

Thị trấn Ngọc Nhi – THCS Hồ Sơn, HL, LS
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
LẠNG SƠN NĂM HỌC 2017 – 2018
ĐỀ CHÍNH THỨC Môn thi: Toán

*Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm 01 trang, 05 câu*

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Tính giá trị của các biểu thức: $A = \sqrt{81} + \sqrt{25}$; $B = \sqrt{(\sqrt{7} + 1)^2} - \sqrt{7}$.

b) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x - 1$

Câu 2. (2,5 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình:

a) $x^2 - 12x + 35 = 0$

b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

c)
$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

Câu 3. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{3}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 5}{x - 1}$, với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 24 - 16\sqrt{2}$.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính AB . Dựng tiếp tuyến Ax (Ax và nửa đường tròn cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AB). C là một điểm nằm trên nửa đường tròn (C không trùng A và B), dựng tiếp tuyến Cy của nửa đường tròn (O) cắt Ax tại D . Kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$), BD cắt (O) tại điểm thứ hai là K và cắt CH tại M . Gọi J là giao điểm của OD và AC .

a) Chứng minh rằng tứ giác $AKMH$ nội tiếp được một đường tròn.

b) Chứng minh rằng tứ giác $CKJM$ nội tiếp được một đường tròn (O_1).

c) Chứng minh DJ là tiếp tuyến của đường tròn (O_1).

Câu 5. (1,0 điểm) Cho x, y, z là ba số thực dương, thỏa mãn: $xy + yz + zx = xyz$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{xy}{z^3(1+x)(1+y)} + \frac{yz}{x^3(1+y)(1+z)} + \frac{zx}{y^3(1+z)(1+x)} \geq \frac{1}{16}.$$

-----Hết-----

Họ tên thí sinh:.....SBD:.....

ĐỀ CHÍNH THỨC

That Bat Ngoc Nhi – THCS Hồ Sơn, HL, LS

	b) Ta có: + $AKM = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow AK \perp BD \Rightarrow AKD = 90^\circ$ (1) + $DK = DC$ (t/c hai tt cắt nhau); $OC = OA = R$ $\Rightarrow OD$ là trung trực của $AC \Rightarrow OD \perp AC$ tại $J \Rightarrow AJD = 90^\circ$ (2) Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $ADKJ$ nội tiếp đường tròn đường kính AD. $\Rightarrow JKM = DAJ$ (Cùng bù DKJ) (3) + Lại có: $\left. \begin{array}{l} AD \perp AB(gt) \\ CH \perp AB(gt) \end{array} \right\} \Rightarrow AD // CH \Rightarrow JCM = DAJ$ (S.L.Trong) (4) + Từ (3) và (4) suy ra $JCM = JKM \Rightarrow$ tứ giác $CKJM$ nội tiếp một đường tròn (O_1)	
	c) Tứ giác $CKJM$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow KMJ = KCA$ (Góc nội tiếp cùng chắn cung KJ) Mặt khác: $ABK = KCA$ (Góc nt cùng chắn cung KA) $\Rightarrow ABK = KMJ \Rightarrow JM // AB$ mà $CH \perp AB(gt) \Rightarrow JM \perp CH$ $\Rightarrow$ Tam giác JMC vuông tại $M \Rightarrow$ Đường tròn (O_1) nhận JC làm đường kính, lại có $OD \perp AC$ tại J (cmt) $\Rightarrow DJ$ là tiếp tuyến của đường tròn (O_1)	

Câu 5:

$$\text{Đặt } P = \frac{xy}{z^3(1+x)(1+y)} + \frac{yz}{x^3(1+y)(1+z)} + \frac{zx}{y^3(1+z)(1+x)}$$

$$\text{Ta có: } xy + yz + zx = xyz \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$$

Do $x, y, z > 0$ nên theo BĐT Cô-si có:

$$* \frac{xy}{z^3(1+x)(1+y)} + \frac{1+x}{64x} + \frac{1+y}{64y} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{xy}{z^3(1+x)(1+y)} \cdot \frac{1+x}{64x} \cdot \frac{1+y}{64y}} = \frac{3}{16z} \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } * \frac{yz}{x^3(1+y)(1+z)} \geq \frac{3}{16x} \quad (2); \quad * \frac{zx}{y^3(1+z)(1+x)} \geq \frac{3}{16y} \quad (3)$$

+ Cộng vế với vế (1), (2), (3) có:

$$P + \frac{1}{64} \left[6 + 2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \right] \geq \frac{3}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

$$\Rightarrow P + \frac{1}{8} \geq \frac{3}{16} \Rightarrow P \geq \frac{3}{16} - \frac{1}{8} = \frac{1}{16} \quad (\text{Do } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1)$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = 3$.

Cách khác:

Do $x, y, z > 0$ nên theo BĐT Cô-si có:

$$* \frac{xy}{z^3(1+x)(1+y)} + \frac{1+x}{64y} + \frac{1+y}{64x} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{xy}{z^3(1+x)(1+y)} \cdot \frac{1+x}{64y} \cdot \frac{1+y}{64x}} = \frac{3}{16z} \quad (1)$$

Phân tích tương tự ta cũng được KQ như trên!