

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 132

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + y - z - 2 = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{9}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{\sqrt{78}}{9}$. D. $-\frac{\sqrt{78}}{9}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) . Tìm phát biểu **sai** trong các phát biểu sau.

- A. Đồ thị (C) có tâm đối xứng là điểm $I(x_0; f(x_0))$ với $f''(x_0) = 0$.
B. Số điểm cực trị của đồ thị (C) là số chẵn.
C. Đồ thị (C) luôn cắt trục hoành.
D. Đồ thị (C) luôn có hai điểm cực trị.

Câu 3: Gọi S là tập hợp các ước số nguyên dương của 121500. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 5.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{5}{36}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 4: Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $\frac{(1-3i)\bar{z}}{|z|^2} - 5i = \frac{2+i}{z}$.

- A. $-\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}i$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{5}i$.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với các điểm $A(-1;1;2)$, $B(-3;2;1)$, $D(0;-1;2)$ và $A'(2;1;2)$. Tìm tọa độ đỉnh C' .

- A. $C'(1;0;1)$. B. $C'(-3;1;3)$. C. $C'(0;1;0)$. D. $C'(-1;3;1)$.

Câu 6: Tính nguyên hàm $F(x) = \int \frac{1}{e^x + 1} dx$.

- A. $F(x) = 1 - \ln(1 + e^x) + c$ ($c \in \mathbb{R}$). B. $F(x) = \ln(1 + e^x) - x + c$ ($c \in \mathbb{R}$).
C. $F(x) = x - \ln(1 + e^x) + c$ ($c \in \mathbb{R}$). D. $F(x) = x - \ln(1 + e^x) - 1 + c$ ($c \in \mathbb{R}$)

Câu 7: Xác định số mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều.

- A. 4. B. 9. C. 5. D. 7

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 2a$. Biết tam giác BCD có $BC = 2a$, $BD = a$, $\widehat{CBD} = 120^\circ$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ theo a .

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}a^3$. C. $\sqrt{5}a^3$. D. $\frac{\sqrt{5}}{6}a^3$

Câu 9: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

A. $\frac{160\pi}{3}$. B. $\frac{320\pi}{3}$. C. $\frac{160}{3}$. D. $\frac{320}{3}$.

Câu 10: Tìm số phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- (1) Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang và nhận Oy làm tiệm cận đứng.
- (2) Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha > 0$ không có tiệm cận.
- (3) Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a \neq 1$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.
- (4) Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.

A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng V . Điểm P là trung điểm của SC , một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 12: Xét phương trình bậc hai $az^2 + bz + c = 0$ trên tập $\mathbb{C}$ ($a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$). Tìm điều kiện cần và đủ để phương trình có hai nghiệm z_1 và z_2 là hai số phức liên hợp với nhau.

A. $b^2 - 4ac \geq 0$. B. $b^2 - 4ac > 0$. C. $b^2 - 4ac < 0$. D. $b^2 - 4ac \leq 0$.

Câu 13: Tìm tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 25)x^2 + 2$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

A. 10. B. -10. C. 0. D. 15.

Câu 14: Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $(1+i)z$ và $(3-i)z$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Tính độ dài đoạn AB .

A. $AB = 8$. B. $AB = 4\sqrt{2}$. C. $AB = 4$. D. $AB = 2\sqrt{2}$.

Câu 15: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \ln|x|$

A. $f'(x) = -\frac{1}{|x|}$. B. $f'(x) = \frac{1}{|x|}$. C. $f'(x) = \frac{1}{x}$. D. $f'(x) = -\frac{1}{x}$

Câu 16: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1) > \log_9 x^2$

A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (0; +\infty)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$

Câu 16 nên có thêm tập xác định để có $2x-1 > x$ mà không phải $2x-1 > |x|$ và trước, sau các dấu “;” phải có dấu cách!

Câu 17: Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1 - 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $|z_2 - 5 + i| = |\bar{z}_2 - 7 + i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - iz_2|$.

- A. $\frac{11\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - x - 6}$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau.

- A. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng và hai đường tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng và hai đường tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỷ số thể tích của khối tứ diện $BDA'C'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 20: Gọi n là các số phức z đồng thời thỏa mãn $|iz + 1 + 2i| = 3$ và biểu thức $T = 2|z + 5 + 2i| + 3|z - 3i|$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi M là giá trị lớn nhất của T . Tính tích Mn .

- A. $Mn = 2\sqrt{13}$. B. $Mn = 6\sqrt{13}$. C. $Mn = 5\sqrt{13}$. D. $Mn = 10\sqrt{21}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^5 f(x) dx = -8$. Tính tích phân

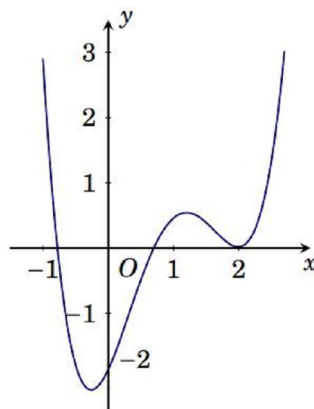
$$I = \int_{-1}^2 f(|2x-3|) dx.$$

- A. $I = -8$. B. $I = -2$ C. $I = -4$ D. $I = -6$

Câu 22: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\left(\frac{5}{4}\right)^a < \left(\frac{4}{5}\right)^a$, $\log_b \frac{5}{4} > \log_b \frac{4}{5}$ và $c^{\frac{5}{4}} < c^{\frac{4}{5}}$. Tìm phát biểu đúng trong các phát biểu sau.

- A. $b < 0 < c < 1 < a$. B. $a < 0 < b < 1 < c$. C. $a < 0 < c < 1 < b$. D. $c < 0 < b < 1 < a$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x - 8$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

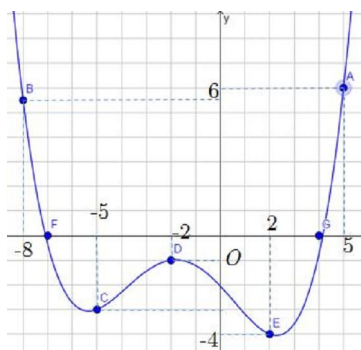
Câu 24: Cho hình nón có thể tích bằng 12π và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính bán kính đáy của hình nón biết bán kính là số nguyên dương.

- A. 4. B. 3. C. 6. D. 5.

Câu 25: Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + \frac{7}{2}$ có đồ thị (C) . Biết rằng (C) có ba điểm cực trị lập thành một tam giác nhận gốc tọa độ $O(0;0)$ làm trực tâm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $m \in (2;4]$. B. $m \in (6;8]$. C. $m \in (0;2]$. D. $m \in (4;6]$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(3\sin x + 4\cos x) = f(m)$ có nghiệm?

- A. 10. B. 14. C. 9. D. 11.

Câu 27: Một người được trả lương qua tài khoản thanh toán (ATM) của ngân hàng Vietcombank. Người đó dùng 35 triệu đồng tiền mặt để mở thêm tài khoản tiết kiệm tự động, kỳ hạn 1 tháng với hình thức cứ sau mỗi tháng thì ngân hàng tự động chuyển từ tài khoản ATM qua tài khoản tiết kiệm tự động là 3 triệu đồng. Hỏi sau 5 năm, người đó rút bao nhiêu tiền trong tài khoản tiết kiệm tự động đó, biết rằng trong suốt 5 năm, người đó không rút tiền, lãi suất không đổi là 5%/năm và nếu đến kỳ hạn mà người đó rút hết tài khoản tiết kiệm thì ngân hàng sẽ không chuyển tiền từ tài khoản ATM sang tài khoản tiết kiệm nữa.

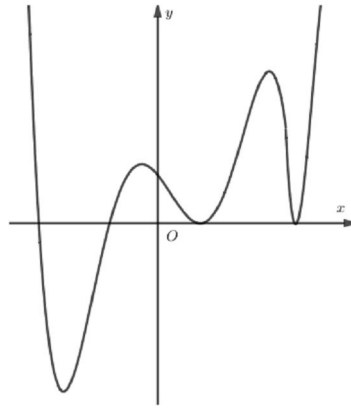
- A. 248,9358023 (triệu đồng). B. 245,1017017 (triệu đồng).
C. 249,7858783 (triệu đồng). D. 245,9358023 (triệu đồng).

Câu 28: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình

$$\begin{cases} x = 9 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 - t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 4 + t' \\ z = 2 + t' \end{cases}. \text{Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng } d_1 \text{ và } d_2.$$

- A. $3x - 5y + z + 25 = 0$. B. $3x - 5y + z - 25 = 0$.
C. $3x + 5y + z + 25 = 0$. D. $3x + 5y + z - 25 = 0$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại



- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ sao cho $x^2 + xf(e^x) + f(e^x) = 1$ với mọi $x \in (0; +\infty)$. Tính tích phân $I = \int_{\sqrt{e}}^e \frac{\ln xf(x)}{x} dx$

- A. $I = -\frac{1}{8}$. B. $I = -\frac{2}{3}$. C. $I = \frac{1}{12}$. D. $I = \frac{3}{8}$

Câu 31: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 20$. Mặt phẳng (α) có phương trình $x-2y+2z-1=0$ và đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+4}{-3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ' nằm trong mặt phẳng (α) , vuông góc với Δ đồng thời cắt (S) theo một dây cung có độ dài lớn nhất

- A. $\Delta': \begin{cases} x=3t \\ y=-2 \\ z=-4+t \end{cases}$. B. $\Delta': \begin{cases} x=1+3t \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$. C. $\Delta': \begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+5t \\ z=3+4t \end{cases}$. D. $\Delta': \begin{cases} x=1-2t \\ y=1-5t \\ z=1-4t \end{cases}$.

Câu 32: Cho một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = -20 \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) (\text{m/s}^2)$. Biết vận tốc của vật vào thời điểm $t = \frac{\pi}{2} (\text{s})$ là $15\sqrt{2} (\text{m/s})$. Tính vận tốc ban đầu của vật.

- A. $5\sqrt{2} (\text{m/s})$. B. $\sqrt{2} (\text{m/s})$. C. $0 (\text{m/s})$. D. $10\sqrt{2} (\text{m/s})$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình:

$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=1+2t \end{cases}$. Biết rằng mặt cầu (S) tiếp xúc với đường thẳng d . Viết phương trình mặt cầu (S) .

- A. $(S): (x-1)^2 + (x+2)^2 + (x-3)^2 = \frac{20}{9}$. B. $(S): (x+1)^2 + (x-2)^2 + (x+3)^2 = \frac{20}{9}$.
C. $(S): (x-1)^2 + (x+2)^2 + (x-3)^2 = \frac{25}{9}$. D. $(S): (x+1)^2 + (x-2)^2 + (x+3)^2 = \frac{25}{9}$.

- Câu 34:** Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2 và khối cầu ngoại tiếp hình trụ có thể tích bằng $\frac{125\pi}{6}$.
 Tính thể tích khối trụ.
 A. $2\sqrt{41}\pi$. B. 6π . C. 12π . D. $\sqrt{41}\pi$.
- Câu 35:** Xác định tập nghiệm S của phương trình $(3+2\sqrt{2})^x - 2(1+\sqrt{2})^x - 1 = 0$.
 A. $S = \{1+\sqrt{2}\}$. B. $S = \{1\}$.
 C. $S = \{1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}\}$. D. $S = \{-1; 1\}$.
- Câu 36:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và AA' . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (NBC) theo a .
 A. $\frac{a\sqrt{3}}{10}$. B. $\frac{3a\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{3a\sqrt{3}}{20}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.
- Câu 37:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$.
 A. 3. B. -22. C. -1. D. -17.
- Câu 38:** Một hộp đựng 10 tấm thẻ phân biệt gồm 6 tấm thẻ ghi số 1 và 4 tấm thẻ ghi số 0. Một trò chơi được thực hiện bằng cách rút ngẫu nhiên một thẻ từ hộp rồi hoàn lại. Sau một số lần rút, trò chơi sẽ kết thúc khi có đúng 3 lần rút được thẻ ghi số 1 hoặc đúng 3 lần thẻ ghi số 0. Tính xác suất để trò chơi kết thúc khi có đúng 3 lần rút được thẻ ghi số 1.
 A. 0,9072. B. 0,33696. C. 0,456. D. 0,68256.
- Câu 39:** Tính theo a thể tích khối nón nội tiếp tứ diện đều cạnh a .
 A. $\frac{\sqrt{6}}{27}\pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{6}}{108}a^3$. C. $\frac{\sqrt{6}}{27}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}}{108}\pi a^3$.
- Câu 40:** Cho phương trình $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) - x^2 + 2x = 0$ (m là tham số). Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình trên có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1+2\sqrt{2}]$ là đoạn $[a; b]$. Tính giá trị biểu thức $T = 2b - a$.
 A. $T = 4$. B. $T = \frac{7}{2}$. C. $T = 3$. D. $T = \frac{1}{2}$.
- Câu 41:** Cho cấp số cộng (u_n) có công thức tổng quát là $u_n = 5 - 2n, n \in \mathbb{N}^*$. Tính tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.
 A. -350. B. 440. C. -320. D. -340.
- Câu 42:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm cạnh SD , N là điểm trên cạnh BC sao cho $CN = 2BN$. Biết rằng $MN = \frac{a\sqrt{10}}{3}$, tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) theo a .
 A. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{14}}{14}$. D. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 43: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm $M(1;0)$.

- A. $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$. B. $y = \frac{1}{3}x + 1$ C. $y = x - 1$ D. $y = \frac{1}{9}x - \frac{1}{9}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. Mặt cầu có diện tích là 36π . B. Mặt cầu đi qua điểm $M(1;1;0)$.
C. Mặt cầu có tâm $I(-1;2;0)$. D. Mặt cầu có bán kính $R = 3$.

Câu 45: Cho phương trình $m \cdot 3^{2x^2-3x-2} - 3^{x^2-3x+2} = m \cdot 3^{x^2-4} - 1$ (với m là tham số). Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt.

- A. -7 . B. $\frac{85}{81}$. C. 81 . D. 109 .

Câu 46: Cho $\log_2 a = x$ và $\log_2 b = y$ với $a > 0$, $b > 0$, $b^3 \neq a^2$. Tìm biểu diễn của $\log_{a^2b^3}(a^4b)$ theo x và y .

- A. $\frac{x-4y}{3y+2x}$. B. $\frac{4x+y}{-2y+3x}$. C. $\frac{4x+y}{3y+2x}$. D. $\frac{4x+y}{3y-2x}$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên đoạn $[0;2]$. Biết rằng $f(2) = -3$ và $\int_0^2 xf'(x)dx = -4$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x)dx$.

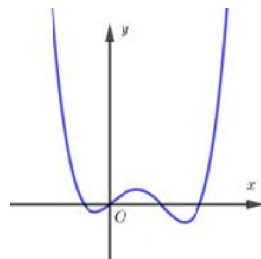
- A. $I = -1$. B. $I = 0$. C. $I = -7$. D. $I = -2$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 1+t \\ z = 1-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng

$(\alpha): m^2x - 3y + z + 3m = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của tham số m để đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) .

- A. $m = -2$. B. $m = 2$ hoặc $m = -2$.
C. $m = 2$. D. $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Câu 49: Biết rằng đồ thị hàm bậc bốn $y = f(x)$ được cho bởi hình vẽ bên dưới. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục hoành.



- A. 4 . B. 0 . C. 6 . D. 2 .

Câu 50: Tính tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+6}{x+2}$ và đường thẳng $y = -x$

- A. -7 . B. -5 . C. 5 . D. 7 .

-----HẾT-----

	Mã đề 301	Mã đề 322	Mã đề 353	Mã đề 374
Câu 1	C	C	D	C
Câu 2	A	B	D	D
Câu 3	A	B	A	D
Câu 4	C	C	B	C
Câu 5	A	B	C	A
Câu 6	B	A	D	C
Câu 7	B	B	B	B
Câu 8	B	A	D	D
Câu 9	B	D	C	B
Câu 10	A	A	D	C
Câu 11	B	C	B	A
Câu 12	C	C	C	D
Câu 13	B	D	B	A
Câu 14	B	A	C	B
Câu 15	B	B	B	C
Câu 16	B	A	B	A
Câu 17	C	C	A	B
Câu 18	D	A	D	A
Câu 19	C	C	B	C
Câu 20	B	D	C	D
Câu 21	A	B	B	B
Câu 22	A	C	A	C
Câu 23	C	D	A	B
Câu 24	C	B	A	B
Câu 25	C	D	D	C
Câu 26	A	B	B	B
Câu 27	D	C	C	D
Câu 28	B	B	A	D
Câu 29	C	A	A	D
Câu 30	C	A	B	C
Câu 31	C	B	B	D
Câu 32	A	D	A	A
Câu 33	D	D	C	A
Câu 34	C	A	D	C
Câu 35	D	B	B	B
Câu 36	C	B	C	B
Câu 37	A	A	A	D
Câu 38	C	A	B	D
Câu 39	B	D	C	D
Câu 40	D	C	D	A
Câu 41	D	C	C	C
Câu 42	B	A	A	B
Câu 43	B	C	A	A
Câu 44	D	D	B	C
Câu 45	C	D	D	D
Câu 46	C	D	C	D
Câu 47	C	B	B	D
Câu 48	C	B	A	A
Câu 49	D	A	B	B
Câu 50	D	C	A	A

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + y - z - 2 = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) .

A. $\frac{\sqrt{3}}{9}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{\sqrt{78}}{9}$.

D. $-\frac{\sqrt{78}}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

Mặt phẳng (α) có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

$$\sin(\Delta, (\alpha)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vì } (\Delta, (\alpha)) < 90^\circ \text{ nên } \cos(\Delta, (\alpha)) = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{78}}{9}.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) . Tìm phát biểu **sai** trong các phát biểu sau.

A. Đồ thị (C) có tâm đối xứng là điểm $I(x_0; f(x_0))$ với $f''(x_0) = 0$.

B. Số điểm cực trị của đồ thị (C) là số chẵn.

C. Đồ thị (C) luôn cắt trục hoành.

D. Đồ thị (C) luôn có hai điểm cực trị.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c \quad (a \neq 0).$$

Phương trình $y' = 0$ (1) là phương trình bậc hai nên có thể có 2 nghiệm phân biệt, có nghiệm kép hoặc vô nghiệm.

TH1: Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.

TH2: Phương trình (1) có nghiệm kép. Lúc đó, đạo hàm không đổi dấu khi qua nghiệm này. Do đó đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

TH3: Phương trình (1) vô nghiệm thì đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Nên đồ thị (C) có thể có 2 điểm cực trị hoặc không có điểm cực trị.

Vậy D sai.

Câu 3: Gọi S là tập hợp các ước nguyên dương của 121500. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn không chia hết cho 5.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{5}{36}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $121500 = 2^2 3^5 5^3$.Suy ra số các ước nguyên dương của 121500 là $(2+1)(5+1)(3+1) = 72$.

Số cách chọn một ước nguyên dương: 72 cách.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 72$.Số các số chia hết cho 5: $(2+1)(5+1).3 = 54$. Suy ra số các số không chia hết cho 5 là $72 - 54 = 18$.Suy ra xác suất cần tìm: $P = \frac{18}{72} = \frac{1}{4}$.

Câu 4: Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $\frac{(1-3i)\bar{z}}{|z|^2} - 5i = \frac{2+i}{z}$.

A. $-\frac{4}{5}$.

B. $-\frac{4}{5}i$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{5}i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \frac{(1-3i)\bar{z}}{|z|^2} - 5i = \frac{2+i}{z} \Leftrightarrow (1-3i) - 5iz = 2+i \Leftrightarrow z = -\frac{1}{5} \frac{4i+1}{i} \Leftrightarrow z = -\frac{4}{5} + \frac{1}{5}i.$$

Suy ra phần ảo của số phức z là $\frac{1}{5}$.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với các đỉnh $A(-1;1;2)$, $B(-3;2;1)$, $D(0;-1;2)$ và $A'(2;1;2)$. Tìm tọa độ đỉnh C' .

A. $C'(1;0;1)$.

B. $C'(-3;1;3)$.

C. $C'(0;1;0)$.

D. $C'(-1;3;1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB}(-2;1;-1), \overrightarrow{AD}(1;-2;0), \overrightarrow{AA'}(3;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = (2;-1;-1).$$

Giả sử $C'(x;y;z)$. Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$

$$\text{Nên } \begin{cases} x+1=2 \\ y-1=-1 \\ z-2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow C'(1;0;1) \rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Câu 6: Tính nguyên hàm $F(x) = \int \frac{1}{e^x + 1} dx$.

A. $F(x) = 1 - \ln(1 + e^x) + c (c \in \mathbb{R})$.

B. $F(x) = \ln(1 + e^x) - x + c (c \in \mathbb{R})$.

C. $F(x) = x - \ln(1 + e^x) + c (c \in \mathbb{R})$.

D. $F(x) = x + \ln(1 + e^x) - 1 + c (c \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Cách 1: Đặt } u = e^x + 1 \Rightarrow du = e^x dx; e^x = u - 1 \Rightarrow dx = \frac{du}{u-1}.$$

Do đó $F(x) = \int \frac{1}{e^x} dx = \int \frac{1}{u(u-1)} du = \int \left(\frac{1}{u-1} - \frac{1}{u} \right) du = \ln|u-1| - \ln|u| + c = \ln|e^x| - \ln|e^x + 1| + c$

$F(x) = x - \ln(1 + e^x) + c \rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Cách 2: Đặt $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$. Sử dụng định nghĩa “ $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ nếu $F'(x) = f(x)$ ”.

Với đáp án A: $F'(x) = -\frac{(1+e^x)'}{1+e^x} = -\frac{e^x}{1+e^x} \neq f(x)$ nên loại.

Với đáp án B: $F'(x) = \frac{(1+e^x)'}{1+e^x} - 1 = \frac{e^x}{1+e^x} - 1 = \frac{-1}{1+e^x} \neq f(x)$ nên loại.

Với đáp án C: $F'(x) = 1 - \frac{(1+e^x)'}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x} = \frac{1}{1+e^x} = f(x)$ thỏa mãn.

Câu 7: Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là

A. 4.

B. 9.

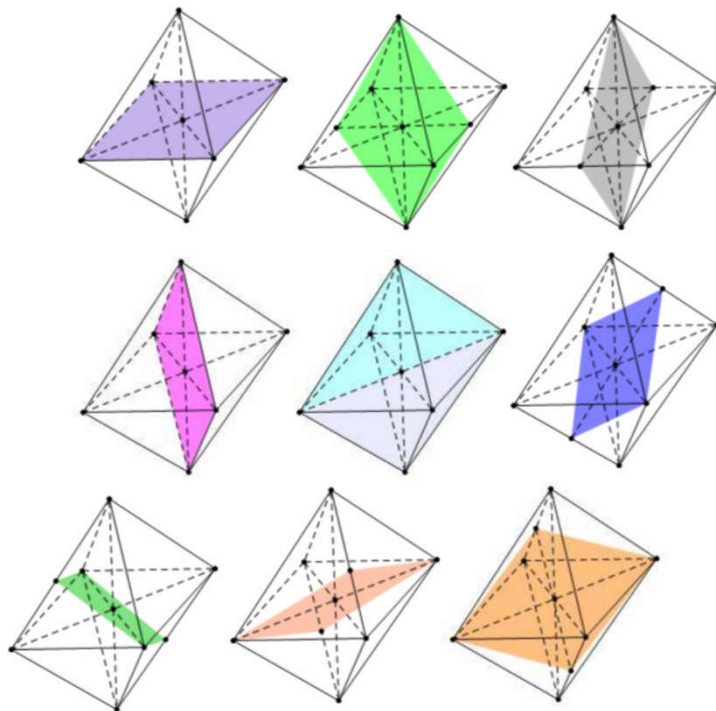
C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Hình bát diện đều có 9 mặt phẳng đối xứng (hình vẽ).



Câu 8: Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 2a$. Biết rằng tam giác BCD có $BC = 2a, BD = a, \widehat{CBD} = 120^\circ$. Tính V_{ABCD} .

A. $\frac{\sqrt{5}}{3} a^3$.

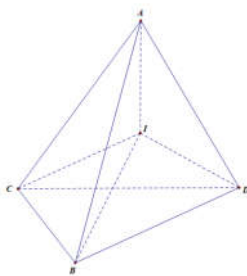
B. $\frac{\sqrt{5}}{2} a^3$.

C. $\sqrt{5} a^3$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{6} a^3$.

Lời giải

Chọn D.



Có $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot BD \cdot \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$, $CD^2 = BC^2 + BD^2 - 2BC \cdot BD \cdot \cos 120^\circ = 7a^2$.

$S_{\triangle BCD} = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{a \cdot 2a \cdot a\sqrt{7}}{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2} = \frac{\sqrt{21}}{3} a$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác

BCD . Do $AB = AC = AD = 2a \Rightarrow AI \perp (BCD) \Rightarrow h = AI = \sqrt{AC^2 - R^2} = \frac{\sqrt{15}a}{3}$.

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}.$$

Câu 9: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

A. $\frac{160\pi}{3}$.

B. $\frac{320\pi}{3}$.

C. $\frac{160}{3}$.

D. $\frac{320}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{16} = 1 - \frac{x^2}{25} \Leftrightarrow y^2 = 16 \left(1 - \frac{x^2}{25} \right) \Leftrightarrow y = \pm 4 \sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$$

Do tính đối xứng của (H) qua Ox nên thể tích khối tròn xoay cần tìm bằng thể tích khối tròn xoay sinh ra khi (H') quay quanh Ox , trong đó (H') là hình phẳng giới hạn bởi:

$$y = 4 \sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}, \quad Ox.$$

$$V = \pi \int_{-5}^5 16 \left(1 - \frac{x^2}{25} \right) dx = 16\pi \left(x - \frac{x^3}{75} \right) \Big|_{-5}^5 = \frac{320\pi}{3}.$$

Câu 10: Tìm số phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- (1) Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang và nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.
- (2) Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha > 0$ không có tiệm cận.
- (3) Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a \neq 1$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.
- (4) Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

(1) đúng, (2) đúng, (3) đúng và (4) đúng.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Điểm P là trung điểm của SC , một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD và SB lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{1}{3}$.

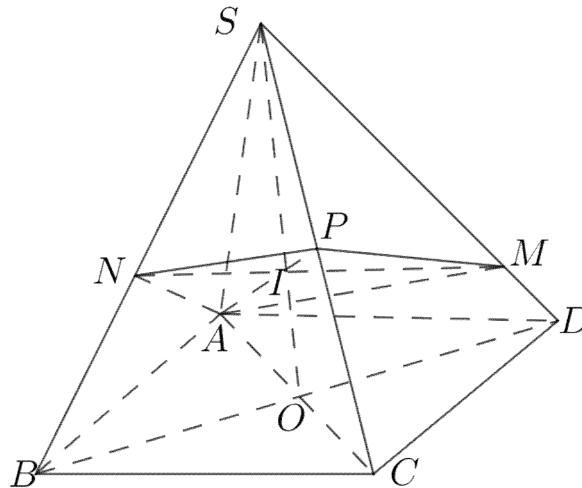
B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } \frac{V_1}{V} = \frac{V_{S.AMP} + V_{S.ANP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ADC}} + \frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ABC}} = \frac{1}{4} \left(\frac{SM}{SD} + \frac{SN}{SB} \right) = \frac{1}{4} (a + b), \quad (a > 0, b > 0).$$

$$\text{Xét tam giác } SAC \text{ có } \frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SP} = 2 \frac{SO}{SI} \text{ và tam giác } SBD \text{ có } \frac{SD}{SM} + \frac{SB}{SN} = 2 \frac{SO}{SI} \text{ suy ra}$$

$$\frac{SD}{SM} + \frac{SB}{SN} = \frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SP} = 3 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3 \Rightarrow a + b = 3ab$$

$$\text{Ta có } \frac{V_1}{V} = \frac{1}{4} (a + b) \geq \frac{1}{4} \cdot 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{\frac{a+b}{3}} \Rightarrow (a+b)^2 \geq \frac{4}{3}(a+b) \Rightarrow \begin{cases} a+b \leq 0 \\ a+b \geq \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b \geq \frac{4}{3}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } a = b \Rightarrow 2a = 3a^2 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V} \geq \frac{1}{3} \text{ nên } \frac{V_1}{V} \text{ nhỏ nhất là } \frac{1}{3}.$$

Câu 12: Xét phương trình bậc hai $az^2 + bz + c = 0$ trên tập $\mathbb{C}$ ($a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$). Tìm điều kiện cần và đủ để phương trình có hai nghiệm z_1 và z_2 là hai số phức liên hợp với nhau.

A. $b^2 - 4ac \geq 0$.

B. $b^2 - 4ac > 0$.

C. $b^2 - 4ac < 0$.

D. $b^2 - 4ac \leq 0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13: Tìm tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 25)x^2 + 2$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

A. 10.**B. -10.****C. 0.****D. 15.****Lời giải****Chọn A**

Để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 25)x^2 + 2$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 25 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -5 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 5.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m bằng 10.

Câu 14: Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $(1+i)z$ và $(3-i)z$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = 8$.**B. $AB = 4\sqrt{2}$.****C. $AB = 4$.****D. $AB = 2\sqrt{2}$.****Lời giải****Chọn B**

Ta có: $(1+i)z = (1+i)(1+\sqrt{3}i) = 1 - \sqrt{3} + (1+\sqrt{3})i \Rightarrow A(1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$.

Lại có: $(3-i)(1+\sqrt{3}i) = 3 + \sqrt{3} + (-1+3\sqrt{3})i \Rightarrow B(3+\sqrt{3}; -1+3\sqrt{3})$.

Vậy độ dài $AB = \sqrt{(2+2\sqrt{3})^2 + (-2+2\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{2}$.

Câu 15: Tính đạo hàm hàm số $f(x) = \ln|x|$.

$$f'(x) = -\frac{1}{|x|}.$$

$$\text{B. } f'(x) = \frac{1}{|x|}.$$

$$\text{C. } f'(x) = \frac{1}{x}.$$

$$\text{D. } f'(x) = -\frac{1}{x}.$$

Lời giải**Chọn C**

Ta có $f(x) = \ln|x| = \begin{cases} \ln x, & \text{khi } x > 0 \\ \ln(-x), & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

$$\text{Suy ra } f'(x) = (\ln|x|)' = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{khi } x > 0 \\ \frac{1}{-x}, & \text{khi } x < 0 \end{cases} = \frac{1}{x}.$$

Câu 16: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x-1) > \log_9(x^2)$.

A. $S = (1; +\infty)$ **B. $S = (0; +\infty)$.****C. $S = (0; 1)$.****D. $S = \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.****Lời giải****Chọn A**

Điều kiện $x > \frac{1}{2}$. Khi đó bất phương trình tương đương với

$\log_3(2x-1) > \log_9(x^2) \Leftrightarrow \log_3(2x-1) > \log_3 x \Leftrightarrow x > 1$. Vậy tập nghiệm là $S = (1; +\infty)$.

Câu 17: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $|z_2 - 5 + i| = |\overline{z_2} - 7 + i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - iz_2|$.

A. $\frac{11\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Quỹ tích các điểm M biểu diễn z_1 thỏa $|z_1 - 2 - i| = 2\sqrt{2}$ là đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$ và có bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Đặt $iz_2 = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$

$$|z_2 - 5 + i| = |\overline{z_2} - 7 + i| \Leftrightarrow |z_2 i - 5i - 1| = |z_2 i - 7i + 1| \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-5)^2 = (x+1)^2 + (y-7)^2$$

$$\Leftrightarrow x - y + 6 = 0.$$

Quỹ tích các điểm N biểu diễn iz_2 thỏa $|z_2 - 5 + i| = |\overline{z_2} - 7 + i|$ là đường thẳng $(d): x - y + 6 = 0$.

Có $MN = |z_1 - iz_2|$

$$\text{Vậy } |z_1 - iz_2|_{\min} = d(I, (d)) - R = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - x - 6}$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau

A. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng và hai đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng và hai đường tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - x - 6}$ có tập xác định $D = [1; +\infty) \setminus \{3\}$.

Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang là $x = 3; y = 0$

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỷ số thể tích của khối tứ diện $BDA'C'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{1}{5}$.

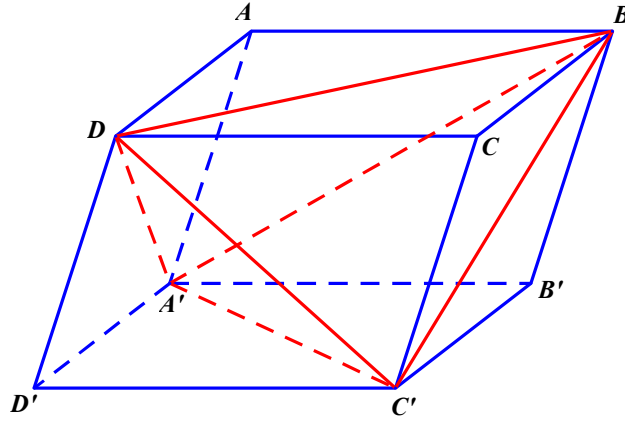
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi V là thể tích hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

$$\text{Ta có } V_{A.A'BD} = V_{B'.A'BC'} = V_{C.BDC'} = V_{D'.A'C'D} = \frac{1}{6}V$$

$$\text{Mặt khác } V = V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_{BDA'C'} + V_{A.A'BD} + V_{B'.A'BC'} + V_{C.BDC'} + V_{D'.A'C'D} = V_{BDA'C'} + \frac{4}{6}V$$

$$\text{Suy ra } V_{BDA'C'} = \frac{1}{3}V \Rightarrow \frac{V_{BDA'C'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 20: Gọi n là số các số phức z đồng thời thỏa mãn $|iz+1+2i|=3$ và biểu thức $T=2|z+5+2i|+3|z-3i|$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi M là giá trị lớn nhất của T . Tính tích $M.n$.

A. $M.n = 2\sqrt{13}$.

B. $M.n = 6\sqrt{13}$.

C. $M.n = 5\sqrt{21}$.

D. $M.n = 10\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $K(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=x+yi$, $x, y \in \mathbb{R}$ với z thỏa

$$|iz+1+2i|=3 \Leftrightarrow |i| \cdot |z+2-i|=3 \Leftrightarrow |z+2-i|=3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = 3 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9.$$

Suy ra tập hợp điểm K là đường tròn (C) tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=3$.

$$T=2|z+5+2i|+3|z-3i|=2KA+3KB \text{ với } A(-5;-2), B(0;3).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IA}=(-3;-3), \overrightarrow{IB}=(2;2). \text{ Do đó } 2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}, IA=\sqrt{18}, IB=\sqrt{8}.$$

$$T=2KA+3KB=\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} KA + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} KB \leq \sqrt{5(2KA^2 + 3KB^2)}$$

Ta lại có

$$\begin{aligned} 2KA^2 + 3KB^2 &= 2\overrightarrow{KA}^2 + 3\overrightarrow{KB}^2 = 2(\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IA})^2 + 3(\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= 5\overrightarrow{KI}^2 + 2IA^2 + 3IB^2 + 2\overrightarrow{KI}(2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB}) = 5R^2 + 2IA^2 + 3IB^2 = 45 + 36 + 24 = 105. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } T \leq \sqrt{525} \Leftrightarrow T \leq 5\sqrt{21}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $K \in (C)$ và $KA=KB$

$\Leftrightarrow K$ là giao điểm của đường tròn (C) và trung trực d của cạnh AB .

$$(d): \left(x + \frac{5}{2}\right) + \left(y - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2 = 0, d[I, d] = \frac{|-2+1+2|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} < R$$

Do đó d và (C) có hai giao điểm $\Rightarrow n=2$ và $M=5\sqrt{21}$. Vậy $M.n=10\sqrt{21}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^5 f(x) dx = -8$. Tính tích phân

$$I = \int_{-1}^2 f(|2x-3|) dx.$$

A. $I = -8$.

B. $I = -2$.

C. $I = -4$.

D. $I = -6$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Do } \int_0^1 f(x) dx = 2 \text{ và } \int_1^5 f(x) dx = -8 \Rightarrow \int_0^5 f(x) dx = -6.$$

$$I = \int_{-1}^2 f(|2x-3|) dx = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(|2x-3|) dx + \int_{\frac{3}{2}}^2 f(|2x-3|) dx = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(3-2x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^2 f(2x-3) dx.$$

$$+) \text{ Đặt } t = 3-2x \Rightarrow dt = -2dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = -1 \Rightarrow t = 5, x = \frac{3}{2} \Rightarrow t = 0. \text{ Khi đó}$$

$$\int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(3-2x) dx = \frac{1}{2} \int_5^0 f(t) dt = -\frac{1}{2} \int_0^5 f(x) dx = 3.$$

$$+) \text{ tương tự: } \int_{\frac{3}{2}}^2 f(2x-3) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = 1.$$

$$\text{Vậy } I = -2.$$

Câu 22: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\left(\frac{5}{4}\right)^a < \left(\frac{4}{5}\right)^a$, $\log_b \frac{5}{4} > \log_b \frac{4}{5}$, và $c^{\frac{5}{4}} < c^{\frac{4}{5}}$. Tìm phát biểu

đúng trong các phát biểu sau.

A. $b < 0 < c < 1 < a$.

B. $a < 0 < b < 1 < c$.

C. $a < 0 < c < 1 < b$.

D. $c < 0 < b < 1 < a$.

Lời giải

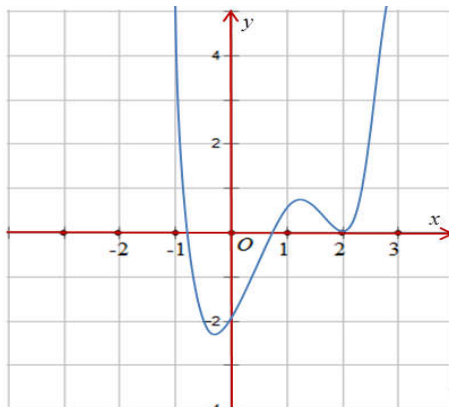
Chọn C

$$+) \left(\frac{5}{4}\right)^a < \left(\frac{4}{5}\right)^a \Leftrightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^a < \left(\frac{5}{4}\right)^{-a} \Leftrightarrow a < -a \Rightarrow a < 0. \text{ Loại đáp án A. và D.}$$

$$+) \log_b \frac{5}{4} > \log_b \frac{4}{5}, \text{ mà } \frac{5}{4} > \frac{4}{5} \Rightarrow b > 1. \text{ Vậy chọn C.}$$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x - 8$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 3.

B. 2.

C. 5.

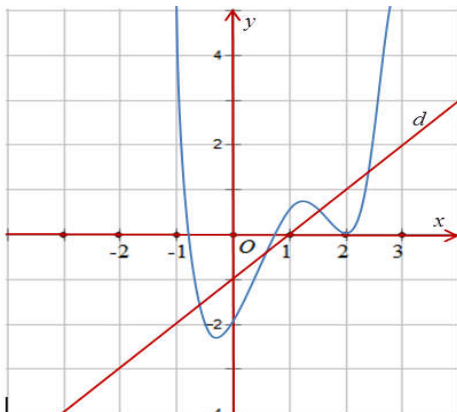
D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$g'(x) = f'(x) - x + 1; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1 \quad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ và đường thẳng $d: y = x - 1$.



Phương trình (1) có 4 nghiệm đơn, nên hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực tiểu, 2 điểm cực đại.

Câu 24: Cho hình nón có thể tích bằng 12π và diện tích xung quanh bằng 15π . Tìm bán kính đáy của hình nón biết bán kính là số nguyên dương.

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Giả sử chiều cao của hình nón là h , đường sinh là l và bán kính đáy là R .

$$\text{Theo giả thiết ta có: } \begin{cases} \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = 12\pi \\ \pi R l = 15\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R^2 \cdot h = 36 \\ R l = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{36}{R^2} \\ l = \frac{15}{R} \end{cases}.$$

Do $R^2 = l^2 - h^2 \Leftrightarrow R^2 = \left(\frac{15}{R}\right)^2 - \left(\frac{36}{R^2}\right)^2 \Leftrightarrow R^6 - 225R^2 + 1296 = 0 \Rightarrow R = 3$ (do giả thiết bán kính là số nguyên dương).

- Câu 25:** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + \frac{7}{2}$. Biết rằng ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ $O(0;0)$ làm trực tâm. Chọn giá trị đúng của tham số m .
- A. $m \in (2;4]$. B. $m \in (6;8]$. C. $m \in (0;2]$. D. $m \in (4;6]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó đồ thị có ba điểm cực trị là $A\left(0; \frac{7}{2}\right)$, $B\left(-\sqrt{m}; -m^2 + \frac{7}{2}\right)$, $C\left(\sqrt{m}; -m^2 + \frac{7}{2}\right)$.

O là trực tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \begin{cases} OA \perp BC \\ OB \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -m - m^2 \left(-m^2 + \frac{7}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2m^4 - 7m^2 - 2m = 0$

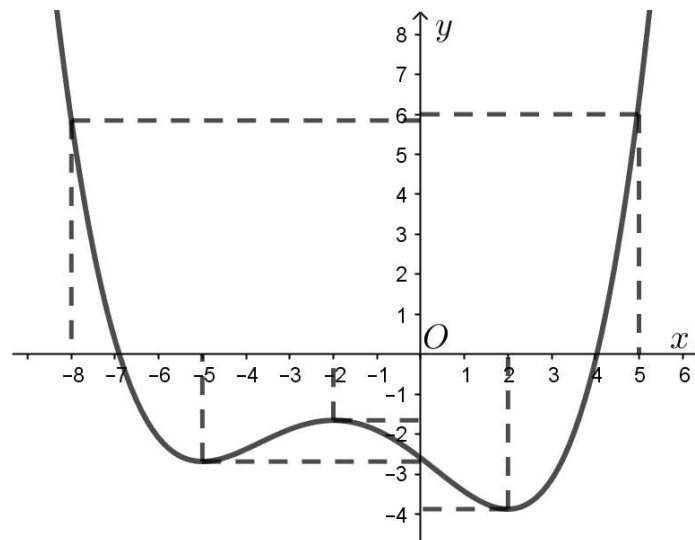
$\Leftrightarrow m(m-2)(2m^2 + 4m + 1) = 0 \Leftrightarrow m = 2$ (do $m > 0$).

Vậy ta chọn phương án C.

- Câu 26:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(3\sin x + 4\cos x) = f(m)$ có nghiệm?
- A. 10. B. 14. C. 9. D. 11.

Lời giải

Chọn B



Đặt $t = 3\sin x + 4\cos x = 5\left(\frac{3}{5}\sin x + \frac{4}{5}\cos x\right)$.

Đặt $\frac{3}{5} = \cos \alpha$; $\frac{4}{5} = \sin \alpha$ thì $t = 5\sin(x + \alpha) \in [-5; 5]$.

Khi đó $f(3\sin x + 4\cos x) = f(m)$ có nghiệm $\Leftrightarrow f(t) = f(m)$ có nghiệm $\in [-5; 5]$

$\Leftrightarrow -4 < f(m) \leq 6 \Leftrightarrow -8 \leq m \leq 5$.

Do m là số nguyên nên có 14 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 27: Một người được trả lương qua tài khoản thanh toán (ATM) của ngân hàng Vietcombank. Người đó dùng 35 triệu đồng tiền mặt để mở thêm tài khoản tiết kiệm tự động, kỳ hạn 1 tháng với hình thức cứ sau mỗi tháng thì ngân hàng tự động chuyển từ tài khoản ATM qua tài khoản tiết kiệm tự động là 3 triệu đồng. Hỏi sau 5 năm, người đó rút bao nhiêu tiền trong tài khoản tiết kiệm tự động đó, biết rằng trong suốt 5 năm, người đó không rút tiền, lãi suất không đổi là 5%/năm và nếu đến kỳ hạn mà người đó rút hết tài khoản tiết kiệm thì ngân hàng sẽ không chuyển tiền từ tài khoản ATM sang tài khoản tiết kiệm nữa.

A. 248,9358023 (triệu đồng).

B. 245,1017017 (triệu đồng).

C. 249,7858783 (triệu đồng).

D. 245,9358023 (triệu đồng).

Lời giải

Chọn A

Ta có: 5 năm = 60 tháng.

Lãi suất 5%/năm nên lãi suất tháng là: $\frac{5}{12}\%$ / tháng.

Số tiền nhận được sau 5 năm là:

$$35 \cdot \left(1 + \frac{5}{12}\%\right)^{60} + 3 \cdot \left(1 + \frac{5}{12}\%\right)^{59} + 3 \cdot \left(1 + \frac{5}{12}\%\right)^{58} + \dots + 3 \cdot \left(1 + \frac{5}{12}\%\right)^1 + 3 \cdot \left(1 + \frac{5}{12}\%\right)^0 \\ = 248.9358023.$$

Câu 28: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình

$$\begin{cases} x = 9 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 - t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 4 + t' \\ z = 2 + t' \end{cases}. \text{Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng } d_1 \text{ và } d_2.$$

A. $3x - 5y + z + 25 = 0$.

B. $3x - 5y + z - 25 = 0$.

C. $3x + 5y + z + 25 = 0$.

D. $3x + 5y + z - 25 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng d_1 và d_2 có vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (2; -1; -1)$, $\vec{u}_2 = (-2; 1; 1)$.

Mà $M(9; -1; 3) \in d_1$ nhưng không thuộc d_2 .

Nên $d_1 // d_2$.

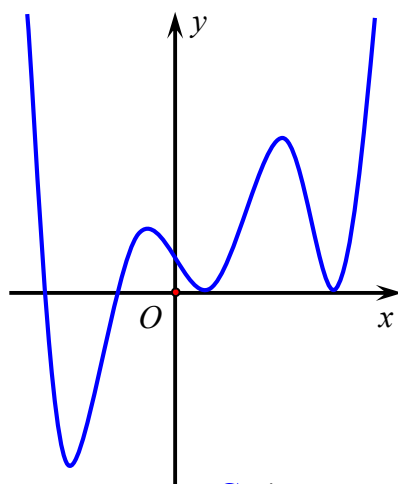
Gọi $N(1; 4; 2) \in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-8; 5; -1)$.

Khi đó mặt phẳng chứa hai đường thẳng $d_1; d_2$ có một vectơ pháp tuyến là:

$$\vec{n} = [\vec{u}_1; \overrightarrow{MN}] = (6; 10; 2).$$

Mặt phẳng $(d_1; d_2)$ chứa điểm $M(9; -1; 3)$, có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (6; 10; 2)$, nên có phương trình: $6 \cdot (x - 9) + 10 \cdot (y + 1) + 2 \cdot (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 5y + z - 25 = 0$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 3.

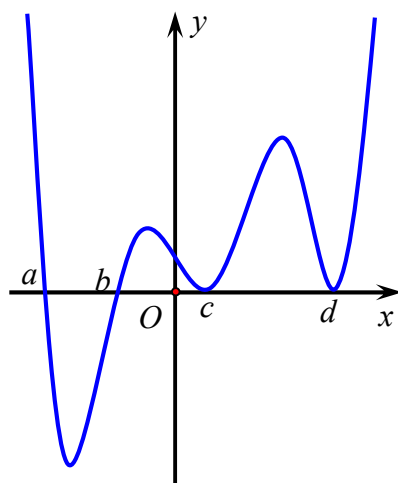
B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn D



Giả sử đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm a, b, c, d ($a < b < c < d$). Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; a); (b; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Vậy hàm số có một điểm cực đại tại $x = a$

Cách khác: Ta thấy đồ thị hàm số cắt và xuyên qua trục hoành đi từ dưới đi lên khi qua $x = a$ nên hàm số có một điểm cực đại tại $x = a$

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ sao cho $x^2 + x.f(e^x) + f(e^x) = 1$

với mọi $x \in (0; +\infty)$. Tính tích phân $I = \int_{\sqrt{e}}^e \frac{(\ln x) \cdot f(x)}{x} dx$.

A. $I = -\frac{1}{8}$.

B. $I = -\frac{2}{3}$.

C. $I = \frac{1}{12}$.

D. $I = \frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình $x^2 + x.f(e^x) + f(e^x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(L) \\ f(e^x) = 1 - x \end{cases}$.

Tính tích phân $I = \int_{\sqrt{e}}^e \frac{(\ln x) \cdot f(x)}{x} dx$

Đặt $t = \ln x \Leftrightarrow x = e^t \Rightarrow dx = e^t dt$. Khi $x = \sqrt{e} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$; $x = e \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{t \cdot f(e^t)}{e^t} \cdot e^t dt = \int_{\frac{1}{2}}^1 t(1-t) dt = \frac{1}{12}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 20$, mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z-1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+4}{-3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ' nằm trong mặt phẳng (α) , vuông góc với đường thẳng Δ , đồng thời Δ' cắt mặt cầu (S) theo dây cung có độ dài lớn nhất.

A. $\Delta': \begin{cases} x=3t \\ y=-2 \\ z=-4+t \end{cases}$. B. $\Delta': \begin{cases} x=1+3t \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$. C. $\Delta': \begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+5t \\ z=3+4t \end{cases}$. D. $\Delta': \begin{cases} x=1-2t \\ y=1-5t \\ z=1-4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$, bán kính $r = 2\sqrt{5}$.

Có $d(I, (\alpha)) = \frac{|2+2+6-1|}{\sqrt{1+4+4}} = 3 < r$, suy ra (S) cắt (α) theo một đường tròn (C) tâm H và H là hình chiếu của I trên (α) .

Như vậy Δ' cắt (S) theo dây cung có độ dài lớn nhất khi Δ' cắt (C) theo dây cung có độ dài lớn nhất, nghĩa là Δ' đi qua H .

(α) có VTPT $\vec{n} = (1;-2;2)$, Δ có VTCP $\vec{u}_{\Delta} = (1;2;-3)$

Đường thẳng IH đi qua $I(2;-1;3)$, VTPT là $\vec{n} = (1;-2;2)$ có phương trình $\begin{cases} x=2+s \\ y=-1-2s \\ z=3+2s \end{cases}$

H là giao điểm của IH và (α) nên tọa độ của $H(x;y;z)$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} x=2+s \\ y=-1-2s \\ z=3+2s \\ x-2y+2z-1=0 \end{cases}$

$\Rightarrow H(1;1;1)$.

Đường thẳng Δ' có VTCP $\vec{u}_{\Delta'} = [\vec{u}_{\Delta}, \vec{n}] = (-2;-5;-4)$ có phương trình là: $\Delta': \begin{cases} x=1-2t \\ y=1-5t \\ z=1-4t \end{cases}$.

Câu 32: Một chuyển động với gia tốc $a(t) = -20\cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$ (m/s²). Biết vận tốc của vật vào thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ (s) là $15\sqrt{2}$ (m/s). Tính vận tốc ban đầu của vật.

A. $5\sqrt{2}$ (m/s).

B. $\sqrt{2}$ (m/s).

C. 0 (m/s).

D. $10\sqrt{2}$ (m/s).

Lời giải

Chọn A

Vận tốc của chuyển động $v(t)$ là một nguyên hàm của $a(t)$ nên vận tốc ban đầu của vật là:

$$\begin{aligned} v(0) &= v\left(\frac{\pi}{2}\right) + \int_{\frac{\pi}{2}}^0 a(t) dt = 15\sqrt{2} - 20 \cdot \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) dt \\ &= 15\sqrt{2} - 10 \cdot \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^0 = 15\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 5\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và đường thẳng d

có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. Biết rằng mặt cầu (S) tiếp xúc với đường thẳng d . Viết phương

trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \frac{20}{9}$.

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{20}{9}$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \frac{25}{9}$.

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{25}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

$$\overrightarrow{IM} = (0; 1; -2), [\overrightarrow{IM}, \vec{u}] = (0; 4; -2), d(I, d) = \frac{[\overrightarrow{IM}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{20}}{3}.$$

Do (S) tiếp xúc với d nên (S) có bán kính $R = \frac{\sqrt{20}}{3}$.

Vậy (S) có phương trình $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \frac{20}{9}$.

Câu 34: Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2 và khối cầu ngoại tiếp khối trụ đó có thể tích bằng $\frac{125\pi}{6}$.

Tính thể tích khối trụ.

A. $2\sqrt{41}\pi$.

B. 6π .

C. 12π .

D. $\sqrt{41}\pi$.

Lời giải

Chọn C

Gọi bán kính của khối cầu là R , bán kính đáy và chiều cao của khối trụ là r và h .

$$\text{Ta có } \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{125\pi}{6} \Rightarrow R = \frac{5}{2}, r = 2, h = 2\sqrt{R^2 - r^2} = 2\sqrt{\frac{25}{4} - 4} = 3.$$

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = 12\pi$.

Câu 35: Xác định tập nghiệm S của phương trình $(3+2\sqrt{2})^x - 2(1+\sqrt{2})^x - 1 = 0$ (1).

A. $S = \{1+\sqrt{2}\}$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = \{1+\sqrt{2}; 1-\sqrt{2}\}$. D. $S = \{-1; 1\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow (1+\sqrt{2})^{2x} - 2(1+\sqrt{2})^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (1+\sqrt{2})^x = 1+\sqrt{2} \\ (1+\sqrt{2})^x = 1-\sqrt{2} < 0 (L) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy, tập nghiệm S của phương trình là: $S = \{1\}$.

Câu 36: Cho lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'B'$ và AA' . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (NBC) theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{10}$.

B. $\frac{3a\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{3a\sqrt{3}}{20}$.

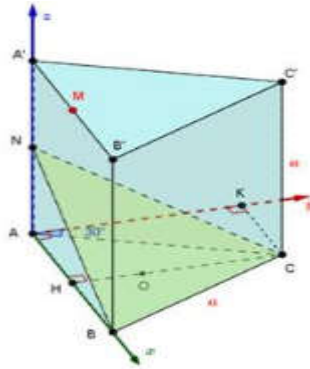
D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

$$A(0;0;0); B(a;0;0); A'(0;0;a); B'(a;0;a); N\left(0;0;\frac{a}{2}\right); M\left(\frac{a}{2};0;a\right); C\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$$



$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{NB} = \left(a; 0; -\frac{a}{2}\right) \\ \overrightarrow{NC} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{NB}; \overrightarrow{NC}] = \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}; \frac{a^2}{4}; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \vec{n}_{(NBC)} = (\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{3})$$

Phương trình mặt phẳng (NBC) đi qua $N\left(0;0;\frac{a}{2}\right)$ và có VTPT $\vec{n}_{(NBC)} = (\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{3})$

$$\text{là: } \sqrt{3}x + y + 2\sqrt{3}z - a\sqrt{3} = 0$$

Khi đó, khoảng cách từ điểm $M\left(\frac{a}{2}; 0; a\right)$ đến mặt phẳng (NBC) là: $d(M; (NBC)) = \frac{3a\sqrt{3}}{8}$.

Câu 37: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$.

A. 3.

B. -22.

C. -1.

D. -17.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2] \end{cases}.$$

$$y(-2) = 3, y(2) = -17, y(-1) = 10.$$

$$\text{Vậy } \min_{[-2; 2]} y = y(2) = -17.$$

Câu 38: Một hộp đựng 10 tấm thẻ phân biệt gồm 6 tấm thẻ ghi số 1 và 4 tấm thẻ ghi số 0. Một trò chơi được thực hiện bằng cách rút ngẫu nhiên một thẻ từ hộp rồi hoàn lại. Sau một số lần rút, trò chơi sẽ kết thúc khi có đúng 3 lần rút được thẻ ghi số 1 hoặc đúng 3 lần thẻ ghi số 0. Tính xác suất để trò chơi kết thúc khi có đúng 3 lần rút được thẻ ghi số 1.

A. 0,9072.

B. 0,33696.

C. 0,456.

D. 0,68256.

Lời giải

Chọn D

Xác suất rút được tấm thẻ ghi số 1 là 0,6, xác suất rút được tấm thẻ ghi số 0 là 0,4.

Để có đúng 3 lần rút được thẻ ghi số 1 ta có các trường hợp:

Trường hợp 1: 3 lần đầu rút được thẻ ghi số 1: xác suất $(0,6)^3$.

Trường hợp 2: 3 lần đầu rút được 2 thẻ ghi số 1 và 1 thẻ ghi số 0, lần thứ 4 rút được thẻ ghi số 1: xác suất là $C_3^2 \cdot (0,6)^2 \cdot 0,4 \cdot 0,6$.

Trường hợp 3: 4 lần đầu rút được 2 thẻ ghi số 1 và 2 thẻ ghi số 0, lần thứ 5 rút được thẻ ghi số 1: xác suất là $C_4^2 \cdot (0,6)^2 \cdot (0,4)^2 \cdot 0,6$.

Do đó xác suất cần tìm là $(0,6)^3 + C_3^2 \cdot (0,6)^2 \cdot 0,4 \cdot 0,6 + C_4^2 \cdot (0,6)^2 \cdot (0,4)^2 \cdot 0,6 = 0,68256$.

Câu 39: Tính theo a thể tích khối nón nội tiếp tứ diện đều cạnh a .

A. $\frac{\sqrt{6}}{27} \pi a^3$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{108} a^3$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{27} a^3$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{108} \pi a^3$.

Lời giải

Chọn B

Chiều cao của nón bằng chiều cao của tứ diện và bằng $a \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Bán kính đường tròn đáy của hình nón bằng $\frac{1}{3}$ độ dài đường trung tuyến của tam giác đều cạnh

a và bằng $a \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Thể tích khối nón cần tìm: $\frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{\sqrt{6}}{108} a^3$.

Câu 40: Cho phương trình $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) - x^2 + 2x = 0$ (m là tham số). Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình trên có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1 + 2\sqrt{2}]$ là đoạn $[a; b]$. Tính giá trị biểu thức $T = 2b - a$.

A. $T = 4$.

B. $T = \frac{7}{2}$.

C. $T = 3$.

D. $T = \frac{1}{2}$.

Lời giải**Chọn A**

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x + 2} = \sqrt{(x-1)^2 + 1} \geq 1$.

Khi đó $x^2 - 2x = t^2 - 2$.

Khi $x \in [0; 1 + 2\sqrt{2}]$ thì $t \in [1; 3]$.

Pt đã cho trở thành : $m(t+1) - t^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 2}{t+1}$ (*)

Đặt $f(t) = \frac{t^2 - 2}{t+1}$.

$$f'(t) = \frac{t^2 + 2t + 2}{(t+1)^2} > 0, \forall t, \text{ hay hàm đồng biến.}$$

Khi đó (*) có nghiệm $t \in [1; 3]$ khi và chỉ khi

$$\min_{[1;3]}(f(t)) \leq m \leq \max_{[1;3]}(f(t)) \Leftrightarrow f(1) \leq m \leq f(3) \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right].$$

Suy ra $T = 2b - a = 4$.

Câu 41: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_n = 5 - 2n, n \in \mathbb{N}^*$. Tính tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số này.

A. -350.

B. 440.

C. -320.

D. -340.

Lời giải**Chọn C**

Ta có: $u_n = -2n + 5 \Rightarrow u_1 = 3; u_{20} = -35 \Rightarrow S_{20} = 10(u_1 + u_{20}) = -320$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a biết $SA \perp (ABCD)$, M là trung điểm SD , N trên cạnh BC sao cho $CN = 2BN$, $MN = \frac{a\sqrt{10}}{3}$. Tính khoảng cách từ A đến (SBD) theo a

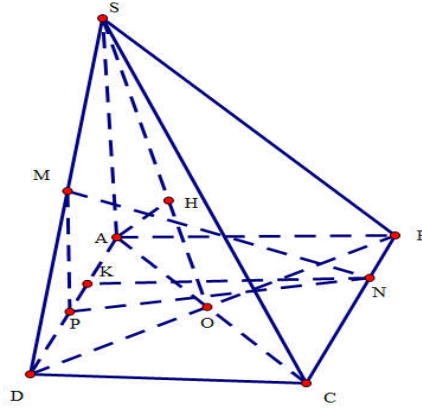
A. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{14}}{14}$.

D. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải**Chọn B**



Ta kẻ $MP \perp (ABCD) \Rightarrow MP \parallel SA$. Do M là trung điểm $SD \Rightarrow P$ là trung điểm $AD \Rightarrow AD = \frac{a}{2}$

$$BN = \frac{a}{3}. \text{Ta kẻ } NK \parallel AB \Rightarrow AK = \frac{a}{3} \Rightarrow KP = \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = \frac{a}{6}$$

$$MP^2 = MN^2 - NP^2 = MN^2 - KN^2 - KP^2 = \frac{a^2}{12} \Rightarrow MP = \frac{a\sqrt{12}}{12} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{12}}{6}$$

Kẻ $AH \perp SO$. Ta chứng minh $BD \perp (SAC) \Rightarrow AH \perp (SBD)$.

$$\text{Tính khoảng cách từ } A \text{ đến } (SBD) \quad AH = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 43: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm $M(1;0)$.

A. $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$.

B. $y = \frac{1}{3}x + 1$.

C. $y = x - 1$.

D. $y = \frac{1}{9}x - \frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$y = \frac{x-1}{x+2}.$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$$y' = \frac{3}{(x+2)^2}; y'(1) = \frac{1}{3}.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm $M(1;0)$

$$y - 0 = \frac{1}{3}(x - 1) \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}.$$

Câu 44: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.
Tìm mệnh đề *sai* trong các mệnh đề sau.

A. Mặt cầu có diện tích là 36π .

B. Mặt cầu đi qua điểm $M(1;1;0)$.

C. Mặt cầu có tâm $I(-1;2;0)$.

D. Mặt cầu có bán kính $R = 3$.

Lời giải

Chọn C

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ có tâm $I(1; -2; 0)$.

Câu 45: Cho phương trình $m.3^{2x^2-3x-2} - 3^{x^2-3x+2} = m.3^{x^2-4} - 1$ (m là tham số). Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.

- A. -7 . B. $\frac{85}{81}$. C. 81 . **D. 109 .**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $m.3^{2x^2-3x-2} - 3^{x^2-3x+2} = m.3^{x^2-4} - 1 \Leftrightarrow (3^{x^2-3x+2} - 1)(m.3^{x^2-4} - 1) = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2-3x+2} = 1 \\ m.3^{x^2-4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ 3^{x^2-4} = \frac{1}{m} \quad (m \neq 0) \end{cases} \quad (2)$$

Để phương trình (1) có đúng 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có nghiệm kép khác $\{1, 2\}$ hoặc phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có nghiệm trùng với $x = 2$ hoặc $x = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3^{x^2-4} = 3^{-4} \Rightarrow x = 0 \quad (m = 81) \\ 3^{x^2-4} = 3^0 \Rightarrow x = \pm 2 \quad (m = 1) \quad (\text{thỏa yêu cầu}) \\ 3^{x^2-4} = 3^{-3} \Rightarrow x = \pm 1 \quad (m = 27) \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các giá trị của tham số m là 109.

Câu 46: Cho $\log_2 a = x$ và $\log_2 b = y$ ($a > 0, b > 0, b^3 \neq a^2$). Tìm biểu diễn của $\log_{a^{-2}b^3}(a^4b)$ theo x và y .

- A. $\frac{x-4y}{3y+2x}$. B. $\frac{4x+y}{-2y+3x}$. C. $\frac{4x+y}{3y+2x}$. **D. $\frac{4x+y}{3y-2x}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_{a^{-2}b^3}(a^4b) = \frac{\log_2(a^4b)}{\log_2(a^{-2}b^3)} = \frac{4\log_2 a + \log_2 b}{-2\log_2 a + 3\log_2 b} = \frac{4x+y}{-2x+3y}.$$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên đoạn $[0; 2]$. Biết rằng $f(2) = -3$ và

$$\int_0^2 xf'(x).dx = -4. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^2 f(x).dx$$

- A. $I = -1$. B. $I = 0$. C. $I = -7$. **D. $I = -2$.**

Lời giải

Chọn D

$$J = \int_0^2 xf'(x).dx = -4$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$J = \int_0^2 x f'(x) \cdot dx = x \cdot f(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x) dx = 2f(2) - I$$

$$I = 2f(2) - J = 2 \cdot (-3) + 4 = -2$$

Câu 48: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và mặt

phẳng (α) có phương trình $m^2x - 3y - z + 3m = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng d song song với mặt phẳng (α)

A. $m = -2$.

B. $m = 2$ hoặc $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x = -1 + t & (1) \\ y = 1 + t & (2) \\ z = 1 - t & (3) \\ m^2x - 3y + z + 3m = 0 & (4) \end{cases}$$

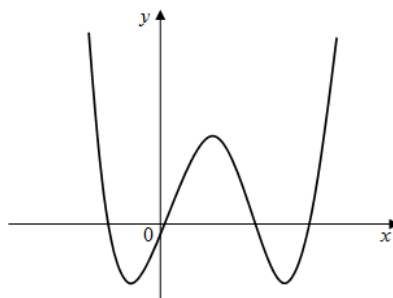
Thế (1), (2), (3) vào (4) ta được

$$m^2(-1 + t) - 3(1 + t) + (1 - t) + 3m = 0 \Leftrightarrow (m^2 - 4)t = m^2 - 3m + 2 \quad (*)$$

Đường thẳng d song song với mặt phẳng $(\alpha) \Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm

$$\begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ m^2 - 3m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \vee m = -2 \\ m \neq 1, m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$

Câu 49: Biết rằng đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ được cho như hình vẽ bên.



Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục hoành.

A. 4.

B. 0.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = g(x)$ và Ox là:

$$[f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = 0.$$

Ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 .

Giả sử $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$, $a \neq 0$, $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f'(x) &= a(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) + a(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4) \\ &\quad + a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4) + a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-x_1} + \frac{1}{x-x_2} + \frac{1}{x-x_3} + \frac{1}{x-x_4}.$$

$$\text{Ta có: } \left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{(x-x_1)^2} - \frac{1}{(x-x_2)^2} - \frac{1}{(x-x_3)^2} - \frac{1}{(x-x_4)^2} = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x)$ và trục hoành bằng 0.

Câu 50: Tính tổng hoành độ của các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+6}{x+2}$ và đường thẳng $y = -x$.

A. -7.

B. -5.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ của các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+6}{x+2}$ và đường thẳng $y = -x$

$$\text{là: } \frac{5x+6}{x+2} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ 5x+6 = -x^2-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 6 \end{cases} \end{cases}.$$

Tổng hoành độ của các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+6}{x+2}$ và đường thẳng $y = -x$ là :

$$-1+6=5.$$

---HẾT---