

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH NĂM 2018 - 2019

Môn thi: TOÁN .

ĐỀ CHÍNH THỨC

LỚP 12 THPT.

TỈNH BẾN TRE

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề).

Câu 1 . a) Giải phương trình $\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{6} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (y-2)\sqrt{x+2} - x\sqrt{y} = 0 & (1) \\ \sqrt{x+1}(\sqrt{y}+1) = (y-3)(1+\sqrt{x^2+y-3x}) & (2) \end{cases}$$

c) Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến (d) của đồ thị (C) biết (d) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{10}.OA$ (với O là gốc tọa độ).

Câu 2.

a) Bạn An có một đồng xu mà khi tung có xác suất xuất hiện mặt ngửa là $\frac{1}{3}$ và bạn Bình có một đồng xu mà khi tung có xác suất xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{5}$. Hai bạn An và Bình lần lượt chơi trò chơi tung đồng xu của mình đến khi có người được mặt ngửa, ai được mặt ngửa trước thì thắng. Các lần tung là độc lập với nhau và bạn An chơi trước. Xác suất bạn An thắng là $\frac{p}{q}$, trong đó p và q là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tìm $q - p$.

b) Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n$ biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n = 64n$.

Câu 3.

a) Trong không gian cho 4 điểm A, B, C, D thỏa mãn $AB=3, BC=7, CD=11, DA=9$. Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.

b) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 - 3b \leq 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{4}{(b+2)^2} + \frac{8}{(c+3)^2}$.

Câu 4:

Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA=2a$ và tam giác ABC vuông tại C với $AB=2a, BAC=30^\circ$. Gọi M là điểm di động trên AC , đặt $AM=x, (0 \leq x \leq a\sqrt{3})$. Tính khoảng cách từ S đến BM theo a và x . Tìm các giá trị của x để khoảng cách này lớn nhất.