

**Câu 1.** (2 điểm) Với  $x \geq 0; x \neq 9$ , cho biểu thức

$$A = \frac{7}{\sqrt{x}+8} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{18}{x-9} \text{ Với } x \geq 0; x \neq 9.$$

a) Tính giá trị của A khi  $x = 36$

b) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$

c) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để biểu thức  $P = A.B$  nhận giá trị nguyên.

**Câu 2.** (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B. Biết rằng quãng đường AB dài 60km và vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường. Do vận tốc của xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 15km/giờ nên ô tô đến B sớm hơn xe máy là 40 phút. Tìm vận tốc của mỗi xe.

**Câu 3.** (2,0 điểm) 1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{2x}{x-1} + \sqrt{y+1} = 7 \\ \frac{3x}{x-1} - 2\sqrt{y+1} = 0 \end{cases}$$

2) Cho parabol  $(P): y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 2mx + 4$  trong mặt phẳng tọa độ Oxy

a) Chứng minh  $(d)$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

b) Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ . Tìm số dương  $m$  để  $|x_1| + 2|x_2| = 8$ .

**Câu 4.** (3,5 điểm) Cho  $\Delta ABC$  nhọn nội tiếp trong đường tròn  $(O)$ . Ba đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cùng đi qua trực tâm  $H$ .

a) Chứng minh rằng tứ giác  $BCEF$  là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng  $HA.HD = HB.HE = HC.HF$ .

c) Đường tròn ngoại tiếp  $\Delta DEF$  cắt cạnh  $BC$  tại giao điểm thứ hai là  $I$ . Chứng minh  $DH$  là tia phân giác của góc  $EDF$  và  $I$  là trung điểm của  $BC$ .

d) Hai tia  $BE, CF$  cắt  $(O)$  tại các giao điểm thứ hai lần lượt là  $M$  và  $N$ . Chứng minh nếu

$$\frac{MN}{OI} = 2\sqrt{2} \text{ thì } MN \text{ là đường kính của đường tròn } (O).$$

**Câu 5.** Cho  $a, b, c$  là các số không âm thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = ab + bc + ca - abc$ .