

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức: $A = (1 - \sqrt{7}) \cdot \frac{\sqrt{7} + 7}{2\sqrt{7}}$

b) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$

Câu 2. (2,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + y = -1 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $2x^2 - 5x + 2 = 0$

c) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m - 6$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ dương

Câu 3. (1,5 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 15m. Nếu giảm chiều dài 2m và tăng chiều rộng 3m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm $44m^2$. Tính diện tích của mảnh vườn.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(O; R)$. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn đó (A, B là tiếp điểm). Qua điểm A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn $(O; R)$ tại C . Nối MC cắt đường tròn tại D . Tia AD cắt MB tại E

a) Chứng minh $MAOB$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $EM = EB$

c) Xác định vị trí của điểm M để $BD \perp MA$

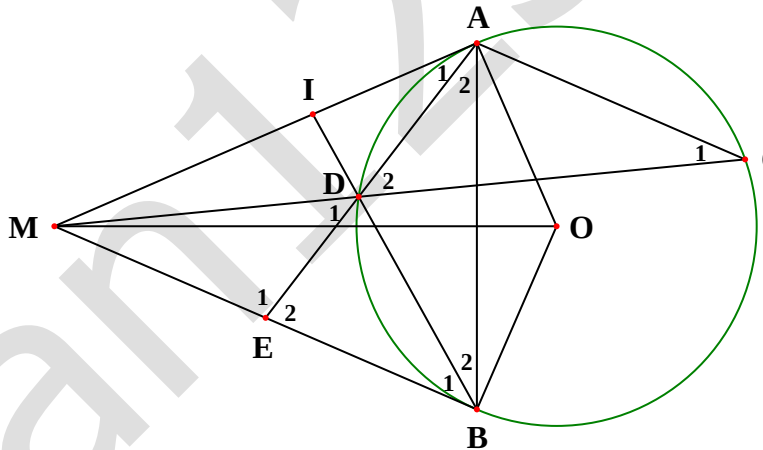
Câu 5. (1,0 điểm)

Giải phương trình $x + \frac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}} = 1$

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	a)	$A = (1 - \sqrt{7}) \cdot \frac{\sqrt{7} + 7}{2\sqrt{7}} = (1 - \sqrt{7}) \cdot \frac{\sqrt{7}(1 + \sqrt{7})}{2\sqrt{7}} = \frac{(1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7})}{2}$ $= \frac{1 - 7}{2} = \frac{-6}{2} = -3$	1.0
	b)	Điều kiện: $x > 0; x \neq 1$ $P = \left(\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{\sqrt{x}} = \frac{1 + \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x}}{1 - x} \cdot \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$ $= \frac{2\sqrt{x}}{-(x - 1)} \cdot \frac{x - 1}{\sqrt{x}} = -2$ Vậy $P = -2$ với $x > 0; x \neq 1$.	1.0
Câu 2 (2,5đ)	a)	$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 3 \\ 4x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 4 \cdot \frac{1}{2} + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{1}{2}; -3\right)$.	0.75
	b)	<u>Cách 1:</u> $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{5 + 3}{2 \cdot 2} = 2; x_2 = \frac{5 - 3}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$ <u>Cách 2:</u> $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}$	0.75
	c)	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = 2x + m - 6 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 6 = 0 \quad (*)$ (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ dương $\Leftrightarrow \text{Phương trình } (*) \text{ có hai nghiệm dương phân biệt } x_1, x_2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 5 > 0 \\ 2 > 0 \\ -m + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < 6$ Vậy $5 < m < 6$ là giá trị cần tìm.	1.0
Câu 3 (1,5đ)		<u>Cách 1:</u> Lập phương trình Gọi chiều dài mảnh vườn là x (m). Điều kiện: $x > 15$. $\Rightarrow$ Chiều rộng mảnh vườn là $x - 15$ (m) và diện tích mảnh vườn là $x(x - 15)$ (m^2). Nếu giảm chiều dài 2m thì chiều dài mới là $x - 2$ (m) Nếu tăng chiều rộng 3m thì chiều rộng mới là $x - 12$ (m)	1.5

		$\Rightarrow$ Diện tích mới là $(x - 2)(x - 12) \text{ (m}^2\text{)}$ Vì khi đó diện tích tăng thêm 44m^2 nên ta có phương trình: $(x - 2)(x - 12) - x(x - 15) = 44$ $\Leftrightarrow x^2 - 14x + 24 - x^2 + 15x = 44$ $\Leftrightarrow x = 20$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy diện tích mảnh vườn là $20.(20 - 15) = 100 \text{ (m}^2\text{)}$.	
		<u>Cách 2:</u> Lập hệ phương trình Gọi chiều dài và chiều rộng mảnh vườn lần lượt là $x \text{ (m)}$ và $y \text{ (m)}$. Điều kiện: $x > 15, x > y > 0$. $\Rightarrow$ Diện tích mảnh vườn là $xy \text{ (m}^2\text{)}$. Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng 15m nên: $x - y = 15$ (1) Nếu giảm chiều dài 2m thì chiều dài mới là $x - 2 \text{ (m)}$ Nếu tăng chiều rộng 3m thì chiều rộng mới là $y + 3 \text{ (m)}$ $\Rightarrow$ Diện tích mới là $(x - 2)(y + 3) \text{ (m}^2\text{)}$ Vì khi đó diện tích tăng thêm 44m^2 nên ta: $(x - 2)(y + 3) - xy = 44 \Leftrightarrow 3x - 2y = 50$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = 15 \\ 3x - 2y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy diện tích mảnh vườn là $20.5 = 100 \text{ (m}^2\text{)}$.	
			0.25
Câu 4 (3,0đ)	a)	Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên: $\text{MAO} = \text{MBO} = 90^\circ$ Tứ giác MAOB có: $\text{MAO} + \text{MBO} = 180^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác MAOB nội tiếp	0.75
	b)	Ta có: $\text{EMD} = \text{C}_1$ (so le trong, $\text{AC} \parallel \text{MB}$) $\text{A}_1 = \text{C}_1 \left(= \frac{1}{2} \text{sđAD} \right)$ $\Rightarrow \text{EMD} = \text{A}_1$ ΔEMD và ΔEAM có: E_1 chung, $\text{EMD} = \text{A}_1$ $\Rightarrow \Delta \text{EMD} \simeq \Delta \text{EAM} \text{ (g.g)}$	1.0

		$\Rightarrow \frac{EM}{EA} = \frac{ED}{EM} \Rightarrow EM^2 = EA \cdot ED \quad (1)$ ΔEBD và ΔEAB có: $E_2 \text{ chung, } B_1 = A_2 \left(= \frac{1}{2} \text{sđBD} \right)$ $\Rightarrow \Delta EBD \simeq \Delta EAB \text{ (g.g)}$ $\Rightarrow \frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EB} \Rightarrow EB^2 = EA \cdot ED \quad (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow EM^2 = EB^2 \Rightarrow EM = EB$	
	c)	Gọi I là giao điểm của của BD và MA Vì $\Delta EMD \simeq \Delta EAM$ nên: $D_1 = AMB$ $\Rightarrow D_2 = AMB \text{ (do } D_1 = D_2 \text{)}$ $\Rightarrow D_2 + C_1 = AMB + B_1 \text{ (do } C_1 = B_1 \text{)}$ Do đó: $BD \perp AM \Leftrightarrow MIB = 90^\circ \Leftrightarrow AMB + B_1 = 90^\circ \Leftrightarrow D_2 + C_1 = 90^\circ$ $\Leftrightarrow DAC = 90^\circ \Leftrightarrow AE \perp AC \Leftrightarrow AE \perp MB \text{ (do } AC \parallel MB \text{)}$ $\Leftrightarrow \Delta MAB \text{ cân tại A}$ $\Leftrightarrow \Delta MAB \text{ đều (vì } \Delta MAB \text{ cân tại M)}$ $\Leftrightarrow AMO = 30^\circ$ $\Leftrightarrow MO = 2R$ Vậy khi M cách O một khoảng bằng 2R thì $BD \perp AM$	1.0
Câu 5 (1.0đ)		$x + \frac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}} = 1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}} = 1 - x \text{ (ĐK : } x(1-x) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1 \text{)}$ $\Rightarrow \frac{8x^2}{1+x^2} = 1 - 2x + x^2$ $\Leftrightarrow (1+x^2)(1-2x+x^2) = 8x^2$ $\Leftrightarrow (x^2 - x + 1 + x)(x^2 - x + 1 - x) - 8x^2 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - x + 1)^2 - x^2 - 8x^2 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - x + 1)^2 - 9x^2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x + 1)(x^2 - 4x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = 0 \\ x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \pm \sqrt{3} \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow x = 2 - \sqrt{3}$ Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 2 - \sqrt{3}$.	1.0