

Bài 1: (1,5 điểm)

a) Tính : $A = \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3}$

b) Cho biểu thức $B = \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ với $x \geq -1$. Tìm x sao cho B có giá trị là 18.

Bài 2: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + 5y = 6 \end{cases}$$

b) Giải phương trình : $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$

Bài 3: (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = 2x^2$ và $y = -2x + 4$.

a) Vẽ đồ thị các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ hai giao điểm A và B của hai đồ thị đó. Tính khoảng cách từ điểm M (-2 ; 0) đến đường thẳng AB.

Bài 4 : (1 điểm)

Cho phương trình $4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức:

$$x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$$

Bài 5:(1 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $80m^2$. Nếu giảm chiều rộng 3m và tăng chiều dài 10m thì diện tích mảnh đất tăng thêm $20m^2$. Tính kích thước của mảnh đất.

Bài 6: (3 điểm)

Cho đường tròn (O) tâm O, đường kính AB và C là điểm nằm trên đoạn thẳng OB (với C khác B). Kẻ dây DE của đường tròn (O) vuông góc với AC tại trung điểm H của AC. Gọi K là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn đường kính BC.

a) Chứng minh tứ giác DHCK là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh CE song song với AD và ba điểm E, C, K thẳng hàng.

c) Đường thẳng qua K vuông góc với DE cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (với M thuộc cung nhỏ AD). Chứng minh rằng $EM^2 + DN^2 = AB^2$

-----Hết-----

Lời giải:

Bài 1:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3} \\ a) \quad &= \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2} - 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ &= \sqrt{2} \\ B &= \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1} \\ b) \quad &= \sqrt{9(x+1)} + \sqrt{4(x+1)} + \sqrt{x+1} \\ &= 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} \\ &= 6\sqrt{x+1} \end{aligned}$$

Bài 2:a)

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+8y=12 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3y=6 \\ x=3-2y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=3-2 \cdot 2=1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (1;2).

$$b) \quad 4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$ ta được

$$4t^2 + 7t - 2 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 81 > 0, \sqrt{\Delta} = 9$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$t = \frac{-7+9}{8} = \frac{1}{4}; t = \frac{-7-9}{8} = -2$$

$$\text{Vì } t \geq 0 \text{ nên ta chọn } t = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \pm \frac{1}{2} \right\}$$

Bài 3:

a) Học sinh tự vẽ

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$2x^2 = -2x + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

Phương trình có dạng $a+b+c=0$

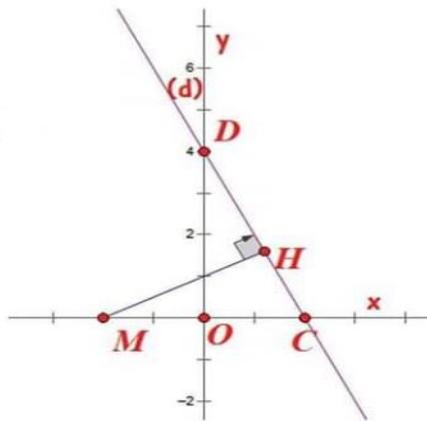
$$\Rightarrow x=1; x=-2$$

$$\text{Với } x=1 \Rightarrow y=2 \cdot 1^2=2$$

$$\text{Với } x=-2 \Rightarrow y=2 \cdot (-2)^2=8$$

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm A(1;2) và B(-2;8)

b)



Gọi H là hình chiếu của M lên (d) thì MH là khoảng cách từ M đến đường thẳng AB.
Gọi C, D lần lượt là giao điểm của (d) với Ox và Oy

$$\Rightarrow D(0; 4); C(2; 0)$$

$$\Delta MHC \sim \Delta DOC \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{MH}{MC} = \frac{DO}{DC}$$

$$\Rightarrow MH = \frac{DO \cdot MC}{DC}$$

$$\text{Trong đó } DO = |y_D| = 4$$

$$MC = |x_M - x_C| = 4$$

$$DC = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow MH = \frac{4 \cdot 4}{2\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

$$\text{Bài 4: Ta có: } 4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + m^2 + 2m - 19 = 0$$

$$\Delta = (m^2 + 2m - 15)^2 - 4 \cdot 4(m^2 + 2m - 19)$$

$$= [(m + 1)^2 - 16]^2 - 16[(m + 1)^2 - 20]$$

$$= (m + 1)^4 - 32(m + 1)^2 + 256 - 16(m + 1)^2 + 320$$

$$= (m + 1)^4 - 48(m + 1)^2 + 576$$

$$= [(m + 1)^2 - 24]^2 \geq 0$$

Suy ra Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
Phương trình (1) có dạng $a - b + c = 0$

$$\text{Suy ra phương trình có nghiệm } x = -1 \text{ và } x = \frac{-(m + 1)^2 + 20}{4}$$

$$\text{Th1: Nếu } x_1 = -1 \text{ và } x_2 = \frac{-(m + 1)^2 + 20}{4}$$

$$\text{Theo đề ta có: } x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{-(m+1)^2 + 20}{4} + 2019 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(m+1)^2 + 20 + 8080 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 = 8100$$

$$\Rightarrow m+1 = \pm 90$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 89 \\ m = -91 \end{cases}$$

TH2: Nếu $x_1 = \frac{-(m+1)^2 + 20}{4}$ và $x_2 = -1$

Theo đề ta có : $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-(m+1)^2 + 20}{4} \right)^2 - 1 + 2019 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-(m+1)^2 + 20}{4} \right)^2 + 2018 = 0$$

Loại vì vế trái luôn dương

Vậy $m \in \{89; -91\}$ thì thỏa mãn điều kiện của bài toán

Bài 5: Gọi x (mét) là chiều rộng của mảnh đất :

Y (mét) là chiều dài của mảnh đất:

Điều kiện: $\begin{cases} x > 3 \\ y > x > 3 \end{cases}$

Diện tích mảnh đất là 80 m² nên ta có phương trình: $x.y = 80 (m^2)$

Nếu giảm chiều rộng đi 3m thì chiều rộng mới là $x - 3$ (m).

Nếu tăng chiều dài lên 10m thì chiều dài mới là $y + 10$ (m).

Theo đề ta có:

$$\begin{cases} xy = 80 \\ (x-3)(y+10) - xy = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ xy - 3y + 10x - 30 - 80 - 20 = 0 \end{cases}$$

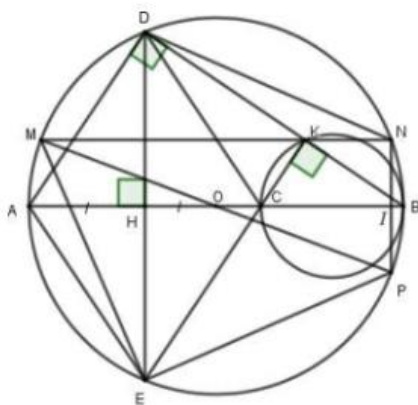
$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ -3y + 10x = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10xy = 800 \\ 10x = 50 + 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (50 + 3y)y = 80 \\ 10x = 50 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 + 50y - 800 = 0 \\ 10x = 50 + 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y = 10 \\ y = \frac{-80}{3} \end{cases} \\ 10x = 50 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ x = 8 \end{cases}$$

Vậy chiều dài mảnh đất là 10m, chiều rộng là 8m.

Bài 6:



- a) Ta có $DHC = 90^\circ$ (gt)
 $BKC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính BC)
 $\Rightarrow DKC = 90^\circ$ (Kè bù với BKC)
 Xét tứ giác DHKC ta có: $DKC + DHC = 180^\circ$
 Mà DKC và DHC đối nhau
 Suy ra DHKC là tứ giác nội tiếp.
- b) Ta có $OA \perp DE \Rightarrow H$ là trung điểm của DE (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung).
 Tứ giác ADCE có H là trung điểm của AC và DE và $AC \perp DE$
 Nên ADCE là hình thoi
 $\Rightarrow AD \parallel CE$.
 Ta có $ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AB)
 $\Rightarrow CE \perp BD$
 Mà $CK \perp BD$ (cmt)
 $\Rightarrow$ hai đường thẳng CE và CK trùng nhau $\Rightarrow E, C, K$ thẳng hàng.
- c) Vẽ đường kính MI của đường tròn O
 Ta có $MNI = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính MI)
 $\Rightarrow NI \perp MN$
 Mà $DE \perp MN$
 $\Rightarrow NI \parallel DE$ (cùng vuông góc với MN)
 $\Rightarrow DN = EI$ (hai dây song song chắn hai cung bằng nhau)
 Ta lại có $MEI = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính MI)
 $\Rightarrow \triangle MEI$ vuông tại E
 $EM^2 + EI^2 = MI^2$ (Định lý Py-ta-go)
 Mà $DN = EI$
 $MI = AB = 2R$
 $\Rightarrow EM^2 + DN^2 = AB^2$