

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

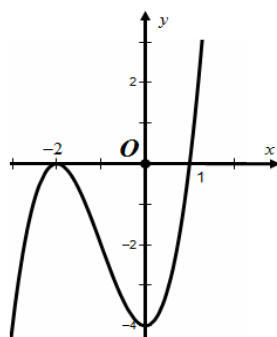
Câu 1: Tìm số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $2^{3x+3} \leq 2^{2019-7x}$

- A. 201. B. 100. C. 102. D. 200.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ là:

- A. $\frac{31}{27}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{10}{9}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:



- A. $(-2; 0)$. B. $(0; -4)$. C. $(0; -2)$. D. $(1; 0)$.

Câu 4: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3 là:

- A. $y = 3x + 13$. B. $y = -3x - 5$. C. $y = 3x + 5$. D. $y = -3x + 13$.

Câu 5: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$; ($0 < a \neq 1$; $b > 0$; $c > 0$). Tính giá trị của $P = \log_a \left(\frac{a^2 b^3}{c} \right)$.

- A. $P = 6$. B. $P = 5$. C. $P = 1$. D. $P = \frac{2}{3}$.

Câu 6: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tìm số phức liên hợp của $w = \frac{z_1}{2-i}$.

- A. $\bar{w} = 1 - 3i$. B. $\bar{w} = i$. C. $\bar{w} = -3 + i$. D. $\bar{w} = -i$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	0	-
y	-1	$+\infty$	2	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (gồm các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang) ?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

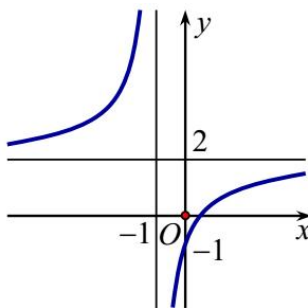
Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và có tiếp diện là mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 5 = 0$, có phương trình là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$.
 B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 1$.
 C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$.
 D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Câu 9: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2;7]$ để phương trình $3^{x^2} \cdot 2^{2x+m} = 7$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. 5. B. 8. C. 7. D. 6.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.

Câu 11: Cho số phức $z = a + bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn: $|z|(2+i) = z - 1 + i(2z+3)$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 1$. B. $S = -5$. C. $S = -1$. D. $S = 7$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-4	-3	-4		$+\infty$	

- A. $(1;3)$. B. $(-1;1)$. C. $(-4;-3)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 13: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^{-3}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (-\infty;1)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $D = (1;+\infty)$.

Câu 14: Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là:

- A. $N(-3;2)$. B. $P(3;2)$. C. $M(2;-3)$. D. $Q(2;3)$.

Câu 15: Gia đình ông A cần khoan một cái giếng nước. Biết rằng giá tiền của mét khoan đầu tiên là 200.000đ và kể từ mét khoan thứ hai, giá tiền của mỗi mét sau tăng thêm 7% so với giá tiền của mét khoan ngay trước nó. Hỏi nếu gia đình ông A khoan cái giếng sâu 30m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 18892000 đồng. B. 18895000 đồng. C. 18893000 đồng. D. 18892200 đồng.

Câu 16: Một người vay ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất 1,2% / tháng để mua xe ô tô. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay thì người đó bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 20 triệu đồng cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 20 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng? Biết rằng lãi suất không thay đổi.

- A. 30 tháng. B. 26 tháng. C. 29 tháng. D. 32 tháng.

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y = \log_8(x^2 - 3x - 4)$ là:

A. $y' = \frac{1}{(x^2 - 3x - 4)\ln 8}$.

B. $y' = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x - 4)\ln 8}$.

C. $y' = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x - 4)\ln 2}$.

D. $y' = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x - 4}$.

Câu 18: Trong khai triển $(1 - 2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 - a_1 + a_2$ bằng:

A. 800.

B. 801.

C. 721.

D. 1.

Câu 19: Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$.

A. $z = -\frac{2}{3} - 4i$.

B. $z = \frac{2}{3} - 4i$.

C. $z = -\frac{2}{3} + 4i$.

D. $z = \frac{2}{3} + 4i$.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$ ($m \neq -1$) có đồ thị là (C). Tìm m để đồ thị (C) nhận điểm $I(2;1)$ làm tâm đối xứng.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -\frac{1}{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = -2$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 22: Tính thể tích của khối nón biết thiết diện qua trục của nó là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$.

A. πa^3 .

B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $2\pi a^3$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC , J là trung điểm BM . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $BC \perp (SAC)$.

B. $BC \perp (SAJ)$.

C. $BC \perp (SAM)$.

D. $BC \perp (SAB)$.

Câu 24: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, đường thẳng SC vuông góc với mặt đáy. Gọi V là thể tích của khối chóp. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $V = \frac{1}{3}SC.AB.AC$.

B. $V = \frac{1}{3}SC.AB^2$.

C. $V = \frac{1}{3}SA.AB.AC$.

D. $V = \frac{1}{3}SA.AB^2$.

Câu 25: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = 16\pi\sqrt{3}$.

D. $V = 4\pi$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm m để mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 2(m-2)z + 4 = 0$ theo giao là một đường tròn có diện tích bằng 3π .

A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 1 \end{cases}$.

B. $m = \pm 3$.

C. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0, (Q): 3x - (m+2)y + (2m-1)z + 3 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc với nhau.

A. $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. $m = -1$.

D. $m = -2$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; 4), \overrightarrow{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài trung tuyến AM là:

A. $4\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $5\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và $A(-2;1;3)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) qua A và d là

- A. $x + y - z + 4 = 0$. B. $2x - y + z + 2 = 0$. C. $x + y - z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 3z - 9 = 0$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;3)$ và chứa trục hoành có phương trình là:

- A. $3y + z - 4 = 0$. B. $x - y = 0$. C. $3y - z = 0$. D. $x - 3y = 0$.

Câu 31: Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều có cạnh bằng a .

- A. $\frac{2}{3}\pi a^2$. B. $\frac{1}{3}\pi a^2$. C. πa^2 . D. $2\pi a^2$.

Câu 32: Cho (T) là vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0, x = 1$. Tính thể tích V của (T) biết rằng khi cắt (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng $x, 0 \leq x \leq 1$, ta được thiết diện là tam giác đều có cạnh bằng $\sqrt{1+x}$.

- A. $V = \frac{3}{2}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}\pi$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{3}{2}\pi$.

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$.

- A. $d = \frac{\sqrt{3}}{3}a$. B. $d = \frac{1}{2}a$. C. $d = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. D. $d = \sqrt{3}a$.

Câu 34: Một bác thợ gốm làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x+1}$ và trục Ox quay quanh trục Ox . Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là $2dm$ và $4dm$, khi đó thể tích của lọ là:

- A. $8\pi dm^3$ B. $\frac{15}{2}\pi dm^3$ C. $\frac{14}{3}\pi dm^3$ D. $\frac{15}{2}dm^3$

Câu 35: Biết $\int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$, trong đó a, b, c là hai số nguyên. Tính

$T = a + b + c$.

- A. $T = 1$. B. $T = 4$. C. $T = 3$. D. $T = 6$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x^5 + 4x + 3) = 2x + 1$ với mọi

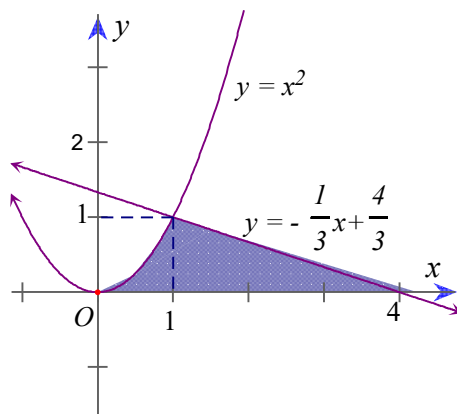
$x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^8 f(x) dx$ bằng

- A. 10. B. 2. C. $\frac{32}{3}$. D. 72.

Câu 37: Kết quả tính $\int 2x \ln(x-1) dx$ bằng:

- A. $(x^2 + 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C$. B. $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} + x + C$.
C. $x^2 \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C$. D. $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C$.

Câu 38: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ và trục hoành như hình vẽ.



- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{56}{3}$. C. $\frac{39}{2}$. D. $\frac{11}{6}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Giá trị của x để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$

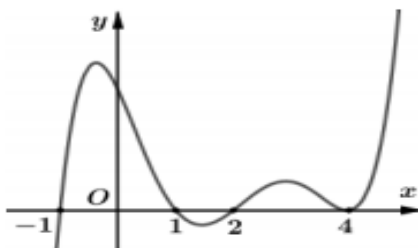
Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$, mặt đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $d = a$. C. $d = \frac{a}{2}$. D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$. Biết rằng có hai giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B và tam giác OAB có diện tích bằng 48. Khi đó tổng hai giá trị của m là:

- A. 2. B. -2. C. 0. D. $\sqrt{2}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbf{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thuộc đoạn $[-1; 4]$ của phương trình $f(x) = f(0)$ là:

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - i| - |z - 2 - 3i| = 2\sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. $|z|_{\min} = \sqrt{5}$. B. $|z|_{\min} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$. C. $|z|_{\min} = \sqrt{13}$. D. $|z|_{\min} = 2\sqrt{5}$.

Câu 44: Cho các số thực x, y với $x \geq 0$ thỏa mãn $e^{x+3y} + e^{xy+1} + x(y+1) + 1 = e^{-xy-1} + \frac{1}{e^{x+3y}} - 3y$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y + 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $m \in (2; 3)$. B. $m \in (-1; 0)$. C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (1; 2)$.

Câu 45: Có bao nhiêu số tự nhiên có 30 chữ số, sao cho trong mỗi số chỉ có mặt hai chữ số 0 và 1, đồng thời số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó là số lẻ ?

- A. $3 \cdot 2^{27}$. B. 2^{27} . C. 2^{29} . D. 2^{28} .

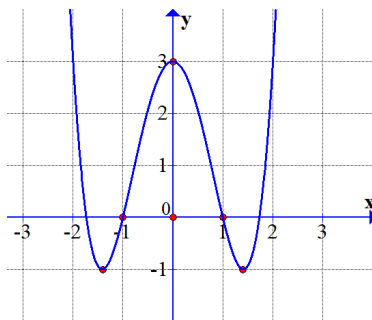
Câu 46: Cho $\int f(4x)dx = x^2 + 3x + c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 2x + C$. B. $\int f(x+2)dx = x^2 + 7x + C$.
C. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 4x + C$. D. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + C$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4)(x + 2)^3(9 - 2x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $f(1) < f(-2) < f(2)$. B. $f(2) < f(1) < f(-2)$.
C. $f(-2) < f(2) < f(1)$. D. $f(-2) < f(1) < f(2)$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = \frac{f(x)}{48} + \frac{8(\sqrt{x+3}-2)}{x-1} - m$ với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x) > 0 \forall x \in (0;1)$ là:

- A. $m < \frac{f(0)}{48} + \frac{8}{\sqrt{3}+2}$. B. $m \leq \frac{f(0)}{48} + \frac{8}{\sqrt{3}+2}$.
C. $m \leq \frac{f(1)}{48} + 2$. D. $m < \frac{f(1)}{48} + 2$.

Câu 49: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

- A. 9. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 7 = 0$ và đi qua hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;5;3)$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng:

- A. $\frac{\sqrt{470}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{546}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{763}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{345}}{3}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	A	A	B	D	B	D	D	A	C	A	C	C	A	A	B	B	D	D	C	C	C	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	B	A	C	D	C	D	B	A	A	D	D	B	D	C	D	C	C	D	C	B	C	B	B

LỚP TOÁN THẦY

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ CHUYÊN THÁI BÌNH
LẦN 4 NĂM 2019



Câu 1. Tìm số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $2^{3x+3} \leq 2^{2019-7x}$.

- A. 201. B. 100. C. 102. D. 200.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Bất phương trình $2^{3x+3} \leq 2^{2019-7x} \Leftrightarrow 3x+3 \leq 2019-7x \Leftrightarrow 10x \leq 2016 \Leftrightarrow x \leq 201,6$. Vậy các nghiệm nguyên dương thỏa mãn là từ 1 đến 201.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. $\frac{31}{27}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{10}{9}$.

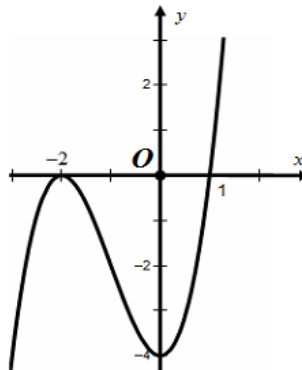
Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có: $y' = 3x^2 - 4x + 1$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1(nhan), x = \frac{1}{3}(nhan)$.

Ta có: $y(1) = 1; y(-1) = -3; y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{31}{27} \Rightarrow \max_{[-1;1]} y = \frac{31}{27}$.

Câu 3. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là



- A. $(-2; 0)$. B. $(0; -4)$. C. $(0; -2)$. D. $(1; 0)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Từ đồ thị của hàm số ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-2; 0)$.

Câu 4. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3 là

A. $y = 3x + 13$.

B. $y = -3x - 5$.

C. $y = 3x + 5$.

D. $y = -3x + 13$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 4 \Rightarrow M(-3; 4)$. Ta có $y = \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+2)^2} \Rightarrow y'(-3) = 3$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(-3; 4)$ có dạng $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$

$\Rightarrow y = y'(-3)(x + 3) + 4 = 3x + 13$

Câu 5. Cho $\log_a b = 2$, $\log_a c = 3$; ($0 < a \neq 1$; $b > 0$; $c > 0$). Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{a^2 b^3}{c} \right)$.

A. $P = 6$.

B. $P = 5$.

C. $P = 1$.

D. $P = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Từ $\log_a b = 2$, $\log_a c = 3 \Rightarrow b = a^2$; $c = a^3 \Rightarrow P = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot a^6}{a^3} \right) = \log_a a^5 = 5$.

Câu 6. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tìm số phức liên hợp

của số phức $w = \frac{z_1}{2-i}$.

A. $\bar{w} = 1 - 3i$.

B. $\bar{w} = i$.

C. $\bar{w} = -3 + i$.

D. $\bar{w} = -i$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Từ phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0 \Rightarrow z_1 = 1 + 2i \Rightarrow w = \frac{1+2i}{2-i} = i \Rightarrow \bar{w} = -i$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	-1	$+\infty$	$-\infty$	2	$-\infty$

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận(gồm các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang).

A. 3 .

B. 2 .

C. 0.

D. 1 .

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta thấy $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow tcn : y = -1$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \Rightarrow tcd : x = 1$.

Vậy đồ thị của hàm số có hai tiệm cận.

Câu 8. Trong không với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và có tiếp diện là mặt phẳng

$(P) : 2x + y + 2z + 5 = 0$, có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 1$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Mặt cầu (S) có $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) + 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 1$ và tâm $I(1; -2; -1)$.

Ta có : $(S) : (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2; 7]$ để phương trình $3^{x^2} \cdot 2^{2x+m} = 7$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. 5 .

B. 8 .

C. 7 .

D. 6 .

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

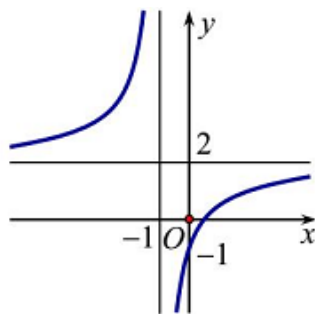
Phương trình đã cho tương đương $\log_3(3^{x^2} \cdot 2^{2x+m}) = \log_3 7 \Leftrightarrow x^2 + (2x+m)\log_3 2 - \log_3 7 = 0$

$x^2 + (2\log_3 2)x + m\log_3 2 - \log_3 7 = 0(1)$. Yêu cầu của bài toán ta có phương trình (1) phải có hai

nghiệm phân biệt $\Delta' > 0 \Leftrightarrow (\log_3 2)^2 - m\log_3 2 + \log_3 7 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{(\log_3 2)^2 + \log_3 7}{\log_3 2} \approx 3,4$:

Vậy các số nguyên thỏa mãn đề bài ta nhận được là từ -2 đến 3.

Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, C, B, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Từ đồ thị của hàm số ta thấy tiệm cận đứng $x = -1$; tiệm cận ngang $y = 2$. Nên loại phương án C,D.

Khi $x = 0, y = -1$ nên loại phương án B.

Câu 11. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn: $|z|(2+i) = z - 1 + i(2z+3)$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 1$.

B. $S = -5$.

C. $S = -1$.

D. $S = 7$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Phương trình đã cho tương đương $2|z| + |z|i = z - 1 + 2iz + 3i \Leftrightarrow (2|z| + 1) + (|z| - 3)i = (1 + 2i)z$ (*)

$\Leftrightarrow |(2|z| + 1) + (|z| - 3)i|^2 = |(1 + 2i)z|^2 \Leftrightarrow (2|z| + 1)^2 + (|z| - 3)^2 = 5|z|^2 \Leftrightarrow |z| = 5$. Thay $|z| = 5$ trở vào

phương trình (*) chúng ta tính được $z = 3 - 4i \Rightarrow S = a + b = -1$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

A. $(1; 3)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-4; -3)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Câu 13. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^{-3}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (-\infty; 1)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $D = (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Nhắc lại về điều kiện xác định của hàm số $y = [u(x)]^\alpha$.

- α là số nguyên dương thì $u(x) \in \mathbb{R}$.
- $\alpha = 0$ hoặc α là số nguyên âm thì $u(x) \neq 0$.
- α không là số nguyên thì $u(x) > 0$.

Trong bài toán này với số mũ nguyên âm nên điều kiện xác định của hàm số là

$$x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

Câu 14. Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là

A. $N(-3; 2)$.

B. $P(3; 2)$.

C. $M(2; -3)$.

D. $Q(2; 3)$.

Câu 15. Gia đình ông A cần khoan một cái giếng nước. Biết rằng giá của mét khoan đầu tiên là 200.000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, mỗi mét khoan sau sẽ tăng thêm 7% so với mét khoan trước đó. Hỏi nếu ông A khoan cái giếng sâu 30m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 18892000 đồng.

B. 18895000 đồng.

C. 18893000 đồng.

D. 18892200 đồng.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Đặt $T_n (n: 1 \rightarrow 30)$ là giá tiền ở mét khoan thứ n và $r = 7\%$. Ta có

$$T_2 = T_1 + T_1 r = T_1 (1 + r).$$

$$T_3 = T_2 + T_2 r = T_1 (1 + r) + T_1 (1 + r) r = T_1 (1 + r)^2.$$

.....

.....

$$T_{30} = T_1 (1 + r)^{29}.$$

Dễ thấy dãy số (T_n) là cấp số nhân với $T_1 = 200.000$ và công bội $q = 1 + r = 1,07$. Do đó số tiền cần

$$\text{tính là } S_{30} = \frac{T_1 (q^{30} - 1)}{q - 1} = 18892157,26. \text{ Làm tròn đến hàng nghìn được } S_{30} = 18892000.$$

Câu 16. Một người vay 500 triệu với lãi suất $1,2\%$ /tháng để mua ô tô. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay người đó bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó trả ngân hàng 20 triệu đồng cho đến khi hết nợ (tháng cuối có thể trả ít hơn 20 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả hết nợ cho ngân hàng? Biết lãi suất không thay đổi.

A. 30 tháng.

B. 26 tháng.

C. 29 tháng.

D. 32 tháng.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Trong khuôn khổ bài giải này Thầy cung cấp cho các Em công thức để tính nhanh số tháng. Chi tiết cách thiết lập công thức các Em có thể liên hệ Thầy để được giải thích rõ hơn.

Gọi n là số tháng mà người đó trả hết nợ. Ta có phương trình :

$$500.10^6(1+1,2\%)^n = 20.10^6 \frac{(1+1,2\%)^n - 1}{1+1,2\% - 1} \Rightarrow n = 29,9.$$

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = \log_8(x^2 - 3x - 4)$ là

A. $y' = \frac{1}{(x^2 - 3x - 4) \ln 8}.$

C. $y' = \frac{1}{(x^2 - 3x - 4) \ln 2}.$

B. $y' = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x - 4) \ln 8}.$

D. $y' = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x - 4)}.$

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Các em cần nhớ công thức đạo hàm $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}.$

Ta có $y = \log_8(x^2 - 3x - 4) \Rightarrow y' = \frac{(x^2 - 3x - 4)'}{(x^2 - 3x - 4) \ln 8} = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x - 4) \ln 8}.$

Câu 18. Trong khai triển $(1 - 2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 - a_1 + a_2$ bằng

A. 800.

B. 801.

C. 721.

D. 1.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Các em cần nhớ công thức khai triển nhị thức Newton.

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} \cdot b^k = C_n^0 a^n \cdot b^0 + C_n^1 a^{n-1} \cdot b^1 + C_n^2 a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} \cdot b^k + \dots + C_n^n a^0 \cdot b^n.$$

$$(1-2x)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k \cdot 1^{20-k} \cdot (-2x)^k = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k \cdot (-2)^k \Rightarrow a_0 = C_{20}^0 = 1, a_1 = C_{20}^1 \cdot (-2)^1 = -40, a_2 = C_{20}^2 \cdot (-2)^2 = 760$$

Ta có $a_0 - a_1 + a_2 = 801$.

Câu 19. Tìm số phức z thỏa mãn phương trình $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$.

A. $z = \frac{-2}{3} - 4i$.

B. $z = \frac{2}{3} - 4i$.

C. $z = \frac{-2}{3} + 4i$.

D. $z = \frac{2}{3} + 4i$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Cách 1: Thử đáp án.

Cách 2: Đặt $z = a + bi$ phương trình trở thành

$$a + bi + 2(a - bi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 3a - bi = 2 - 4i \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow z = \frac{2}{3} + 4i.$$

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+m} (m \neq -1)$ có đồ thị là (C). Tìm m để đồ thị (C) nhận $I(2;1)$ làm tâm đối xứng.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{-1}{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = -2$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Tâm đối xứng của đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+m} (m \neq -1)$ là điểm có tọa độ $(-m;1)$. Từ đề bài ta suy ra

$$-m = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

Nhắc lại. Đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} (ad \neq bc)$ có tâm đối xứng là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1.

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Đặt $B(b;0;0), C(0;c;0)$, mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{4} = 1$.

Điểm M thuộc (ABC) nên ta có phương $\frac{2}{b} + \frac{1}{c} + \frac{3}{4} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{4} (1)$.

$$\text{Mặt khác } S_{\triangle OBC} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} OB \cdot OC = 1 \Leftrightarrow |b| \cdot |c| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{2}{b} \\ c = -\frac{2}{b} \end{cases}$$

Thay $\frac{2}{b} = c$ vào (1) được phương trình $c^2 - \frac{1}{4}c + 1 = 0$ (vô nghiệm).

Thay $\frac{2}{b} = -c$ vào (1) được phương trình $-c^2 - \frac{1}{4}c + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn đề bài.

Câu 22. Tính thể tích của khối nón biết thiết diện qua trục của nó là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$.

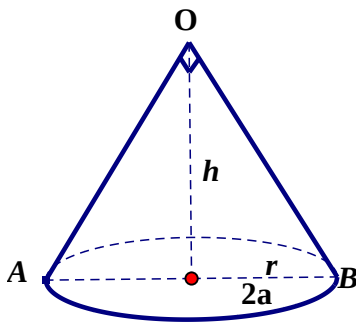
A. πa^3 .

B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $2\pi a^3$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.



Xem hình bên cạnh. Từ giả thuyết dễ dàng ta tính được chiều cao h và bán kính đường đáy r của khối nón đã cho là $h = a, r = a$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{3}.$$

Câu 23. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác cân tại A, SA vuông góc mặt phẳng đáy, M là trung điểm của BC, J là trung điểm của BM. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $BC \perp (SAC)$.

B. $BC \perp (SAJ)$.

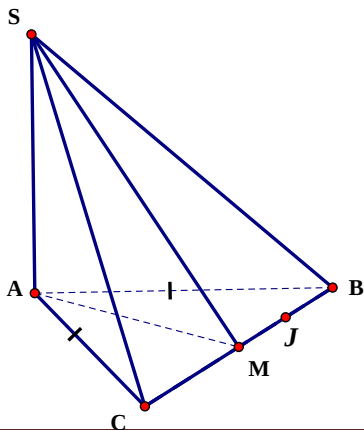
C.

$BC \perp (SAM)$.

D. $BC \perp (SAB)$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Ta có $BC \perp SA$ ($SA \perp (ABC), BC \subset (ABC)$). Mặt khác tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm BC nên ta có BC vuông góc AM. Vậy $BC \perp (SAM)$.



Câu 24. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông, đường thẳng SC vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi V là thể tích của khối chóp. Mệnh đề nào duvois đây **đúng**?

A. $V = \frac{1}{3} SC.AB.AC$. B. $V = \frac{1}{3} SC.AB^2$. C. $V = \frac{1}{3} SC.AB.AC$. D. $V = \frac{1}{3} SA.AB^2$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Thể tích V của khối chóp được tính theo công thức: $V = \frac{1}{3} Bh$.

Trong đó: B là diện tích đáy; h là chiều cao của khối chóp.

Ở bài toán này chiều cao của khối chóp là SC, đáy là hình vuông nên có diện tích là AB^2 .

Vậy $V = \frac{1}{3} SC.AB^2$.

Câu 25. Khối trụ có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

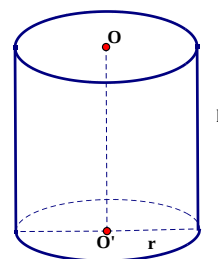
A. $V = 12\pi$. B. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. C. $V = 16\pi\sqrt{3}$. D. 4π .

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Thể tích V của khối trụ được tính theo công thức: $V = \pi r^2 h$.

Trong đó: r là bán kính đường tròn đáy ; h là chiều cao của khối trụ.

Ở bài toán này, ta có $V = \pi r^2 h = \pi \sqrt{3}^2 .4 = 12\pi$.



Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tìm m để mặt phẳng

(P): $x + y + z + 1 = 0$ cắt mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 2(m-2)z + 4$ theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng 3π .

A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

Nhắc lại. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S).

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tiếp xúc $\Leftrightarrow d(I; (P)) < R$.

Khi đó, mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) tâm K, bán kính r.

Ta có hệ thức: $R^2 = r^2 + d^2(I; (P))$ và tâm K của đường tròn (C) là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (P).

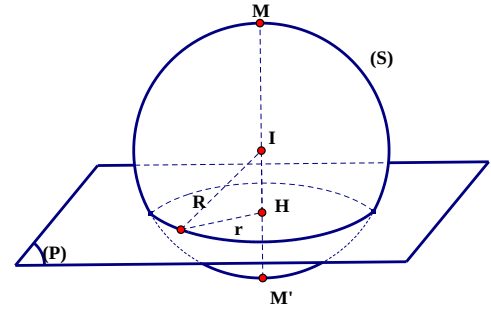
Hướng dẫn giải. Chọn B.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến $\pi r^2 = 3\pi \Rightarrow r^2 = 3$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 3; 2-m)$, $R^2 = 9 + (2-m)^2 - 4 = m^2 - 4m + 9$.

Mặt khác: $d(I, (P)) = \frac{|3 + 2 - m + 1|}{\sqrt{3}} = \frac{|6 - m|}{\sqrt{3}}$. Ta có phương trình:

$$R^2 = r^2 + d^2(I; (P)) \Rightarrow m^2 - 4m + 9 = 3 + \frac{(6-m)^2}{3} \Leftrightarrow 2m^2 = 18 \Leftrightarrow m = \pm 3.$$



Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng

$(P): x + 2y - z - 1 = 0, (Q): 3x - (m+2)y + (2m-1)z + 3 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.

A. $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. $m = -1$.

D. $m = -2$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Mặt phẳng (P) và (Q) có vec tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 2; -1); \vec{n}_2 = (3; -(m+2); 2m-1)$. Hai mặt phẳng này vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow m = 0$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có $\vec{AB} = (-3; 0; 4), \vec{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài đường trung tuyến AM là

A. $4\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $5\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Để giải được bài này các Em cần nhớ một số tính chất của vector.

• $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$.

• $|\vec{AB}|^2 = AB^2$.

Từ $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM} \Leftrightarrow 4AM^2 = (\vec{AB} + \vec{AC})^2 \Leftrightarrow 4AM^2 = AB^2 + AC^2 + 2\vec{AB} \cdot \vec{AC} \Leftrightarrow AM = 3\sqrt{2}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm

$A(-2; 1; 3)$. Phương trình mặt phẳng qua A và d là

A. $x + y - z + 4 = 0$. **B.** $2x - y + z + 2 = 0$. **C.** $x + y - z - 6 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z - 9 = 0$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Lấy $B(1; -2; 3) \in d$, mặt phẳng (Q) có cặp vtcp là $\vec{a_d} = (2; -1; 1), \vec{AB} = (3; -3; 0)$

$\Rightarrow$ vtp $\vec{n_Q} = [\vec{a_d}, \vec{AB}] = (3; 3; -3)$ cùng phương $\vec{n} = (1; 1; -1)$. Loại phương án B, D. Đem điểm A thay vào phương án A thỏa mãn. Chọn luôn phương án A.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 3)$ và chứa trục hoành có phương trình là

A. $3y + z - 4 = 0$ **B.** $x - y = 0$. **C.** $3y - z = 0$. **D.** $x - 3y = 0$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Cách 1. Mặt phẳng (P) có cặp vtcp là $\vec{i} = (1; 0; 0), \vec{OA} = (1; 1; 3) \Rightarrow$ vtp $\vec{n_P} = [\vec{OA}, \vec{i}] = (0; 3; -1)$. Chọn luôn phương án C.

Cách 2. Mặt phẳng (P) qua A và chứa Ox nên nó chứa điểm $O(0; 0; 0), B(1; 0; 0)$. Tha các điểm A, B, O vào các phương án xem có thỏa không. Khi đó chọn C.

Câu 31. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều có cạnh bằng a.

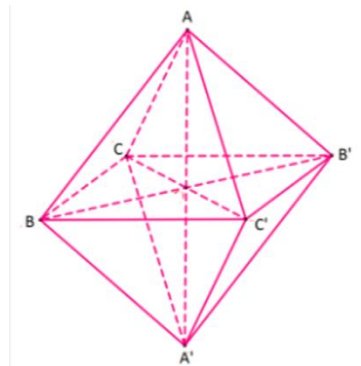
A. $\frac{2}{3}\pi a^2$. **B.** $\frac{1}{3}\pi a^2$. **C.** πa^2 . **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Dễ thấy tâm của mặt cầu ngoại tiếp bát diện đều cũng chính là tâm O của

hình vuông BCB'C' và bán kính $R = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó diện tích mặt

cầu cần tính là $S = 4\pi R^2 = 2\pi a^2$



Câu 32. Cho vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0, x = 1$. Tính thể tích V của (T) biết rằng khi cắt (T) bởi mặt phẳng vuông góc trục Ox tại điểm có hoành độ bằng $x(0 \leq x \leq 1)$, ta được thiết diện là

một tam giác đều có cạnh bằng $\sqrt{1+x}$ bằng

A. $V = \frac{3}{2}$. **B.** $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}\pi$. **C.** $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V = \frac{3}{2}\pi$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Thiết diện là tam giác đều nên có diện tích $S(x) = \frac{(\sqrt{1+x})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}(x+1), (0 \leq x \leq 1)$.

Thể tích cần tính là $V = \int_0^1 S(x) dx = \int_0^1 \frac{\sqrt{3}}{4}(x+1) dx = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a . Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách d giữa đường thẳng BD và $A'C'$.

A. $d = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

B. $d = \frac{1}{2}a$.

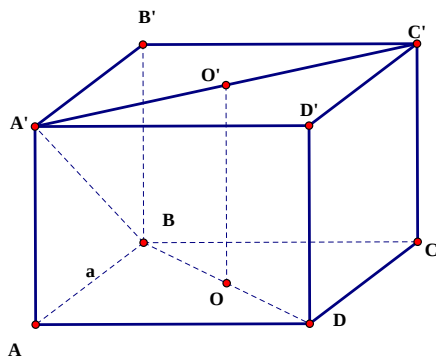
C. $d = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

D. $d = \sqrt{3}a$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình thoi $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Dễ thấy $d(A'C', BD) = OO' = AA'$.

Mặt khác, $(A'B, (ABCD)) = A'BA = 60^\circ \Rightarrow AA' = \tan 60^\circ \cdot a = \sqrt{3}a \Rightarrow d = \sqrt{3}a$.



Câu 34. Một bác thợ làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{x+1}$ và trục Ox , khi quay quanh Ox . Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là $2dm$ và $4dm$. Khi đó thể tích của lọ là

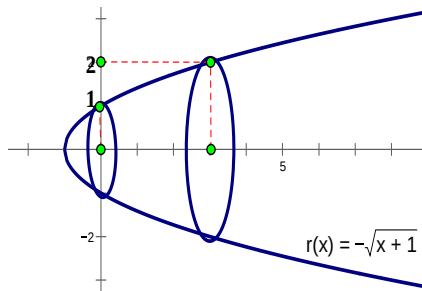
A. $8\pi dm^3$.

B. $\frac{15}{2}\pi dm^3$.

C. $\frac{14}{3}\pi dm^3$.

D. $\frac{15}{2}dm^3$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.



Bán kính đáy lần lượt là $1dm$ và $2dm$ suy ra $\sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0$ và $\sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy thể tích của vật thể là $V = \pi \int_0^3 \left(\sqrt{x+1} \right)^2 dx = \frac{15}{2} \pi dm^3$.

Câu 35. Biết $\int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$ trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 1$.

B. $T = 4$.

C. $T = 3$.

D. $T = 6$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2t dt = dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 3 \Rightarrow t = 2$.

Từ $t^2 = x+1 \Rightarrow t^2 - 1 = x$. Ta có

$$I = \int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}} dx = \int_1^2 \frac{2t(t^2-1)}{4+2t} dx = \int_1^2 \frac{t^3-t}{t+2} dx = \int_1^2 \left(t^2 - 2t + 3 - \frac{6}{t+2} \right) dx = \frac{7}{3} - 12 \ln 2 + 6 \ln 3.$$

Vậy $a = 7, b = -12, c = 6 \Rightarrow T = a + b + c = 1$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x^5 + 4x + 3) = 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích

phân $\int_{-2}^8 f(x) dx$ bằng

A. 10.

B. 2.

C. $\frac{32}{3}$.

D. 72.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Từ $f(x^5 + 4x + 3) = 2x + 1 \Leftrightarrow (5x^4 + 4)f(x^5 + 4x + 3) = (5x^4 + 4)(2x + 1)$

$\int_{-1}^1 (5x^4 + 4)f(x^5 + 4x + 3) dx = \int_{-1}^1 (5x^4 + 4)(2x + 1) dx = 10$. Bằng phương pháp đổi biến

$(t = x^5 + 4x + 3)$ các Em dễ dàng chứng minh được $\int_{-2}^8 f(x) dx = \int_{-1}^1 (5x^4 + 4)f(x^5 + 4x + 3) dx = 10$.

Bình luận.

Câu hỏi đặt ra là tại sao Thầy lại biết nhân thêm hai vế cho $(5x^4 + 4)$? và cho cận tích phân đi từ -1

đến 1? Thứ nhất vì khi đặt $t = x^5 + 4x + 3 \Rightarrow dt = (5x^4 + 4) dx$ nên Thầy nhân thêm cho $(5x^4 + 4)$

vào hai vế. Thứ hai để đảm bảo đúng cận khi đổi biến thấy cho

$x^5 + 4x + 3 = -2 \Rightarrow x = -1; x^5 + 4x + 3 = 8 \Rightarrow x = 1$. Thế đấy các Em.

Câu 37. Kết quả tính $\int 2x \ln(x-1) dx$ bằng

A. $(x^2 + 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

B. $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} + x + C.$

C. $x^2 \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

D. $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

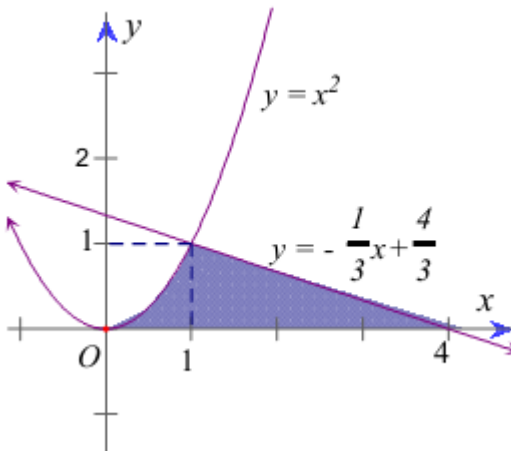
Hướng dẫn giải. Chọn D.

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x-1) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x-1} dx \\ v = x^2 - 1 \end{cases}$. Khi đó

$$\int 2x \ln(x-1) dx = (x^2 - 1) \ln(x-1) - \int \frac{x^2 - 1}{x-1} dx = (x^2 - 1) \ln(x-1) - \int (x+1) dx$$

$$= (x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$$

Câu 38. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ và trục hoành như hình vẽ.



A. $\frac{7}{3}.$

B. $\frac{56}{3}.$

C. $\frac{39}{2}.$

D. $\frac{11}{6}.$

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Từ hình vẽ dễ dàng ta có được diện tích S của hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^4 \left(-\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \right) dx = \frac{11}{6} \text{ (bấm máy tính cho nhanh các Em nhé!)}$$

Câu 39. Cho tứ diện đều ABCD có $(ACD) \perp (BCD)$, $AB = AC = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc nhau.

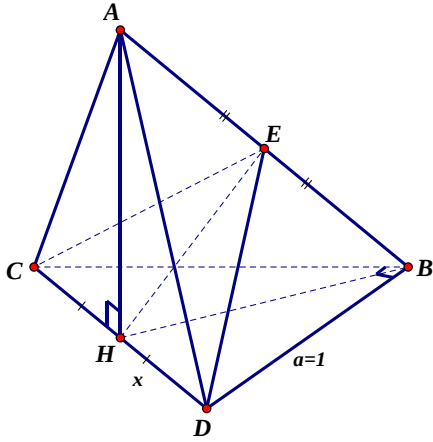
A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.



Không mất tính tổng quát, cũng như để thuận lợi cho việc tính toán ta coi như $a = 1$. Gọi H là trung điểm của CD ta có $AH \perp CD$ (tam giác ACD cân tại A). Mặt khác $(ACD) \perp (BCD) \Rightarrow AH \perp (BCD)$.

Gọi E là trung điểm của AB. Do tam giác ACB cân tại C, tam giác ABD cân tại D nên

$$CE \perp AB, DE \perp AB \Rightarrow ((ABC), (ABD)) = CED. \text{ Theo đề ta có}$$

$$CED = 90^\circ \text{ hay tam giác ECD vuông tại E. Suy ra}$$

$$EH = \frac{CD}{2} = x. \text{ Mặt khác, tam giác HBD vuông tại H, ta có}$$

$$BH = \sqrt{BD^2 - HD^2} = \sqrt{1 - x^2}.$$

Dễ thấy tam giác AHB vuông cân tại H, dẫn đến tam giác HBE vuông cân tại E. Ta có

$$HE = \frac{HB}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{2}}. \text{ Ta có phương trình } \frac{\sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{2}} = x \Leftrightarrow 1 - x^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 40. Cho hình chóp S.ABCD có mặt đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc mặt phẳng (ABCD) và $SA = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

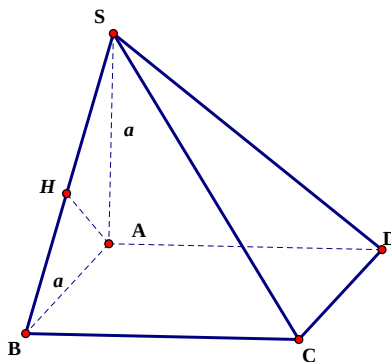
A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $d = a$.

C. $d = \frac{a}{2}$.

D. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.



Kẻ $AH \perp SB$, các Em sẽ chứng minh được

$$AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = d(A, (SBC)). \text{ Tam giác SAB vuông cân tại A,}$$

coi như AH là nửa đường chéo của hình vuông. Do đó Em sẽ có

$$\text{nhANH KẾT QUẢ } AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 41. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$. Biết rằng có hai giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số có hai điểm cực trị A, B và tam giác OAB có diện tích bằng 48. Khi đó tổng của hai giá trị m là

A. 2.

B. -2.

C. 0.

D. $\sqrt{2}$.

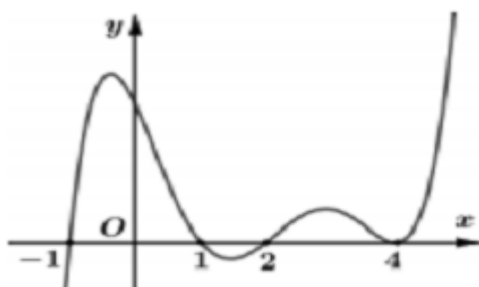
Hướng dẫn giải. Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$, do hàm số có hai điểm cực trị nên $m \neq 0$.

Khi đó $A(0; 3m^3), B(2m; -m^3) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (0; 3m^3), \overrightarrow{OB} = (2m; -m^3)$.

Do $S_{\triangle OAB} = 48 \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 3m^3 \\ 2m & -m^3 \end{vmatrix} = 48 \Leftrightarrow |-6m^4| = 96 \Leftrightarrow m^4 = 16 \Rightarrow m = \pm 2$. Tổng các giá trị m cần tìm bằng 0.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thuộc đoạn $[-1; 4]$ của phương trình $f(x) = f(0)$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta lập được bảng biến thiên như sau

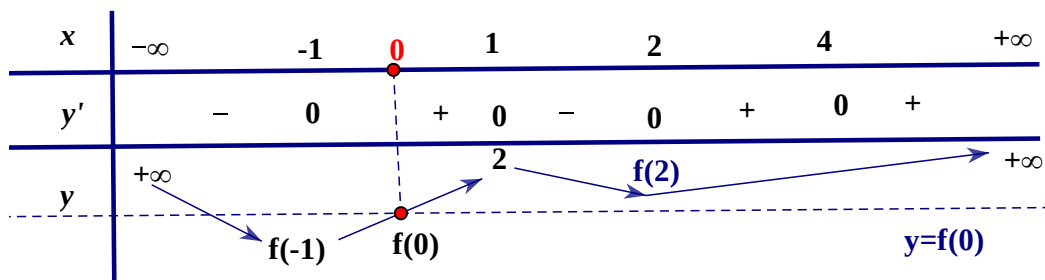
x	$-\infty$	-1	0	1	2	4	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$	$f(-1)$	$f(0)$	2	$f(2)$	$y = f(0)$	$+\infty$

Để biết được số nghiệm của phương trình $f(x) = f(0)$ trên đoạn $[-1; 4]$. Chúng ta cần so sánh được giá trị của $f(0)$ và $f(2)$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ và các

được thẳng $x = 0, x = 1$. S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ và các

được thẳng $x = 1, x = 2$. Từ hình vẽ ta thấy ngay $S_1 > S_2 \Rightarrow \int_0^1 f'(x) dx > -\int_1^2 f'(x) dx$

$f(1) - f(0) > f(1) - f(2) \Leftrightarrow f(0) < f(2)$. Vậy bảng biến thiên có dạng như sau



Vậy phương trình $f(x) = f(0)$ có 1 nghiệm thuộc đoạn $[-1; 4]$.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| - |z - 2 - 3i| = 2\sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $|z|_{\min} = \sqrt{5}$.

B. $|z|_{\min} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$.

C. $|z|_{\min} = \sqrt{13}$.

D. $|z|_{\min} = 2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Đặt M là điểm biểu diễn của số phức z , $A(-2; 1), B(2; 3)$. Khi đó từ phương trình $MA - MB = 2\sqrt{5}$.

Mặt khác $AB = 2\sqrt{5} \Rightarrow MA - MB = AB \Rightarrow B$ nằm giữa A và M . Hơn nữa $|z|_{\min}$ cũng chính là $OM_{\min}$.

Mà $OM_{\min} = OB = \sqrt{13}$.

Bình luận.

Các Em chú ý rằng điểm B nằm giữa A và M . Các Em sẽ sai nếu cho rằng $OM_{\min} = d(O, AB)$. Vì lúc này điểm M không thỏa mãn phương trình $MA - MB = AB$.

Câu 44. Cho các số thực $x, y, (x \geq 0)$ thỏa mãn $e^{x+3y} + e^{xy+1} + x(y+1) + 1 = e^{-xy-1} + \frac{1}{e^{x+3y}} - 3y$. Gọi m là giá

trị nhỏ nhất $T = x + 2y + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \in (2; 3)$.

B. $m \in (-1; 0)$.

C. $m \in (0; 1)$.

D. $m \in (1; 2)$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Từ $e^{x+3y} + e^{xy+1} + x(y+1) + 1 = e^{-xy-1} + \frac{1}{e^{x+3y}} - 3y \Leftrightarrow e^{x+3y} - \frac{1}{e^{x+3y}} + x + 3y = e^{-xy-1} - e^{xy+1} - xy - 1$

$$\Leftrightarrow e^{(x+3y)} - \frac{1}{e^{(x+3y)}} + (x+3y) = e^{-xy-1} - \frac{1}{e^{-xy-1}} + (-xy-1) (*)$$

Xét hàm $f(t) = e^t - \frac{1}{e^t} + t \Rightarrow f'(t) = e^t + \frac{1}{e^t} + 1 > 0, \forall t$

$$(*) \Leftrightarrow f(x+3y) = f(-xy-1) \Leftrightarrow x+3y = -xy-1 \Rightarrow y = \frac{-1-x}{x+3} \text{ thay vào là T được}$$

$$T = x + 2 \cdot \frac{-1-x}{x+3} + 1 = \frac{x^2 + 2x + 1}{x+3}$$

Tới đây các em chỉ việc tìm min của T trên miền $x \geq 0$ là xong nhé.

Câu 45. Có bao nhiêu số tự nhiên có 30 chữ số sao cho mỗi số chỉ có mặt hai chữ số 0 và 1, đồng thời số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó là số lẻ.

A. $3 \cdot 2^{27}$.

B. 2^{27} .

C. 2^{29} .

D. 2^{28} .

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Số cần thành lập có dạng $\overline{1a_2a_3...a_{30}}$. Để số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đang xét là số lẻ thì số chữ số 1 xuất hiện trong các vị trí còn lại là số chẵn lần.

TH1: Không có chữ số 1 ta có C_{29}^0 số.

TH2: Có hai chữ số 1, chọn hai vị trí trong 29 vị trí cho hai số 1 có C_{29}^2 cách, các số còn lại là 0 chỉ có 1 cách đặt. Do đó ta có C_{29}^2 số. Tương tự cho các trường hợp sau.

...

....

TH28: Có 28 số 1 ta có C_{29}^{28} số.

Vậy có tất cả $C_{29}^0 + C_{29}^2 + C_{29}^4 + ... + C_{29}^{28}$ số.

Ta có $(1+x)^{29} = C_{29}^0 + xC_{29}^1 + x^2C_{29}^2 + ... + x^{29}C_{29}^{29} (*)$. Thay $x=1, x=-1$ vào $(*)$ ta được

$$\begin{cases} C_{29}^0 - C_{29}^1 + C_{29}^2 - ... - C_{29}^{29} = 0(1) \\ C_{29}^0 + C_{29}^1 + C_{29}^2 + ... + C_{29}^{29} = 2^{29}(2) \end{cases} \xrightarrow{(1)+(2)} 2(C_{29}^0 + C_{29}^2 + C_{29}^4 + ... + C_{29}^{28}) = 2^{29}$$

$$C_{29}^0 + C_{29}^2 + C_{29}^4 + ... + C_{29}^{28} = 2^{28}$$

Câu 46. Cho $\int f(4x)dx = x^2 + 3x + c$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 2x + C$.

B. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 7x + C$.

C. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 4x + C.$

D. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + C.$

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Đặt $x = \frac{t+2}{4} \Rightarrow dx = \frac{1}{4} dt$. Từ $\int f(4x)dx = x^2 + 3x + c \Rightarrow \frac{1}{4} \int f(t+2)dt = \left(\frac{t+2}{4}\right)^2 + 3 \cdot \frac{t+2}{4} + c$

$\int f(t+2)dt = \frac{t^2}{4} + 4t + 7 + c$ (coi như $7 + c = c$).

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4)(x+2)^3(9-2x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(1) < f(-2) < f(2).$

B. $f(2) < f(1) < f(-2).$

C. $f(-2) < f(2) < f(1).$

D. $f(-2) < f(1) < f(2).$

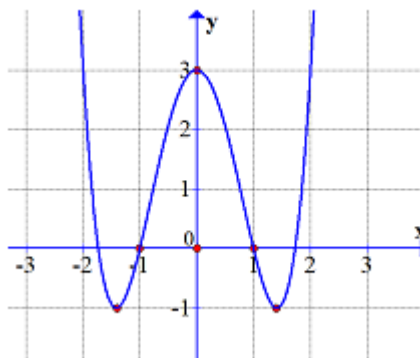
Hướng dẫn giải. Chọn B.

Ta có $f'(x) = (x-2)(x+2)^4(9-2x)$. Từ đây ta lập được bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	$\frac{9}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	$f(-2)$	$f(1)$	$f(2)$		$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy ngay $f(2) < f(1) < f(-2)$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = \frac{f(x)}{48} + \frac{8(\sqrt{x+3}-2)}{x-1} - m$ với m là số thực. Điều kiện cần và đủ để

$g(x) > 0, \forall x \in (0;1)$ là

A. $m < \frac{f(0)}{48} + \frac{8}{\sqrt{3}+2}$.

B. $m \leq \frac{f(0)}{48} + \frac{8}{\sqrt{3}+2}$.

C. $m \leq \frac{f(1)}{48} + 2$.

D. $m < \frac{f(1)}{48} + 2$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Ta có $g(x) > 0, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \frac{f(x)}{48} + \frac{8(\sqrt{x+3}-2)}{x-1} - m > 0, \forall x \in (0;1)$

$$m < \frac{f(x)}{48} + \frac{8(\sqrt{x+3}-2)}{x-1}, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow m < h(x), \forall x \in (0;1).$$

Với $h(x) = \frac{f(x)}{48} + \frac{8(\sqrt{x+3}-2)}{x-1}, x \in (0;1)$.

Ta có $h(x) = \frac{f(x)}{48} + \frac{8(\sqrt{x+3}-2)}{x-1} = \frac{f'(x)}{48} - \frac{8}{\sqrt{x+3}(\sqrt{x+3}+2)^2} < 0, \forall x \in (0;1)$.

Lập bảng biến thiên ta suy ra $h(x) > h(1), \forall x \in (0;1)$.

Từ yêu cầu bài toán suy ra $m \leq h(1) = \frac{f(1)}{48} + 2$.

Câu 49. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng từ $(0;2)$.

A. 9.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Ta có $y = \frac{mx+10}{2x+m} \Rightarrow y' = \frac{m^2-20}{(2x+m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \frac{m^2-20}{(2x+m)^2} < 0, \forall x \in (0;2) \\ \frac{-m}{2} \in (0;2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-20 < 0 \\ \frac{-m}{2} \leq 0 \\ \frac{-m}{2} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{5} < m < 2\sqrt{5} \\ m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases} \Leftrightarrow -2\sqrt{5} < m \leq 4 \vee 0 \leq m < 2\sqrt{5}.$$

Do m là số nguyên nên ta có $m \in \{-4; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt phẳng

$x + 2y + z - 7 = 0$ và đi qua điểm $A(1; 2; 1), B(2; 5; 3)$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng

A. $\frac{\sqrt{470}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{546}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{763}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{345}}{3}$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Goi I là tâm của mặt cầu (S), khi đó điểm I thuộc mặt phẳng (P) và $IA = IB \Rightarrow I$ thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của AB. Mặt phẳng (Q) qua trung điểm $M\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}; 2\right)$ của AB và có vptpt $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 2)$ nên có phương trình (Q): $x + 3y + 2z - 11 = 0$. Điểm I thuộc mặt phẳng (P) và (Q) nên thuộc vào giao tuyến d của (P) và (Q). $d = (P) \cap (Q) \Rightarrow d$ có vtcp $\overrightarrow{a_d} = [\overrightarrow{n_Q}, \overrightarrow{n_P}] = (-1; 1; -1)$ và đi qua điểm $K(3; 0; 4)$.

Bán kính mặt cầu (S) là đoạn thẳng IA, với I thuộc d. Do đó, bán kính mặt cầu nhỏ nhất khi điểm I là

hình chiếu vuông góc của A trên d. Vậy $R_{\min} = d(A, d) = \frac{|\overrightarrow{a_d}, \overrightarrow{AK}|}{|\overrightarrow{a_d}|} = \frac{\sqrt{546}}{3}$.

Lời tâm sự. Thời gian đến kì thi THPT QG 2019 không còn xa. Để có thể hỗ trợ cho học sinh tài liệu tự học Thầy biên soạn lời giải chi tiết đề thi thử giúp các em có thể tìm thấy hướng giải quyết với câu mà mình thắc mắc. Thời gian biên soạn không nhiều do đó rất khó tránh khỏi sai sót trong lời giải hoặc chưa phải là hay nhất. Rất mong các Bạn đọc thông cảm và góp ý.

Chúc các em 12 nhiều sức khỏe và sẽ thi tốt trong kỳ thi sắp tới!

Thầy Trần Duy Thúc.