

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề).
Chú ý: Đề thi gồm 02 trang. Thí sinh làm bài vào tờ giấy thi.

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5};$$

$$B = \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3} \quad (\text{với } x > 0).$$

a) Rút gọn các biểu thức A, B .

b) Tìm các giá trị của x sao cho giá trị biểu thức B bằng giá trị biểu thức A .

Bài 2. (1,5 điểm)

a) Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số $y = (m + 4)x + 11$ và $y = x + m^2 + 2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - \frac{2}{y+1} = -\frac{1}{2} \\ 2x + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases}.$$

Bài 3. (2,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$.

b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$.

2. Bài toán có nội dung thực tế

Cho một thửa ruộng hình chữ nhật, biết rằng nếu chiều rộng tăng thêm $2m$, chiều dài giảm đi $2m$ thì diện tích thửa ruộng đó tăng thêm $30m^2$; và nếu chiều rộng giảm đi $2m$, chiều dài tăng thêm $5m$ thì diện tích thửa ruộng giảm đi $20m^2$. Tính diện tích thửa ruộng trên.

Bài 4. (3,5 điểm)

1. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AD, AE (D, E là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến ABC của đường tròn (O) sao cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C ; tia AC nằm giữa hai tia AD và AO . Từ điểm O kẻ $OI \perp AC$ tại I .

a) Chứng minh năm điểm A, D, I, O, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh IA là tia phân giác của DIE và $AB.AC = AD^2$.

c) Gọi K và F lần lượt là giao điểm của ED với AC và OI . Qua điểm D vẽ đường thẳng song song với IE cắt OF và AC lần lượt tại H và P . Chứng minh D là trung điểm của HP .

2. Một hình trụ có diện tích xung quanh $140\pi (cm^2)$ và chiều cao là $h = 7 (cm)$. Tính thể tích của hình trụ đó.

Bài 5. (1,0 điểm)

a) Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh $(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$.

b) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a + b + c = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{b+3c+2a} + \frac{ca}{c+3a+2b}.$$

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG**

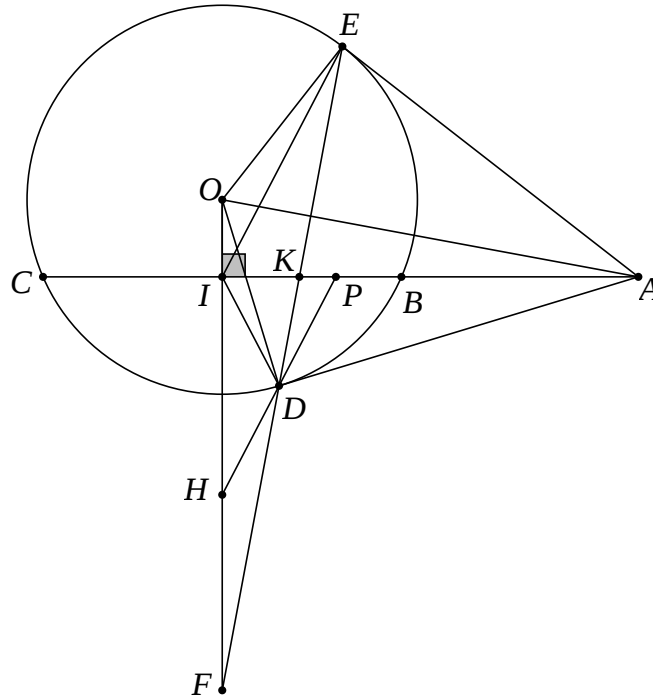
**HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN
Năm học 2019 - 2020**

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1 (1,5 điểm)	a) (1,0 điểm)	
	$A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5} = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5}$	0,25
	$A = 2$	0,25
	Với $x > 0$ $B = \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x-9}{\sqrt{x}+3}$	
	$B = \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x-9}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x} + 2 + \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	$B = \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 3 = 2\sqrt{x} - 1$	0,25
	b) (0,5 điểm)	
	Để giá trị biểu thức $B = A$ $2\sqrt{x} - 1 = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 3$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$ (thỏa mãn) Vậy $x = \frac{9}{4}$ thì $B = A$.	0,25
Bài 2 (1,5 điểm)	a) (0,75 điểm) Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = (m+4)x + 11$ và $y = x + m^2 + 2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.	
	Do hai đồ thị hàm số cắt nhau tại một điểm trên trục tung nên $\begin{cases} m+4 \neq 1 \\ 11 = m^2 + 2 \end{cases}$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m^2 = 9 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m = \pm 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$ Vậy $m = 3$ thì hai đồ thị hàm số trên cắt nhau tại một điểm trên trục tung.	0,25
	b) (0,75 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - \frac{2}{y+1} = \frac{1}{2} \\ 2x + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases}$	
	Điều kiện $y \neq -1$ hệ phương trình có dạng $\begin{cases} 3x - \frac{2}{y+1} = \frac{1}{2} \\ 4x + \frac{2}{y+1} = 4 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = \frac{9}{2} \\ 2x + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{14} \\ \frac{1}{y+1} = 2 - 2x \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{14} \\ \frac{1}{y+1} = 2 - 2 \cdot \frac{9}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{14} \\ \frac{1}{y+1} = \frac{5}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{14} \\ y+1 = \frac{7}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{14} \\ y = \frac{2}{5} (tm) \end{cases}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm: $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{14} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases}$	0,25
Bài 3 (2,5 điểm)	3.1 a) (0,5 điểm) Giải phương trình $x^2 - 2x + 4m - 4 = 0$ (1) khi $m = 1$.	
	Với $m = 1$ phương trình (1) có dạng: $x^2 - 2x = 0$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 0; x_2 = 2$.	0,25
	Vậy khi $m = 1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 = 0; x_2 = 2$	
	3.1 b) (1,0 điểm) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$.	
	Tính $\Delta' = m^2 - 4m + 4 = (m - 2)^2$ Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2$.	0,25

	Khi đó theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 4m - 4 \end{cases}$. Theo bài ra ta có: $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = 12$	0,25
	$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = 12 \Leftrightarrow (2m)^2 - (4m - 4) = 12 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$	0,25
	Giải phương trình ta được $m = 2; m = -1$ Đổi chiều với điều kiện $m \neq 2$ ta được $m = -1$ Vậy $m = -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$.	0,25
	3.2 (1,0 điểm) Cho một thửa ruộng hình chữ nhật, biết rằng nếu chiều rộng tăng lên 2m, chiều dài giảm đi 2m thì diện tích tăng thêm 30m²; và nếu chiều rộng giảm đi 2m, chiều dài tăng thêm 5m thì diện tích thửa ruộng giảm đi 20m². Tính diện tích thửa ruộng trên.	
	Gọi chiều dài thửa ruộng là $x(m)$; chiều rộng thửa ruộng là $y(m)$ Điều kiện $x > 2; y > 2; x > y$	0,25
	Nếu chiều rộng tăng lên 2m, chiều dài giảm đi 2m thì diện tích tăng thêm 30m² nên ta có phương trình $(x - 2)(y + 2) = xy + 30 \Leftrightarrow x - y = 17 \quad (1)$ Nếu chiều rộng giảm đi 2m, chiều dài tăng thêm 5m thì diện tích thửa ruộng giảm đi 20m² nên ta có phương trình $(x + 5)(y - 2) = xy - 20 \Leftrightarrow -2x + 5y = -10 \quad (2)$	0,25
	Từ (1) và (2) ta được hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 17 \\ -2x + 5y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 34 \\ -2x + 5y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 24 \\ x - y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$	0,25
	Vậy diện tích hình chữ nhật là $25 \cdot 8 = 200m^2$	0,25
Bài 4 (3,5 điểm)	Vẽ hình đúng cho câu a) Từ một điểm A ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AD, AE (D, E là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến ABC của đường tròn (O) sao cho điểm B nằm giữa A và C, tia AC cắt hai tia AD và AO. Từ điểm O kẻ OI vuông góc với AC tại I. a) Chứng minh năm điểm A, D, I, O, E cùng thuộc một đường tròn; b) Chứng minh IA là tia phân giác của DIE và $AB \cdot AC = AD^2$; c) Gọi K và F lần lượt là giao điểm của ED với AC và OI. Qua điểm D	0,5

vẽ đường thẳng song song với IE cắt OF và AC lần lượt tại H và P.
 Chứng minh D là trung điểm của HP.



4.1 a (0,75 điểm) Chứng minh năm điểm A, D, I, O, E cùng thuộc một đường tròn;

+ Chứng minh 4 điểm A, D, O, E thuộc một đường tròn (1)	0,25
---	-------------

++ Chứng minh 4 điểm A, D, O, I thuộc một đường tròn (2)	0,25
--	-------------

Từ (1) và (2) suy ra năm điểm A, D, I, O, E cùng thuộc một đường	0,25
--	-------------

4.1 b (1,0 điểm) Chứng minh IA là tia phân giác của DIE và $AB.AC = AD^2$;

Chứng minh được tứ giác $AEID$ nội tiếp $\Rightarrow EIA = DIA$ (3)	0,25
---	------

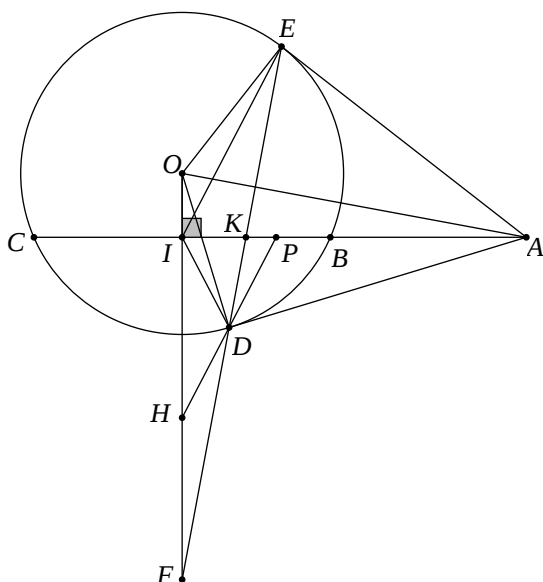
Chứng minh được từ $AE = AD \Rightarrow AE = AD$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra IA là tia phân giác của DIE

Chứng minh $\triangle ABD \cong \triangle ADC$	0,25
--	------

Suy ra $\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AD^2 = AB.AC$ (<i>dpcm</i>)	0,25
---	-------------

4.1 c (0,75 đì



m)

Do : $IE // HP$ ta chứng minh được $\frac{HD}{IE} = \frac{FD}{FE}; \frac{DP}{IE} = \frac{DK}{KE}$ (5)

0,25

Chứng minh IK,IF là phân giác trong và ngoài của tam giác IDE nên ta suy ra được $\frac{DK}{KE} = \frac{IP}{IE}; \frac{FD}{FE} = \frac{ID}{IE}$ (6)

0,25

+ Từ (5) và (6) suy ra đpcm

0,25

4.2. (0,5 điểm) Một hình trụ có diện tích xung quanh $140\pi (cm^2)$ và chiều cao $h = 7cm$. Tính thể tích hình trụ đó.

Theo bài ra ta có: $2\pi rh = 140\pi \Rightarrow r = 10cm$

0,25

Áp dụng công thức tính thể tích hình trụ, ta có:

$$V = \pi . r^2 . h = \pi . 10^2 . 7 = 700\pi (cm^3)$$

0,25

a) (0,25 điểm)

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ cho hai số $x > 0; y > 0$ ta chứng minh được $(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$

0,25

b) (0,75 điểm) Chứng minh rằng với mọi $a, b, c > 0$. Tìm GTLN của

$$A = \frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{b+3c+2a} + \frac{ca}{c+3a+2b}.$$

Áp dụng bất đẳng thức ở phần a) ta có:

$$\frac{9ab}{a+3b+2c} \leq \frac{ab}{c+a} + \frac{ab}{c+b} + \frac{a}{2}; \quad \frac{9bc}{b+3c+2a} \leq \frac{bc}{a+c} + \frac{bc}{a+b} + \frac{b}{2};$$

$$\frac{9ca}{c+3a+2b} \leq \frac{ca}{b+a} + \frac{ca}{b+c} + \frac{c}{2}$$

0,25

Cộng theo các vế của ba bất đẳng thức trên ta được

$$9A \leq \frac{ab}{c+a} + \frac{ab}{c+b} + \frac{a}{2} + \frac{bc}{a+c} + \frac{bc}{a+b} + \frac{b}{2} + \frac{ca}{b+a} + \frac{ca}{b+c} + \frac{c}{2}$$

$$\Leftrightarrow 9A \leq \left(\frac{ab}{c+a} + \frac{bc}{a+c} \right) + \left(\frac{ab}{c+b} + \frac{ca}{b+c} \right) + \left(\frac{bc}{a+b} + \frac{ca}{b+a} \right) + \frac{a+b+c}{2}$$

0,25

**Bài 5
(1,0 điểm)**

	$\Leftrightarrow 9A \leq \frac{3}{2} \cdot (a + b + c) = 9 \Rightarrow A \leq 1.$ Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = 2$ Vậy $\text{Max} A = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 2.$	0,25
--	---	-------------

*** Chú ý:**

Trên đây chỉ là Đáp án dự kiến- chưa phải đáp án chính thức.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cán bộ coi thi 1: Cán bộ coi thi 2: