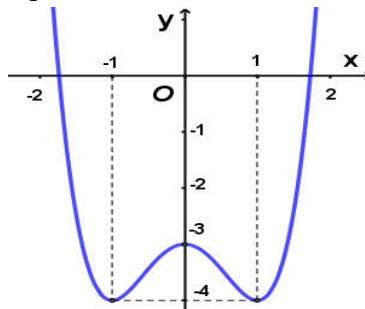


- A. 60° B. 30° C. 0° D. 45°

Câu 5: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số, các chữ số khác nhau và đều khác 0 ?

- A. 9^2 B. A_9^2 C. C_9^2 D. 90

Câu 6: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình bên dưới. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt.



- A. $m \leq \frac{1}{2}$ B. $\begin{cases} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$ C. $0 < m < \frac{1}{2}$ D. $\begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là

- A. $(-\infty; -2)$ B. $(-\infty; 2)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-2; +\infty)$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

- A. $(P): x - y + 2z = 0$ B. $(P): x - 2y - 2 = 0$ C. $(P): x - y - 2z = 0$ D. $(P): x + y + 2z = 0$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			3		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$ B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$

Câu 10: Cho biết $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = -2$. Tính tích phân $I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)]dx$.

- A. $I = 11$. B. $I = 18$. C. $I = 5$. D. $I = 3$.

Câu 11: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 4, chiều cao của khối chóp bằng chiều cao của tam giác đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SA . Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng?

- A. 4. B. $\frac{8}{3}$. C. 8. D. 16.

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 13: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos 2x$ là

- A. $-\sin 2x + C$ B. $-2 \sin 2x + C$ C. $2 \sin 2x + C$ D. $\sin 2x + C$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $A(1; -2; 3)$ B. $A(1; -2; 0)$ C. $A(1; 0; 3)$ D. $A(0; -2; 3)$

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên $[-1; 5]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 7 B. 4 C. 6 D. 5

Câu 16: Thầy giáo Công gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng theo hình thức lãi kép với kì hạn 4 tháng. Biết rằng lãi suất của ngân hàng là 0,5% / tháng. Hỏi sau 2 năm thầy giáo thu được số tiền lãi gần nhất với số nào sau đây

- A. 1.262.000đ. B. 1.271.000đ. C. 1.272.000đ. D. 1.261.000đ.

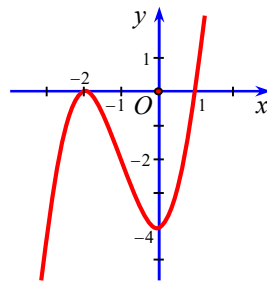
Câu 17: Cho $P = \log_a b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- A. $P = -\frac{1}{2} \log_a (-b)$ B. $P = -2 \log_a (-b)$ C. $P = \frac{1}{2} \log_a (-b)$ D. $P = 2 \log_a (-b)$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ là

- A. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; -2)$ B. $(-2; 1)$ C. $(-1; 0)$ D. $(1; +\infty)$

Câu 20: Một lô hàng gồm 30 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm trong lô hàng. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

- A. $\frac{6}{203}$ B. $\frac{57}{203}$ C. $\frac{153}{203}$ D. $\frac{197}{203}$

Câu 21: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2 + \frac{3}{1-x}$ là:

- A. $y = 3$ B. $y = -1$ C. $x = 1$ D. $y = 2$

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Tính $|z|$?

- A. 5 B. 3 C. $\frac{13}{4}$ D. $\frac{25}{4}$

Câu 23: Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. 61 B. $\frac{61}{3}$ C. $\frac{61}{9}$ D. 4

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (2; 0; 1)$ B. $\vec{n} = (2; 0; -1)$ C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$ D. $\vec{n} = (2; -1; 0)$

Câu 25: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác, gọi là ΔABC . Tính diện tích của tam giác ΔABC .

- A. $S = 2$ B. $S = 1$ C. $S = \frac{1}{2}$ D. $S = 4$

Câu 26: Cho số phức $z = (1+i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là

- A. $2i$. B. 4 . C. 2 . D. -4 .

Câu 27: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ B. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{4}$ C. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$ D. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}$

Câu 28: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' bằng?

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$

Câu 29: Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{6}Bh$ B. $V = \frac{1}{3}Bh$ C. $V = Bh$ D. $V = \frac{1}{2}Bh$

Câu 30: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

- A. $y = \frac{3x+1}{x-1}$ B. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ C. $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$ D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-2}$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- A. $I(1; -3; 0); R = 4$ B. $I(-1; 3; 0); R = 4$ C. $I(-1; 3; 0); R = 16$ D. $I(1; -3; 0); R = 16$

Câu 32: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 1$. B. $P = -\frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -1$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$		-4	-3	-4		$+\infty$

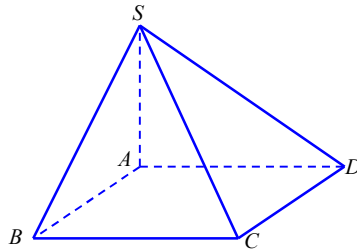
Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $x = 0$ B. $(-1; -4)$ C. $(0; -3)$ D. $(1; -4)$

Câu 34: Cho số phức $z = -1 + 2i$. Số phức $\bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm nào dưới đây trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $Q(-1; -2)$ B. $P(1; 2)$ C. $N(1; -2)$ D. $M(-1; 2)$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng?



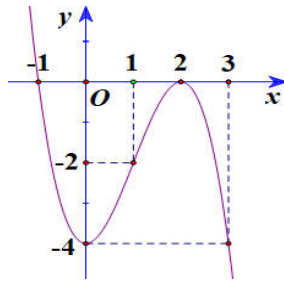
- A. 60° B. 90° C. 30° D. 45°

Câu 36: Bảng biến thiên trong hình bên dưới của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				4		$-\infty$

- A. $y = x^3 - 3x + 4$ B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$ C. $y = \frac{x-1}{2x-1}$ D. $y = -x^3 + 3x + 2$

Câu 37: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 4$ B. $y = x^3 - 3x - 4$ C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$ D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 4)$, $B(9; -7; 2)$. Tìm trên trục Ox tọa độ điểm M sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(5; 0; 0)$. B. $M(-2; 0; 0)$. C. $M(4; 0; 0)$. D. $M(9; 0; 0)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2) = -2$; $\int_0^2 f(x)dx = 1$. Tính tích

phân $I = \int_{-1}^3 f'(\sqrt{x+1})dx$.

- A. $I = -5$. B. $I = 0$. C. $I = -18$. D. $I = -10$.

Câu 40: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ.

Khi đó giá trị của S bằng

- A. $2\ln 2 + 1$ (đvdt) B. $2\ln 2 - 1$ (đvdt) C. $\ln 2 + 1$ (đvdt) D. $\ln 2 - 1$ (đvdt)

Câu 41: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\left(\frac{10}{9}\right)^{2x^2-5xy} \leq \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^{xy+5y^2}$. Hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá

trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{x}{y}$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$. Mặt phẳng đi qua M cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

- A. $x - y + 2z - 5 = 0$. B. $x - y + 2z - 7 = 0$. C. $2x - y + z - 7 = 0$. D. $x + y + 2z - 5 = 0$.

Câu 43: Cho phương trình $x^3 + x^2 - (m+1)x + 8 = (x-3)\sqrt{x^3 + x^2 - mx + 6}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m và $m \leq 10$ thì phương trình có nghiệm. Tính tổng T các phần tử của S ?

- A. $T = 10$. B. $T = 19$. C. $T = 9$. D. $T = 52$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 4)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(3 - x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 3]$ thỏa mãn $\int_2^3 f(x)dx = 2019$. Tính $I = \int_1^{\sqrt[3]{2}} x^2 f(x^3 + 1)dx$.

- A. $I = 6057$. B. $I = \sqrt[3]{2019}$. C. $I = 673$. D. $I = 2019$.

Câu 46: Cho số phức z thỏa $|z| = 1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + 1| + 2|z - 1|$.

- A. $\max T = 3\sqrt{2}$ B. $\max T = 2\sqrt{10}$ C. $\max T = 2\sqrt{5}$ D. $\max T = 3\sqrt{5}$

Câu 47: Cho hàm số $f(x) > 0$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, đồng thời thỏa mãn $f'(0) = 0$;

$f(0) = 1$ và $f''(x) \cdot f(x) + \left[\frac{f(x)}{\cos x}\right]^2 = [f'(x)]^2$. Tính $T = f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $T = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $T = \frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $T = \frac{3}{4}$. D. $T = \frac{1}{2}$.

Câu 48: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + 5y^2}{2x^2 + 10xy + y^2} + 1 + x^2 - 10xy + 9y^2 \leq 0$. Gọi M, m

lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^2 + xy + 9y^2}{xy + y^2}$. Tính $T = 10M - m$?

- A. 60. B. 95. C. 104. D. 50.

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2019$	$\searrow -2018$	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x) - \frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 3x - \frac{2}{15}$ trên đoạn $[-1; 2]$?

- A. 2022. B. 2019. C. 2020. D. 2021.

-----HẾT-----

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	148	247	349	446
1	C	A	A	C
2	C	A	B	B
3	A	B	C	A
4	C	C	D	A
5	B	B	A	A
6	D	D	B	D
7	A	A	D	B
8	A	B	C	A
9	B	B	D	C
10	A	C	A	B
11	A	B	C	B
12	C	A	D	A
13	A	B	C	A
14	D	B	B	A
15	D	A	A	D
16	A	D	A	C
17	C	D	B	D
18	A	D	D	B
19	C	A	B	D
20	D	A	D	C
21	D	A	C	A
22	A	A	D	D
23	B	D	B	D
24	B	D	D	C
25	B	C	C	C
26	C	A	A	B
27	D	B	C	B
28	B	C	B	C
29	C	D	B	D
30	A	C	D	B
31	B	A	B	D
32	D	C	A	D
33	C	C	D	B
34	A	B	D	C
35	D	D	A	A
36	D	D	C	C
37	D	D	B	D
38	C	C	D	B
39	D	D	C	B
40	B	C	D	C
41	D	D	B	A
42	B	D	B	B
43	B	C	A	C
44	B	B	A	A

45	C	D	C	D
46	C	A	C	A
47	D	B	A	D
48	B	B	D	D
49	A	C	C	D
50	D	C	A	C

Lời giải

$$g'(x) = (3x^2 - 3)f(x^3 - 3x) - x^4 - 2x^2 + 3 = (x^2 - 1)[3f(x^3 - 3x) - x^2 - 3]$$

$$\text{Với } x \in [-1; 2] \text{ có } x^3 - 3x \in [-2; 2] \Rightarrow f(x^3 - 3x) < 0$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} g'(x) = 0 \\ x \in (-1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{Bảng biến thiên của } g(x) = f(x^3 - 3x) - \frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 3x - \frac{2}{15} \text{ trên đoạn } [-1; 2]$$

$$\text{Suy ra } \underset{[-1; 2]}{Max} g(x) = g(1) = f(-2) - \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{3} - 3 + \frac{2}{15}\right) = 2019 + 2 = 2021$$

Câu 1: Bác An gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng theo hình thức lãi kép với kì hạn 4 tháng. Biết rằng lãi suất của ngân hàng là 0,5% / tháng. Hỏi sau 2 năm bác An thu được số tiền lãi gần nhất với số nào sau đây

- A.** 1.261.000đ. **B.** 1.262.000đ. **C.** 1.272.000đ. **D.** 1.271.000đ.

Lời giải

$A = 10(1 + 0,5.4\%)^6 \approx 11,262$ (triệu đồng). Vậy sau 2 năm bác An thu được số tiền lãi là $11,262 - 10 = 1,262$ (triệu đồng).

Câu 26: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- A.** $P = \frac{1}{2}$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i. (1) \text{ Ta có: } z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

$$\text{Thay vào (1) ta được } (1+i)(a+bi) + 2(a-bi) = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow (a-b)i + (3a-b) = 3 + 2i \Leftrightarrow (a-b)i + (3a-b) = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ 3a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow P = -1.$$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2) = -2$; $\int_0^2 f(x)dx = 1$. Tính tích

$$\text{phân } I = \int_0^4 f'(\sqrt{x})dx.$$

- A.** $I = -10$. **B.** $I = -5$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = -18$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) > 0$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, đồng thời thỏa mãn $f'(0) = 0$;

$$f(0) = 1 \text{ và } f''(x) \cdot f(x) + \left[\frac{f'(x)}{\cos x}\right]^2 = [f'(x)]^2. \text{ Tính } T = f\left(\frac{\pi}{3}\right).$$

A. $T = \frac{3}{4}$.

B. $T = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $T = \frac{1}{2}$.

D. $T = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f''(x) \cdot f(x) + \left[\frac{f'(x)}{\cos x}\right]^2 = [f'(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{f''(x) \cdot f(x) - \left[\frac{f'(x)}{\cos x}\right]^2}{f^2(x)} = -\frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\left[\frac{f'(x)}{f(x)}\right]' = -\frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = -\tan x + C. \text{ Do } \begin{cases} f'(0) = 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} \text{ nên } C = 0.$$

$$\text{Do đó } \frac{f'(x)}{f(x)} = -\tan x. \text{ Suy ra } \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{df(x)}{f(x)} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{d \cos x}{\cos x} \Leftrightarrow \ln f(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \ln \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} \\ \Leftrightarrow \ln f\left(\frac{\pi}{3}\right) - \ln f(0) = \ln \frac{1}{2} - \ln 1 \Leftrightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 4), B(9; -7; 2)$. Tìm trên trục Ox tọa độ điểm M sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(4; 0; 0)$.

B. $M(5; 0; 0)$.

C. $M(9; 0; 0)$.

D. $M(-2; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra $I(4; -2; 3)$.

$$\text{Ta có } MA^2 + MB^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2$$

Do $IA^2 + IB^2$ không đổi nên $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MI ngắn nhất. Suy ra M là hình chiếu vuông góc của I trên Ox . Vậy $M(4; 0; 0)$.

Chú ý: Nếu $\alpha \overrightarrow{IA} + \beta \overrightarrow{IB} = \vec{0} (\alpha + \beta \neq 0)$ thì $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta) \overrightarrow{MI}$, $\forall M$

Bài toán: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 2 điểm A, B . Tìm trên đường thẳng d hoặc mặt phẳng (P) điểm M sao cho

1. $|\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB}|$ ngắn nhất.

2. $\alpha MA^2 + \beta MB^2$ nhỏ nhất khi $\alpha + \beta > 0$

3. $\alpha MA^2 + \beta MB^2$ lớn nhất khi $\alpha + \beta < 0$

NX: M là hình chiếu vuông góc của I thỏa $\alpha \overrightarrow{IA} + \beta \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ trên đường thẳng d hoặc mp (P)

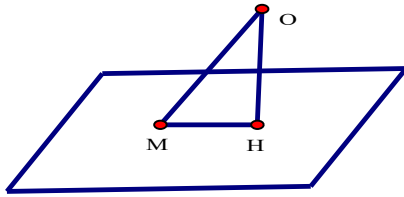
Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Mặt phẳng đi qua M cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

- A. $x + y + 2z - 5 = 0$. B. $x - y + 2z - 7 = 0$. C. $2x - y + z - 7 = 0$. D. $x - y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$ có tọa độ tâm $I(1; 0; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có: $\overline{IM} = (1; -1; 2)$, $IM = \sqrt{6} < R$ nên M nằm trong mặt cầu.

Gọi (α) là mặt phẳng qua M và cắt (S) theo một đường tròn.

Gọi H là hình chiếu của tâm I trên mặt phẳng (α) ta có $IH \leq IM$.

Bán kính của đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - IH^2} \geq \sqrt{R^2 - IM^2} = \sqrt{9 - 6} = \sqrt{3}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv M$.

Khi đó mặt phẳng (α) qua M và nhận $\overline{IM} = (1; -1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình $x - y + 2z - 7 = 0$.

Câu 46: Cho số phức z thỏa $|z| = 1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z+1| + 2|z-1|$.

- A. $\max T = 2\sqrt{5}$ B. $\max T = 2\sqrt{10}$ C. $\max T = 3\sqrt{5}$ D. $\max T = 3\sqrt{2}$

Giải:

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow a^2 + b^2 = 1$.

Ta có: $T = |z+1| + 2|z-1| = \sqrt{(a+1)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a-1)^2 + b^2}$

$= \sqrt{a^2 + b^2 + 2a + 1} + 2\sqrt{a^2 + b^2 - 2a + 1} = \sqrt{2a + 2} + 2\sqrt{2 - 2a} \stackrel{B.C.S}{\leq} \sqrt{(1^2 + 2^2)(4)} = 2\sqrt{5}$.

Vậy $\max T = 2\sqrt{5}$.

Câu 47: Cho phương trình $x^3 + x^2 - (m+1)x + 8 = (x-3)\sqrt{x^3 + x^2 - mx + 6}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên

của m và $m \leq 10$ thì phương trình có nghiệm. Tính tổng T các phần tử của S ?

- A. $T = 52$. B. $T = 10$. C. $T = 19$. D. $T = 9$.

Lời giải

Họ và tên: Đào Hữu Nguyên Tên FB: Đào Hữu Nguyên

Chọn C

Điều kiện:

$$pt \Leftrightarrow x^3 + x^2 - mx + 6 - (x-3)\sqrt{x^3 + x^2 - mx + 6} - (x-2) = 0$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^3 + x^2 - mx + 6}, t \geq 0$$

$$\text{Ta có phương trình: } t^2 - (x-3)t - (x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = x-2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } t = x - 2 \text{ có } \sqrt{x^3 + x^2 - mx + 6} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^3 + 2 = (m-4)x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + \frac{2}{x} = m-4 \end{cases}$$

$$\text{Lớp 10 : Với } x \geq 2 \text{ ta có } x^2 + \frac{2}{x} = \left(x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x}\right) - \frac{14}{x} \geq 3\sqrt{x^2 \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x}} - \frac{14}{2} = 5$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$x = 2$$

Suy ra để phương trình có nghiệm

$$\Leftrightarrow m - 4 \geq 5 \Leftrightarrow m \geq 9$$

$$\text{Do } \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [9; 10] \end{cases} \text{ nên } m \in \{9; 10\}. \text{ Vậy } T = 19$$

Câu 48: Cho phương trình: $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$. Giả sử phương trình có nghiệm, chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{4}{3}$

Lời giải

b) $d = 1$: Gọi x_0 là nghiệm của phương trình ($x_0 \neq 0$).

$$x_0^4 + ax_0^3 + bx_0^2 + cx_0 + 1 = 0 \Leftrightarrow b = -x_0^2 + \frac{-1}{x_0^2} - ax_0 - c \frac{1}{x_0}$$

$$\text{Ta có: } (a^2 + b^2 + c^2) \left(x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} + 1\right) = \left[a^2 + c^2 + \left(-x_0^2 + \frac{-1}{x_0^2} - ax_0 - c \frac{1}{x_0}\right)^2 \right] \left(x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} + 1\right) \\ \geq \left(ax_0 + c \frac{1}{x_0} - x_0^2 + \frac{-1}{x_0^2} - ax_0 - c \frac{1}{x_0}\right)^2 = \left(x_0^2 + \frac{1}{x_0^2}\right)^2$$

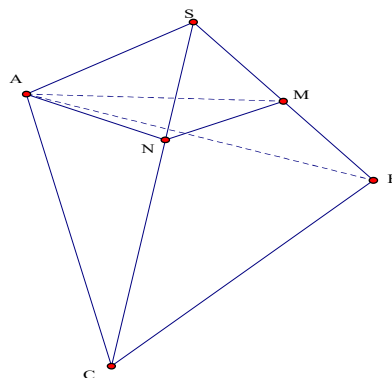
$$\text{Suy ra: } (a^2 + b^2 + c^2) \geq \frac{\left(x_0^2 + \frac{1}{x_0^2}\right)^2}{x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} + 1} = \frac{t^2}{t+1} \text{ với } t = x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} \geq 2$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{t^2}{t+1} \geq \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3t^2 - 4t - 4 \geq 0 \Leftrightarrow (t-2)(3t+2) \geq 0 \text{ (đúng do } t \geq 2).$$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{4}{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = -\frac{2}{3}$ (ứng với $x_0 = 1$).

$$a = c = \frac{2}{3}, b = -\frac{2}{3} \text{ (ứng với } x_0 = -1).$$



Câu 7:

$$\text{Lấy } M \in SB, N \in SC \text{ thỏa mãn: } SM = SN = SA = a \Rightarrow \begin{cases} \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \\ \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \end{cases}.$$

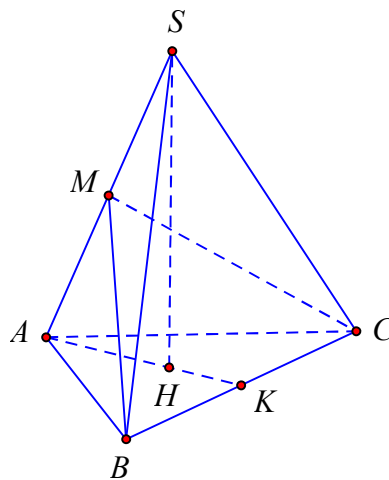
Theo giả thiết: $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ \Rightarrow S.AMN$ là khối tứ diện đều cạnh a .

$$\text{Do đó: } V_{S.AMN} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}. \text{ Mặt khác: } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.ABC} = 8V_{S.AMN} = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 1: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 4, chiều cao của khối chóp bằng chiều cao của tam giác đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SA . Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng?

- A. 8. B. $\frac{8}{3}$. C. 16. D. 4.

Lời giải



Kẻ $SH \perp (ABC) \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

$$\text{Gọi } K = AH \cap BC \Rightarrow AK \perp BC, \quad AK = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow SH = AK = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{M.ABC} = \frac{1}{3} d(M, (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} SH \cdot \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 4.$$