

Bài 1 (4,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị C . Gọi M là điểm bất kì thuộc C . Tiếp tuyến của C tại M cắt hai đường tiệm cận của C tại hai điểm A, B . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận. Tìm tọa độ tất cả các điểm M thuộc đồ thị C sao cho chu vi tam giác IAB nhỏ nhất.

Bài 2 (3,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} e^{x^3+xy^2} - e^{y^6+y^4} + \ln \frac{x^3+xy^2}{y^6+y^4} = 0 \\ \sqrt{9y-2} + \sqrt[3]{7x+2y-5} = 2y+3 \end{cases}.$$

Bài 3 (4,0 điểm).

a. Cho $a = \log_2 3, b = \log_3 5, c = \log_7 2$. Tính $\log_{280} 441$ theo a, b, c .

b. Có hai nhà kho, nhà kho thứ nhất có 8 cái điều hòa tốt và 4 cái điều hòa hỏng; nhà kho thứ hai có 9 cái điều hòa tốt và 6 cái điều hòa hỏng (giả thiết mỗi cái điều hòa ở hai nhà kho đựng trong hộp kín, nhìn bề ngoài không phân biệt được). Hùng vào mỗi nhà kho lấy ngẫu nhiên 2 cái điều hòa. Tính xác suất để trong 4 cái điều hòa Hùng lấy ra có ít nhất 2 cái điều hòa tốt.

Bài 4 (3,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn và nội tiếp đường tròn tâm I . Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng AC , H là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng BI . Các đường thẳng AC và KH lần lượt có phương trình là $x+y+1=0$ và $x+2y-1=0$. Biết điểm B thuộc đường thẳng $y-5=0$ và điểm I thuộc đường thẳng $x+1=0$. Tìm tọa độ điểm C .

Bài 5 (4,0 điểm). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O . Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SB = 3a$ và $BAD = 120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh BC và SA sao cho $BM = \frac{2}{3}BC, SN = \frac{1}{3}SA$.

a. Tính thể tích khối chóp $S.MND$ theo a .

b. Gọi φ là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) . Tính $\cos \varphi$.

Bài 6 (2,0 điểm). Cho các số thực $a, b, c \in [1; 4]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a+b^2}{c^2+4ab+bc+ca}.$$

.....HẾT.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN GIẢI (THAM KHẢO)

Bài 1 (4,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị C . Gọi M là điểm bất kì thuộc C . Tiếp tuyến của C tại M cắt hai đường tiệm cận của C tại hai điểm A, B . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận. Tìm tọa độ tất cả các điểm M thuộc đồ thị C sao cho chu vi tam giác IAB nhỏ nhất.

Hướng dẫn.

Gọi $M\left(m; \frac{2m-1}{m-1}\right) \in C, m \neq 1$, phương trình tiếp tuyến của C tại M là:

$$y = -\frac{1}{m-1}x - m + \frac{2m-1}{m-1} \quad d. \text{ Đường tiệm cận đứng là } x=1, \text{ tiệm cận ngang là } y=2.$$

Các giao điểm của (d) với các đường tiệm cận là $A\left(1; \frac{2m}{m-1}\right), B(2m-1; 2)$, giao điểm của hai tiệm

cận là $I(1; 2)$. Suy ra $IA = \frac{2}{|m-1|}, IB = 2|m-1| \Rightarrow IA \cdot IB = 4$.

Chu vi tam giác IAB là $P = AB + IA + IB = \sqrt{IA^2 + IB^2} + IA + IB$. Suy ra:

$$P \geq \sqrt{2 \cdot IA \cdot IB} + 2\sqrt{IA \cdot IB} = 2\sqrt{2} + 4 \Rightarrow \min P = 2\sqrt{2} + 4 \Leftrightarrow IA = IB = 2.$$

Từ đó ta được hai điểm M cần tìm là $M(0; 1) \cup M(2; 3)$.

Bài 2 (3,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} e^{x^3+xy^2} - e^{y^6+y^4} + \ln \frac{x^3+xy^2}{y^6+y^4} = 0 \\ \sqrt{9y-2} + \sqrt[3]{7x+2y-5} = 2y+3 \end{cases}.$$

Hướng dẫn.

Đặt $e^{x^3+xy^2} = e^u, e^{y^6+y^4} = e^v$, khi đó phương trình thứ nhất trở thành: $e^u + \ln u = e^v + \ln v$.

Hàm số $f(t) = e^t + \ln t, t > 0 \Rightarrow f'(t) = e^t + \frac{1}{t}, \forall t > 0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$, do đó từ

$$f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v > 0 \Leftrightarrow x^3 + xy^2 = y^6 + y^4 > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^3 + \frac{x}{y} = y^3 + y > 0.$$

Xét hàm số $g(t) = t^3 + t \Rightarrow g'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên $g(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó

$$\left(\frac{x}{y}\right)^3 + \frac{x}{y} = y^3 + y > 0 \Leftrightarrow \frac{x}{y} = y \Leftrightarrow x = y^2 > 0. \text{ Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được}$$

$$\sqrt{9y-2} + \sqrt[3]{7y^2+2y-5} = 2y+3. \text{ Điều kiện } y \geq \frac{2}{9}. \text{ Đặt } \sqrt[3]{7y^2+2y-5} = a \text{ ta có phương}$$

$$\begin{aligned} \text{trình: } y+1-a &= \sqrt{9y-2} - y+2 \Leftrightarrow \frac{y+1^3 - a^3}{y+1^2 + a y+1 + a^2} = \frac{9y-2 - y^2 + 4y + 4}{\sqrt{9y-2} + y+2} \\ \Leftrightarrow \frac{y^3 - 4y^2 + y + 6}{y+1^2 + a y+1 + a^2} &= \frac{-y^2 + 5y - 6}{\sqrt{9y-2} + y+2} \Leftrightarrow \frac{y+1 y^2 - 5y + 6}{y+1^2 + a y+1 + a^2} = \frac{-y^2 - 5y + 6}{\sqrt{9y-2} + y+2} \\ \Leftrightarrow y^2 - 5y + 6 \left[\frac{y+1}{y+1^2 + a y+1 + a^2} + \frac{1}{\sqrt{9y-2} + y+2} \right] &= 0 \Leftrightarrow y^2 - 5y + 6 \cdot M = 0 (*) \end{aligned}$$

Do điều kiện $y \geq \frac{2}{9} \Rightarrow M > 0$. Từ (*) $\Leftrightarrow y^2 - 5y + 6 = 0 \Leftrightarrow y = 2, y = 3$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm là $x; y \in 4; 2, 9; 3$.

Bài 3a (2,0 điểm).

Cho $a = \log_2 3, b = \log_3 5, c = \log_7 2$. Tính $\log_{280} 441$ theo a, b, c .

Hướng dẫn.

Từ $a = \log_2 3, b = \log_3 5, c = \log_7 2 \Rightarrow 3 = 2^a, 5 = 3^b, 2 = 7^c$.

$$\log_{280} 441 = \frac{1}{\log_{21^2} 280} = \frac{2}{\log_{21} 280} = \frac{2}{3 \log_{21} 2 + \log_{21} 5 + \log_{21} 7} = \frac{2}{\frac{3}{\log_2 21} + \frac{1}{\log_5 21} + \frac{1}{\log_7 21}}$$

$$\log_{280} 441 = \frac{2}{\frac{3}{\log_2 3 + \log_2 7} + \frac{1}{\log_5 3 + \log_5 7} + \frac{1}{1 + \log_7 3}} = \frac{2}{\frac{3}{a + \frac{1}{c}} + \frac{1}{\frac{1}{b} + \log_{3^b} 7} + \frac{1}{1 + \log_7 2^a}}$$

$$\log_{280} 441 = \frac{2}{\frac{3c}{1+ca} + \frac{b}{1+\log_3 7} + \frac{1}{1+a \log_7 2}} = \frac{2}{\frac{3c}{1+ca} + \frac{b}{1+\log_{2^a} 7} + \frac{1}{1+ac}}$$

$$\log_{280} 441 = \frac{2}{\frac{3c}{1+ca} + \frac{b}{1+\frac{1}{ac}} + \frac{1}{1+ac}} = \frac{2}{\frac{3c}{1+ca} + \frac{b(1+ac)}{1+ac} + \frac{1}{1+ac}}. \text{ Vậy } \log_{280} 441 = \frac{2(1+ac)}{3c+abc+1}.$$

Bài 3b (2,0 điểm).

Có hai nhà kho, nhà kho thứ nhất có 8 cái điều hòa tốt và 4 cái điều hòa hỏng; nhà kho thứ hai có 9 cái điều hòa tốt và 6 cái điều hòa hỏng (giả thiết mỗi cái điều hòa ở hai nhà kho đựng trong hộp kín, nhìn bề ngoài không phân biệt được). Hùng vào mỗi nhà kho lấy ngẫu nhiên 2 cái điều hòa. Tính xác suất để trong 4 cái điều hòa Hùng lấy ra có ít nhất 2 cái điều hòa tốt.

Hướng dẫn.

Đặt biến cô A: "trong 4 cái điều hòa Hùng lấy ra có ít nhất 2 cái điều hòa tốt".

+ **Trường hợp 1:** "trong 4 cái điều hòa Hùng lấy ra có đúng 2 cái điều hòa tốt".

$$\text{Trường hợp này ta có xác suất là: } p_1 = \frac{C_8^2}{C_{12}^2} \cdot \frac{C_6^2}{C_{15}^2} + \frac{C_4^2}{C_{12}^2} \cdot \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{106}{1155}.$$

+ **Trường hợp 2:** "trong 4 cái điều hòa Hùng lấy ra có đúng 3 cái điều hòa tốt".

$$\text{Trường hợp này ta có xác suất là: } p_2 = \frac{C_8^2}{C_{12}^2} \cdot \frac{C_9^1 \cdot C_6^1}{C_{15}^2} + \frac{C_8^1 \cdot C_4^1}{C_{12}^2} \cdot \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{148}{385}.$$

+ **Trường hợp 3:** "trong 4 cái điều hòa Hùng lấy ra có đúng 4 cái điều hòa tốt".

$$\text{Trường hợp này ta có xác suất là: } p_3 = \frac{C_8^2}{C_{12}^2} \cdot \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{8}{55}.$$

$$\text{Do đó xác suất cần tìm là: } p_A = p_1 + p_2 + p_3 = \frac{718}{1155} \approx 0,62.$$

Bài 4 (3,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn và nội tiếp đường tròn tâm I. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng AC, H là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng BI. Các đường thẳng AC và KH lần lượt có phương trình là $x + y + 1 = 0$ và $x + 2y - 1 = 0$. Biết điểm B thuộc đường thẳng $y - 5 = 0$ và điểm I thuộc đường thẳng $x + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm C.

Hướng dẫn.

K là giao điểm của HK và AC nên có tọa độ là K(-3; 2). Đường thẳng BK vuông góc với AC nên có phương trình: $x - y + 5 = 0$. Vì B thuộc đường thẳng $y - 5 = 0$ nên tọa độ B(0; 5).

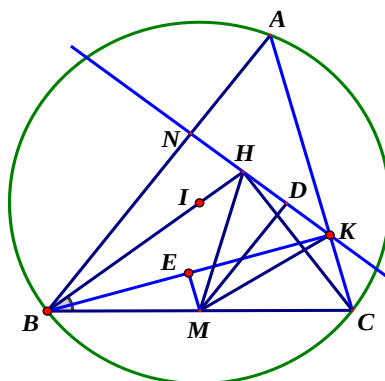
Gọi $E\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$ là trung điểm của BK, M là trung điểm BC thì $EM \parallel AC$ nên phương trình EM là: $x + y$

$- 2 = 0$. Suy ra tọa độ của M là: $M(m; 2 - m)$. Do $MH = MK$ nên tam giác HMK cân tại M, có MD là

trung tuyến cũng là trung trực, nên phương trình đường thẳng MD có dạng: $\begin{cases} x = m + t \\ y = 2 - m + 2t \end{cases}$, thay

vào phương trình của HK ta có:

$$m + t + 2(2 - m + 2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{m - 3}{5}, \text{ suy ra tọa độ của D là: } D\left(\frac{6m - 3}{5}; \frac{4 - 3m}{5}\right).$$



Từ tọa độ của D và K suy ra tọa độ của $H\left(\frac{12m+9}{5}; \frac{-2-6m}{5}\right)$. Suy ra tọa độ véc tơ $\overrightarrow{BH}$ là:

$$\overrightarrow{BH} = \left(\frac{12m+9}{5}; \frac{-27-6m}{5}\right). \text{ Mặt khác gọi } I(-1; n), \text{ ta có } \overrightarrow{BI} = (-1; n-5) \text{ cùng hướng với } \overrightarrow{BH}$$

$$\text{nên } n-5 \mid 12m+9 \Rightarrow n-5 \mid 27+6m \Leftrightarrow n-5 \mid 4m+3 \Rightarrow 9+2m \Rightarrow n = \frac{22m+24}{4m+3} \quad (1).$$

Ngoài ra $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{IM} = 0$ nên ta có: $m(m+1) - (m+3)(2-m-n) = 0$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 6 + n(m+3) = 0 \quad (2). \text{ Thế (1) vào (2) ta được:}$$

$$m^2 + m - 3 + \frac{11m+12}{4m+3}(m+3) = 0 \Rightarrow m^2 + m - 3 \mid 4m+3 \mid 11m+12 \mid m+3 = 0$$

$$\Rightarrow 4m^3 + 18m^2 + 36m + 27 = 0 \Leftrightarrow (2m+3)(2m^2+6m+9) = 0 \Rightarrow m = -\frac{3}{2}.$$

Khi đó tọa độ $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right) \equiv E\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right) \Rightarrow C(-3; 2) \equiv K(-3; 2)$ nên tam giác ABC vuông tại C .

Vậy không có tam giác nhọn thỏa mãn bài toán.

Lời bình:

Bài toán giải khá dài dòng, đặc biệt là không sử dụng máy tính cầm tay nên ta chỉ có thể nhẩm nghiệm để phân tích thành nhân tử. Ta có thể giải cách khác cũng cho kết quả tương tự hoặc kết quả đẹp hơn như: Tọa độ của $M(0; 2)$, tọa độ $C(0; -1)$, tọa độ $I(-1; 2)$ nhưng kiểm tra lại thì đường thẳng BI cắt HK tại H tuy nhiên BH và CH **không vuông góc nhau?**

Cần sửa lại phương trình HK là: $2x + y + 4 = 0$.

Bài 5 (4,0 điểm). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O . Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SB = 3a$ và $\angle BAD = 120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh BC và SA sao cho $BM = \frac{2}{3}BC, SN = \frac{1}{3}SA$.

a. Tính thể tích khối chóp $S.MND$ theo a .

b. Gọi φ là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) . Tính $\cos \varphi$.

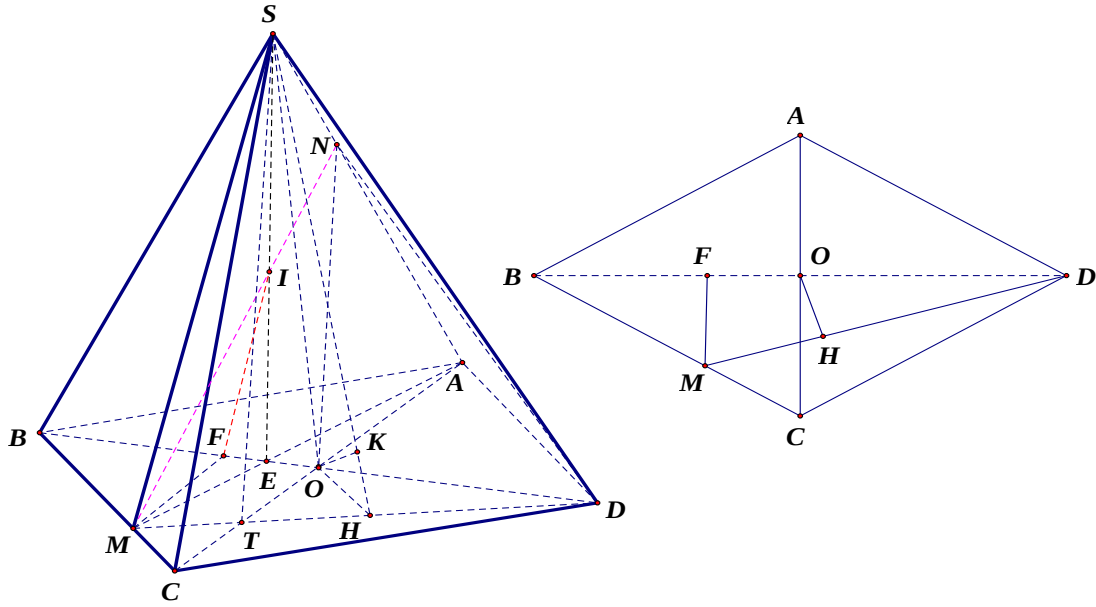
Hướng dẫn.

a. Tính thể tích $S.MND$:

Dễ dàng chứng minh được $ABCD$ là tam giác đều cạnh a . Gọi T là giao điểm của AC và MD . Ta có:

$$\frac{AD}{MC} = \frac{AT}{TC} = 3 \Rightarrow \frac{AT+TC}{TC} = 4 \Rightarrow \frac{AC}{TC} = 4 \Rightarrow \frac{OT}{TC} = 2 \text{ suy ra } T \text{ là trung điểm của } CO, \text{ suy ra}$$

$$\frac{TO}{TA} = \frac{1}{3} = \frac{SN}{SA} \Rightarrow ON \parallel ST \Rightarrow ON \parallel mp(SDM) \Rightarrow d(N, SDM) = d(O, SDM).$$



Kẻ OH vuông góc với MD và OK vuông góc với SH . Theo định lý 3 đường vuông góc suy ra MD vuông góc với SH và do đó $MD \perp mp\ SOH \Rightarrow MD \perp OK$. Suy ra $OK \perp mp\ SDM$, cho nên ta có $d\ O, SDM = OK$. Ta tính:

+ Trong tam giác BMD có $MD = \sqrt{a\sqrt{3}^2 + \left(\frac{2a}{3}\right)^2 - a\sqrt{3} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{22}}{3}$.

+ Kẻ MF vuông góc với BD , ta có $MF = \frac{1}{3}CO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a}{6}$. Từ hai tam giác vuông đồng dạng DHO

và DFM suy ra $\frac{OH}{MF} = \frac{DO}{DM} \Rightarrow OH = \frac{a}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}/2}{a\sqrt{22}/3} = \frac{a\sqrt{3}}{4\sqrt{22}}$, và tính được $SO = \frac{a\sqrt{33}}{2}$.

+ Trong tam giác SOH ta có:

$$SH = \sqrt{OH^2 + SO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4\sqrt{22}}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{33}}{2}\right)^2} = \frac{27a\sqrt{22}}{44}, OK = \frac{a\sqrt{11}}{36}$$

Do đó thể tích khối chóp $N.SDM$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{11}}{36} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{22}}{3} \cdot \frac{27a\sqrt{22}}{44} = \boxed{\frac{a^3\sqrt{11}}{48}}$.

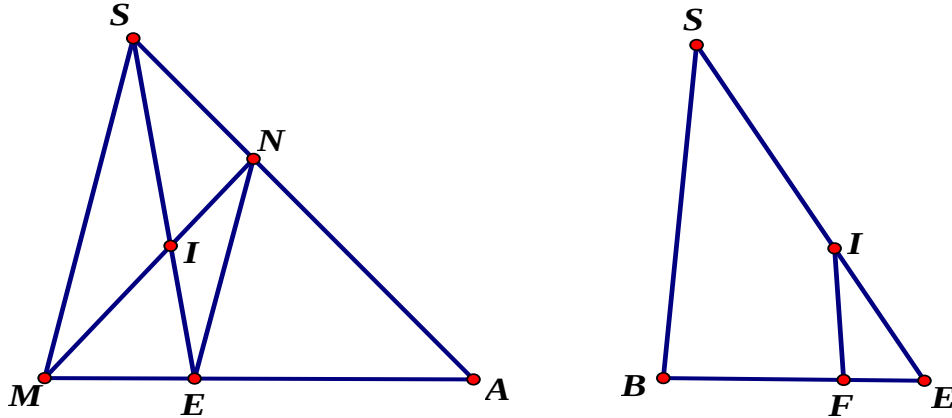
b. Tính $\cos \varphi$:

Gọi E là giao điểm của AM và BD , I là giao điểm của SE và MN . Ta có $MF \parallel AC$ nên dễ thấy MF vuông góc với mặt phẳng (SBD) , suy ra $\angle MIF = \varphi$ là góc giữa MN và $mp(SBD)$.

Ta có: $\frac{ME}{EA} = \frac{MB}{AD} = \frac{2}{3}$ và hai tam giác vuông MFE , AOE đồng dạng nên

$$\frac{FE}{EO} = \frac{ME}{EA} = \frac{2}{3} \Rightarrow FE = \frac{2}{3}EO \text{ Mà } FO = \frac{1}{3}BO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\Rightarrow EO = \frac{3}{5}FO = \frac{a\sqrt{3}}{10}; FE = \frac{a\sqrt{3}}{15}. \text{ Suy ra } SE = \sqrt{SO^2 + EO^2} = \sqrt{9a^2 - \frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{100}} = \frac{3a\sqrt{23}}{5}.$$



Từ đó ta được $IE = \frac{2}{3}SE = \frac{2a\sqrt{23}}{5}$. Trong tam giác SBE có: $\cos BES = \frac{BE^2 + SE^2 - SB^2}{2BE \cdot SE}$

$$\cos BES = -\frac{1}{2\sqrt{69}}, \text{ nên } IF = \sqrt{FE^2 + IE^2 - 2 \cdot FE \cdot IE \cdot \cos BES} = \frac{a\sqrt{93}}{5}.$$

Đến đây ta được $\cos \varphi = \frac{FI}{\sqrt{FI^2 + FM^2}} = \frac{a\sqrt{93}/5}{a\sqrt{93/25 + 1/36}} = \frac{6\sqrt{93}}{\sqrt{3373}}$. **Vậy** $\cos \varphi = \frac{6\sqrt{93}}{\sqrt{3373}}$.

Lời bình:

Bài toán chứa các phép tính toàn là các số vô tỉ khá lớn nhưng không được sử dụng máy tính cầm tay nên mất nhiều thời gian, thậm chí khó kiểm tra lại kết quả tính toán. Việc dựng hình và tính các yếu tố liên quan tương đối vòng vèo. Đây là bài toán khó.

Bài 6 (2,0 điểm). Cho các số thực $a, b, c \in [1; 4]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a + b^2}{c^2 + 4ab + bc + ca}.$$

Hướng dẫn.

(Nhận xét biểu thức đối xứng với a, b nhưng không đối xứng với c và là đẳng cấp bậc hai).

$$\text{Ta có } P = \frac{1}{\left(\frac{c}{a+b}\right)^2 + \frac{4ab}{a+b^2} + \frac{4c}{a+b}} \geq \frac{1}{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 1 + \frac{16}{2}} = \frac{1}{13}.$$

$$(\text{vì } \frac{4ab}{a+b^2} \leq 1 \text{ và } a+b \geq 2 \Rightarrow \frac{c}{a+b} \leq \frac{c}{2} \leq \frac{4}{2})$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = 1, c = 4$. Vậy $\min P = \frac{1}{13} \Leftrightarrow c = 4, a = b = 1$.

Lời bình:

Bài toán bất đẳng thức trên tương đối dễ nhưng vẫn khó hơn **Bảng B**. Bài toán bất đẳng thức ở **Bảng B** như sau:

Bài 6 (2,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{2}{ab + bc + ca} \geq 9.$$

Hướng dẫn.

Ta có:

$P = \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{2}{ab + bc + ca} = \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{1}{ab + bc + ca} + \frac{1}{ab + bc + ca}$, áp dụng bất đẳng thức **B.C.S** ta có:

$$P \geq \frac{1 + 1 + 1^2}{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + bc + ca} = \frac{9}{(a + b + c)^2} = 9 \text{ (đpcm)}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.

Bài 1 (4 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi M là điểm bất kì trên (C). Tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại A và B. Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Tìm trên (C) tất cả các điểm M sao cho chu vi tam giác IAB nhỏ nhất.

Bài 2 (3 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} e^{x^3+xy^2} - e^{y^6+y^4} + \ln \frac{x^3+xy^2}{y^6+y^4} = 0 \\ \sqrt{9y-2} + \sqrt[3]{7x+2y-5} = 2y+3 \end{cases}$$

Bài 3 (4 điểm).

a. Cho $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$; $c = \log_7 2$. Tính $\log_{280} 441$ theo a ; b ; c .

b. Có 2 nhà kho, nhà kho thứ nhất có 8 cái điều hòa tốt và 4 cái điều hòa hỏng. Nhà kho thứ hai có 9 cái điều hòa tốt và 6 cái điều hòa hỏng (giả thiết các điều hòa ở hai nhà kho, mỗi cái được đựng trong hộp kín, nhìn bề ngoài không phân biệt được). Hùng vào mỗi nhà kho lấy ngẫu nhiên 2 cái điều hòa. Tính xác suất để 4 cái điều hòa Hùng lấy được có ít nhất 2 cái điều hòa tốt.

Bài 4 (3 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có 3 góc đều nhọn và nội tiếp trong đường tròn tâm I. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng AC, H là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng BI. Đường thẳng AC và KH lần lượt có phương trình là $x+y+1=0$ và $x+2y-1=0$. Biết điểm B thuộc đường thẳng $y-5=0$, điểm I thuộc đường thẳng $x+1=0$. Tìm tọa độ điểm C.

Bài 5 (4 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a , tâm O. Biết SO vuông góc với mặt phẳng (ABCD), $SB=3a$ và $\widehat{BAD}=120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh BC và SA sao cho $BM = \frac{2}{3}BC$, $SN = \frac{1}{3}SA$.

a. Tính thể tích khối chóp S.MND theo a .

b. Gọi φ là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD). Tính $\cos \varphi$.

Bài 6 (2 điểm). Cho các số thực a ; b ; $c \in [1;4]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{(a+b)^2}{c^2 + 4(ab+bc+ca)}$$

----- Hết -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.