

I. TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm). Trong 4 câu dưới đây mỗi câu có 4 lựa chọn, trong đó có duy nhất một lựa chọn đúng. Em hãy viết vào bài làm chữ cái A, B, C hoặc D đứng trước lựa chọn em cho là đúng. (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết 1.A).

Câu 1. Giá trị của biểu thức $\sqrt{(3a-1)^2}$ là :

- A) $3a-1$ B) $1-3a$ C) $3a-1$ và $1-3a$ D) $|3a-1|$

Câu 2. Hàm số $y = (m+3)x + 6$ đồng biến trên R , khi:

- A) $m > -3$ B) $m \geq -3$ C) $m < -3$ D) $m \leq -3$

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào sau đây đi qua hai điểm $A(2;1)$, $B(1;0)$:

- A) $y = x + 1$ B) $y = x - 1$ C) $y = -x + 1$ D) $y = -x + 3$

Câu 4. Cho đường tròn $(O; 3cm)$ và đường thẳng a tiếp xúc với nhau tại điểm H . Khi đó:

- A) $OH > 3cm$ và OH vuông góc với a B) $OH < 3cm$ và OH vuông góc với a
C) $OH = 3cm$ và OH không vuông góc với a D) $OH = 3cm$ và OH vuông góc với a

II. TỰ LUẬN (8,0 điểm).

Câu 5 (2,0 điểm). Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=3-m \\ 2x+y=3(m+2) \end{cases}$ (1), m là tham số.

- a) Giải hệ (1) với $m = 2$.
b) Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (1) có nghiệm duy nhất.
c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + y^2$, trong đó $(x; y)$ là nghiệm duy nhất của hệ (1).

Câu 6 (2,0 điểm).

a) Một phòng họp có tổng số 80 ghế ngồi, được xếp thành từng hàng, mỗi hàng có số lượng ghế bằng nhau. Nếu bớt đi 2 hàng mà không làm thay đổi số lượng ghế trong phòng thì mỗi hàng còn lại phải xếp thêm 2 ghế. Hỏi lúc đầu trong phòng có bao nhiêu hàng ghế? $\nearrow$

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm A, B . Tìm tọa độ các điểm A, B và tính diện tích tam giác AOB (trong đó O là gốc tọa độ, hoành độ của điểm A lớn hơn hoành độ của điểm B). $\left(\sqrt{5}, -\frac{1}{4} \right), \left(-1, -1 \right)$ (8)

Câu 7 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) có tâm là điểm O , đường kính $AB = 2R$. Trên đường thẳng AB lấy điểm H sao cho B nằm giữa A và H (H không trùng với B), qua H dựng đường thẳng d vuông góc với AB . Lấy điểm C cố định thuộc đoạn thẳng OB (C không trùng với O và B). Qua điểm C kẻ đường thẳng a bất kỳ cắt đường tròn (O) tại hai điểm E, F (a không trùng với AB). Các tia AE và AF cắt đường thẳng d lần lượt tại M và N .

a) Chứng minh rằng tứ giác $BEMH$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng tam giác AFB đồng dạng với tam giác AHN và đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua một điểm cố định khác A khi đường thẳng a thay đổi.

c) Cho $AB = 4cm$, $BC = 1cm$, $HB = 1cm$. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMN .

Câu 8 (1,0 điểm). Cho x, y là các số thực. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{(x^2 - y^2)(1 - x^2y^2)}{(1 + x^2)^2(1 + y^2)^2}$$

— Hết —

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

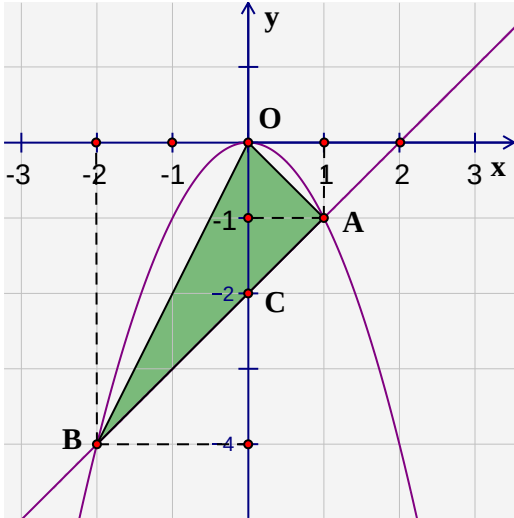
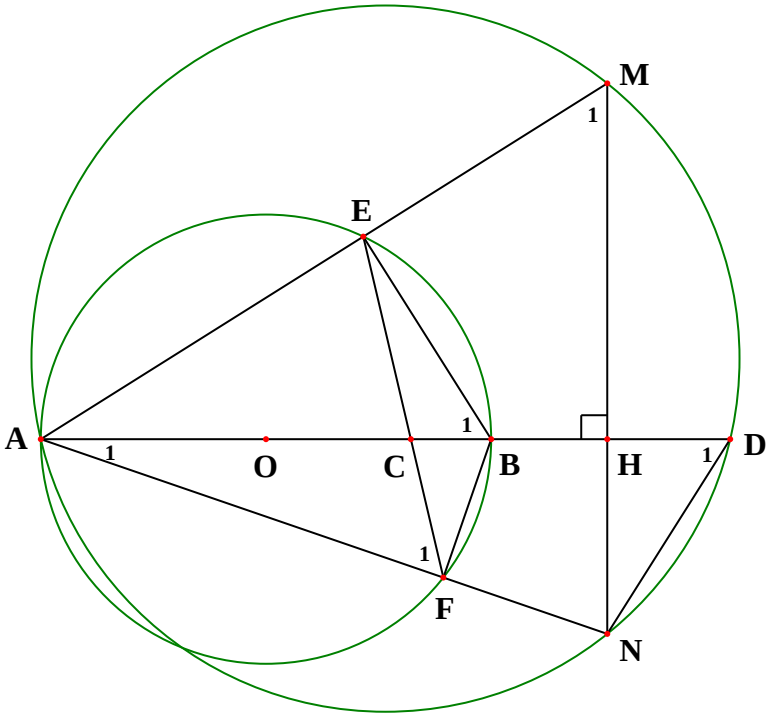
HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

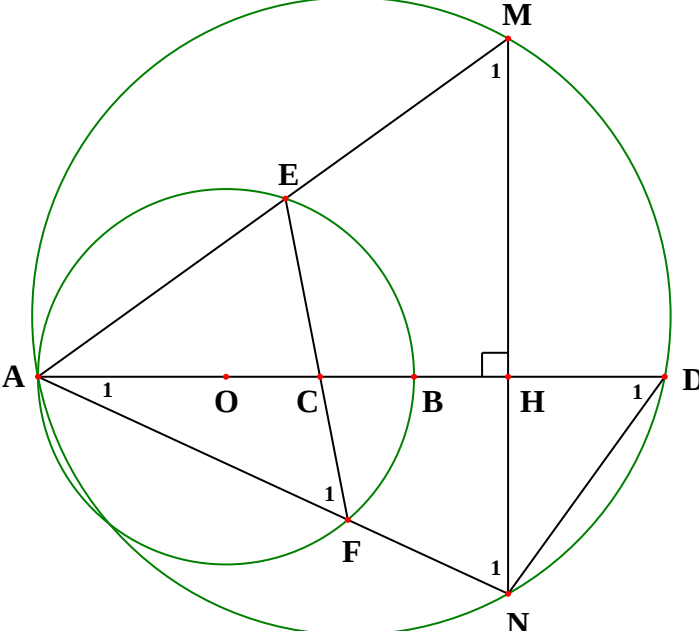
I. TRẮC NGHIỆM (2 điểm).

Câu	1	2	3	4
Đáp án	D	A	B	D

II. TỰ LUẬN (8 điểm).

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 5 (2,0đ)	a)	Với $m = 2$, hệ (1) trở thành: $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4x + 2y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 25 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 2.5 + y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$ Vậy với $m = 2$ thì nghiệm của hệ (1) là $(5; 2)$.	0.75
	b)	Ta thấy: $\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{1}$ $\Rightarrow$ Hệ (1) luôn có nghiệm duy nhất với mọi m .	0.25
	c)	$\begin{cases} x - 2y = 3 - m \\ 2x + y = 3(m + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4y = 6 - 2m \\ 2x + y = 3m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 3 - m \\ 5y = 5m \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2m = 3 - m \\ y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 3 \\ y = m \end{cases}$ Do đó: $A = x^2 + y^2 = (m + 3)^2 + m^2 = 2m^2 + 6m + 9$ $= 2\left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \geq \frac{9}{2} \quad \forall m$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$ Vậy $\min A = \frac{9}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$	1.0
Câu 6 (2,0đ)	a)	Gọi số hàng ghế lúc đầu là x ($x \in \mathbb{N}^*$; $x \geq 2$; $80 \vdots x$). $\Rightarrow$ Số ghế ở mỗi hàng lúc đầu là $\frac{80}{x}$ (chiếc). Nếu bớt đi 2 hàng thì số hàng còn lại là $x - 2$. Khi đó, số ghế ở mỗi hàng là $\frac{80}{x - 2}$ (chiếc). Vì lúc đó mỗi hàng còn lại phải xếp thêm 2 ghế nên ta có phương trình: $\frac{80}{x - 2} - \frac{80}{x} = 2$ Giải phương trình được: $x_1 = 10$ (thỏa mãn điều kiện) $x_2 = -8$ (không thỏa mãn điều kiện) Vậy lúc đầu có 10 hàng ghế.	1.0

	b)	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ Vì $a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -2$ Với $x = 1$ thì $y = 1 - 2 = -1$ Với $x = -2$ thì $y = -2 - 2 = -4$ $\Rightarrow A(1; -1)$ và $B(-2; -4)$  Dễ thấy (d) cắt Oy tại điểm $C(0; -2)$. Do đó: $S_{OAB} = S_{OAC} + S_{OBC} = \frac{2 \cdot 1}{2} + \frac{2 \cdot 2}{2} = 3$ (đvdt).	1.0
Câu 7 (3,0đ)			0.25
	a)	Ta có: $\angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle BEM = 90^\circ$ (kề bù với $\angle AEB$) Tứ giác BEMH có: $\angle BEM + \angle BHM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác BEMH nội tiếp	0.75

		Ta có: $\angle AFB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\triangle AFB$ và $\triangle AHN$ có: $\angle A$ chung ; $\angle AFB = \angle AHN = 90^\circ$ $\Rightarrow \triangle AFB \sim \triangle AHN$ (g.g)	0.25
	b)	Gọi D là giao điểm thứ hai của AB với đường tròn ngoại tiếp $\triangle AMN$ $\Rightarrow M_1 = D_1$ Vì $F_1 = B_1 \left(= \frac{1}{2} \text{sđAE} \right)$ và $B_1 = M_1$ (tứ giác BEMH nội tiếp) nên $F_1 = M_1$ $\Rightarrow F_1 = D_1$ $\triangle AFC$ và $\triangle ADN$ có: $\angle A$ chung ; $F_1 = D_1$ $\Rightarrow \triangle AFC \sim \triangle ADN$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AC}{AN} \Rightarrow AF \cdot AN = AC \cdot AD$ Mặt khác, $\triangle AFB \sim \triangle AHN$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AF}{AH} = \frac{AB}{AN} \Rightarrow AF \cdot AN = AB \cdot AH$ Do đó, $AC \cdot AD = AB \cdot AH \Rightarrow AD = \frac{AB \cdot AH}{AC}$ không đổi (vì A, C, B, H cố định) $\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp $\triangle AMN$ luôn đi qua điểm D cố định (khác A).	0.75
	c)	 Với $AB = 4\text{cm}$, $BC = BH = 1\text{cm}$ thì: $AD = \frac{AB \cdot AH}{AC} = \frac{4.5}{3} = \frac{20}{3} (\text{cm})$ $\Rightarrow HD = AD - AH = \frac{20}{3} - 5 = \frac{5}{3} (\text{cm})$ Dễ thấy $\triangle AHM \sim \triangle NHD$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AH}{NH} = \frac{HM}{HD} \Rightarrow HM \cdot HN = AH \cdot HD = 5 \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{3}$	1.0

		Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: $MN = HM + HN \geq 2\sqrt{HM \cdot HN} = 2\sqrt{\frac{25}{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$ $\Rightarrow S_{AMN} = \frac{1}{2}AH \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{25\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$ Dấu “=” xảy ra $HM = HN \Leftrightarrow M_1 = N_1 \Leftrightarrow F_1 = N_1 \Leftrightarrow EF // MN \Leftrightarrow EF \perp AB$ Vậy $\min S_{AMN} = \frac{25\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2) \Leftrightarrow EF \perp AB$	
Câu 8 (1,0đ)		Đặt $a = x^2$; $b = y^2$ ($a, b \geq 0$) thì $P = \frac{(a-b)(1-ab)}{(1+a)^2(1+b)^2}$. Vì $a, b \geq 0$ nên: $(a-b)(1-ab) = a - a^2b - b + ab^2 \leq a + ab^2 = a(1+b^2)$ $\leq a(1+2b+b^2) = a(1+b)^2$ Lại có $(1+a)^2 = (1-a)^2 + 4a \geq 4a$ $\Rightarrow P \leq \frac{a(1+b)^2}{4a(1+b)^2} = \frac{1}{4}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=0 \end{cases}$ Vậy $\max P = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=0 \end{cases}$	1.0

Thầy giáo Nguyễn Mạnh Tuấn
Trường THCS Cẩm Hoàng – Cẩm Giàng – Hải Dương