

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Phần 1: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (1 - m)x + m + 1$ đồng biến trên $\mathbf{R}$

- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m < -1$ D. $m > -1$

Câu 2. Phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$. Tính $x_1 + x_2$

- A. $x_1 + x_2 = 2$ B. $x_1 + x_2 = 1$ C. $x_1 + x_2 = -2$ D. $x_1 + x_2 = -1$

Câu 3. Cho điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đồ thị hàm số $y = -3x^2$. Biết $x_M = -2$. Tính y_M

- A. $y_M = 6$ B. $y_M = -6$ C. $y_M = -12$ D. $y_M = 12$

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. Vô số

Câu 5. Với các số a, b thỏa mãn $a < 0, b < 0$ thì biểu thức $a\sqrt{ab}$ bằng

- A. $-\sqrt{a^2b}$ B. $-\sqrt{a^3b}$ C. $\sqrt{a^2b}$ D. $-\sqrt{a^3b}$

Câu 6. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 3\text{cm}, AC = 4\text{cm}$. Tính độ dài đường cao AH của ΔABC

- A. $AH = \frac{12}{7}\text{cm}$ B. $AH = \frac{5}{2}\text{cm}$ C. $AH = \frac{12}{5}\text{cm}$ D. $AH = \frac{7}{2}\text{cm}$

Câu 7. Cho đường tròn $(O; 2\text{cm})$ và $(O'; 3\text{cm})$. biết $OO' = 6\text{cm}$. Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 8. Một quả bóng hình cầu có đường kính 4cm . Thể tích quả bóng là

- A. $\frac{32}{3}\pi\text{cm}^3$ B. $\frac{32}{3}\text{cm}^3$ C. $\frac{256}{3}\pi\text{cm}^3$ D. $\frac{256}{3}\text{cm}^3$

Phần 2: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$

2) Chứng minh rằng $\left(\frac{2}{\sqrt{a} + 3} - \frac{1}{\sqrt{a} - 3} + \frac{6}{a - 9}\right) \cdot (\sqrt{a} + 3) = 1$ Với $a > 0, a \neq 9$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - (m - 2)x - 6 = 0$ (1) (với m là tham số)

- 1) Giải phương trình (1) với $m = 0$
2) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt
3) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình. Tìm các giá trị của m để $x_1^2 - x_1x_2 + (m - 2)x_1 = 16$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - xy + y - 7 = 0 \\ x^2 + xy - 2y = 4(x - 1) \end{cases}$

Câu 4. (2,5 điểm) Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của đoạn AC , F là giao điểm thứ hai của EB với (O)

- 1) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và $\Delta CEF \sim \Delta BEC$
2) Gọi K là giao điểm thứ hai của AF với đường tròn (O) . Chứng minh $BF \cdot CK = BK \cdot CF$
3) Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔABF

Câu 5. (1,5 điểm) Xét các số x, y, z thay đổi thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{2}(x + y + z)^2 + 4(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO 10 TỈNH NAM ĐỊNH 2019 - 2020

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	B	A	C	B	D	C	D	A

II/ Tự luận

Câu 1:

$$\begin{aligned}
 1) A &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2\cdot\sqrt{2}\cdot 1+1} - \sqrt{2-2\cdot\sqrt{2}\cdot 1+1} \\
 &= \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = |\sqrt{2}-1| - |\sqrt{2}+1| \\
 &= \sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1 = -2
 \end{aligned}$$

2) Với $a > 0, a \neq 9$ Ta có:

$$\begin{aligned}
 VT &= \left(\frac{2}{\sqrt{a}+3} - \frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{6}{a-9} \right) \cdot (\sqrt{a}+3) = \left(\frac{2(\sqrt{a}-3) - (\sqrt{a}+3) + 6}{(\sqrt{a}-3)} \right) \cdot (\sqrt{a}+3) \\
 &= \frac{2\sqrt{a}-6 - \sqrt{a}-3+6}{\sqrt{a}-3} = \frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-3} = 1 = VP
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \left(\frac{2}{\sqrt{a}+3} - \frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{6}{a-9} \right) \cdot (\sqrt{a}+3) = 1 \text{ Với } a > 0, a \neq 9$$

Câu 2:

$$1/ \text{ Với } m = 0 \text{ ta có phương trình: } x^2 + 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{7} \\ x = -1 - \sqrt{7} \end{cases}$$

Vậy khi $m = 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x = -1 + \sqrt{7}$ và $x = -1 - \sqrt{7}$

2/ Ta có $\Delta = (m-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = (m-2)^2 + 24 > 0$ với mọi m .

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

3) Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

$$\text{Theo Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m - 2 \\ x_1 x_2 = -6 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x_2^2 - x_1 x_2 + (m-2)x_1 = 16$$

$$\Leftrightarrow x_2^2 - x_1 x_2 + (x_1 + x_2)x_1 = 16 \Leftrightarrow x_2^2 - x_1 x_2 + x_1^2 + x_1 x_2 = 16$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 - 2 \cdot (-6) - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 = 2 \\ m-2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 0 \end{cases}$$

Vậy khi $m = 0, m = 4$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_2^2 - x_1 x_2 + (m-2)x_1 = 16$

Câu 3:

$$\begin{cases} x^2 - xy + y - 7 = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y = 4(x-1) & (2) \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } (2) \Leftrightarrow x^2 + xy - 2y - 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + xy - 2y = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + y(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-2+y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ x-2+y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2-y \end{cases}$$

+ Thay $x = 2$ vào phương trình (1) ta được: $4 - 2y + y - 7 = 0 \Rightarrow y = -3$

+ Thay $x = 2 - y$ vào phương trình (1) ta được:

$$(2-y)^2 - (2-y)y + y - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4y + y^2 - 2y + y^2 + y - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 5y - 3 = 0$$

Phương trình $2y^2 - 5y - 3 = 0$ có $\Delta = (-5)^2 - 4.2.(-3) = 49 > 0$, $\sqrt{\Delta} = 7$

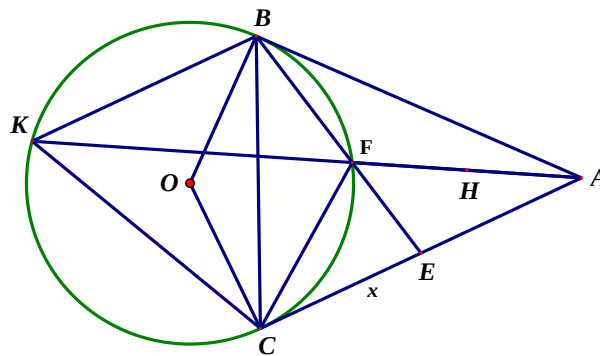
$$\text{Ta có: } y_1 = \frac{5+7}{4} = 3; y_2 = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$+ y = 3 \Rightarrow x = 2 - 3 = -1$$

$$+ y = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) \in \left\{ (-1; 3), (2; -3), \left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right) \right\}$

Bài 4:



1) Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp và $\triangle CEF \sim \triangle BEC$

Có AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O), B và C là các tiếp điểm

$$AB \perp OB, AC \perp OC \Rightarrow \angle ABO = 90^\circ, \angle ACO = 90^\circ$$

Tứ giác ABOC có $\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn + Đường tròn (O) có:

$\angle EBC$ là góc nội tiếp chắn cung CF

$\angle ECF$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến AC và dây cung CF

$$\Rightarrow \angle EBC = \angle ECF \text{ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CF)}$$

Xét $\triangle CEF$ và $\triangle BEC$ có

$\angle BEC$ là góc chung

$$\angle EBC = \angle ECF \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\mid \triangle CEF \sim \triangle BEC \text{ (g . g)}$$

2) Chứng minh $BF \cdot CK = BK \cdot CF$

Xét $\triangle ABF$ và $\triangle AKB$ có

$\angle BAK$ là góc chung

$$\angle ABF = \angle AKB \text{ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BF)}$$

$$\mid \triangle ABF \sim \triangle AKB \text{ (g . g)} \Rightarrow \frac{BF}{BK} = \frac{AF}{AB} \quad (1)$$

Chứng minh tương tự ta có:

$$\triangle ACF \sim \triangle AKC \text{ (g . g)} \mid \frac{CF}{CK} = \frac{AF}{AC} \quad (2)$$

$$\text{Mà } AB = AC \text{ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau của (O))} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3)} \mid \Rightarrow \frac{BF}{BK} = \frac{CF}{CK} \Rightarrow BF \cdot CK = BK \cdot CF$$

3) Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$

Có $\triangle ECF \sim \triangle EBC$ (Chứng minh câu a)

$$\Rightarrow \frac{EC}{EB} = \frac{EF}{EC} \Rightarrow EC^2 = EB \cdot EF$$

$$\text{Mà } EC = EA \text{ (gt)} \Rightarrow EA^2 = EB \cdot EF \Rightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{EF}{EA}$$

Xét $\triangle BEA \sim \triangle AEF$ có:

$$\frac{EA}{EB} = \frac{EF}{EA}$$

$\angle AEB$ là góc chung

$\mid \triangle BEA \sim \triangle AEF$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle EAF = \angle EBA$ (hai góc tương ứng) hay $\angle EAF = \angle ABF$

Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm E , kẻ tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$

$\Rightarrow \angle EAF = \angle ABF$ (Cùng bằng $\angle ABF$) $\mid$ tia AE trùng với tia Ax

$\mid$ **AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$**

Câu 5:

Ta có:

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + z^3 - 3xyz = 2$$

$$\equiv [(x + y)^3 + z^3] - 3xy(x + y + z) = 2$$

$$\equiv (x + y + z)^3 - 3z(x + y)(x + y + z) - 3xy(x + y + z) = 2$$

$$\equiv (x + y + z)[(x + y + z)^2 - 3z(x + y) - 3xy] = 2$$

$$\equiv (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - 3xz - 3yz - 3xy) = 2$$

$$\equiv (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz) = 2$$

$$\mid x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \neq 0$$

Chứng minh: $x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \geq 0$ với mọi x, y, z

$$\mid x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz > 0 \mid x + y + z$$

Đặt $x + y + z = t$ ($t > 0$) $\mid x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz = \frac{t}{2}$ khi đó ta có

$$P = \frac{1}{2}(x + y + z)^2 + 4(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = \frac{t^2}{2} + \frac{8}{t} = \left(\frac{t^2}{2} + 2 \right) + \frac{8}{t} - 2$$

Áp dụng BĐT Cô si ta có: $\frac{t^2}{2} + 2 \geq 2\sqrt{\frac{t^2}{2} \cdot 2} = 2t$ (dấu bằng xảy ra $\equiv t = 2$)

$$2t + \frac{8}{t} \geq 2\sqrt{2t \cdot \frac{8}{t}} = 8 \quad (\text{dấu bằng xảy ra } \equiv t = 2)$$

$\mid P \geq 8 - 2 = 6$. Tồn tại $x = y = 1, z = 0$ thì $P = 6$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 6