



**TRẮC NGHIỆM HÌNH GIẢI TÍCH OXY ĐỀ
CHÍNH THỨC VÀ DỰ BỊ QUA CÁC KỲ THI HỌC
CỦA BGD TỪ 2002 ĐẾN 2016**

VẤN ĐỀ 1-VECTO- ĐIỂM- ĐƯỜNG THẲNG (P2)

VẤN ĐỀ 2: ĐƯỜNG TRÒN (P55)

VẤN ĐỀ 3- ELIP- PARABOL (P86)

VẤN ĐỀ 1-VECTO- ĐIỂM- ĐƯỜNG THẲNG- ĐỀ BGD

Email: nguyentuanblog1010@gmail.com

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy cho hình thoi $ABCD$ có $\angle BAD = 60^\circ$, $D(a; b)$ với $b > a > 0$. Trên các cạnh AB, BC lấy các điểm M, N sao cho $MB + NB = AB$. Biết $P(\sqrt{3}; 1)$ thuộc đường thẳng DN và đường phân giác của góc MDN có phương trình là $d: x - y\sqrt{3} + 6 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = 3a - b$?

A. 6.

B. 7.

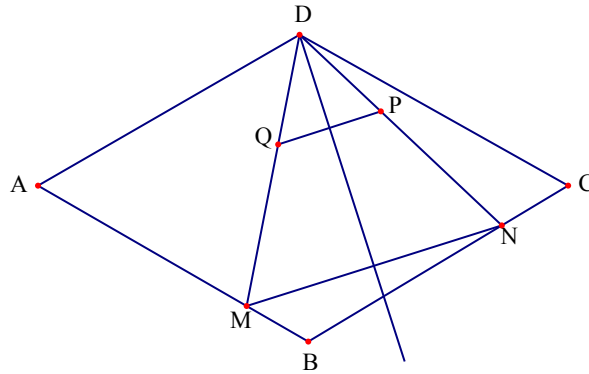
C. 8.

D. 9.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Tuân Facebook. Tuân Chí Phạm

Chọn C



⊕ **Cách 1:** Từ đề bài ta có các tam giác ABD, CBD là các tam giác đều, $AM = BN$ và $BM = CN$.

Xét $\triangle ADM$ và $\triangle BDN$ có: $\angle DAM = \angle DBN$, $AD = BD$ và $AM = BN$ nên $\triangle ADM = \triangle BDN$
 $\Rightarrow \angle ADM = \angle BDN$ (1).

Xét $\triangle BMD$ và $\triangle CND$ có: $\angle DBM = \angle DCN$, $CD = BD$ và $CN = BM$ nên $\triangle BMD = \triangle CND$
 $\Rightarrow \angle NDC = \angle MDB$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\angle MDN = 60^\circ$.

⊕ **Cách 2:** Xét $\mathcal{Q}_{(D, 60^\circ)}$ ta có: $A \rightarrow B; B \rightarrow C$ nên $M \rightarrow N$. Do đó tam giác DMN đều.

Gọi Q là điểm đối xứng của P qua đường phân giác của góc MDN .

$$\text{Khi đó ta có: } DP = PQ = 2d(P, d) = 2 \cdot \frac{|\sqrt{3} - \sqrt{3} + 6|}{\sqrt{1 + (\sqrt{3})^2}} = 6$$

$$\text{Gọi } D\left(t; \frac{t+6}{\sqrt{3}}\right) \in d. \text{ Ta có: } DP^2 = (t - \sqrt{3})^2 + \left(\frac{t+6-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 + \sqrt{3} \\ t = -6 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy $D(3+\sqrt{3}; 1+3\sqrt{3})$ hoặc $D(-6+\sqrt{3}; 1)$. Theo giả thuyết ta nhận

$$D(3+\sqrt{3}; 1+3\sqrt{3}) \Rightarrow \begin{cases} a = 3+\sqrt{3} \\ b = 1+3\sqrt{3} \end{cases}$$

Ta có giá trị của biểu thức $T = 3a - b = 8$.

Email: thinhvanlamha@gmail.com

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại B với $A(1; -1)$, $C(3; 5)$. Định B nằm trên đường thẳng $d: 2x - y = 0$. Phương trình các đường thẳng AB, BC lần lượt là $d_1: ax + by - 24 = 0$, $d_2: cx + dy + 8 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = a.b.c.d$.

A. $P = 975$.

B. $P = 5681$.

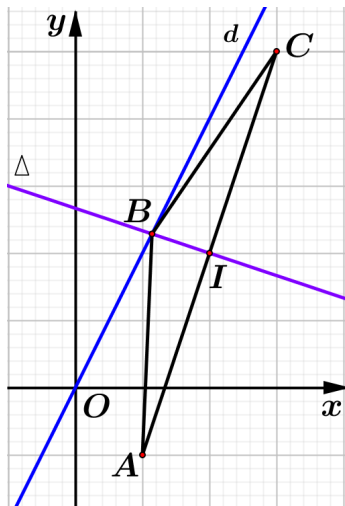
C. $P = 3059$.

D. $P = 5083$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Văn Thịnh Tên FB: Thịnh Nguyễn Văn

Chọn B



Cách 1:

Gọi I là trung điểm $AC \Rightarrow I(2; 2)$.

Đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với AC có phương trình: $x + 3y - 8 = 0$ (Δ).

Tam giác ABC cân tại B nên ta có $B \in \Delta \Rightarrow B = \Delta \cap d \Rightarrow B\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}\right)$.

Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-1}{\frac{8}{7}-1} = \frac{y+1}{\frac{16}{7}+1} \Leftrightarrow 23x - y - 24 = 0$.

Phương trình đường thẳng $BC: \frac{x-3}{\frac{8}{7}-3} = \frac{y-5}{\frac{16}{7}-5} \Leftrightarrow 19x - 13y + 8 = 0$.

Vậy $a = 23, b = -1, c = 19, d = -13 \Rightarrow P = a.b.c.d = 5681$.

Cách 2:

Gọi $B(a; 2a) \in d$.

Tam giác ABC cân tại B nên ta có $AB = CB \Rightarrow (a-1)^2 + (2a+1)^2 = (a-3)^2 + (2a-5)^2$
 $\Leftrightarrow a = \frac{8}{7}$. Suy ra $B\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}\right)$.

Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-1}{\frac{8}{7}-1} = \frac{y+1}{\frac{16}{7}+1} \Leftrightarrow 23x - y - 24 = 0$.

Phương trình đường thẳng $BC: \frac{x-3}{\frac{8}{7}-3} = \frac{y-5}{\frac{16}{7}-5} \Leftrightarrow 19x - 13y + 8 = 0$.

Vậy $a = 23, b = -1, c = 19, d = -13 \Rightarrow P = a.b.c.d = 5681$.

Email: thinhvanlamha@gmail.com

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại B với $A(1; -1)$, $C(3; 5)$. Định B nằm trên đường thẳng $d: 2x - y = 0$. Phương trình các đường thẳng AB, BC lần lượt là $d_1: ax + by - 24 = 0$, $d_2: cx + dy + 8 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = a.b.c.d$.

A. $P = 975$.

B. $P = 5681$.

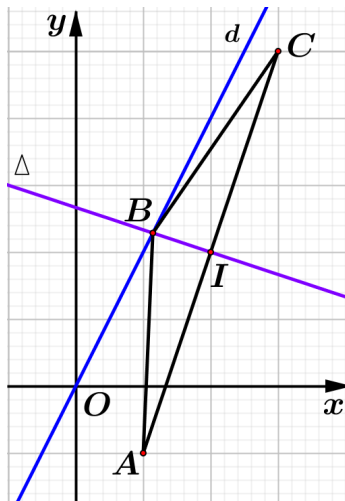
C. $P = 3059$.

D. $P = 5083$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Văn Thịnh Tên FB: Thịnh Nguyễn Văn

Chọn B

**Cách 1:**

Gọi I là trung điểm $AC \Rightarrow I(2; 2)$.

Đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với AC có phương trình: $x + 3y - 8 = 0$ (Δ).

Tam giác ABC cân tại B nên ta có $B \in \Delta \Rightarrow B = \Delta \cap d \Rightarrow B\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}\right)$.

Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-1}{\frac{8}{7}-1} = \frac{y+1}{\frac{16}{7}+1} \Leftrightarrow 23x - y - 24 = 0$.

Phương trình đường thẳng $BC: \frac{x-3}{\frac{8}{7}-3} = \frac{y-5}{\frac{16}{7}-5} \Leftrightarrow 19x - 13y + 8 = 0$.

Vậy $a = 23, b = -1, c = 19, d = -13 \Rightarrow P = a.b.c.d = 5681$.

Cách 2:

Gọi $B(a; 2a) \in d$.

Tam giác ABC cân tại B nên ta có $AB = CB \Rightarrow (a-1)^2 + (2a+1)^2 = (a-3)^2 + (2a-5)^2$
 $\Leftrightarrow a = \frac{8}{7}$. Suy ra $B\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}\right)$.

Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-1}{\frac{8}{7}-1} = \frac{y+1}{\frac{16}{7}+1} \Leftrightarrow 23x - y - 24 = 0$.

Phương trình đường thẳng $BC: \frac{x-3}{\frac{8}{7}-3} = \frac{y-5}{\frac{16}{7}-5} \Leftrightarrow 19x - 13y + 8 = 0$.

Vậy $a = 23, b = -1, c = 19, d = -13 \Rightarrow P = a.b.c.d = 5681$.

Câu 4. (Đề ĐH Khối A năm 2010, Tân Độc Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A biết đỉnh $A(6;6)$. Đường thẳng d đi qua trung điểm các cạnh AB, AC có phương trình $x + y - 4 = 0$. Biết điểm $E(1; -3)$ thuộc đường cao đi qua đỉnh C của tam giác ABC . Giả sử $C(x_c; y_c)$ và $x_c > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_c^3 + y_c = 2$.

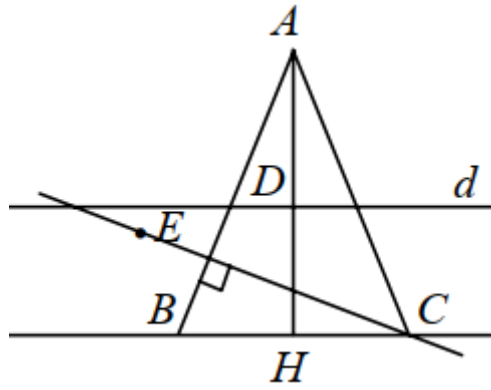
B. $y_c^2 - 2x_c = 2$.

C. $OC = \sqrt{10}$.

D. $3x_c^2 + 2y_c > 0$.

Lời giải

Chọn A



$AH \perp d \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $AH: x - y = 0$.

Gọi H, D lần lượt là trung điểm của BC, AH . Toạ độ D là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 2. \text{ Vậy } D(2; 2) \Rightarrow H(-2; -2).$$

$BC \parallel d \Rightarrow BC$ có phương trình: $x + y + 4 = 0$.

$C \in BC \Rightarrow C(t; -t - 4)$ với $t > 0$. Do H là trung điểm BC nên suy ra $B(-t - 4; t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CE} = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 2$ (do $t > 0$).

Vậy $C(2; -6)$. Ta chọn **A**.

Câu 5. (ĐỀ KHÓI A -2004) Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(0; 2)$ và $B(-\sqrt{3}; -1)$. Tìm toạ độ trực tâm H và toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác OAB . Phương trình đường thẳng HI là:

A. $x - \sqrt{3}y = 0$ **B.** $\sqrt{3}x - y = 0$ **C.** $x + \sqrt{3}y = 0$ **D.** $\sqrt{3}x + y = 0$

Lời giải

GV: Nguyễn Thị Mai; facebook: mainguyen

+ Đường thẳng qua O , vuông góc với $\overrightarrow{BA}(\sqrt{3}; 3)$ có phương trình $\sqrt{3}x + 3y = 0$.

Đường thẳng qua B , vuông góc với $\overrightarrow{OA}(0; 2)$ có phương trình $y = -1$.

Giải hệ phương trình trên ta được trực tâm $H(\sqrt{3}; -1)$

+ Đường trung trực cạnh OA có phương trình $y = 1$.

Đường trung trực cạnh OB có phương trình $\sqrt{3}x + y + 2 = 0$.

Giải hệ phương trình trên ta được tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác OAB là $I(-\sqrt{3}; 1)$

$$+ \overrightarrow{HI}(-2\sqrt{3}; 2)$$

VTPT đường thẳng HI là $\vec{n} = (1; \sqrt{3})$

Phương trình đường thẳng HI là $x + \sqrt{3}y = 0$.

Câu 6. Cho hình chữ nhật ABCD, với I (6;2) là giao điểm của hai đường chéo. M thuộc đoạn thẳng AB với M (1;5). Trung điểm E của đường thẳng CD nằm trên đường thẳng $x + y - 5 = 0$. Phương trình đường thẳng AB là:

A. $y - 5 = 0$ và $x + 4y - 21 = 0$

B. $x + 4y - 21 = 0$

C. $x + y - 6 = 0$ và $x - 4y + 19 = 0$

D. $x - 4y + 19 = 0$ và $y - 5 = 0$

Lời giải

trAnghT145@gmail.com fb: Trang Nguyen

Lấy M' đối xứng qua I $\Rightarrow M' \in CD$

I là trung điểm MM' nên M' (11; -1)

Theo giả thiết E là trung điểm CD $\Rightarrow IE \perp CD$. Tam giác IEM' vuông

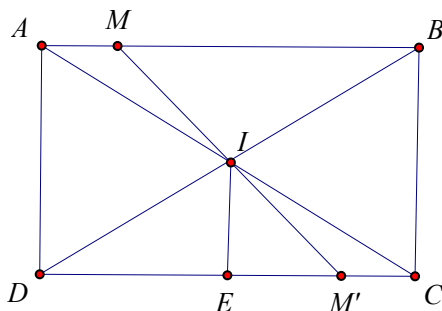
Gọi $E \in \Delta : x + y - 5 = 0 : E(a; 5 - a)$

Ta có $\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{M'E} = 0$

Với $\overrightarrow{IE} = (a - 6; 3 - a)$

$\overrightarrow{M'E} = (a - 11; 6 - a)$

$$\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{M'E} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = 7 \end{cases}$$



Phương trình AB qua A nhận $\overrightarrow{IE}$ làm vtpt

Th1 $a=6 \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (0; 1)$: phương trình AB: $y - 1 = 0$

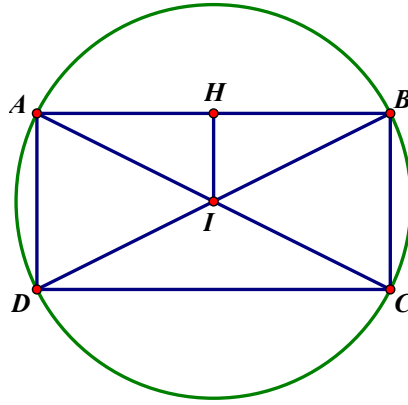
Th2 $a=7 \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (1; -4)$: phương trình AB: $x - 4y + 19 = 0$

Đáp án D

Chú ý: đến đoạn tìm vec tơ pháp tuyến của AB là có thể chọn đáp án.

Câu 7. (B 2002) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có tâm $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, phương trình đường thẳng AB là $x - 2y + 2 = 0$ và $AB = 2AD$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết điểm A có hoành độ âm.

Lời giải



Khoảng cách từ I đến đường thẳng AB là $IH = d(I; AB) = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{5} \text{ và } IA = IB = \frac{5}{2}.$$

Suy ra A, B là các giao điểm của đường thẳng AB với đường tròn $\left(I; \frac{5}{2}\right)$. Do đó, tọa độ các

điểm A, B là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y + 2 = 0 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ycbt} \Rightarrow A(-2; 0), B(2; 2)$$

$$\text{Vì } I \text{ là trung điểm của } AC \Rightarrow C(3; 0)$$

$$\text{Và } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(-1; -2).$$

Email: slowrock321@gmail.com

Câu 8. (B - 2003) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$, $BAC = 90^\circ$. Biết $M(1, -1)$ là trung điểm cạnh BC và $G\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ là trọng tâm $\triangle ABC$. Khi đó, $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $(x_B < 0)$. Tính $T = 2019x_A^2 + y_A + 2x_B - 3y_B$

A. 3.

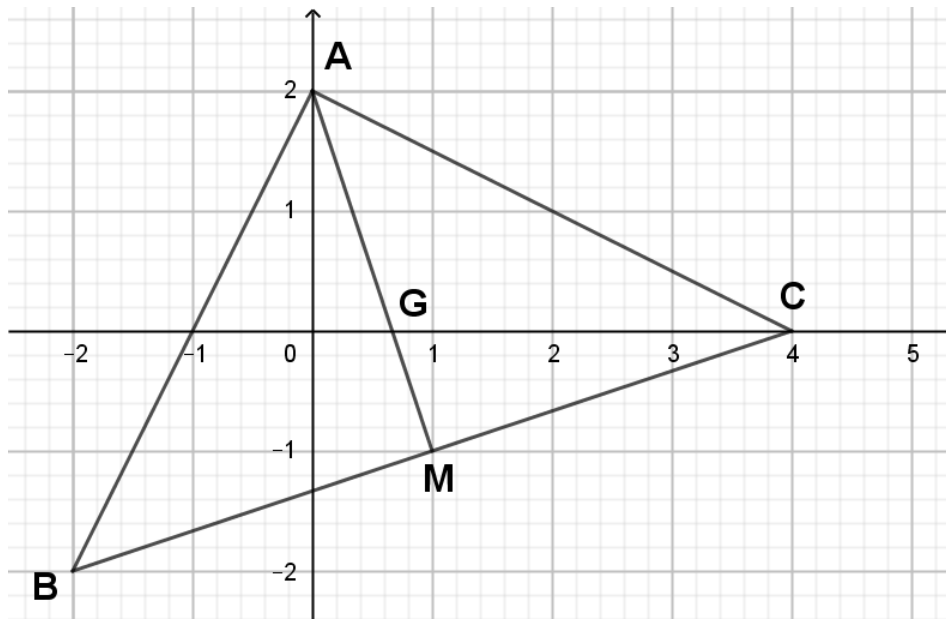
B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Hãy tham gia group để cùng học và cùng làm- Nhóm chỉ dành cho các Gv, Sv toán!

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AG} = \left(\frac{2}{3} - x_A, -y_A \right)$; $\overrightarrow{AM} = (1 - x_A, -1 - y_A)$

+ G là trọng tâm $\triangle ABC$ và AM là trung tuyến suy ra: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} - x_A = \frac{2}{3}(1 - x_A) \\ -y_A = \frac{2}{3}(-1 - y_A) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0, 2) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1, -3) \Rightarrow AM = \sqrt{10}.$$

+ $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (C) tâm M , bán kính AM .

$$\Rightarrow (C): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$$

+ BC qua M và vuông góc $AM \Rightarrow (BC): x-1-3(y+1)=0 \Leftrightarrow x=3y+4$

+ Ta có: $(C) \cap (BC) = \{B, C\}$. Suy ra tọa độ B, C là nghiệm hệ: $\begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = 10 \\ x = 3y + 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (3y+3)^2 + (y+1)^2 = 10 \\ x = 3y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y+1)^2 = 1 \\ x = 3y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \\ x = -2 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-2, -2) \text{ (vì } x_B < 0 \text{)}$$

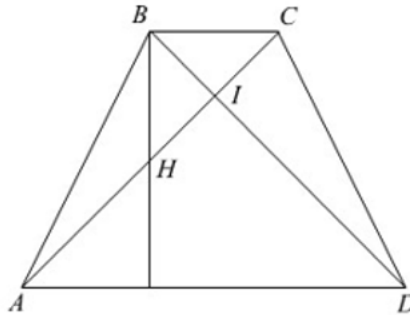
$$\text{Vậy } T = 2019x_A^2 + y_A + 2x_B - 3y_B = 4$$

Câu 9. (B-2013-1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D .

- A.** $C(-1; 6), D(4; 1)$ và $C(-1; 6), D(-8; 7)$. **B.** $C(1; 6), D(-4; 1)$ và $C(1; 6), D(-8; 7)$.
C. $C(1; 6), D(-4; 1)$ và $C(1; 6), D(8; 7)$. **D.** $C(-1; 6), D(4; -1)$ và $C(-1; 6), D(8; -7)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Đức Tuấn - Facebook: Đỗ Đại Học



Gọi I là giao điểm của AC và $BD \Rightarrow IB = IC$.

Mà $IB \perp IC$ nên $\triangle IBC$ vuông cân tại $I \Rightarrow \angle ICB = 45^\circ$.

$BH \perp AD \Rightarrow BH \perp BC \Rightarrow \triangle HBC$ vuông cân tại $B \Rightarrow I$ là trung điểm của đoạn thẳng HC .

Do $CH \perp BD$ và trung điểm I của CH thuộc BD nên tọa độ điểm C thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 2(x+3) - (y-2) = 0 \\ \frac{x-3}{2} + 2\left(\frac{y+2}{2}\right) - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 6).$$

Ta có: $\frac{IC}{ID} = \frac{IB}{ID} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow ID = 3IC \Rightarrow CD = \sqrt{IC^2 + ID^2} = IC\sqrt{10} = \frac{CH\sqrt{10}}{2} = 5\sqrt{2}$.

Ta có: $D(6-2t; t)$ và $CD = 5\sqrt{2}$ suy ra $(7-2t)^2 + (t-6)^2 = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 7 \end{cases}$.

Do đó: $D(4; 1)$ hoặc $D(-8; 7)$.

Câu 10. [A-2006] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các đường thẳng lần lượt có phương trình: $d_1: x + y + 3 = 0$, $d_2: x - y - 4 = 0$, $d_3: x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng d_2 .

Lời giải

Do $M \in d_3$ nên $M(2y; y)$

$$\text{Ta có } d(M, d_1) = \frac{|2y + y + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|3y + 3|}{\sqrt{2}}$$

$$d(M, d_2) = \frac{|2y - y - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|y - 4|}{\sqrt{2}}$$

$$d(M, d_1) = 2d(M, d_2) \Leftrightarrow \frac{|3y + 3|}{\sqrt{2}} = 2 \frac{|y - 4|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y + 3 = 2(y - 4) \\ 3y + 3 = 2(4 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -11 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Với } y = -11 \Rightarrow M_1(-22; -11)$$

$$\text{Với } y = 1 \Rightarrow M_2(2; 1)$$

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A , có đỉnh $C(-4; 1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC , biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

Trắc nghiệm hoá:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A , có đỉnh $C(-4; 1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x + y - 5 = 0$. Biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương. Giả sử $B(x_0; y_0)$, tính giá trị biểu thức $T = x_0 + y_0$.

A. $T = -1$

B. $T = 11$

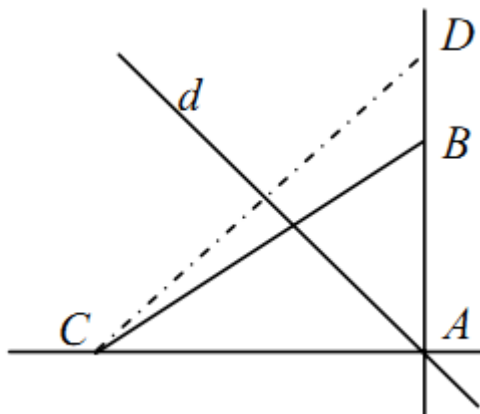
C. $T = 5$

D. $T = -3$

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Hồng Hạnh Tên FB: Nguyễn Hồng Hạnh

Chọn B



Gọi D là điểm đối xứng của $C(-4; 1)$ qua $d: x + y - 5 = 0$, suy ra tọa độ $D(x; y)$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} (x + 4) - (y - 1) = 0 \\ \frac{x - 4}{2} + \frac{y + 1}{2} - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow D(4; 9)$$

Điểm A thuộc đường tròn đường kính CD , nên tọa độ $A(x; y)$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x+y-5=0 \\ x^2+(y-5)^2=32 \end{cases} \Rightarrow A(4;1) \text{ (do } x>0) \Rightarrow AC=8 \Rightarrow AB=\frac{2S_{ABC}}{AC}=6$$

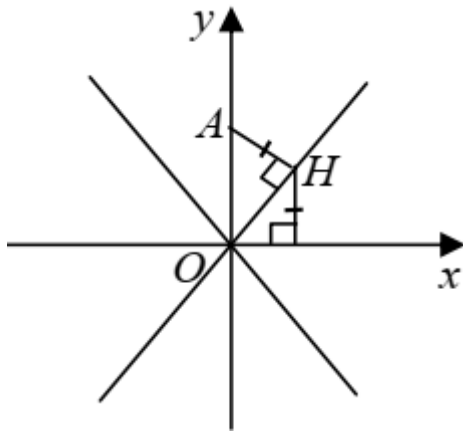
B thuộc đường thẳng $AD: x=4$, suy ra tọa độ $B(4; y_0)$ thỏa mãn $(y_0-1)^2=36 \Rightarrow B(4;7); B(4;-5)$.

Do d là phân giác trong góc A nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ cùng hướng, suy ra $B(4;7)$. Vậy $T=11$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(0;2)$ và Δ là đường thẳng đi qua O . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ . Viết phương trình đường thẳng Δ , biết khoảng cách từ H đến trục hoành bằng AH .

Lời giải

Họ và tên: Vũ Ngọc Tân Tên FB: Vũ Ngọc Tân



Gọi $H(a;b)$, ta có: $AH^2 = a^2 + (b-2)^2$ và $d(H, Ox) = |b|$.

Theo giả thiết thì $d(H, Ox) = AH \Leftrightarrow d^2(H, Ox) = AH^2 \Leftrightarrow a^2 + (b-2)^2 = b^2$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4b + 4 = 0 \quad (1)$$

Phương trình đường tròn (C) có đường kính OA là: $x^2 + (y-1)^2 = 1$ mà $AHO = 90^\circ$ nên $H \in (C)$

$$\text{Khi đó ta có: } a^2 + (b-1)^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) \& (2) ta được hệ phương trình: } \begin{cases} a^2 - 4b + 4 = 0 \\ a^2 + b^2 - 2b = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được: $H(2\sqrt{\sqrt{5}-2}; \sqrt{5}-1)$ hoặc $H(-2\sqrt{\sqrt{5}-2}; \sqrt{5}-1)$

Vậy có hai đường thẳng Δ thỏa mãn là

$$\Delta_1: (\sqrt{5}-1)x - 2\sqrt{\sqrt{5}-2}y = 0 \text{ hoặc } \Delta_2: (\sqrt{5}-1)x + 2\sqrt{\sqrt{5}-2}y = 0$$

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(0;2)$ và Δ là đường thẳng đi qua O . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ . Tọa độ điểm $H(a;b)$ và khoảng cách từ H đến trục hoành bằng AH và $a > 0$. Tính $T = a\sqrt{\sqrt{5}+2} + b$.

A. $T = \sqrt{5} - 2$.

B. $T = \sqrt{5} + 1$.

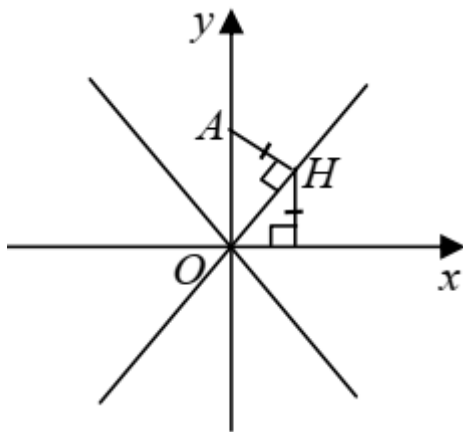
C. $T = \sqrt{5} - 1$.

D. $T = \sqrt{5}$.

Lời giải

Họ và tên: Vũ Ngọc Tân Tên FB: Vũ Ngọc Tân

Chọn B



Gọi $H(a;b)$, ta có: $AH^2 = a^2 + (b-2)^2$ và $d(H, Ox) = |b|$.

Theo giả thiết thì $d(H, Ox) = AH \Leftrightarrow d^2(H, Ox) = AH^2 \Leftrightarrow a^2 + (b-2)^2 = b^2$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4b + 4 = 0 \quad (1)$$

Phương trình đường tròn (C) có đường kính OA là: $x^2 + (y-1)^2 = 1$ mà $AHO = 90^\circ$ nên $H \in (C)$

$$\text{Khi đó ta có: } a^2 + (b-1)^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) \& (2) ta được hệ phương trình: } \begin{cases} a^2 - 4b + 4 = 0 \\ a^2 + b^2 - 2b = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được: $H(2\sqrt{\sqrt{5}-2}; \sqrt{5}-1)$ hoặc $H(-2\sqrt{\sqrt{5}-2}; \sqrt{5}-1)$

Vì $a > 0$ nên $H(2\sqrt{\sqrt{5}-2}; \sqrt{5}-1)$. Khi đó $a = 2\sqrt{\sqrt{5}-2}; b = \sqrt{5}-1$

$$\text{Vậy } T = 2\sqrt{\sqrt{5}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{5}-1 = \sqrt{5}+1.$$

Họ tên: Trương Văn Quảng, Email: quangtv.c3kl@gmail.com

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại các điểm D, E, F. Cho $D(3; 1)$ và đường thẳng EF có phương trình $y - 3 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A, biết A có hoành độ dương.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BD} = \left(\frac{5}{2}; 0\right) \Rightarrow BD \parallel EF$, suy ra tam giác ABC cân tại A;

$\Rightarrow$ Đường thẳng AD vuông góc với EF, có phương trình là $x - 3 = 0$.

F có tọa độ dạng $F(t; 3)$, ta có: $BF = BD \Leftrightarrow \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 2^2 = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$.

+ Với $t = -1 \Rightarrow F(-1; 3)$; suy ra đường thẳng BF có phương trình: $4x + 3y - 5 = 0$.

A là giao điểm của AD và BF $\Rightarrow A\left(3; \frac{-7}{3}\right)$ (không thỏa mãn yêu cầu (A có tung độ dương)).

+ với $t = 2 \Rightarrow F(2; 3)$; Suy ra phương trình BF: $4x - 3y + 1 = 0$.

$\Rightarrow A\left(3; \frac{13}{3}\right)$, thỏa mãn yêu cầu.

Vậy $A\left(3; \frac{13}{3}\right)$.

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là $D(5; 3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0; 1)$. Tung độ của điểm C là

A. 9.

B. -9.

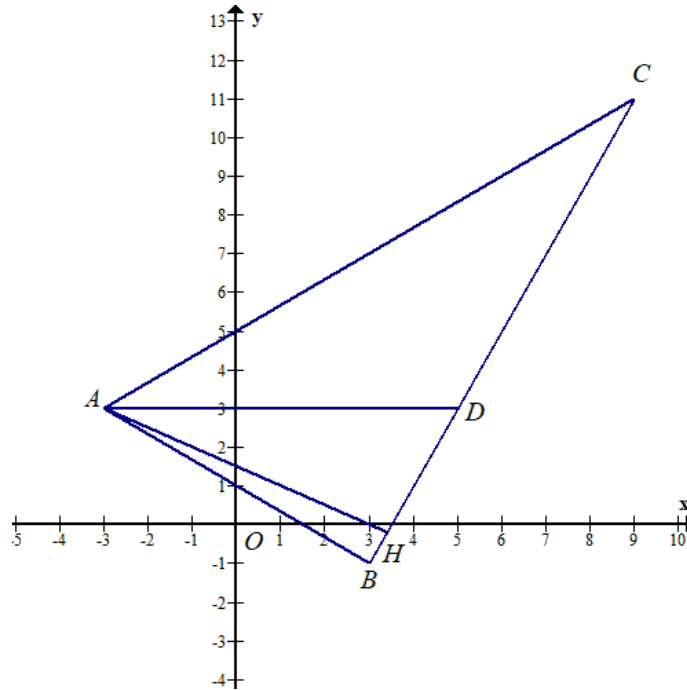
C. 11.

D. -11.

Lời giải

GV: Bùi Thị Lợi, Email: builoiky@gmail.com, Facebook: LoiBui

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{HD}\left(\frac{8}{5}; \frac{16}{5}\right)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng BC .

Do đó, đường thẳng BC đi qua D và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(2; -1)$ nên có phương trình là

$$2(x-5)-(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x-y-7=0.$$

B thuộc đường thẳng BC nên $B(b; 2b-7)$; M là trung điểm của AB nên $A(-b; 9-2b)$.

Tam giác ABH vuông tại H và có M là trung điểm của AB nên $MA = MB = MH$

$$MH^2 = MB^2 \Leftrightarrow b^2 + (2b-8)^2 = \left(\frac{17}{5}\right)^2 + \left(-\frac{1}{5}-1\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 5b^2 - 32b + 51 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ b = \frac{17}{5} \end{cases}$$

$$b = \frac{17}{5} \Rightarrow B\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right) \text{ (loại vì } B \text{ trùng với } H\text{)}.$$

$$b = 3 \Rightarrow B(3; -1); A(-3; 3).$$

$\overrightarrow{AD}(8; 0)$ nên phương trình của AD là $y-3=0$.

Gọi N là điểm đối xứng của M qua AD thì N thuộc đường thẳng AC .

Phương trình $MN: x=0$; $MN \cap AD = I \Rightarrow I(0; 3)$; I là trung điểm của $MN \Rightarrow N(0; 5)$.

Phương trình $AC: \frac{x-0}{-3-0} = \frac{y-5}{3-5} \Leftrightarrow 2x-3y+15=0$.

C là giao điểm của AC và BC nên tọa độ C là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x-y=7 \\ 2x-3y=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=11 \end{cases} \Rightarrow C(9;11).$$

Vậy tung độ của điểm C là 11.

Email: nghianguyennhan78@gmail.com

Câu 16. (KA _ 2014) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN = 3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD , biết $M(1;2), N(2;-1)$.

A. $3x+4y-15=0; y+2=0$.

B. $3x-4y-15=0; y+2=0$

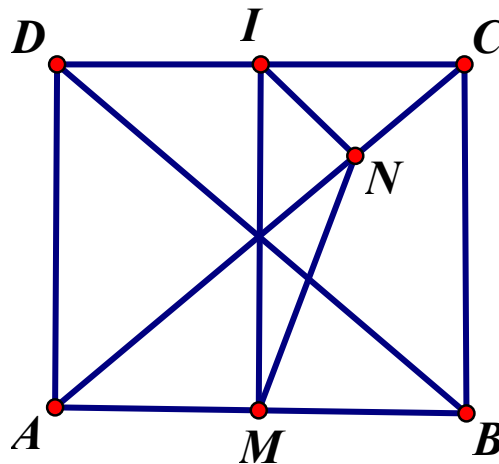
C. $3x-4y+15=0; y+2=0$.

D. $3x+4y-15=0; y-2=0$

Hướng dẫn giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Thị Thanh Thảo Tên FB: Nguyễn Thanh Thảo

Chọn B



+) Ta có $MN = \sqrt{10}$.

Gọi a là độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$, vậy $a > 0$.

Ta có $AM = \frac{a}{2}$ và $AN = \frac{3AC}{4} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$ nên $MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2AM \cdot AN \cdot \cos \angle MAN = \frac{5a^2}{8}$.

Do đó: $\frac{5a^2}{8} = 10 \Rightarrow a = 4$.

+) Gọi I là trung điểm của CD. Ta có $IM = AD = 4$ và $IN = \frac{BD}{4} = \sqrt{2}$ nên ta có hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 \\ (x-2)^2 + (y+1)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, y=-2 \\ x=\frac{17}{5}; y=-\frac{6}{5} \end{cases}$$

+) Với $x=1, y=-2$ có $I(1; -2)$ và $\overrightarrow{IM} = (0; 4)$.

Đường thẳng CD đi qua I và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM}$ nên có phương trình là $y+2=0$.

+) Với $x=\frac{17}{5}; y=-\frac{6}{5}$ có $I\left(\frac{17}{5}; -\frac{6}{5}\right)$ và $\overrightarrow{IM} = \left(-\frac{12}{5}; \frac{16}{5}\right)$.

Đường thẳng CD đi qua I và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM}$ nên có phương trình là $3x-4y-15=0$.

Email: cunconsieuquay1408@gmail.com

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác OAB có các đỉnh A(a,b) và B(c,d) thuộc đường thẳng $\Delta: 4x+3y-12=0$ và điểm K(6;6) là tâm đường tròn bàng tiếp góc O. Gọi C là điểm nằm trên Δ sao cho $AC=AO$ và các điểm C, B nằm khác phía nhau so với điểm A. Biết điểm C có hoành độ bằng $\frac{24}{5}$. $T = 2018d - 2019a$.

A. $T = 2016$

B. $T = 2014$

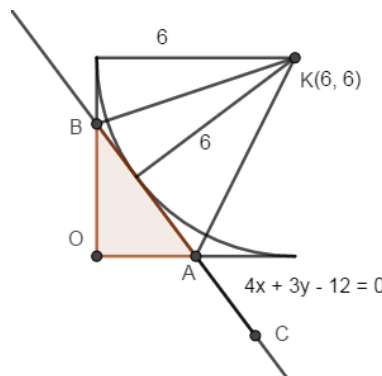
C. $T = 2015$

D. $T = 2017$

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Thị Thanh Mai Tên Fb: Thanh Mai Nguyen

Chọn C



$$* C \in (\Delta): 4x+3y-12=0 \Rightarrow C\left(\frac{24}{5}; -\frac{12}{5}\right)$$

* Giả sử $A(a;b)$

$$+ \text{ Vì } OA=AC \text{ nên ta có } a^2+b^2=\left(a-\frac{24}{5}\right)^2+\left(b+\frac{12}{5}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow -2a + b + 6 = 0$$

$$+ A \in (\Delta) \text{ nên: } 4a + 3b - 12 = 0$$

$$+ \text{ Vậy có hệ: } \begin{cases} -2a + b + 6 = 0 \\ 4a + 3b - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow A(3; 0)$$

* Bán kính đường tròn bàng tiếp góc O bằng:

$$R = d(K; \Delta) = \frac{|4 \cdot 6 + 3 \cdot 0 - 12|}{5} = 6$$

* Giả sử $B(c; d)$ ($d \neq 0$) thì phương trình đường thẳng (OB) là: $dx - cy = 0$ (Δ')

$$+ \text{ Ta có } \begin{cases} B \in (\Delta) \\ d(K, (\Delta')) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4c + 3d - 12 = 0 \\ \frac{|6d - 6c|}{\sqrt{d^2 + c^2}} = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4c + 3d = 12 \\ cd = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 4 \end{cases} \text{ (do } d \neq 0) \Rightarrow B(0; 4)$$

Vậy $T = 2018.4 - 2019.3 = 2015$ nên chọn **C**.

Email: trandongphong.c3lehongphong@lamdong.edu.vn.

Câu 18. (Bài 62- A2012-DB2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; -1)$ và hai đường thẳng có phương trình $(d_1): x - y - 1 = 0, (d_2): 2x + y - 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng (d) đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B, C sao cho ABC là tam giác có $BC = 3AB$ có dạng: $ax + y + b = 0$ và $cx + y + d = 0$, giá trị của $T = a + b + c + d$

A. $T = 5$.

B. $T = 6$.

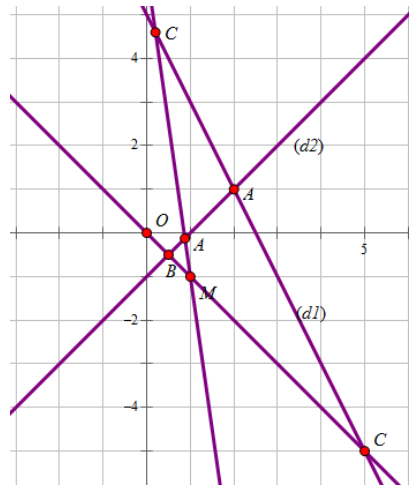
C. $T = 2$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Trần Đông Phong, FB: Phong Do

Chọn C



Tọa độ $A(2;1)$

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng (d_1) và (d_2) , $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$

Xét tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Gọi β là góc giữa hai đường thẳng (d) và (d_1) , suy ra: $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ (1)

Giả sử (d) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}(a;b)$

Từ (1) ta có: $\cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow a^2 - 8ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ a=7b \end{cases}$

Với $a=b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1) \Rightarrow d: x+y=0$

Với $a=7b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(7;1) \Rightarrow d: 7x+y-6=0$

Vậy: $T=1+0+7-6=2$

Câu 19. Cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$. Gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh BC, CA, AB và $h_a; h_b; h_c$ tương ứng là đường cao kẻ từ các đỉnh A, B, C của tam giác. Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}\right)$ là:

A. $\frac{3}{2}$

B. 3

C. 6

D. 9

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Thị Thanh Thương, Tên FB: Nguyễn Thương

Chọn B

Vì tam giác có diện tích là $\frac{3}{2}$ nên $a.h_a = b.h_b = c.h_c = 3$.

Từ đó suy ra: $h_a = \frac{3}{a}; h_b = \frac{3}{b}; h_c = \frac{3}{c}$ thay vào biểu thức

$$P = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \cdot (a+b+c)$$

Do a, b, c là các số dương nên áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta được:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} \text{ và } a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$

$$\text{Vậy nên: } P = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \cdot (a+b+c) \geq \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} \cdot 3\sqrt[3]{abc} = 3 \Rightarrow P \geq 3$$

Vậy $\min P = 3 \Leftrightarrow a = b = c$ hay tam giác ABC đều.

Câu 20. (D2003 DB1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x - 7y + 10 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: 2x + y = 0$ và tiếp xúc với đường thẳng d tại $A(4; 2)$.

Lời giải

Gọi I là tâm của đường tròn.

Vì đường tròn tiếp xúc với d tại A nên $IA \perp d$ tại A $\Rightarrow IA: 7x + y - 30 = 0$

Ta có: I là giao điểm của đường thẳng Δ và đường thẳng IA $\Rightarrow I(6; -12)$

Bán kính $R = IA = 10\sqrt{2}$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-6)^2 + (y+12)^2 = 200$.

Gmail: phan.hien.k54a@gmail.com

Câu 21. (D2004 DB 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông ở A. Biết $A(-1; 4)$, $B(1; -4)$, đường thẳng BC đi qua điểm $K\left(\frac{7}{3}; 2\right)$. Biết điểm $C(a; b)$. Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. $b > a$.

B. $a^2 + b^2 = 16$.

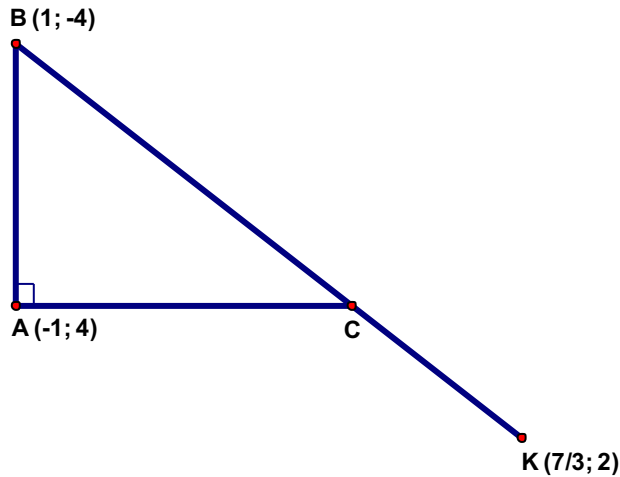
C. $b \in (1; 3)$.

D. $b^2 - a = 6$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Phan Thị Hiền Tên FB: Phan Hiền

Chọn A



+) Có $\overrightarrow{AB} = (2; -8)$. Đường thẳng AC đi qua điểm $A(-1; 4)$, nhận $\overrightarrow{n_1} = (1; -4)$ làm một vector pháp tuyến nên $AC: 1(x+1) - 4(y-4) = 0$

$$\Leftrightarrow x - 4y + 17 = 0$$

+) $\overrightarrow{BK} = \left(\frac{4}{3}; 6\right)$. Đường thẳng BC đi qua $B(1; -4)$, nhận $\overrightarrow{n_2} = (9; -2)$ làm một vector pháp tuyến nên $BC: 9(x-1) - 2(y+4) = 0$

$$\Leftrightarrow 9x - 2y - 17 = 0$$

+) $\{C\} = AC \cap BC$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} x - 4y + 17 = 0 \\ 9x - 2y - 17 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4y = -17 \\ 9x - 2y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy $C(3; 5)$.

Email: tranhanhvxhd1@gmail.com

Câu 22. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ (Oxy) cho điểm $A(2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình lần lượt là $d_1: x + y + 5 = 0; d_2: x + 2y - 7 = 0$. Gọi $B(x_1; y_1) \in d_1; C(x_2; y_2) \in d_2$ sao cho tam giác ABC nhận điểm $G(2; 0)$ là trọng tâm. Tính giá trị của biểu thức $T = x_1x_2 + y_1y_2$.

A. $T = -21$.

B. $T = -9$.

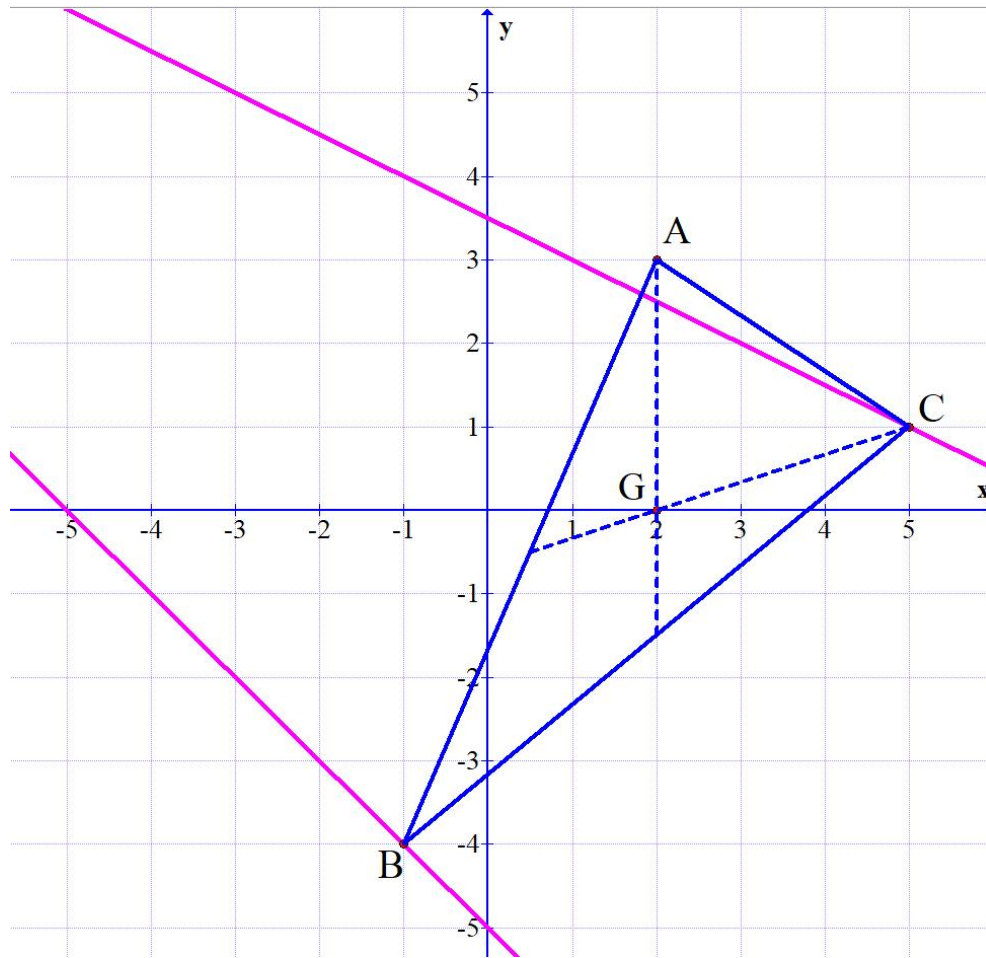
C. $T = 9$.

D. $T = 12$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Trần Hạnh Tên FB: Trần Hạnh

Chọn B



Vì $B(x_1; y_1) \in d_1 \Rightarrow B(-5 - y_1; y_1); C(x_2; y_2) \in d_2 \Rightarrow C(7 - 2y_2; y_2)$

Vì tam giác ABC nhận điểm $G(2; 0)$ là trọng tâm nên

$$\begin{cases} 2 + (-5 - y_1) + (7 - 2y_2) = 6 \\ 3 + y_1 + y_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 + 2y_2 = -2 \\ y_1 + y_2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = -4 \\ y_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow T = -9$$

Gmail: nvanphu1981@gmail.com

Câu 23. Trong hệ trục Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A thuộc đường thẳng $d: x - 4y - 2 = 0$, cạnh BC song song với d. Phương trình đường cao BH: $x + y + 3 = 0$ và trung điểm của cạnh AC là $M(1; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(\frac{2}{3}; -1)$

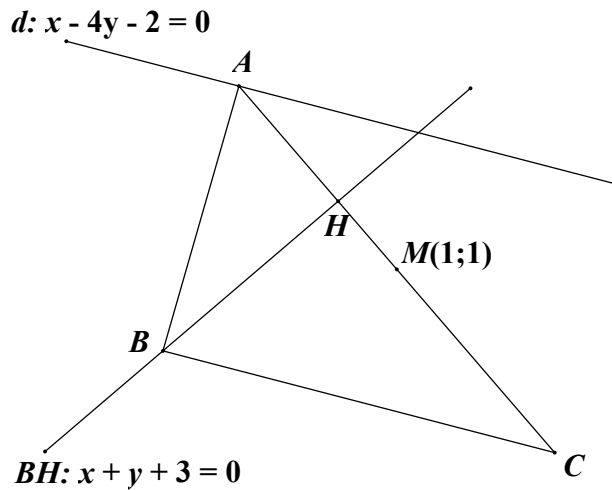
B. $G(-\frac{2}{3}; -1)$

C. $G(\frac{2}{3}; 1)$

D. $G(-\frac{2}{3}; 1)$

Lời giải

Họ và tên: Nguyễn Văn Phú Tên fb: Nguyễn Văn Phú



$$+) \begin{cases} M \in AC \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC: y = x.$$

$$+) A(x; y) = AC \cap d \text{ nên } (x; y) \text{ là nghiệm hệ: } \begin{cases} x - 4y - 2 = 0 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow A(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}).$$

$$+) \text{ Vì } M(1;1) \text{ là trung điểm của cạnh } AC \text{ nên } C(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}).$$

$$+) \text{ Cạnh } BC \text{ song song với } d \text{ và đi qua } B \text{ nên phương trình } BC: \left(x - \frac{8}{3}\right) - 4\left(y - \frac{8}{3}\right) = 0$$

hay $d: x - 4y - 8 = 0$.

$$+) B(x; y) = BC \cap BH \text{ nên } (x; y) \text{ là nghiệm hệ: } \begin{cases} x - 4y - 8 = 0 \\ x + y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(-4; 1).$$

$$+) \text{ Vậy trọng tâm } G(-\frac{2}{3}; 1).$$

Facebook: Đàm Anh – Email: damanhsphn@gmail.com

Câu 24. (B2006 – DB2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với đỉnh $A(2;1)$, gọi m là đường cao qua đỉnh B có phương trình là $x - 3y - 7 = 0$ và n là đường trung tuyến qua đỉnh C có phương trình là $x + y + 1 = 0$. Giả sử $B(x_1; y_1), C(x_2; y_2)$, tính $P = x_1 + y_1 + x_2 + y_2$?

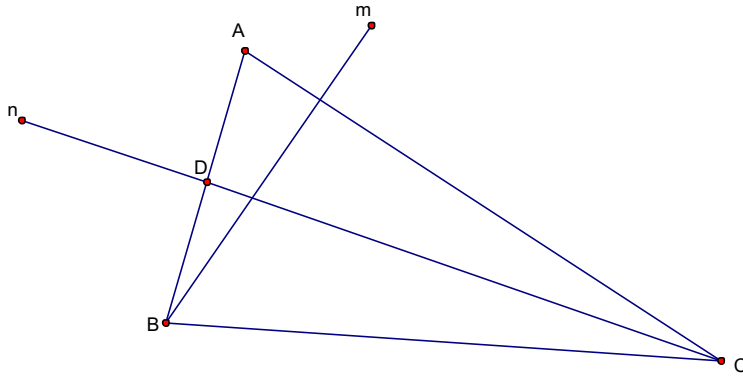
A. $P = -6$.

B. $P = -4$.

C. $P = -3$.

D. $P = -5$.

Lời giải



+ Lập phương trình đường thẳng AC .

Do đường thẳng AC vuông góc với m nên phương trình đường thẳng AC có dạng:
 $3x + y + c = 0$.

Ta có $A(2;1) \in AC \Rightarrow 3 \cdot 2 + 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -7 \Rightarrow AC: 3x + y - 7 = 0$

Lại có $C = AC \cap n$ nên tọa độ điểm C thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + y - 7 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases} \Rightarrow C(4; -5)$$

+ Có $B \in m$ nên tọa độ điểm B có dạng $B(3b+7;b)$. Gọi D là trung điểm của đoạn AB , suy ra $D\left(\frac{3b+9}{2}; \frac{b+1}{2}\right)$.

$$\text{Mà } D\left(\frac{3b+9}{2}; \frac{b+1}{2}\right) \in n \Rightarrow \frac{3b+9}{2} + \frac{b+1}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow b = -3 \Rightarrow B(-2; -3)$$

Vậy $P = 4 - 5 - 2 - 3 = -6$. Chọn đáp án **A**.

Email: hakhanhuyen229@gmail.com

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm A (0; -2). Điểm B thuộc đường thẳng d: $x - y + 2 = 0$ sao cho đường cao AH và đường trung tuyến OM của tam giác OAB có độ dài bằng nhau. Tính tổng hoành độ của tất cả các điểm B thỏa mãn đề bài.

A.2

B. - 2.

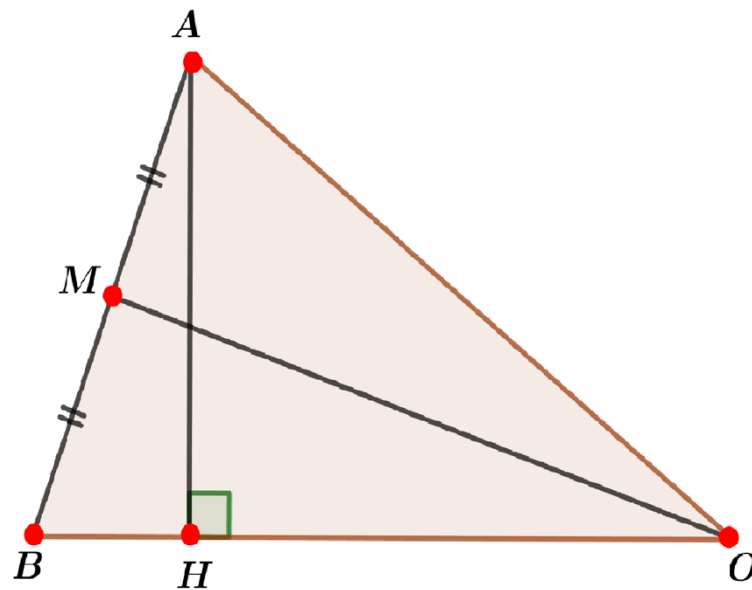
C.0.

D. - 4.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Hà Khánh Huyền Tên FB: Hà Khánh Huyền

Chọn B



$$B \in d : x - y + 2 = 0 \Rightarrow B(a; a + 2).$$

$$M \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow M\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right).$$

$$\overrightarrow{OB} = (a; a + 2) \text{ nên phương trình đường thẳng } BO: (a+2)x - ay = 0.$$

$$AH = d(A, BO) = \frac{2|a|}{\sqrt{2a^2 + 4a + 4}}; OM = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{|a|}{\sqrt{2}}.$$

$$AH = OM \Leftrightarrow \frac{2|a|}{\sqrt{2a^2 + 4a + 4}} = \frac{|a|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 8a^2 = 2a^4 + 4a^3 + 4a^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

$$+ a = 0 \Rightarrow B(0; 2)$$

$$+ a = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow B(-1 + \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$$

$$+ a = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow B(-1 - \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3})$$

Vậy tổng hoành độ của tất cả điểm B thỏa mãn yêu cầu bài toán là -2 .

Câu 26. (D2010 DB2-1) Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(0; 3)$, trực tâm $H(0; 1)$ và trung điểm $M(1; 0)$ của BC. Tìm tọa độ điểm B của tam giác ABC biết B có hoành độ âm.

A. $B(0; -1)$

B. $B(-1; 0)$

C. $B(0; 3)$

D. $B(3; 0)$

Lời giải

Chọn B

BC đi qua $M(1;0)$, nhận $\overrightarrow{HA}(0;2)$ làm véc tơ pháp tuyến nên BC có phương trình:

$$0.(x-1)+2(y-0)=0 \Leftrightarrow y=0$$

Gọi $B(b;0) \in BC$ ($b < 0$), $M(1;0)$ là trung điểm BC nên $C(2-b;0)$

$$\overrightarrow{HB}(b;-1), \overrightarrow{AC}(2-b;-3)$$

$$\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow b(2-b)+3=0 \Leftrightarrow b^2-2b-3=0 \Leftrightarrow b=-1 \text{ (do } b < 0)$$

Vậy **Chọn B**

Email: duongquanghung.duke@gmail.com

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy , cho bốn điểm $A(-6;4)$; $B(-3;-9)$; $C(5;1)$ và $I(1;-4)$. Giả sử đường thẳng $d: ax+by+c=0$ (a, b là hai số nguyên dương và nguyên tố cùng nhau) đi qua điểm I và chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích bằng nhau. Tính $T = \frac{b \cdot c}{a}$.

A. $T = 6$.

B. $T = \frac{35}{2}$.

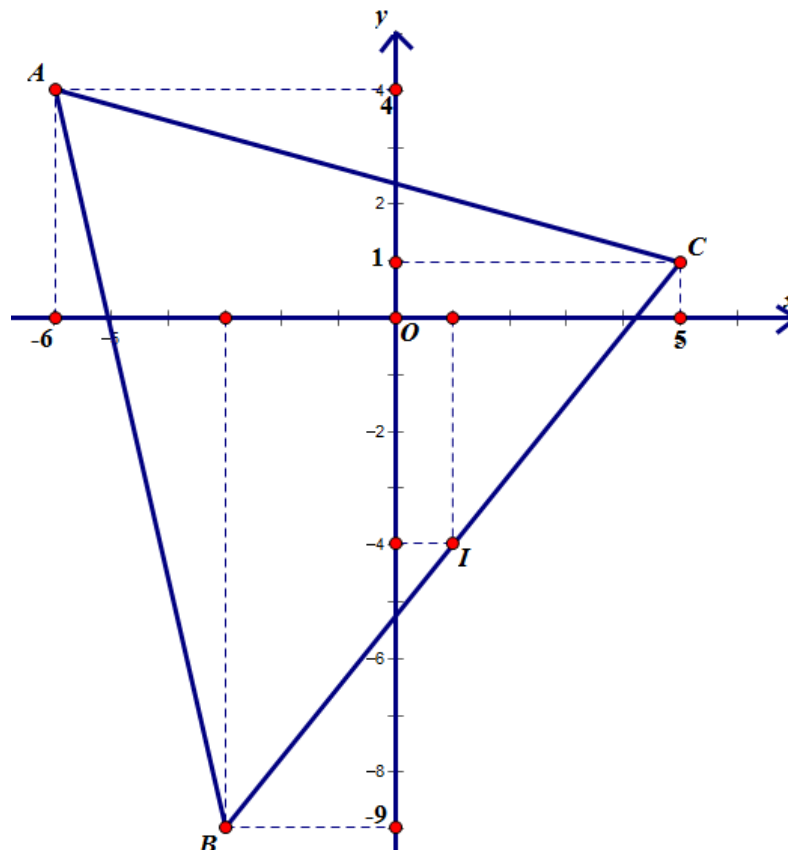
C. $T = \frac{15}{2}$.

D. $T = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Họ và tên người giải: **Đàm Văn Thượng Tên FB: Thượng Đàm**

Chọn B



Phương trình đường thẳng $AB: 13x + 3y + 66 = 0$, $AB = \sqrt{178}$.

Phương trình đường thẳng $AC: 3x + 11y - 26 = 0$, $AC = \sqrt{130}$.

Phương trình đường thẳng $BC: 10x - 8y - 42 = 0$.

Ta thấy điểm I nằm trên cạnh BC và $S_{\triangle IAB} = S_{\triangle IAC} = \frac{67}{2}$.

Do đó, đường thẳng d là đường thẳng $AI: 8x + 7y + 20 = 0$.

Vậy $T = \frac{b.c}{a} = \frac{35}{2}$.

Câu 28. (A2007 DB2) Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-2; 0)$. Biết phương trình các cạnh AB và AC lần lượt là: $4x + y + 14 = 0$ & $2x + 5y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các điểm A, B, C của tam giác ABC

A. A(-4; 2), B(0; -14), C(1; 0)

B. A(-4; 2), B(-3; -2), C(1; 0)

C. A(-4; 2), B(0; -14), C(6; -2)

D. A(-3; -2), B(-4; 2), C(6; -2)

Lời giải

Ta thấy A là giao điểm của AB và AC nên tọa độ A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 4x + y + 14 = 0 \\ 2x + 5y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases} \text{ Do đó điểm A(-4; 2)}$$

Tọa độ hóa 2 điểm B và **C.** Giả sử B(b; -4b-14) là điểm nằm trên AB và $C(c; \frac{2-2c}{5})$ là điểm nằm trên AC. Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -4 + b + c = -6 \\ -4b - 14 + 2 + \frac{2-2c}{5} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + c = -2 \\ 10b + c = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3 \Rightarrow B(-3; -2) \\ c = 1 \Rightarrow C(1; 0) \end{cases}$$

Vậy A(-4; 2), B(-3; -2), C(1; 0).

Câu 29. (D2011-2)

Đề gốc. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-4; 1)$, trọng tâm $G(1; 1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A và C.

Trắc nghiệm hóa.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-4; 1)$, trọng tâm $G(1; 1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x - y - 1 = 0$. Giả sử $A(x_1; y_1)$, $C(x_2; y_2)$. Tính $T = x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2$.

A. 35.

B. 34.

C. 36.

D. 37.

Lời giải

Gọi M là trung điểm AC thì $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{GM}$ nên $M\left(\frac{7}{2}; 1\right)$.

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua phân giác trong $d: x - y - 1 = 0$ của góc A .

Ta có BB' vuông góc với d và trung điểm I của BB' thuộc d nên tọa độ B' thỏa:

$$\begin{cases} 1(x+4) + 1(y-1) = 0 \\ \frac{x-4}{2} - \frac{y+1}{2} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+3=0 \\ x-y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow B'(2; -5).$$

Đường thẳng AC đi qua B' và M có phương trình $4x - y - 13 = 0$.

Tọa độ A thỏa $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 4x - y - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A(4; 3)$. Suy ra $C(3; -1)$.

Vậy $T = 35$.

Câu 30. (B-2005-DB2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân đỉnh A , trọng tâm $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. Phương trình đường thẳng BC là $x - 2y - 4 = 0$ và phương trình đường thẳng BG là $7x - 4y - 8 = 0$. Gọi đỉnh $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Tính tổng $x_A^2 + y_A^2 + x_B^2 + y_B^2$

A. 13.

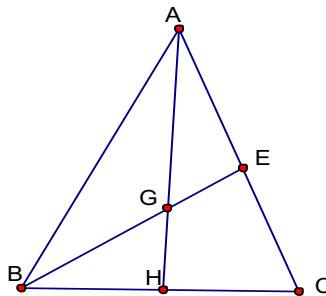
B. 1.

C. 4.

D. 25.

Lời giải

Chọn A



Tọa độ B là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y - 4 = 0 \\ 7x - 4y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow B(0; -2)$

Gọi H là trung điểm của BC suy ra $AH \perp BC$.

Phương trình AH có dạng $2x + y + c = 0$ do $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right) \in AH$ nên $C = -3 \Rightarrow AG: 2x + y - 3 = 0$

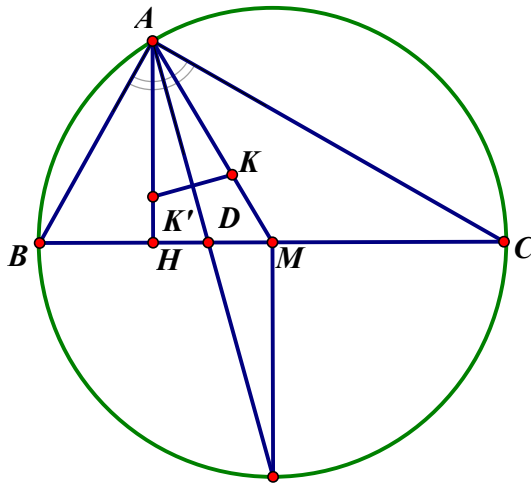
H là giao điểm của BC, AG nên tọa độ H là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y - 4 = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow H(2; -1)$$

Do G là trọng tâm nên $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GH} \Rightarrow A(0; 3)$

$$\text{Vậy } x_A^2 + y_A^2 + x_B^2 + y_B^2 = 13.$$

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH với $H(5;3)$, đường phân giác trong góc $AD: x - 7y + 6 = 0$. Biết $K(-10;3)$ nằm trên trung tuyến AM . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .



Ta có $\angle ACB = \angle BAH$ (do cùng phụ với góc B), mà $AM = MB = MC$ nên $\angle MAC = \angle ACM$, suy ra $\angle BAH = \angle MAC$. Suy ra AD cũng là phân giác góc HDM .

Gọi K' là điểm đối xứng với K qua AD thì K' thuộc AH . $KK': 7x + y + 67 = 0$ $KK' \cap AD = I$
 $\Rightarrow I\left(\frac{-19}{2}; \frac{-1}{2}\right) \Rightarrow K'(-9; -4)$.

$$AH: x - 2y + 1 = 0, AH \cap AD = A \Rightarrow A(1; 1)$$

$$\Rightarrow BC: 2x + y - 13 = 0. AM \text{ đi qua } A \text{ và } K \text{ nên } AM: 2x + 11y - 13 = 0. \text{ Vậy } M\left(\frac{13}{2}; 0\right).$$

$$\text{Vì } B \text{ thuộc } BC \text{ nên } B(b; 13 - 2b). \text{ Do } MA = MB \Rightarrow 5b^2 - 65b + 180 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 9 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } B(9; -5), C(4; 5) \text{ hoặc } B(4; 5), C(9; -5)$$

Email: nguyenminhduc.hl@gmail.com

Câu 32. (DB1 D 2007) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2;1)$. Lấy điểm B thuộc trục Ox có hoành độ không âm và điểm C thuộc trục Oy có tung độ không âm sao cho tam giác ABC vuông tại A . Biết rằng khi điểm B có hoành độ là b và điểm C có tung độ là c thì tam giác ABC có diện tích lớn nhất. Tính $S = b + c$.

A. $S = 5$.

B. $S = 4$.

C. $S = \frac{5}{2}$.

D. $S = 2$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Minh Đức Tên FB: Duc Minh

Giả sử $B(x;0)$, $C(0;y)$ với $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x-2; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; y-1)$

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -2(x-2) - (y-1) = 0 \Leftrightarrow y = -2x + 5$

Do $x \geq 0$, $y \geq 0$ nên suy ra $0 \leq x \leq \frac{5}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là

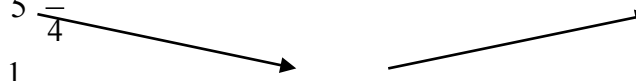
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \sqrt{(x-2)^2 + 1} \sqrt{4 + (y-1)^2} \quad (*)$$

Thay $y = -2x + 5$ vào $(*)$ ta được:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{(x-2)^2 + 1} \sqrt{4 + 4(x-2)^2} = (x-2)^2 + 1 = x^2 - 4x + 5$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 5$ với $0 \leq x \leq \frac{5}{2}$

Bảng biến thiên

x	$0 \quad 2 \quad \frac{5}{2}$
$f(x)$	$5 \quad \frac{5}{4}$  1

Từ bảng biến thiên suy ra: Tam giác ABC có diện tích lớn nhất là 5 khi $x = 0$

Do đó $b = 0$, $c = 5 \Rightarrow S = 5$.

Email: lamdienan@gmail.com

Câu 33. (B2011-1) Trong mặt phẳng tọa độ oxy , cho hai đường thẳng $D: x - y - 4 = 0$ và $d: 2x - y - 2 = 0$. Gọi $N(m; n)$, $m > 0$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng ON cắt đường thẳng D tại điểm M thỏa mãn $OM \cdot ON = 8$. Tính $S = m + n$?

A. $S = \frac{8}{5}$.

B. $S = -2$.

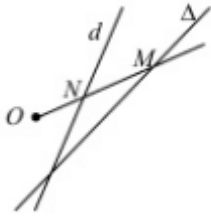
C. $S = \frac{6}{5}$.

D. $S = \frac{4}{5}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Lâm Điền An Tên FB: Lâm Điền An

Chọn A



$N \in d, M \in \Delta$ có tọa độ lần lượt là $N(a; 2a - 2), M(b; b - 4)$.

Ba điểm O, N, M thẳng hàng khi và chỉ khi

$$a(b - 4) = (2a - 2)b \Leftrightarrow b(2 - a) = 4a \Leftrightarrow b = \frac{4a}{2 - a}.$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{4a}{2-a}; \frac{8a-8}{2-a}\right).$$

$$ON^2 = a^2 + (2a - 2)^2 = 5a^2 - 8a + 4;$$

$$OM^2 = \left(\frac{4a}{2-a}\right)^2 + \left(\frac{8a-8}{2-a}\right)^2 = \frac{80a^2 - 128a + 64}{a^2 - 4a + 4} = \frac{16(5a^2 - 8a + 4)}{a^2 - 4a + 4}.$$

$$OM \cdot ON = 8 \Rightarrow (5a^2 - 8a + 4) \left[\frac{16(5a^2 - 8a + 4)}{(a-2)^2} \right] = 64 \Leftrightarrow (5a^2 - 8a + 4)^2 = (2a - 4)^2$$

$$\Leftrightarrow (5a^2 - 8a + 4 - 2a + 4)(5a^2 - 8a + 4 + 2a - 4) = 0 \Leftrightarrow (5a^2 - 10a + 8)(5a^2 - 6a) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5a^2 - 6a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{6}{5} \end{cases} \xrightarrow{m > 0} a = \frac{6}{5} \Rightarrow N\left(\frac{6}{5}; \frac{2}{5}\right) \Rightarrow S = m + n = \frac{8}{5}.$$

Email: nguyentuanblog1010@gmail.com

Câu 34. (Đề A2002) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , xét tam giác ABC vuông tại A , phương trình đường thẳng BC là $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$, các đỉnh A, B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng 2. Gọi $G(x_0; y_0)$ với $x_0 > 0$ là trọng tâm của tam giác ABC . Biết rằng giá trị của biểu thức $T = 2y_0 - x_0$ bằng $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{Z}^+$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó kết luận nào dưới đây là **đúng**?

A. $3m - 4n = 5$

B. $m > n$

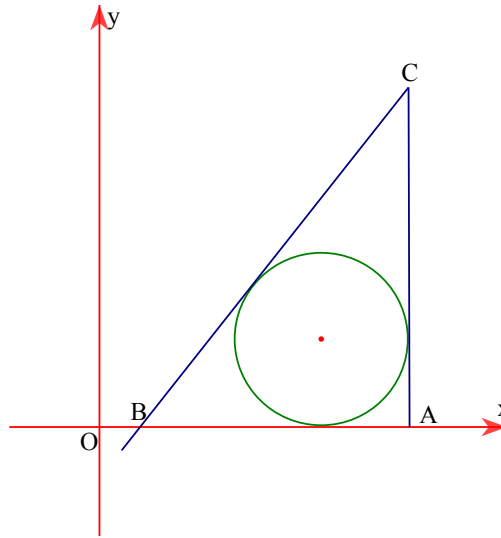
C. $m < n + 1$

D. $m \cdot n < 12$.

Lời giải

Phạm Chí Tuân Fb: Tuân Chí Phạm

Chọn B



Ta có $B = BC \cap Ox \Rightarrow B(1;0)$, $A \in Ox \Rightarrow A(a;0)$. Lại có $AC \perp AB$ và $C \in BC \Rightarrow C(a; \sqrt{3}(a-1))$.

Lại có: $AB = |a-1|$, $AC = \sqrt{3}|a-1|$ và $BC = 2|a-1|$.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}, G\left(\frac{2a+1}{3}; \frac{\sqrt{3}(a-1)}{3}\right)$$

Do $x_0 > 0 \Leftrightarrow \frac{2a+1}{3} > 0 \Leftrightarrow a > -\frac{1}{2}$.

Theo bài ta có $r_{ABC} = \frac{2S_{ABC}}{AB+BC+CA} \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = 2(AB+BC+CA)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}(a-1)^2 = 2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)|a-1| \Leftrightarrow |a-1| = 2(\sqrt{3}+1)^{a > -\frac{1}{2}} \Rightarrow a = 2\sqrt{3}+3$$

$$\text{Vậy } G\left(\frac{7+4\sqrt{3}}{3}; \frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{7+4\sqrt{3}}{3} \\ y_0 = \frac{6+2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow T = 2y_0 - x_0 = \frac{5}{3} \Rightarrow m = 5 > n = 3.$$

Email: damanhsphn@gmail.com

Câu 35. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với đỉnh $A(2;1)$, gọi m là đường cao qua đỉnh B có phương trình là $x-3y-7=0$ và n là đường trung tuyến qua đỉnh C có phương trình là $x+y+1=0$. Giả sử $B(x_1; y_1), C(x_2; y_2)$, tính $P = x_1 + y_1 + x_2 + y_2$?

A. $P = -6$.

B. $P = -4$.

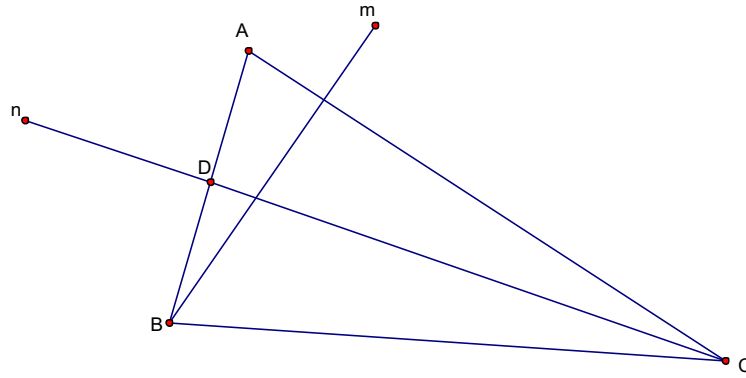
C. $P = -3$.

D. $P = -5$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Đàm Thị Lan Anh Tên FB: Đàm Anh

Chọn A



+ Lập phương trình đường thẳng AC .

Do đường thẳng AC vuông góc với m nên phương trình đường thẳng AC có dạng:
 $3x + y + c = 0$.

Ta có $A(2;1) \in AC \Rightarrow 3.2 + 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -7 \Rightarrow AC: 3x + y - 7 = 0$

Lại có $C = AC \cap n$ nên tọa độ điểm C thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + y - 7 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases} \Rightarrow C(4; -5)$$

+ Có $B \in m$ nên tọa độ điểm B có dạng $B(3b+7; b)$. Gọi D là trung điểm của đoạn AB , suy ra $D\left(\frac{3b+9}{2}; \frac{b+1}{2}\right)$.

$$\text{Mà } D\left(\frac{3b+9}{2}; \frac{b+1}{2}\right) \in n \Rightarrow \frac{3b+9}{2} + \frac{b+1}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow b = -3 \Rightarrow B(-2; -3)$$

Vậy $P = 4 - 5 - 2 - 3 = -6$. Chọn đáp án **A**.

Email: Thuylieu.sptuan@gmail.com

Câu 36. (ĐH 2007Đ–db2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các điểm $A(0; 1)$, $B(2; -1)$ và các đường thẳng $d_1: (m-1)x + (m-2)y + 2 - m = 0$, $d_2: (2-m)x + (m-1)y + 3m - 5 = 0$. Gọi P là giao điểm của d_1 và d_2 . Biết rằng có hai giá trị m_1 và m_2 sao cho $PA + PB$ lớn nhất. Tính $m_1^2 + m_2^2$

A. 10

B. 3

C. 4

D. 5

Lời giải

Chọn D

Để thấy $A \in d_1; B \in d_2$ và $d_1 \perp d_2$ nên $\triangle APB$ vuông tại $P \Rightarrow P$ nằm trên đường tròn đường kính AB .

$$\text{Ta có } (PA + PB)^2 \leq 2(PA^2 + PB^2) = 2AB^2 = 2(2\sqrt{2})^2 = 16.$$

$$\Rightarrow PA + PB \leq 4.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $PA = PB \Leftrightarrow P$ là trung điểm của cung $\widehat{AB}$.

Vậy GTLN của $PA + PB$ bằng 4 khi P là trung điểm của cung $\widehat{AB}$.

Do đó P nằm trên đường thẳng (d) đi qua trung điểm $I(1; 0)$ của đoạn AB và vuông góc với AB

$$\text{và } IP = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}.$$

Phương trình đường thẳng (d) là $y = x - 1$. Vì $P \in d$ nên tọa độ $P(p; p-1)$ do đó

$$IP = \sqrt{2} \Leftrightarrow 2(p-1)^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} p = 2 \\ p = 0 \end{cases}.$$

Vậy $P(2; 1)$ hay $P(0; -1)$. Do đó $m_1 = 1$ và $m_2 = 2$. Tức $m_1^2 + m_2^2 = 5$.

Câu 37. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H , phương trình đường thẳng AH là $3x - y + 3 = 0$, trung điểm của cạnh BC là $M(3; 0)$. Gọi E và F lần lượt là chân đường cao hạ từ B và C đến AC và AB , phương trình đường thẳng EF là $x - 3y + 7 = 0$. Biết $A(a; b)$ và A có hoành độ dương, tính tổng $a + b$.

A. $7 + 2\sqrt{2}$

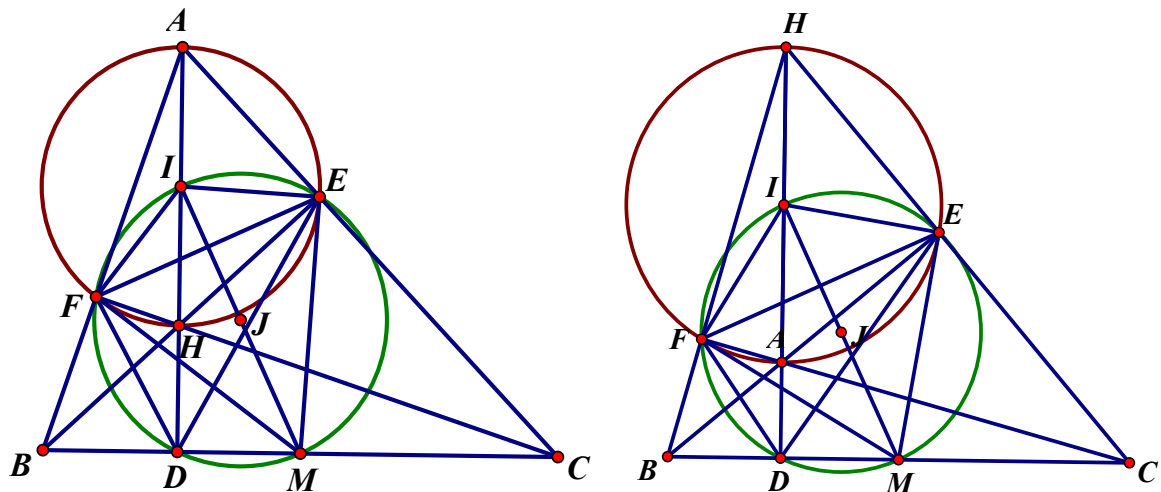
B. $-2 + \sqrt{2}$

C. $7 + 4\sqrt{2}$

D. $3 + \sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của AH . Tứ giác $AEHF$ nội tiếp và bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn nên $IM \perp EF$.

- Ta chứng minh: $IEF = ABE$ (cùng phụ góc A hoặc cùng phụ góc EHF)

Ta có

$$\left. \begin{array}{l} BFHD \text{ nắn tỉ' p} \Rightarrow ABE = FDH \\ DHEC \text{ nắn tỉ' p} \Rightarrow FCE = HDE \end{array} \right\} \Rightarrow FDH = HDE \Rightarrow DH \text{ là phân giác trong góc } FDE.$$

Tương tự $\Rightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle FDE$.

Lại có : ΔMFC cân tại

$$\left. \begin{array}{l} \Delta MFC \text{ cân tại } M \Rightarrow BMF = 2.BCF = 2.BAD \left(\text{cễng ph\u00fa } ABC \right) \\ \text{M\u00e0 } AFHE \text{ n\u00e0i ti'p} \Rightarrow FEH = FAH \\ \text{m\u00e0 } DEH = BCF \end{array} \right\} \Rightarrow DEF = BMF$$

Suy ra M thuộc đường tròn ngoại tiếp ΔEDF .

Mặt khác :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta AHE \text{ vu'ng, c,, } EI \text{ l\u00e0 trung tuy'n} \Rightarrow HIE = 2.HAE \\ \Delta AHF \text{ vu'ng, c,, } FI \text{ l\u00e0 trung tuy'n} \Rightarrow HIF = 2.HAF \end{array} \right\}$$

$$+ \Rightarrow FIE = 2(HAE + HAF) = 2.\hat{A}$$

$$\Leftrightarrow 180^\circ - 2.IEF = 2.\hat{A}$$

$$\Rightarrow IEF = 90^\circ - \hat{A} = ABE$$

$$\text{- V\u00e0 } ABE = FDH = \frac{1}{2}FDE = \frac{1}{2}FME = IME$$

$$\Rightarrow MEI = 90^\circ \Rightarrow MFI = MEI = 90^\circ$$

Do \u00f3 tứ gi\u00e1c $MEIF$ n\u00f3i ti\u00eap đường tr\u00f2n đường k\u00ednh IM , t\u00e2m l\u00e0 trung \u0111i\u00eam J của IM .

Đường th\u00e1ng IM qua M , vu\u00f4ng g\u00f3c v\u1edbi EF n\u00e9n c\u00f3 ph\u00fang tr\u00ecnh $3x + y - 9 = 0$.

L\u00e0i c\u00f3 $I = AH \cap IM$ n\u00e9n $I(1;6)$.

Đường tr\u00f2n đường k\u00ednh IM c\u00f3 t\u00e2m $J(2;3)$ v\u00e0 b\u00e1n k\u00ednh $r = JM = \sqrt{10}$ n\u00e9n c\u00f3 pt:

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 10$$

$$\text{T\u00f3a \u0111\u1ed5 \u0111i\u00eam } E \text{ th\u00f2a m\u00e3n } \begin{cases} x-3y+7=0 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases} \vee \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

Suy ra $E(5;4)$ ho\u00e0c $E(-1;2)$.

G\u1eddi $A(a;3a+3) \in AH$

$$\text{Ta c\u00f3 } IA = IE \Leftrightarrow (a-1)^2 + (3a-3)^2 = 20 \Leftrightarrow a = 1 \pm \sqrt{2}$$

Theo ycbt suy ra $A(1+\sqrt{2}; 6+3\sqrt{2})$

Email: toan.anlac2012@gmail.com

C\u00e2u 38. Trong m\u00e1t ph\u00e2ng t\u00f3a \u0111\u1ed5 Oxy , cho h\u00ecnh vu\u00f4ng $ABCD$ c\u00f3 \u0111\u00ecnh $D(-1;-1)$. G\u1eddi N l\u00e0 trung \u0111i\u00eam c\u00e1nh AB v\u00e0 M l\u00e0 \u0111i\u00eam tr\u00ean c\u00e1nh AD sao cho $2.S_{NBCM} = 11.S_{CMD}$. Bi\u00e8t \u0111i\u00eam B c\u00f3 t\u00f3a \u0111\u1ed5 nguy\u00ean, \u0111i\u00eam B n\u00e0m tr\u00ean đường th\u00e1ng $d: 3x - y + 2 = 0$ v\u00e0 $(CM): 2x - 9y + 3 = 0$.

Kh\u0103ng \u0111\u00ecnh n\u00e0o sau \u0111\u00e2y l\u00e0 sai?

A. $MN = \frac{\sqrt{65}}{2}$.

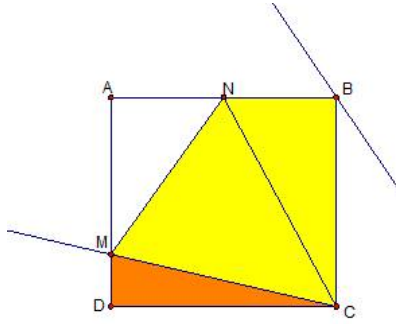
B. $BD = 2\sqrt{10}$.

C. $d(B, Ox) = 4$.

D. $d(B, Oy) = 1$.

L\u00f2i gi\u00e1i

H\u00f2 v\u00e0 t\u00ean t\u00e1c gi\u00e1: B\u1ed9 V\u00e1n H\u00e0u T\u00ean FB: B\u1ed9 V\u00e1n H\u00e0u



■ Đặt: $AD = a; MD = x$, với $a > 0, 0 < x < a$

■ Khi đó: $S_{CMD} = \frac{1}{2}ax$; $S_{MBC} = \frac{1}{2}(a-x)\frac{a}{2}$; $S_{MBC} = \frac{1}{2}a^2$

$$\text{Nên } 2.S_{NBCM} = 11.S_{CMD} \Leftrightarrow 2\left(\frac{1}{2}(a-x)\frac{a}{2} + \frac{1}{2}a^2\right) = 11 \cdot \frac{1}{2}ax \Leftrightarrow x = \frac{a}{4}$$

■ Ta có: $d(D, (CM)) = \frac{10}{\sqrt{85}}$ suy ra $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{16x^2} = \frac{85}{100} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{2}$

(Đến đây ta kiểm tra được khẳng định A, B đúng rồi)

■ Ta có: $B \in d \Rightarrow B(b; 3b+2), b \in \mathbb{Z}$

$$\text{■ Mà } d(B, (CM)) = 4.d(D, (CM)) \Leftrightarrow |-25b-15| = 40 \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ b=-\frac{11}{5} \end{cases}$$

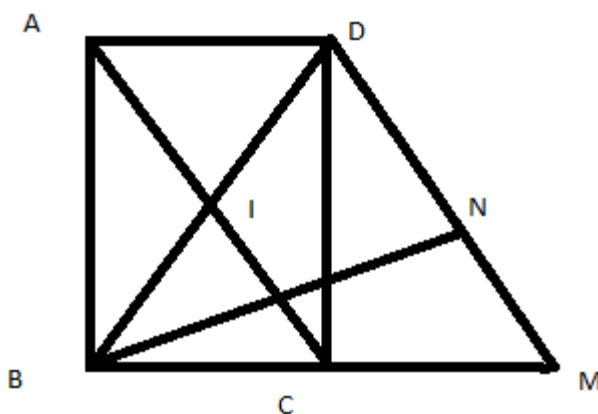
Hay $B(1;5)$

Email: vanthoindh@gmail.com

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x+y+5=0$ và $A(-4;8)$. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C, N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD. Tìm tọa độ các điểm B và C, biết $N(5;-4)$

Lời giải

Họ và tên tác giả: **Trần Thị Phương Uyên** Tên FB: **Uyentran**



Do C thuộc d nên $C(t; -2t-5)$. Gọi I là tâm của hình chữ nhật ABCD, suy ra I là trung điểm của AC.

Hãy tham gia group để cùng học và cùng làm- Nhóm chỉ dành cho các Gv, Sv toán!

Do đó $I\left(\frac{t-4}{2}; \frac{-2t+3}{2}\right)$.

Tam giác BDN vuông tại N nên $IN = IB$. Suy ra $IN = IA$. Do đó ta có phương trình

$$\left(5 - \frac{t-4}{2}\right)^2 + \left(-4 - \frac{-2t+3}{2}\right)^2 = \left(-4 - \frac{t-4}{2}\right)^2 + \left(8 - \frac{-2t+3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow t=1. \text{ Suy ra } C(1; -7)$$

Do M đối xứng với B qua C nên $CM=CB$. Mà $CB=AD$ và $CM//AD$ nên tứ giác ACMD là hình bình hành. Suy ra $AC//DM$

Theo giả thiết $BN \perp DM$, suy ra $BN \perp AC$ và $CB=CN$. Vậy B là điểm đối xứng với N qua AC

Đường thẳng AC có phương trình: $3x+y+4=0$

Đường thẳng BN qua N và vuông góc với AC nên có phương trình $x-3y-17=0$

Do đó $B(3a+17; a)$

Trung điểm của BN thuộc AC nên $3\left(\frac{3a+17+5}{2}\right) + \frac{a-4}{2} + 4 = 0 \Leftrightarrow a=-7$. Vậy $B(-4; -7)$

Email: toan.anlac2012@gmail.com

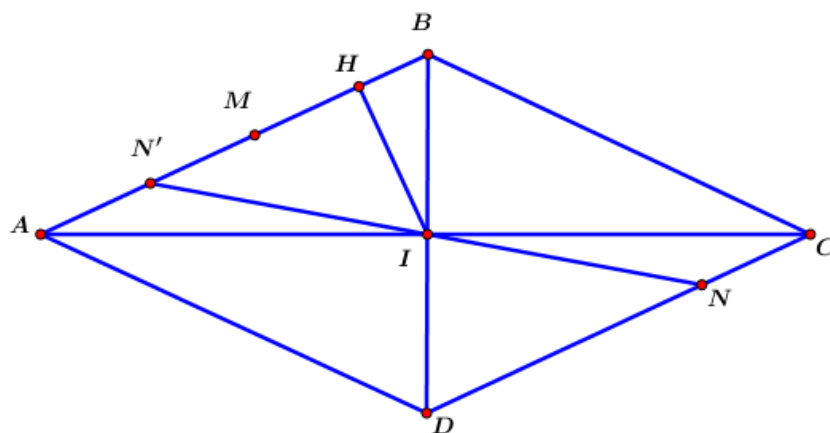
Câu 40. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(2;1)$ và $AC = 2.BD$. Điểm $M(0; \frac{1}{3})$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N(0; 7)$ thuộc đường thẳng CD và điểm B có hoành độ dương. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $BN = \sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{2}.AB + OB = 6\sqrt{2}$. **C.** $S_{OIB} = \frac{3}{2}$. **D.** $S_{BIN} = 3$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Bồ Văn Hậu **Tên FB:** Bồ Văn Hậu

Chọn D



Gọi N' là điểm đối xứng của N qua $I \Rightarrow N'(4; -5)$ và $N' \in (AB)$

Phương trình đường thẳng $AB: 4x + 3y - 1 = 0$.

$$\text{Gọi } H \text{ chân đường cao kẻ từ } I \text{ của tam giác } IAB \Rightarrow IH = d(I, (AB)) = \frac{|4.2 + 3.1 - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\text{Đặt } IB = x, (x > 0). \text{ Vì } AC = 2.BD \Rightarrow IA = 2.IB = 2x$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{IH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{4x^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$\text{Khi đó: } B \in (AB) \Rightarrow B(b, \frac{1-4b}{3}), \text{ với } b > 0$$

$$\text{Mà } IB^2 = 5 \Leftrightarrow (b-2)^2 + \left(\frac{1-4b}{3} - 1\right)^2 = 5 \Leftrightarrow 25b^2 - 20b - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } B(1; -1)$$

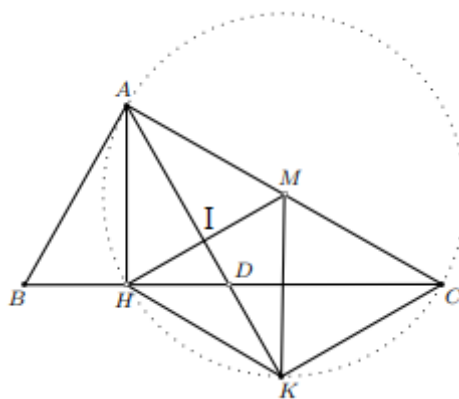
Email: Tanbaobg@gmail.com

Câu 41. (Đề Thi Quốc Gia-2015) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC; D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AD. Giả sử $H(-5; -5)$, $K(9; -3)$ và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng $x - y + 10 = 0$. Giả sử điểm A có tọa độ là $A(a; b)$. Tính $a + b^2$?

A. $a + b^2 = -10$. **B.** $a + b^2 = 10$. **C.** $a + b^2 = -2$. **D.** $a + b^2 = 354$.

Lời giải

Tên FB: Đỗ Tấn Bảo



Chọn B

Gọi M là trung điểm của AC. Ta có $MH = MK = \frac{AC}{2}$, nên M thuộc đường trung trực của HK.

$$\text{Đường trung trực của HK có phương trình } 7x + y - 10 = 0.$$

Suy ra tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 7x + y - 10 = 0 \\ x - y + 10 = 0 \end{cases}$. Suy ra $M(0;10)$.

Ta có $HKA = HCA = HAB = HAD$ nên tam giác HAK cân tại H, suy ra $HA = HK$.

Mà $MA = HK$ nên A và K đối xứng qua MH .

Ta lại có đường thẳng MH có phương trình là $3x - y + 10 = 0$.

Gọi hình chiếu lên đường thẳng HM của điểm K là $I(t; 3t+10)$ với $t \in \mathbb{R}$.

Từ $IK \perp HM$ suy ra $I(-3;1)$. Do đó $A(-15;5)$. Suy ra $\begin{cases} a = -15 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b^2 = 10$.

Phân tích các phương án nhiều.

Phương án A học sinh tính $a + b = -10$.

Phương án C học sinh “rút gọn” thành $A(-1;3)$.

Phương án D học sinh giải tìm điểm $M(0;-10)$.

Email:tuandel2009@gmail.com

Facebook:Trần Minh Tuấn

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có Điểm M(2;0) là trung điểm cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Viết phương trình đường thẳng AC.

A. $-3x+4y+5=0$

B. $3x-4y+5=0$

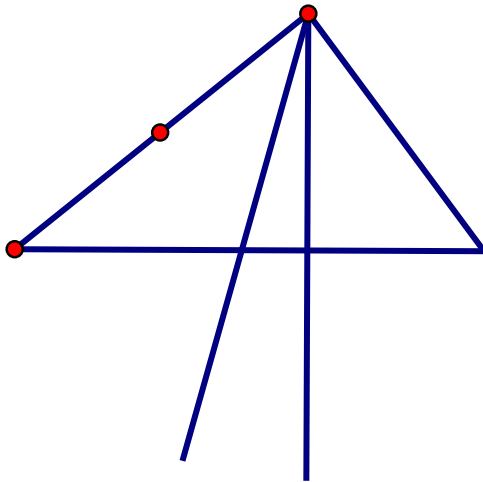
C. $4x-3y+5=0$

D. $-4x+3y+5=0$

Lời giải

AN: $7x-2y-3=0$

AH: $6x-y-4=0$



Tọa độ A là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} AN: 7x - 2y - 3 = 0 \\ AH: 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1; 2)$$

Do M là trung điểm BC $\begin{cases} x_A + x_B = 2x_M \\ y_A + y_B = 2y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + x_B = 4 \\ 2 + y_B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B(3; -2)$

Lập phương trình BC vuông góc AH có $\vec{n}_{BC}(1; 6)$

Phương trình BC $\begin{cases} \vec{n}_{BC}(1; 6) \\ B(3; -2) \end{cases} \Rightarrow BC: 1(x - 3) + 6(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 6y + 9 = 0$

Tọa độ N $\begin{cases} BC: x + 6y + 9 = 0 \\ AN: 7x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \rightarrow N(0; -3/2)$

Phương trình AC:

$$\vec{u}_{AC} = \vec{MN} = (-2; \frac{-3}{2})$$

Phương trình AC: $\begin{cases} \vec{u}_{AC} = (-2; \frac{-3}{2}) \\ A(1; 2) \end{cases} \Rightarrow \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{\frac{-3}{2}} \Leftrightarrow 3x - 4y + 5 = 0$

Email: tuandel2009@gmail.com

Facebook: Trần Minh Tuấn

Câu 43. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có Điểm M(2;0) là trung điểm cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC.

A. $-3x+4y+5=0$

B. $3x-4y+5=0$

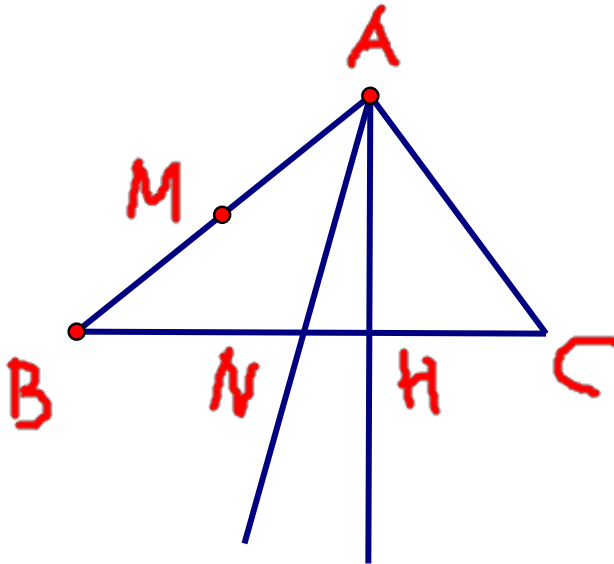
C. $4x-3y+5=0$

D. $-4x+3y+5=0$

Lời giải

AN: $7x-2y-3=0$

AH: $6x-y-4=0$



Tọa độ A là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} AN: 7x-2y-3=0 \\ AH: 6x-y-4=0 \end{cases} \Rightarrow A(1;2)$$

Do M là trung điểm BC $\begin{cases} x_A + x_B = 2x_M \\ y_A + y_B = 2y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + x_B = 4 \\ 2 + y_B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B(3; -2)$

Lập phương trình BC vuông góc AH có $\vec{n}_{BC}(1;6)$

Phương trình BC $\begin{cases} \vec{n}_{BC}(1;6) \\ B(3; -2) \end{cases} \Rightarrow BC: 1(x-3) + 6(y+2) = 0 \Leftrightarrow x + 6y + 9 = 0$

Tọa độ N $\begin{cases} BC: x + 6y + 9 = 0 \\ AN: 7x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \rightarrow N(0; -3/2)$

Phương trình AC:

$$\vec{u}_{AC} = \vec{MN} = (-2; \frac{-3}{2})$$

Phương trình AC: $\begin{cases} \vec{u}_{AC} = (-2; \frac{-3}{2}) \\ A(1; 2) \end{cases} \Rightarrow \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{\frac{-3}{2}} \Leftrightarrow 3x - 4y + 5 = 0$

Câu 44. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Hỏi điểm A nằm trên đường tròn nào trong các đường tròn sau đây?

A. $(C_1): (x-4)^2 + \left(y-\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{45}{16}$.

B. $(C_2): \left(x-\frac{11}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{65}{4}$.

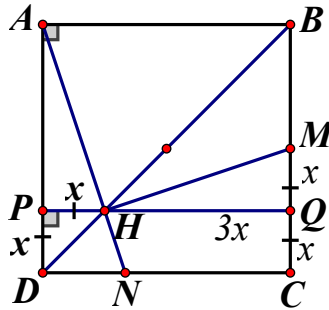
C. $(C_3): \left(x-\frac{9}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{65}{4}$.

D. $(C_4): \left(x-\frac{11}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn C

CÁCH 1: (Đáp án đề thi tuyển sinh Đại học năm 2012-Khối A, A₁- Bộ giáo dục và đào tạo)



Gọi H là giao điểm của AN và BD . Kẻ đường thẳng qua H và song song với AB , cắt AD và BC lần lượt tại P và Q . Đặt $HP = x$. Suy ra $PD = x$, $AP = 3x$ và $HQ = 3x$.

Ta có $QC = x$ nên $MQ = x$. Do đó $\triangle AHP = \triangle MHQ$, suy ra $AH \perp MQ$.

Hơn nữa, ta cũng có $AH = MH$. Do đó $AM = \sqrt{2}MH = \sqrt{2}d(M, (AN)) = \frac{3\sqrt{10}}{2}$.

$$A \in AN \Rightarrow A(t; 2t-3).$$

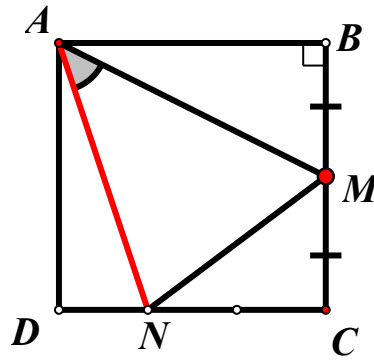
$$AM = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \left(t - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(2t - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{45}{2} \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(1; -1) \text{ hoặc } A(4; 5).$$

$$\text{Vậy } A \text{ thuộc đường tròn } (C_3): \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{65}{4}.$$

Họ và tên tác giả: Vũ Huỳnh Đức. Tên facebook: Huỳnh Đức.

CÁCH 2 (Khai thác góc MAN)



+ Đặt $AB = a$, ta tính được

$$AM = \frac{\sqrt{5}}{2}a, MN = \frac{5a}{6}, AN = \frac{\sqrt{10}a}{3}$$

$$+ \cos \angle MAN = \frac{AM^2 + AN^2 - MN^2}{2AM \cdot AN} = \frac{\frac{5}{4}a^2 + \frac{10}{9}a^2 - \frac{25}{36}a^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{10}}{3}a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$+ A \in AN \Rightarrow A(t; 2t-3), \overrightarrow{AM} = \left(\frac{11}{2} - t; \frac{7}{2} - 2t \right)$$

+ Gọi $\vec{u} = (1; 2)$ là vec tơ chỉ phương của đường thẳng AM.

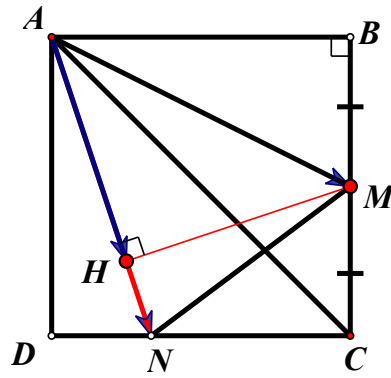
$$\text{Vì } \angle MAN < 90^\circ \text{ nên } \cos \angle MAN = \left| \cos(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) \right| \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \cos \angle MAN = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left| \cos(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}|}{AM \cdot |\vec{u}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left| \frac{25}{2} - 5t \right|}{\sqrt{\left(\frac{11}{2} - t \right)^2 + \left(\frac{7}{2} - 2t \right)^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 10t^2 - 50t + 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } A(1; -1) \text{ hoặc } A(4; 5) \text{ nên } A \text{ thuộc đường tròn } (C_3): \left(x - \frac{9}{2} \right)^2 + (y-1)^2 = \frac{65}{4}.$$

***CÁCH 3** (Khai thác khoảng cách $d(M; AN)$)



• Gọi H là hình chiếu của M trên AN thì $MH = d(M, AN) = \frac{\left| 2 \cdot \frac{11}{2} - \frac{1}{2} - 3 \right|}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

• Đặt $AB = a$, vì M, N lần lượt nằm trên các cạnh BC, CD nên

$$S_{ABCD} = S_{ADN} + S_{NCM} + S_{MBA} + S_{AMN}$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{3}a + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}a \cdot \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}MH \cdot AM$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{12}a^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}a}{3} \Leftrightarrow a = 3\sqrt{2}$$

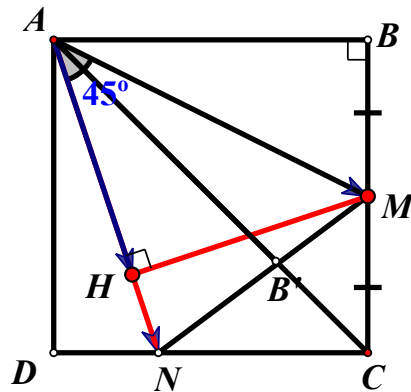
• $AB = 3\sqrt{2} \Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$

• $A \in AN \Rightarrow A(t; 2t-3), \overrightarrow{AM} = \left(\frac{11}{2} - t; \frac{7}{2} - 2t \right)$

• $AM = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{11}{2} - t \right)^2 + \left(\frac{7}{2} - 2t \right)^2} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases}$

Vậy $A(1; -1)$ hoặc $A(4; 5)$ nên A thuộc đường tròn $(C_3): \left(x - \frac{9}{2} \right)^2 + (y-1)^2 = \frac{65}{4}$.

***CÁCH 4** ((Khai thác góc MAN và khoảng cách $d(M; AN)$)).



- $\cos MAN = \frac{AM^2 + AN^2 - MN^2}{2AM \cdot AN} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MAN = 45^\circ$
- Gọi H là hình chiếu của M trên AN thì $MH = d(M, AN) = \frac{\left| 2 \cdot \frac{11}{2} - \frac{1}{2} - 3 \right|}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$
- $\triangle AMN$ vuông cân tại $H \Rightarrow AM = \sqrt{2}MH \Rightarrow AM = \frac{3\sqrt{10}}{2}$
- $A \in AN \Rightarrow A(t; 2t-3), \overrightarrow{AM} = \left(\frac{11}{2} - t; \frac{7}{2} - 2t \right)$
- $AM = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{11}{2} - t \right)^2 + \left(\frac{7}{2} - 2t \right)^2} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=4 \end{cases}$

Vậy $A(1; -1)$ hoặc $A(4; 5)$ nên A thuộc đường tròn

$$(C_3): \left(x - \frac{9}{2} \right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{65}{4}.$$

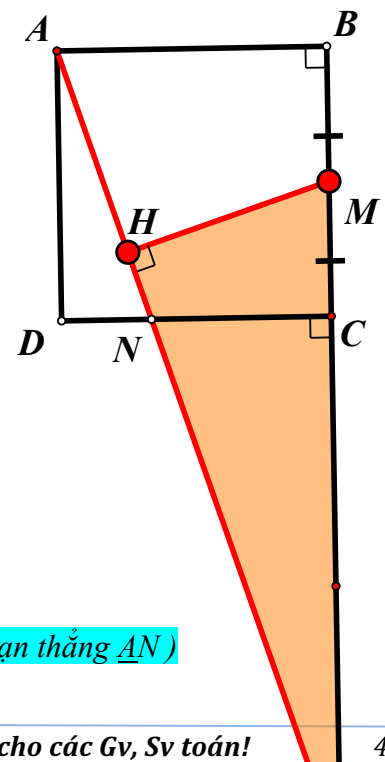
CÁCH 5 (Sử dụng hai tam giác đồng dạng và khoảng cách $d(M; AN)$)

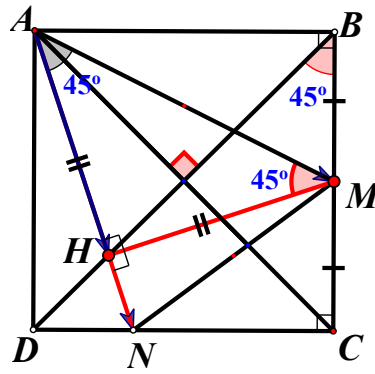
Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng AN và BC . Ta có:

$$\begin{aligned} \bullet \triangle EHM \sim \triangle EBA &\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{MH}{ME} \\ \Rightarrow AB = \frac{AE}{ME} \cdot MH &= \frac{2\sqrt{10}}{5} \cdot d(M, AN) = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

- Việc tìm tọa độ của A tương tự như Cách 3.

***)CÁCH 6** (Sử dụng vector - Xác định vị trí của điểm H trên đoạn thẳng AN)





- Gọi H là hình chiếu của M trên AN , ta chứng minh ba điểm B, D, H thẳng hàng

Giả sử $\overrightarrow{AH} = x\overrightarrow{AN}$ thì $\overrightarrow{AH} = \frac{x}{3}\overrightarrow{DC} - x\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{MH} = \left(\frac{x}{3} - 1\right)\overrightarrow{DC} + \left(\frac{1}{2} - x\right)\overrightarrow{DA}$.

$$\bullet \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{MH} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{MH} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$\bullet \overrightarrow{DH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{DB} = 4\overrightarrow{DH} \Rightarrow H \text{ thuộc đoạn } DB.$$

$\bullet \diamond ABMH$ nội tiếp $\Rightarrow \angle MAH = \angle MBH = \angle MBD = 45^\circ \Rightarrow \triangle MAH$ vuông cân tại H

$$\Rightarrow AM = \sqrt{2}HM = \sqrt{2}d(M; AN) = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

Đến đây, việc tìm tọa độ của A tương tự như cách 3

***)CÁCH 7**

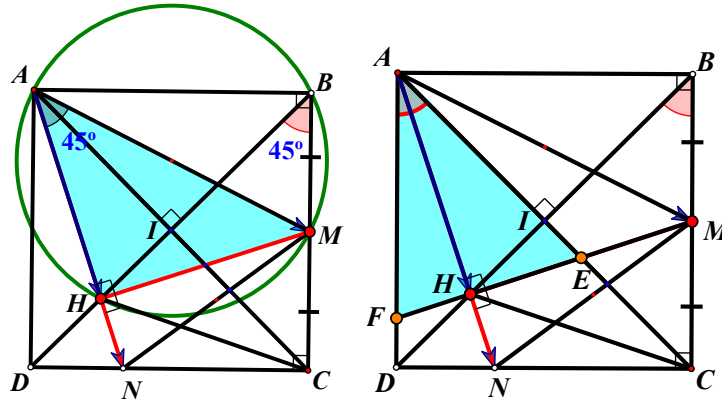
$$\cos \angle MAN = \frac{AM^2 + AN^2 - MN^2}{2AM \cdot AN} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \angle MAN = 45^\circ$$

Gọi H là giao điểm của AN và DB . Ta có

$\angle MAN = \angle HBM = 45^\circ \Rightarrow \diamond ABMH$ nội tiếp $\Rightarrow \angle AHM = 90^\circ \Rightarrow \triangle MAH$ vuông cân tại H .

$$\Rightarrow AM = \sqrt{2}HM = \sqrt{2}d(M; AN) = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

Đến đây, việc tìm tọa độ của A tương tự như cách 3.



*)CÁCH 8

- Gọi H là hình chiếu của M trên AN thì $MH : 2x+4y-13=0$,

$$H = AN \cap MH \Rightarrow H\left(\frac{5}{2}; 2\right)$$

- Bằng công cụ vectơ như cách 6, ta tìm được $\overrightarrow{AH} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{DB} = 4\overrightarrow{DH}$.

- Gọi E, F theo thứ tự là giao điểm của đường thẳng MH với AC, AD . Ta có:

$$\bullet \Delta HDF \sim \Delta HBM \Rightarrow \frac{HF}{HM} = \frac{HD}{HB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{HF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{HM} \Rightarrow F\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

$$\bullet \Delta EMC \sim \Delta EFA \Rightarrow \frac{EM}{EF} = \frac{MC}{FA} = \frac{3}{5} \Rightarrow EM = \frac{3}{8}FM = EH$$

$$\Rightarrow E \text{ là trung điểm của } MH \Rightarrow E\left(4; \frac{5}{4}\right).$$

$$\bullet A \in AN \Rightarrow A(t; 2t-3), AE = \sqrt{5t^2 - 25t + \frac{545}{16}}, AF = \sqrt{5t^2 - 25t + \frac{65}{2}},$$

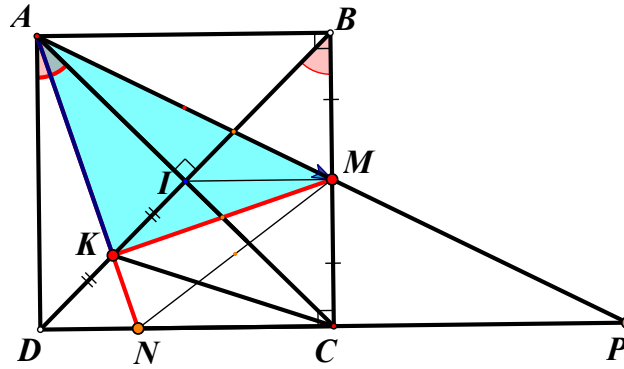
$$\bullet \diamond ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow AC = \sqrt{2}AD \Leftrightarrow \frac{8}{5}AE = \sqrt{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot AF$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{5t^2 - 25t + \frac{545}{16}} = 3\sqrt{2}\sqrt{5t^2 - 25t + \frac{65}{2}} \Leftrightarrow 10t^2 - 50t + 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=4 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } A(1; -1) \text{ hoặc } A(4; 5) \text{ nên } A \text{ thuộc đường tròn } (C_3): \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{65}{4}.$$

*) Nhận xét: Với cách giải này, ta có thể tìm được tọa độ của các điểm B, C, D dễ dàng sau khi tìm được tọa độ của A .

*)CÁCH 9



Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng AN và BD .

- K nằm trên đường trung trực của AC nên $KA = KC$ (1)
- $\triangle KDN \sim \triangle KBA \Rightarrow \frac{KD}{KB} = \frac{DN}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow KD = \frac{1}{3} KB \Rightarrow KD = \frac{1}{2} KI \Rightarrow K$ là trung điểm của DI .
- $\begin{cases} IM \parallel DC \\ K \text{ là trung điểm của } ID \end{cases} \Rightarrow KM = KC$ (2)
- Từ (1) và (2) suy ra tam giác KMA cân tại K . (3)
- $A \in AN \Rightarrow A(t; 2t - 3)$
- Gọi P là giao điểm của AM và DC thì $AP = 2AM$, $DP = 2AD$
- $\diamond ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AP^2 = AD^2 + DP^2$

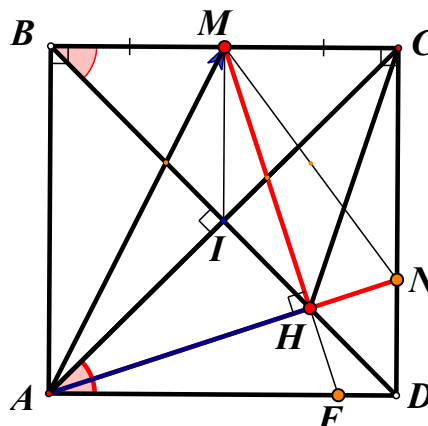
$$\Leftrightarrow AP^2 = 5AD^2 \Leftrightarrow AP^2 = 5 \left(AN \cdot \cos \angle NAD \right)^2 \Leftrightarrow AP = \frac{3}{\sqrt{2}} AN$$

$$\Leftrightarrow 2AM = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{3} AK \Leftrightarrow AM = \sqrt{2} AK \quad (4)$$

- Từ (3) và (4) suy ra tam giác KMA vuông cân tại K . Do đó

$$AM = \sqrt{2} AK \Leftrightarrow AM = \sqrt{2} KM \Leftrightarrow AM = \sqrt{2} d(M; AN) \Leftrightarrow AM = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

*) CÁCH 10

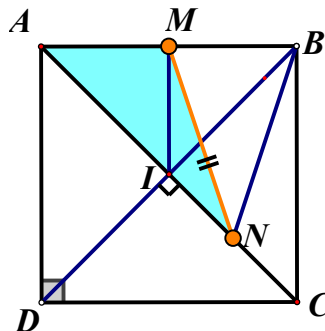


- Bước 1: Gọi H là hình chiếu của M trên AN , lập luận tương tự như Cách 6 ta được H thuộc đoạn BD .

- Bước 2: Tìm tọa độ của H . Đây chính là dạng của Đề thi Đại học khối A, A_1 năm 2014. **Đến đây, chúng ta có nhiều cách giải.)**

(-Trích đề thi tuyển sinh Đại học năm 2014- khối A, A_1 - Bộ giáo dục và đào tạo:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN=3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD, biết rằng $M(1;2)$ và $N(2;-1)$)



-Từ cách 2 trở đi là do cá nhân tôi tự nghĩ ra. Xin cam đoan rằng không lấy của bất kì một ai.

Câu 45. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(4; -3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x - 2y - 1 = 0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là: $4x + 3y - 7 = 0$

Điểm C thuộc đường thẳng $x - 2y - 1 = 0$ nên tọa độ điểm C có dạng $C(2a + 1; a)$

Từ giả thiết khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6, ta có phương trình

$$\frac{|4(2a + 1) + 3a - 7|}{5} = 6 \Leftrightarrow |11a - 3| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -\frac{27}{11} \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm C thỏa mãn bài toán là $C(7; 3)$ và $C\left(\frac{-43}{11}; -\frac{27}{11}\right)$

Nguồn: (D2004) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(4; -3)$. Có một điểm $C(a; b)$ thuộc đường thẳng $x - 2y - 1 = 0$ với $a > 0$, sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6. Tổng của $a + b$ là:

A. 10

B. 2

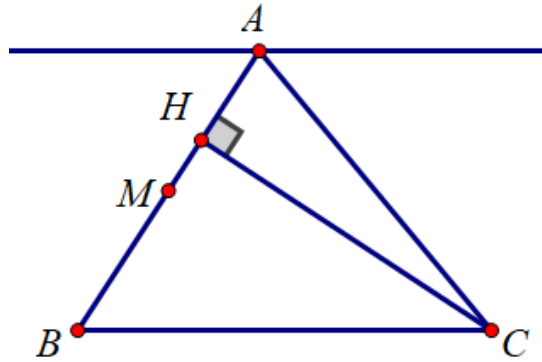
C. -1

D. 5

Email: minhduc486@gmail.com

Câu 46. (A2010 – DB2) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC có đỉnh A nằm trên đường thẳng $d: 2x - 3y + 14 = 0$, cạnh BC song song với d , đường cao CH có phương trình: $x - 2y - 1 = 0$. Biết trung điểm của cạnh AB là $M(-3; 0)$. Xác định tọa độ các đỉnh A, B, C.

Lời giải



Đường thẳng AB qua điểm $M(-3;0)$ và vuông góc với $CH : x - 2y - 1 = 0$ nên có phương trình

$$AB : 2x + y + 6 = 0.$$

Ta có: $\begin{cases} A \in AB \\ A \in d \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} 2x + y + 6 = 0 \\ 2x - 3y + 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$ vậy $A(-4;2)$.

Do $M(-3;0)$ là trung điểm AB nên suy ra $B(-2;-2)$.

Đường thẳng BC qua $B(-2;-2)$ và song song với $d : 2x - 3y + 14 = 0$ nên có phương trình

$$BC : 2x - 3y - 2 = 0.$$

Ta có: $\begin{cases} C \in BC \\ C \in CH \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} 2x - 3y - 2 = 0 \\ x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ vậy $C(1;0)$.

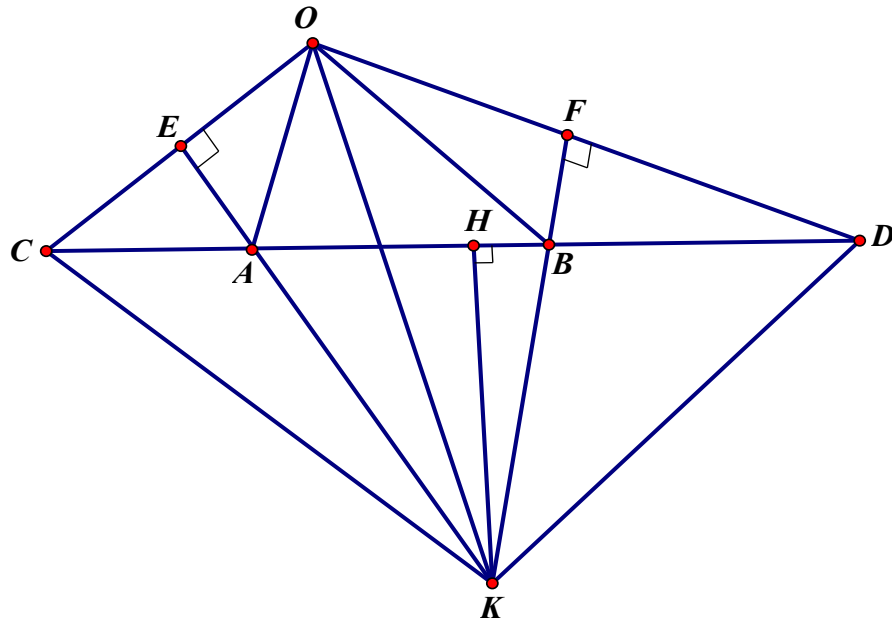
- Câu 47.** Câu 106: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác OAB có các đỉnh A và B thuộc đường thẳng $\Delta : 4x + 3y - 12 = 0$ và điểm $K(6; 6)$ là tâm đường tròn bàng tiếp góc O . Gọi C là điểm nằm trên Δ sao cho $AC = AO$ và các điểm C, B nằm khác phía nhau so với điểm A . Biết điểm C có hoành độ bằng $\frac{24}{5}$. Tính tổng $x_A + x_B + y_A + y_B$
- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Lời giải

Họ và tên: Huỳnh Thanh Tịnh

Tên FB: huynhthanhthinh

Chọn B



- Trên Δ , lấy điểm D sao cho $BD = BO$ và D, A nằm khác phía nhau so với B . Gọi E là giao điểm của các đường thẳng KA và OC ; gọi F là giao điểm của các đường thẳng KB và OD .

Vì K là tâm đường tròn bàng tiếp góc O của ΔOAB nên KE là phân giác của góc OAC . Mà ΔOAC là tam giác cân tại A nên suy ra KE cũng là đường trung trực của OC . Do đó E là trung điểm của OC và $KC = KO$. Xét tương tự đối với KF , ta cũng có E là trung điểm của OC và $KD = KO$. Suy ra ΔCKD cân tại K . Do đó, hạ $KH \perp \Delta$, ta có H là trung điểm của CD .

- Như vậy:

+ A là giao của Δ và đường trung trực d_1 của đoạn thẳng OC ; (1)

+ B là giao của Δ và đường trung trực d_2 của đoạn thẳng OD , với D là điểm đối xứng của C qua H và H là hình chiếu vuông góc của K trên Δ .

- Vì $C\left(\frac{24}{5}; y_0\right)$ thuộc đường thẳng Δ nên $C\left(\frac{24}{5}; -\frac{12}{5}\right)$. Từ đó suy ra $E\left(\frac{12}{5}; -\frac{6}{5}\right)$ và đường thẳng OC có phương trình $x + 2y = 0$. Do đó phương trình $d_1: 2x - y - 6 = 0$, từ đó suy ra $A(3; 0)$.

- Gọi d là đường thẳng đi qua $K(6; 6)$ và vuông góc với Δ , ta có phương trình của $d: 3x - 4y + 6 = 0$. Từ đây, suy ra $H\left(\frac{6}{5}; \frac{12}{5}\right)$ và $D\left(-\frac{12}{5}; \frac{36}{5}\right)$. Do đó $F\left(-\frac{6}{5}; \frac{18}{5}\right)$ và đường

thẳng OD có phương trình $3x + y = 0$. Suy ra phương trình $d_2 : x - 3y + 12 = 0$, từ đó suy ra $B(0; 4)$.

Email: thinhvanlamha@gmail.com

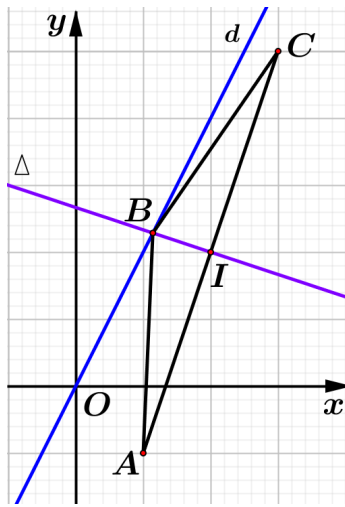
- Câu 48.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại B với $A(1; -1)$, $C(3; 5)$. Định B nằm trên đường thẳng $d : 2x - y = 0$. Phương trình các đường thẳng AB, BC lần lượt là $d_1 : ax + by - 24 = 0$, $d_2 : cx + dy + 8 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = a.b.c.d$.
- A. $P = 975$. B. $P = 5681$. C. $P = 3059$. D. $P = 5083$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Văn Thịnh

Tên FB: Thịnh Nguyễn Văn

Chọn B



Cách 1:

Gọi I là trung điểm $AC \Rightarrow I(2; 2)$.

Đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với AC có phương trình: $x + 3y - 8 = 0$ (Δ).

Tam giác ABC cân tại B nên ta có $B \in \Delta \Rightarrow B = \Delta \cap d \Rightarrow B\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}\right)$.

Phương trình đường thẳng $AB : \frac{x-1}{\frac{8}{7}-1} = \frac{y+1}{\frac{16}{7}+1} \Leftrightarrow 23x - y - 24 = 0$.

Phương trình đường thẳng $BC : \frac{x-3}{\frac{8}{7}-3} = \frac{y-5}{\frac{16}{7}-5} \Leftrightarrow 19x - 13y + 8 = 0$.

Vậy $a = 23, b = -1, c = 19, d = -13 \Rightarrow P = a.b.c.d = 5681$.

Cách 2:

Gọi $B(a; 2a) \in d$.

Tam giác ABC cân tại B nên ta có $AB = CB \Rightarrow (a-1)^2 + (2a+1)^2 = (a-3)^2 + (2a-5)^2$
 $\Leftrightarrow a = \frac{8}{7}$. Suy ra $B\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}\right)$.

Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-1}{\frac{8}{7}-1} = \frac{y+1}{\frac{16}{7}+1} \Leftrightarrow 23x - y - 24 = 0$.

Phương trình đường thẳng $BC: \frac{x-3}{\frac{8}{7}-3} = \frac{y-5}{\frac{16}{7}-5} \Leftrightarrow 19x - 13y + 8 = 0$.

Vậy $a = 23, b = -1, c = 19, d = -13 \Rightarrow P = a.b.c.d = 5681$.

Email: nguyentuanblog1010@gmail.com

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy cho hình thoi $ABCD$ có $\angle BAD = 60^\circ, D(a; b)$ với $b > a > 0$. Trên các cạnh AB, BC lấy các điểm M, N sao cho $MB + NB = AB$. Biết $P(\sqrt{3}; 1)$ thuộc đường thẳng DN và đường phân giác của góc MDN có phương trình là $d: x - y\sqrt{3} + 6 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = 3a - b$?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

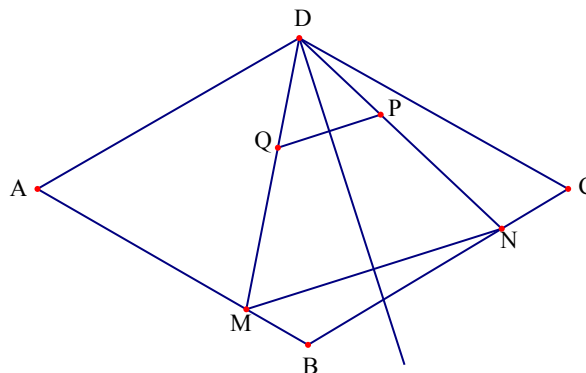
D. 9.

Tác giả: Phạm Chí Tuân.
Phạm

Facebook. Tuân Chí

Hướng dẫn giải.

Chọn C.



⊕ Cách 1: Từ đề bài ta có các tam giác ABD, CBD là các tam giác đều, $AM = BN$ và $BM = CN$.

Xét $\triangle ADM$ và $\triangle BDN$ có: $\angle DAM = \angle DBN, AD = BD$ và $AM = BN$ nên $\triangle ADM = \triangle BDN$
 $\Rightarrow ADM = BDN(1)$.

Xét $\triangle BMD$ và $\triangle CND$ có: $DBM = DCN, CD = BD$ và $CN = BM$ nên $\triangle BMD = \triangle CND$
 $\Rightarrow NDC = MDB(2)$

Từ (1) và (2) ta có $MDN = 60^\circ$.

⊕ Cách 2: Xét $Q_{(D, 60^\circ)}$ ta có: $A \rightarrow B; B \rightarrow C$ nên $M \rightarrow N$. Do đó tam giác DMN đều.

Gọi Q là điểm đối xứng của P qua đường phân giác của góc MDN .

$$DP = PQ = 2d(P, d) = 2 \cdot \frac{|\sqrt{3} - \sqrt{3} + 6|}{\sqrt{1 + (\sqrt{3})^2}} = 6$$

Khi đó ta có :

$$\text{Gọi } D\left(t; \frac{t+6}{\sqrt{3}}\right) \in d. \quad DP^2 = (t - \sqrt{3})^2 + \left(\frac{t+6-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 + \sqrt{3} \\ t = -6 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Ta có :

Vậy $D(3 + \sqrt{3}; 1 + 3\sqrt{3})$ hoặc $D(-6 + \sqrt{3}; 1)$. Theo giả thuyết ta nhận

$$D(3 + \sqrt{3}; 1 + 3\sqrt{3}) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 + \sqrt{3} \\ b = 1 + 3\sqrt{3} \end{cases}$$

Ta có giá trị của biểu thức $T = 3a - b = 8$.

VẤN ĐỀ 2: ĐƯỜNG TRÒN

Email: Lenguyet150682@gmail.com Chủ đề: Hình giải tích Oxy, Facebook: NguyệtLê

Câu 1. Trong hệ trục vuông góc Oxy , cho đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 9$ có tâm là I_1 bán kính R_1 và đường tròn $(C_2): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$. Gọi (T) là tập hợp các điểm $M(x; y)$ sao cho $MI_1^2 - MI_2^2 = R_1^2 - R_2^2$. Giả sử $K(a; b)$ là điểm nằm trên (T) sao cho khoảng cách từ K đến I_1 bằng 5. Khi đó

- A. $a^2 - b^2 = 3$. B. $a^2 - b^2$ chỉ có hai ước dương.
C. $a^2 - b^2 = 0$. D. $3a + 4b = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$I_1(0; 0); R_1 = 3; I_2(1; 1); R_2 = 5.$$

$$MI_1^2 - MI_2^2 = R_1^2 - R_2^2 \Leftrightarrow (x - 0)^2 + (y - 0)^2 - (x - 1)^2 - (y - 1)^2 = 9 - 25$$

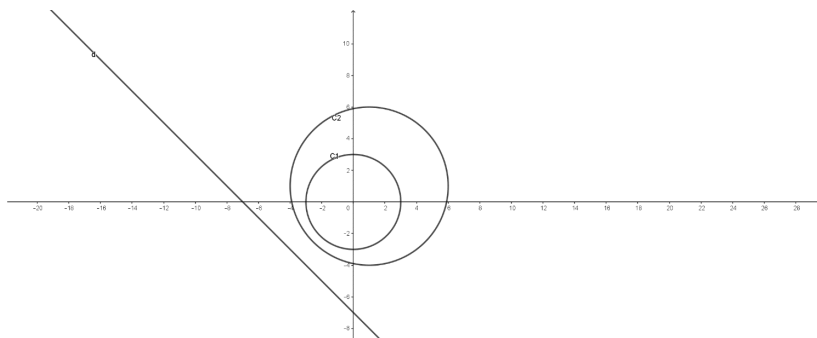
$$\Leftrightarrow x + y + 7 = 0.$$

Suy ra (T) là đường thẳng có phương trình $x + y + 7 = 0$.

Gọi $K(a; b) \in (T)$ là điểm thỏa $IK^2 = 25$. Ta có

$$\begin{cases} a^2 + (7 - a)^2 = 25 \\ b = 7 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4; b = -3 \\ a = -3; b = -4 \end{cases}.$$

Suy ra $a^2 - b^2 = \pm 7$.



Hình Giải Tích Oxy

Email: hoathptsontay@gmail.com

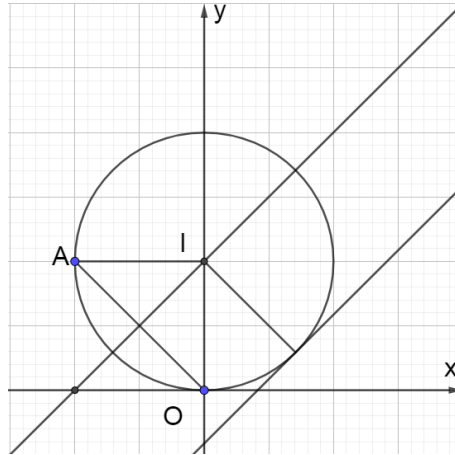
Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - y + 1 - \sqrt{2} = 0$ và điểm $A(-1; 1)$. Đường tròn (C) đi qua A , gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng d . Khi đó đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$ thì tích ab bằng

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải**Họ và tên tác giả: Nguyễn Thị Hoa, Tên FB: Hoa Nguyen****Chọn B****Cách 1:**Gọi Δ là đường trung trực của OA .Theo bài ra ta có $IA = IO = d(I, d) (= R)$.

$$IA = IO \Rightarrow I \in \Delta.$$

$$OA \perp d \Rightarrow \Delta // d \text{ và } R = d(\Delta, d).$$

Δ đi qua trung điểm $J\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ của OA , véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OA}(-1; 1)$ nên có phương trình là $x - y + 1 = 0$.

$$R = d(\Delta, d) = d(J; d) = \frac{\left| -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{2} \right|}{\sqrt{2}} = 1.$$

$I \in \Delta$ và $OI = R = 1$, nên có tối đa hai điểm I .

Mà Δ cắt Ox, Oy lần lượt tại $I_1(0; 1), I_2(-1; 0)$.

Nên tâm của (C) là $I(0; 1)$ hoặc $I(-1; 0)$ Khi đó $ab = 0$.

Cách 2: Sử dụng phương trình tổng quát của đường tròn để viết phương trình đường trung trực:

Giả sử đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$).

$$\begin{cases} O \in (C) \\ A \in (C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 2a - 2b + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = a + 1 \end{cases} \Rightarrow I(a; a + 1).$$

d tiếp xúc với (C) khi và chỉ khi $d(I; d) = IO$

$$\Leftrightarrow \frac{|a - (a+1) + 1 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2}} = \sqrt{a^2 + (a+1)^2} \Leftrightarrow 1 = \sqrt{2a^2 + 2a + 1} \Leftrightarrow 2a^2 + 2a = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 (\Rightarrow b = 1) \\ a = -1 (\Rightarrow b = 0) \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Khi đó $ab = 0$.

Cách 3: Tác giả Lưu Thêm

Gọi Δ là đường trung trực của OA .

Δ đi qua trung điểm $J\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ của OA , vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{OA}(-1; 1)$ nên có phương trình là $x - y + 1 = 0$.

$$+) IA = IO \Leftrightarrow I \in \Delta \Leftrightarrow I(a; a+1).$$

$$+) IO = d(I, d) \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (a+1)^2} = \frac{|a - (a+1) + 1 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2a^2 + 2a + 1} = 1 \Leftrightarrow 2a^2 + 2a = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 (\Rightarrow b = 1) \\ a = -1 (\Rightarrow b = 0) \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Khi đó $ab = 0$.

Email: thanhtam14@gmail.com

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$. Gọi I là tâm và R là bán kính của (C) . Gọi $M(a; b)$ ($a > 0$) thuộc đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$ sao cho $MI = 2R$. Tính tổng $a^2 + b^2$.

A. 15.

B. 137.

C. $P = \frac{333}{5}$.

D. $P = 136$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: A2005-DB2 Tên FB: Thanh Tâm

Chọn B

(C) có tâm $I(2; 3)$, bán kính $R = 5$.

$$M \in d: 2x - y + 3 = 0 \Rightarrow M(t; 2t + 3)$$

$$\overrightarrow{IM} = (t - 2; 2t)$$

$$IM = 2R \Leftrightarrow \sqrt{(t-2)^2 + (2t)^2} = 10 \Leftrightarrow 5t^2 - 4t - 96 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \Rightarrow M(4; 11) \\ t = -\frac{24}{5} \Rightarrow M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{33}{5}\right) \end{cases}$$

Do đó: $a = 4; b = 11$ và $a^2 + b^2 = 137$.

Email: nguyentinh050690@gmail.com

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$. Điểm $M(a; b)$, $a > 0$ thuộc d sao cho đường tròn tâm M có bán kính gấp đôi đường tròn (C) , tiếp xúc ngoài với đường tròn (C) . Tính tổng $T = a^2 + b^2$.

A. 5.

B. 20

C. 17

D. 16

Lời giải

Tên: Nguyễn Tinh Tên FB: Gia Sư Toàn Tâm

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 1)$ và bán kính $R_1 = 1$.

Điểm $M \in d \Rightarrow b = a + 3 \Rightarrow M(a; a + 3)$

Đường tròn tâm M tiếp xúc ngoài với đường tròn (C) nên:

$$IM = R + 2R \Leftrightarrow IM^2 = 9 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (a+2)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -2(L) \end{cases} \Rightarrow M(1; 4)$$

$$\Rightarrow a = 1; b = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 = 10 \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 5. (A2007) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(0; 2), B(-2; -2), C(4; -2)$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ B ; M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC . Phương trình đường tròn đi qua các điểm H, M, N .

A. $x^2 + y^2 - x - y - 2 = 0$

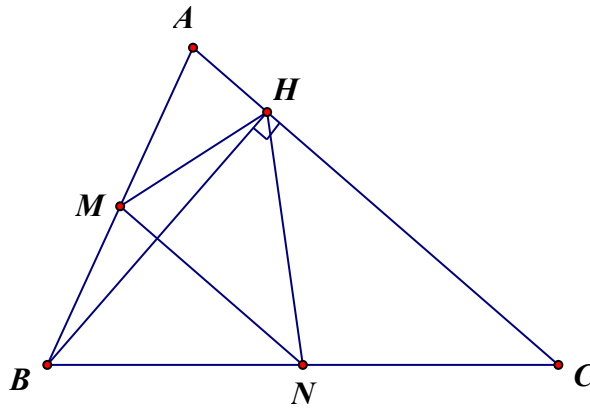
B. $x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$

C. $x^2 + y^2 + x - y + 2 = 0$

D. $x^2 + y^2 - x + 2y = 0$

Lời giải

Chọn B



Có M là trung điểm của AB nên $M(-1;0)$

N là trung điểm của BC nên $N(1;-2)$

Phương trình đường thẳng $AC: x+y-2=0$

Vì $BH \perp AC$ nên phương trình đường thẳng BH qua B và nhận $\overrightarrow{AC} = (4; -4)$ làm VTPT

$BH: x-y=0$

Suy ra H là tọa độ giao điểm của BH và $AC: \begin{cases} x-y=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow H(1;1)$

Giả sử phương trình đường tròn có dạng $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

Vì 3 điểm H, M, N cùng thuộc (C) nên ta có:

$$\begin{cases} 1^2 + 1^2 - 2a - 2b + c = 0 \\ (-1)^2 + 2a + c = 0 \\ 1^2 + (-2)^2 - 2a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{-1}{2} \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + m = 0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB với (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho tam giác PAB đều.

A. $m = 19$.

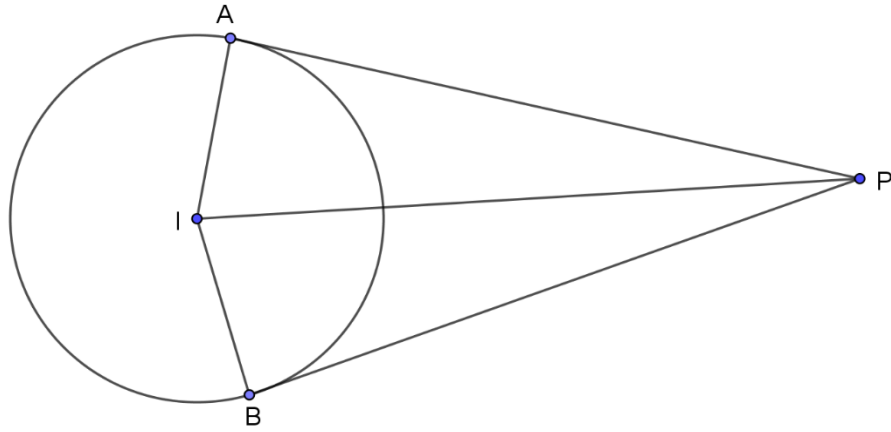
B. $m = -41$.

C. $\begin{cases} m = 19 \\ m = -41 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = -19 \\ m = 41 \end{cases}$

Lời giải

Giáo viên: Phạm Quốc Toàn, Email: phamquoctoan87@gmail.com

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 3$.

Tam giác PAB đều nên góc $\widehat{APB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{API} = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông IAP , ta có $\sin \widehat{API} = \frac{IA}{IP} \Rightarrow IP = \frac{IA}{\sin \widehat{API}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$.

Vậy P thuộc đường tròn tâm I bán kính bằng 6.

Để trên d có duy nhất một điểm P thỏa mãn điều kiện đề bài thì d phải tiếp xúc với đường

tròn tâm I , bán kính bằng 6 $\Leftrightarrow d(I, d) = 6 \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-2) + m|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 6$

$$\Leftrightarrow |m + 11| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 19 \\ m = -41 \end{cases}$$

Mail: anduynguyen2903@gmail.com

Câu 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 1$. Gọi I là tâm của (C) .

Điểm $M(a; b)$ thuộc (C) sao cho $\widehat{IMO} = 30^\circ$. Tính $a - \sqrt{3}|b|$.

A. 0

B. 3

C. -3

D. $-\sqrt{3}$

Lời giải

Face: Nguyễn Thị Duy An

Chọn A

Do $M(a; b) \in (C) \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 1$. Mà $O \in (C) \Rightarrow IO = IM = 1$

Tam giác IMO có $\widehat{OIM} = 120^\circ$ nên $OM^2 = IO^2 + IM^2 - 2IO \cdot IM \cdot \cos 120^\circ \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 3$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = 1 \\ a^2 + b^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } a - \sqrt{3}|b| = \frac{3}{2} - \sqrt{3} \left| \frac{\sqrt{3}}{2} \right| = 0$$

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A , cắt d_2 tại B và C sao cho tam giác ABC vuông tại B . Biết ΔABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có $x_A > 0$. Khi đó phương trình của (T) là

A. $\left(x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 1.$

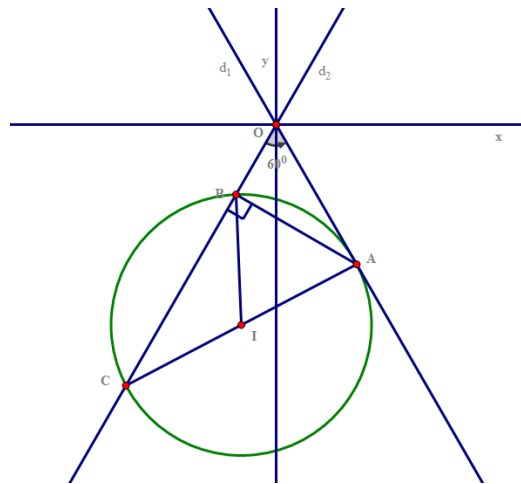
B. $\left(x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 4.$

C. $\left(x - \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 1.$

D. $\left(x - \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 4.$

Lời giải

Chọn A



Ta nhận thấy d_1 và d_2 cắt nhau tại O có $\cos(d_1, d_2) = \frac{|\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 1 \cdot 1|}{\sqrt{3+1} \cdot \sqrt{3+1}} = \frac{1}{2}$ và ΔOAB vuông tại

B , do đó $OBA = 60^\circ \Rightarrow BAC = 60^\circ$ (tính chất góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung).

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} (OA \cdot \sin 60^\circ) \cdot (OA \cdot \tan 60^\circ) = \frac{3\sqrt{3}}{8} OA^2$$

$$\text{Theo giả thiết } S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OA^2 = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Tọa độ } A(x; y) \text{ với } x > 0, \text{ thỏa mãn hệ: } \begin{cases} \sqrt{3}x + y = 0 \\ x^2 + y^2 = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; -1\right)$$

Đường thẳng AC qua A và vuông góc với d_1 nên có phương trình $\sqrt{3}x - 3y - 4 = 0$.

$$\text{Tọa độ } C(x; y) \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} \sqrt{3}x - y = 0 \\ \sqrt{3}x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}; -2\right)$$

Đường tròn (T) có đường kính AC nên tâm của (T) là $I\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}; -\frac{3}{2}\right)$ và bán kính $IA = 1$.

$$\text{Phương trình của } (T) \text{ là: } \left(x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 1.$$

Mail: tieplen@gmail.com

Câu 9. (D2011-1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 0)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm M và N sao cho ΔAMN vuông cân tại A .

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{10}$

Ta có $\vec{IA} = (0; 2) \Rightarrow IA = 2 < R \Rightarrow A$ nằm phía trong (C) .

Gọi H là trung điểm MN , đặt: $AH = a, (0 < a < 2 + \sqrt{10})$.

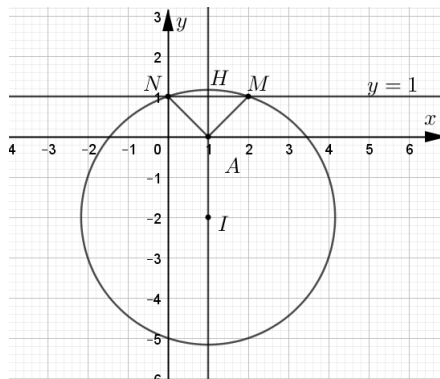
Do ΔAMN vuông cân tại $A \Rightarrow H, A, I$ thẳng hàng và $NH = HA = a$ (1).

Ta có $\angle NAM = 90^\circ$ nên H không thuộc đoạn AI .

+ Trường hợp 1: $IH = IA + AH = 2 + a \Rightarrow NH = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{-a^2 - 4a + 6}$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow a^2 + 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \vec{IA} = 2\vec{AH} \Rightarrow H = (1; 1)$

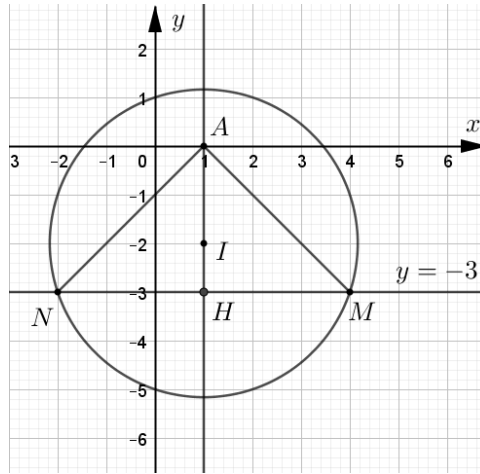
Khi đó phương trình Δ là: $y = 1$.



+ Trường hợp 2: $IH = AH - IA = a - 2$

Tương tự ta có: $a = 3 \Rightarrow \vec{IA} = -\frac{2}{3}\vec{AH} \Rightarrow H = (1; -3)$

Khi đó phương trình Δ là: $y = -3$.



Câu 10. (D2012-2) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc d , cắt trục Ox tại A và B , cắt trục Oy tại C và D sao cho $AB = CD = 2$.

- A.** $(C): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$.
B. $(C): (x-3)^2 + (y+3)^2 = 10$.
C. $(C): (x+3)^2 + (y+3)^2 = 10$ hoặc $(C): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$.
D. $(C): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$ hoặc $(C): (x+3)^2 + (y+3)^2 = 10$.

Lời giải

Gọi I là tâm của đường tròn (C) cần viết phương trình.

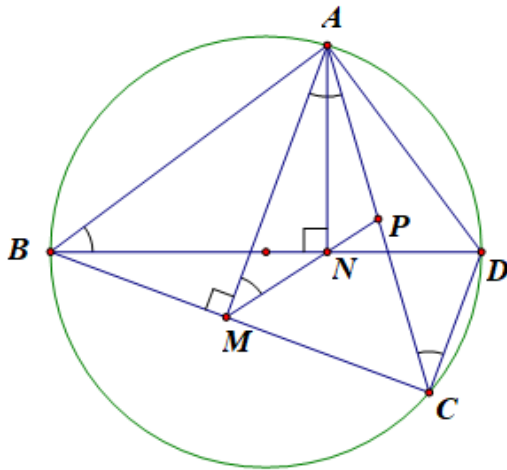
Do $I \in d \Rightarrow I(t; 2t+3)$.

$$AB = CD \Leftrightarrow d(I, Ox) = d(I, Oy) \Leftrightarrow |t| = |2t+3| \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -3 \end{cases}$$

Với $t = -1 \Rightarrow I(-1; 1)$ nên $d(I, Ox) = 1$. Suy ra bán kính của (C) là $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Do đó $(C): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$.

Với $t = -3 \Rightarrow I(-3; 3)$ nên $d(I, Ox) = 3$. Suy ra bán kính của (C) là $\sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$. Do đó $(C): (x+3)^2 + (y+3)^2 = 10$.

Câu 11. (QG 2016-2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BD, BD và P là giao điểm của hai đường thẳng MN, AC . Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0$, $M(0; 4)$, $N(2; 2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A và B .

Lời giải

Phương trình $MN : x + y - 4 = 0$.

Toạ độ P là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Vì AM song song với DC và các điểm A, B, M, N cùng thuộc một đường tròn nên ta có $PAM = PCD = ABD = AMP$.

Suy ra $PA = PM$.

Vì $A \in AC : x - y - 1 = 0$ nên $A(a; a - 1), a < 2$.

Ta có:

$$\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow A(0; -1).$$

Đường thẳng BD đi qua N và vuông góc với AN nên có phương trình là $2x + 3y - 10 = 0$.

Đường thẳng BC đi qua M và vuông góc với AM nên có phương trình là $y - 4 = 0$.

Toạ độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + 3y - 10 = 0 \\ y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 4)$.

Email: Phamhaiduong29@gmail.com

Câu 12. [A2004 DB1] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d : x - y + 1 - \sqrt{2} = 0$ và điểm $A(-1; 1)$. Khi đó có hai phương trình đường tròn đi qua A , gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng d có tâm lần lượt là I, K . Tìm độ dài IK .

A. 3.

B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Họ và tên tác giả: **Phạm Hải Dương** Tên FB: **Dương Phạm**

Hãy tham gia group để cùng học và cùng làm- Nhóm chỉ dành cho các Gv, Sv toán!

Chọn B

Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn. Ta có:

$$\begin{cases} IA^2 = IO^2 \\ IO^2 = d^2(I(d)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + (b-1)^2 = a^2 + b^2 \quad (1) \\ a^2 + b^2 = \frac{|a-b+1-\sqrt{2}|^2}{2} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow b = a+1 \text{ thế vào } (2) \text{ được: } a^2 + (a+1)^2 = 1 \Leftrightarrow 2a^2 + 2a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0, b=1 \\ a=1, b=0 \end{cases}$$

Suy ra $IK = \sqrt{2}$

Email: Phamhaiduong29@gmail.com

Câu 13. [A2004 DB1] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x - y + 1 - \sqrt{2} = 0$ và điểm $A(-1; 1)$. Khi đó có hai phương trình đường tròn đi qua A , gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng d có tâm lần lượt là I, K . Tìm độ dài IK .

- A.** 3. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Phạm Hải Dương Tên FB: Duong Pham

Chọn B

Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn. Ta có:

$$\begin{cases} IA^2 = IO^2 \\ IO^2 = d^2(I(d)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + (b-1)^2 = a^2 + b^2 \quad (1) \\ a^2 + b^2 = \frac{|a-b+1-\sqrt{2}|^2}{2} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow b = a+1 \text{ thế vào } (2) \text{ được: } a^2 + (a+1)^2 = 1 \Leftrightarrow 2a^2 + 2a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0, b=1 \\ a=1, b=0 \end{cases}$$

Suy ra $IK = \sqrt{2}$.

Email: honghacma@gmail.com

Câu 14. (B2005-DB1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(0; 5)$, $B(2; 3)$. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và có bán kính R bằng $\sqrt{10}$

- A.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$ và $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 10$
B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$ và $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 10$
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = \sqrt{10}$ và $(x+3)^2 + (y+6)^2 = \sqrt{10}$
D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$ và $(x+3)^2 + (y+6)^2 = 10$

Lời giải

Gọi $I(a; b)$ là tâm của đường tròn. Ta có $IA=IB=\sqrt{10}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA = \sqrt{10} \\ IA = IB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (5-b)^2 = 10 \\ a^2 + (5-b)^2 = (2-a)^2 + (3-b)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (5-b)^2 = 10 \\ 4a - 4b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 3 \\ (b-3)^2 + (5-b)^2 = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 3 \\ 2b^2 - 16b + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 3 \\ b = 2 \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ a = 3 \\ b = 6 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$ hoặc: $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 10$

Email: honganh161079@gmail.com

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$. Đường tròn (C') tâm $I(2; 2)$ cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{2}$. Nếu viết phương trình đường thẳng AB dưới dạng $x + ay + b = 0, a, b \in \mathbb{R}, b > 0$ thì $a^2 + b^2$ bằng:

A. 4.

B. 2.

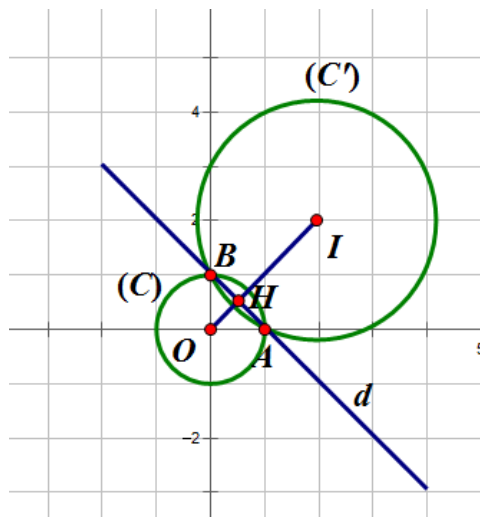
C. 1.

D. 5.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Đỗ Thị Hồng Anh Tên FB: Hong Anh

Chọn B



Đường tròn (C) có tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = 1$.

$$\overrightarrow{OI} = (2; 2)$$

Đường thẳng AB vuông góc với OI nên phương trình có dạng: $x + y + C = 0$.

Gọi H là trung điểm AB. Tính được: $d(O; AB) = OH = \sqrt{R^2 - BH^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Từ đó suy ra $C = \pm 1$. Do đó phương trình đường thẳng AB cần tìm là $x + y + 1 = 0$.

Email: ngbdai@gmail.com

Câu 16. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $I(-1;3)$. Phương trình đường tròn tâm I và cắt đường thẳng $3x - 4y + 10 = 0$ tại hai điểm A, B sao cho $\angle AIB = 120^\circ$ có dạng $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$. Khi đó $T = a + b + c$ bằng?

A. $P = \sqrt{2}$.

B. $P = 4$.

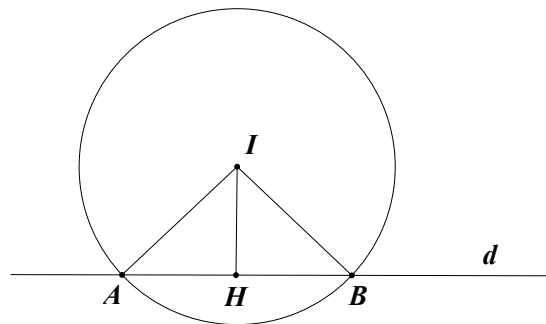
C. $P = 2$.

D. $P = 6$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Bá Đại Tên FB: Dai NB

Chọn B



$$\text{Ta có } IH = d(I, d) = \frac{|3(-1) - 4 \cdot 3 + 10|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 1 \Rightarrow R = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{Phương trình đường tròn là: } (x+1)^2 + (y-3)^2 = 2 \text{ hay } x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$$

$$\text{Vậy } T = a + b + c = 4.$$

Email: thspanhmanhtruong@gmail.com

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác OAB có các đỉnh A, B thuộc đường thẳng $\Delta: 4x + 3y - 12 = 0$ và điểm $K(6;6)$ là tâm đường tròn bàng tiếp góc O . Gọi C là điểm trên đường thẳng Δ , sao cho $AC = AO$ và C với B khác phía so với A . Biết hoành độ của C là $\frac{24}{15}$. Gọi $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$. Tìm $x_1 + x_2$.

A. $x_1 + x_2 = \frac{48}{13}$.

B. $x_1 + x_2 = \frac{36}{13}$.

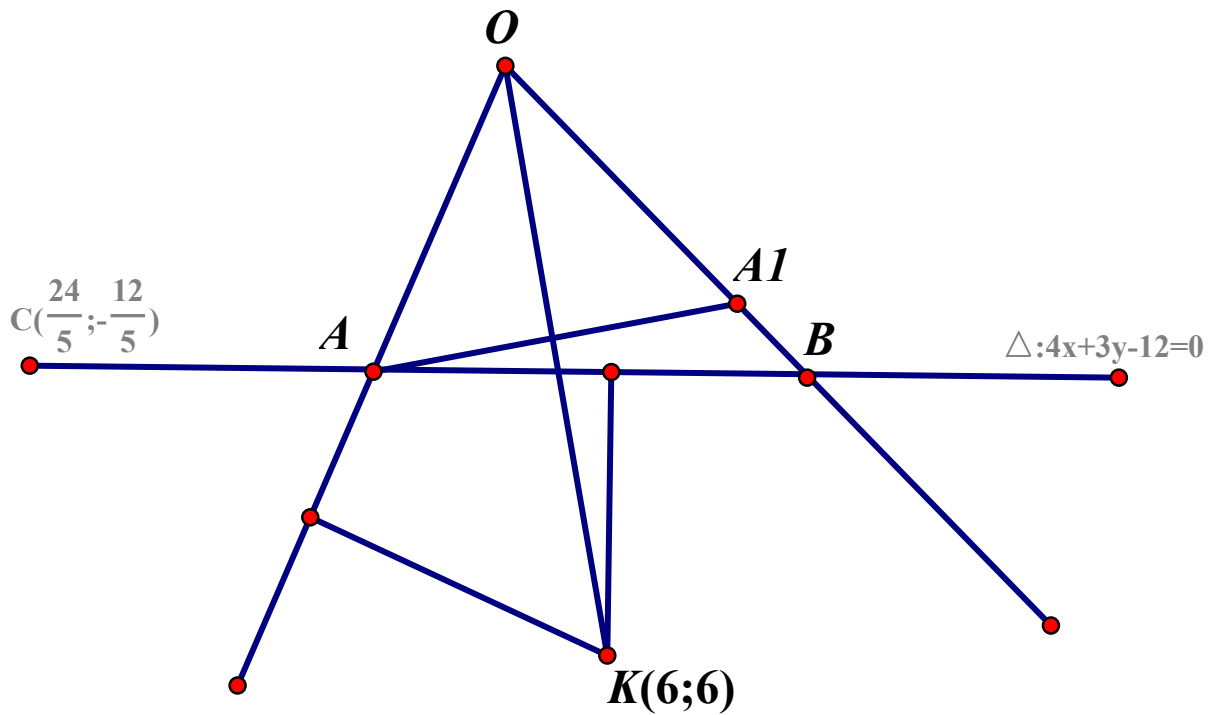
C. $x_1 + x_2 = \frac{12}{13}$.

D. $x_1 + x_2 = \frac{51}{13}$.

Lời giải

Bài 114-B2012-DB1, Phan Mạnh Trường Tên FB: Phan Mạnh Trường

Chọn D



Ta tìm được $C(\frac{24}{5}; -\frac{12}{5})$, phương trình đường phân giác $OK : x - y = 0$.

Tham số hóa đường thẳng Δ , ta gọi điểm $A(3t; 4 - 4t)$. Khi đó:

$$AC^2 = AO^2 \Leftrightarrow (3t - \frac{24}{5})^2 + (4 - 4t - \frac{12}{5})^2 = 9t^2 + (4 - 4t)^2 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A(3; 1).$$

Gọi A_1 đối xứng với A qua đường OK là đường phân giác của góc phần tư thứ nhất, nên ta tìm được $A_1(1; 3)$, theo tính chất đường phân giác thì A_1 nằm trên đường thẳng OB . Khi đó đường thẳng OB có phương trình: $y = 3x$.

Do $B = OB \cap \Delta$, suy ra tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 4x + 3y - 12 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ ta tìm được: $B(\frac{12}{13}; \frac{36}{13})$. Do đó: $x_1 + x_2 = \frac{51}{13}$. Chọn đáp án **D**.

Email: Samnk.thptnhuthanh@gmail.com

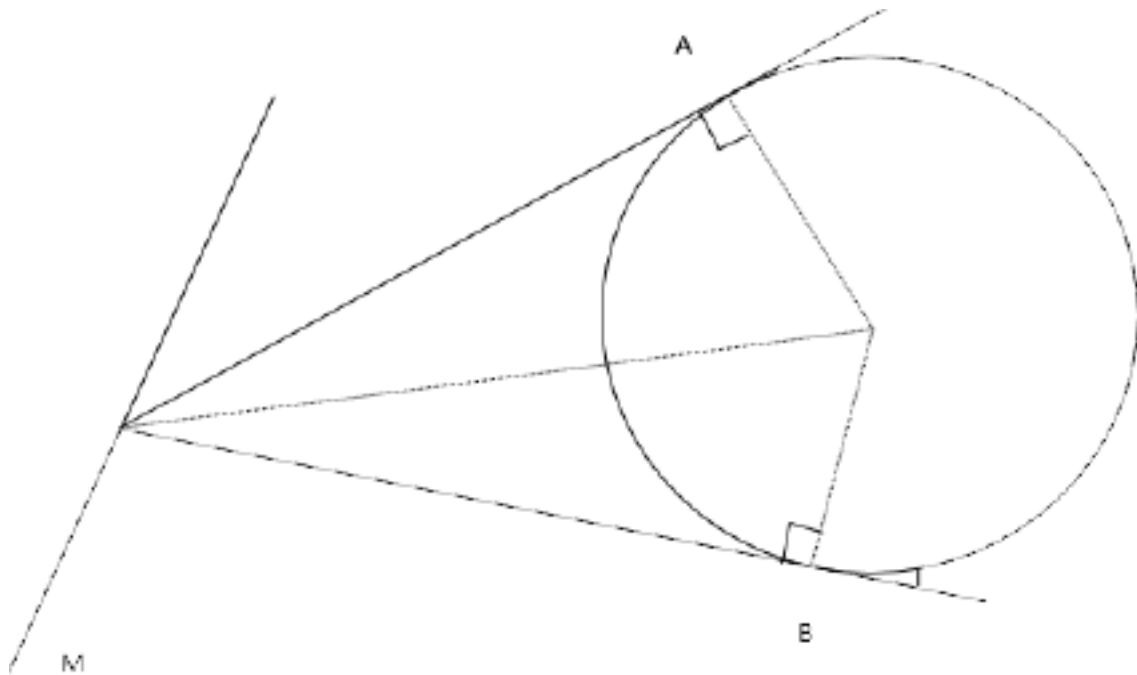
Câu 18. (DỰ bị khối A năm 2002): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$. Giả sử điểm $M(x_1; y_1)$ thuộc đường thẳng (d) mà qua đó kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (C) tại A và B sao cho góc AMB bằng 60° . Tính $S = x_1^2 + y_1^2$, biết $x_1 > 0$

A. $S = 25$

B. $S = 13$

C. $S = 5$

D. $S = 16$

Lời giải**Họ và tên tác giả: Nguyễn Khắc Sâm Tên FB: Nguyễn Khắc Sâm****Chọn A**

$$x - y + 1 = 0$$

Đường tròn (C) có tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$. Theo giả thiết ta có góc

$MAB = 60^\circ \Rightarrow AMI = 30^\circ \Rightarrow MI = 2AI = 2R = 2\sqrt{5}$. Vậy M thuộc đường tròn tâm I bán kính $2\sqrt{5}$ có phương trình: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 20$. Do $M \in (d)$ nên tọa độ M thỏa

$$\text{mãn hệ phương trình: } \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 = 20 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình trên ta được: } \begin{cases} x = 3; y = 4. \\ x = -3; y = 2. \end{cases}$$

Vì $x_1 > 0$ nên $M(3; 4)$. Vậy $S=25$.

facebook: Thuy Tong gmail: tongthuyqn@gmail.com

Câu 19. (A2005 – DB1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn (C_1) : $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 36 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C_2) tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox , Oy đồng thời tiếp xúc ngoài với đường tròn (C_1)

Lời giải

$(C_1): x^2 + y^2 - 12x - 4y + 36 = 0 \Leftrightarrow (x-6)^2 + (y-2)^2 = 4$, có tâm $I_1(6;2)$, bán kính $R_1 = 2$.

Gọi đường tròn (C_2) có tâm $I_2(a;b)$, bán kính R_2 .

Vì (C_2) tiếp xúc với hai trục tọa độ $Ox, Oy \Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ b = -a \end{cases}$.

TH1: $b = a, I_2(a;a)$

Đường tròn (C_2) tiếp xúc ngoài với đường tròn $(C_1) \Leftrightarrow I_1I_2 = R_1 + R_2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a-6)^2 + (a-2)^2} = |a| + 2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (a-2)^2 = (|a| + 2)^2 (*)$$

$$+) a \geq 0: (*) \Leftrightarrow (a-6)^2 + (a-2)^2 = (a+2)^2 \Leftrightarrow a^2 - 20a + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 18 \\ a = 2 \end{cases} (TM).$$

■ $a = 18$, phương trình đường tròn $(C_2): (x-18)^2 + (y-18)^2 = 324$.

■ $a = 2$, phương trình đường tròn $(C_2): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

$$+) a < 0: (*) \Leftrightarrow (a-6)^2 + (a-2)^2 = (-a+2)^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 6 (KTM)$$

TH2: $b = -a: I_2(a;-a)$

Đường tròn (C_2) tiếp xúc ngoài với đường tròn $(C_1) \Leftrightarrow I_1I_2 = R_1 + R_2$

$$\Leftrightarrow (a-6)^2 + (-a-2)^2 = (|a| + 2)^2 (**)$$

$$+) a \geq 0, (**) \Leftrightarrow (a-6)^2 + (-a-2)^2 = (a+2)^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 6 (TM)$$

Phương trình đường tròn $(C_2): (x-6)^2 + (y+6)^2 = 36$.

$$+) a < 0: (**) \Leftrightarrow (a-6)^2 + (-a-2)^2 = (-a+2)^2 \Leftrightarrow a^2 - 4a + 36 = 0 \text{ (vô nghiệm)}.$$

Vậy có ba đường tròn (C_2) thỏa mãn yêu cầu bài toán: $(x-18)^2 + (y-18)^2 = 324$;

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4; (x-6)^2 + (y+6)^2 = 36.$$

Email: Lenguyet150682@gmail.com **Chủ đề:** Hình giải tích Oxy

Faceboook: Nguyệt Lê

Câu 20. Trong hệ trục vuông góc Oxy , cho đường tròn $(c_1): x^2 + y^2 = 9$ có tâm là I_1 bán kính R_1 và đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$. Gọi (T) tập hợp các điểm điểm $M(x;y)$ sao cho $MI_1^2 - MI_2^2 = R_1^2 - R_2^2$. Giả sử $K(a;b)$ là điểm nằm trên (T) sao cho khoảng cách từ K đến I_1 bằng 5. Khi đó

A. $a^2 - b^2 : 3$.

B. $a^2 - b^2$ chỉ có hai ước dương.

C. $a^2 - b^2 = 0$.

D. $3a + 4b = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$I_1(0;0); R_1 = 3; I_2(1;1); R_2 = 5.$$

$$MI_1^2 - MI_2^2 = R_1^2 - R_2^2 \Leftrightarrow (x-0)^2 + (y-0)^2 - (x-1)^2 - (y-1)^2 = 9 - 25$$

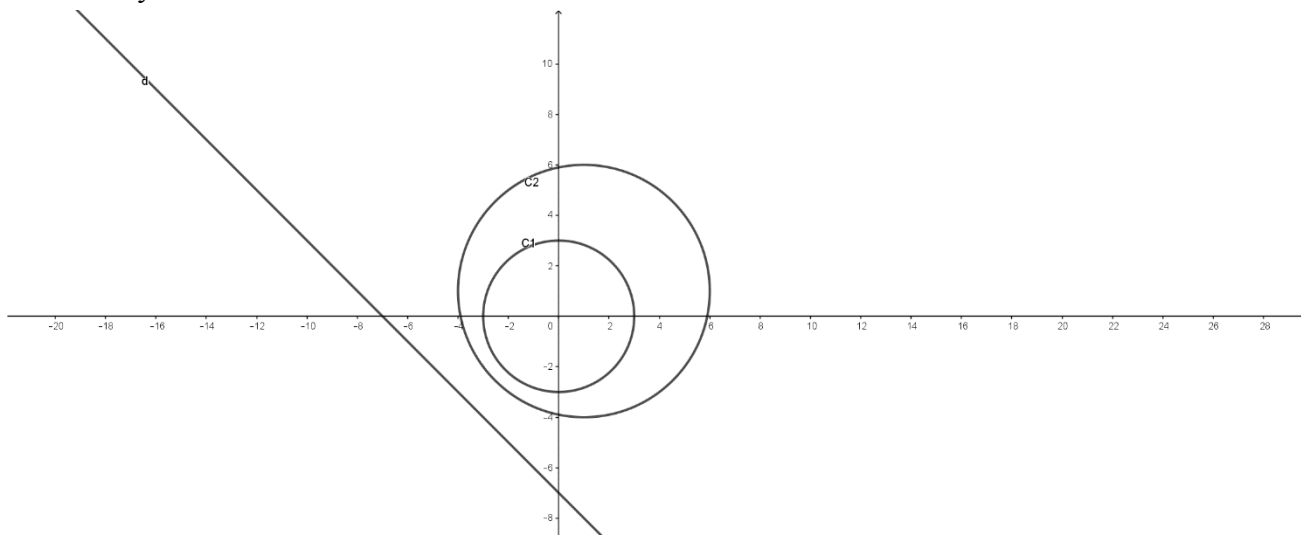
$$\Leftrightarrow x + y + 7 = 0.$$

Suy ra (T) là đường thẳng có phương trình $x + y + 7 = 0$.

Gọi $K(a;b) \in (T)$ là điểm thỏa $IK^2 = 25$. Ta có

$$\begin{cases} a^2 + (7-a)^2 = 25 \\ b = 7-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4; b = -3 \\ a = -3; b = -4 \end{cases}$$

Suy ra $a^2 - b^2 = \pm 7$.



Hình Giải Tích Oxy

[Mail: dogiachuyen@gmail.com](mailto:dogiachuyen@gmail.com)

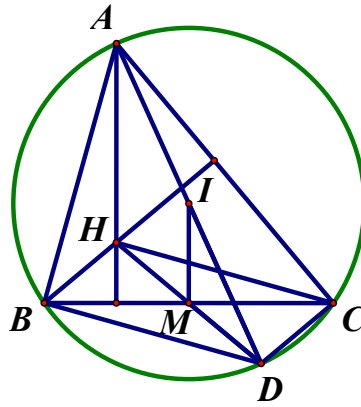
Câu 21. (D2010-1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(3; -7)$, trực tâm $H(3; -1)$, tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(-2; 0)$. Biết $C(a; b)$ và C có hoành độ dương. Đặt $P = a^2 - b^2$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.** $P \in (-10; 5)$. **B.** $P \in (5; 18)$. **C.** $P \in (18; 25)$. **D.** $P \in (25; 35)$

Lời giải

Họ tên: Đỗ Gia Chuyên Facebook: Chuyên Đỗ Gia

Chọn D



Đường tròn ngoại tiếp ΔABC có tâm $I(-2; 0)$, bán kính $IA = \sqrt{74}$ nên có phương trình:
 $(x+2)^2 + y^2 = 74$.

Kẻ đường kính AD ; gọi M là trung điểm BC .

Khi đó, $BHCD$ là hình bình hành, suy ra M là trung điểm HD .

Trong tam giác AHD có IM là đường trung bình trong tam giác $\Rightarrow \overline{IM} = \frac{1}{2} \overline{AH} \Rightarrow M(-2; 3)$.

Đường thẳng BC qua M , nhận $\overline{AH} = (0; 6)$ là véc tơ pháp tuyến nên có dạng: $y - 3 = 0$.

Tọa độ C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} (x+2)^2 + y^2 = 74 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \pm \sqrt{65} \\ y = 3 \end{cases}$

Do C có hoành độ dương nên $C(-2 + \sqrt{65}; 3)$, suy ra $P = (-2 + \sqrt{65})^2 - 3^2 = 58 - 4\sqrt{65}$. Vậy $P \in (25; 35)$.

Email: phamquynhanhbaby56@gmail.com

Câu 22. (DB2/D2010/BGD) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC cân tại B có tung độ B khác -3 ; đỉnh $A(3; -3)$ và đường tròn nội tiếp tam giác ABC có phương trình $(x-1)^2 + y^2 = 9$. Phương trình đường thẳng BC là

A. $5x + 12y + 21 = 0$. **B.** $12x + 5y + 27 = 0$. **C.** $5x - 12y - 31 = 0$. **D.** $12x - 5y - 3 = 0$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Thị Thỏa Facebook: Nguyễn Thị Thỏa

Chọn C

Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm $I(1;0)$ và bán kính $R = 3$.

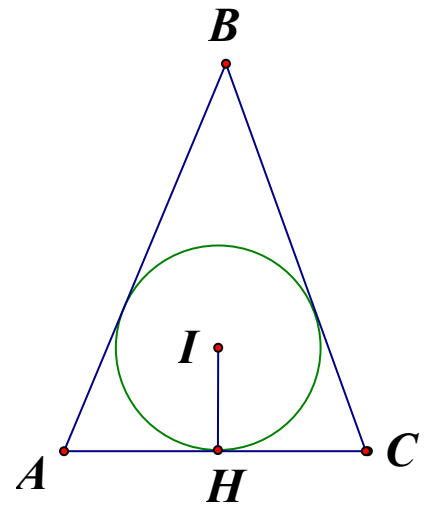
Giả sử đường thẳng AC có dạng

$$a(x - 3) + b(y + 3) = 0 \text{ với } a^2 + b^2 \neq 0$$

$$\text{Khi đó ta có } d_{(I;AC)} = R \Leftrightarrow \frac{|-2a + 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3$$

$$\Leftrightarrow |-2a + 3b| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 5a^2 - 12ab = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 12a = 5b \end{cases}$$



Với $a = 0$ thì chọn $b = 1$ ta có phương trình là $y + 3 = 0$.

Với $12a = 5b$ thì ta chọn $a = 5; b = 12$ nên có phương trình là $5x + 12y + 21 = 0$.

Vì AB và AC đều tiếp xúc với đường tròn nội tiếp và giả thiết tung độ điểm B khác -3 , nên đường thẳng AB có phương trình là $5x + 12y + 21 = 0$ thì đường thẳng AC có phương trình $y + 3 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của I lên AC ta có ABC cân tại B nên H là trung điểm của AC .

Ta có $H(1; -3)$ suy ra $C(-1; -3)$ và phương trình BH là $x = 1$.

$$\text{Tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x = 1 \\ 5x + 12y + 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{13}{6} \end{cases} \Rightarrow B\left(1; -\frac{13}{6}\right)$$

Ta có $\overrightarrow{BC}\left(-2; -\frac{5}{6}\right)$ nên vec tơ pháp tuyến của BC là $\vec{n}(5; -12)$

Phương trình đường thẳng BC là $5x - 12y - 31 = 0$.

Email: dacgiap@gmail.com

Câu 23. Cho đường $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Tính tổng bình phương bán kính các đường tròn tâm $M(5;1)$ cắt đường tròn (C) tại các điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

A. 16.

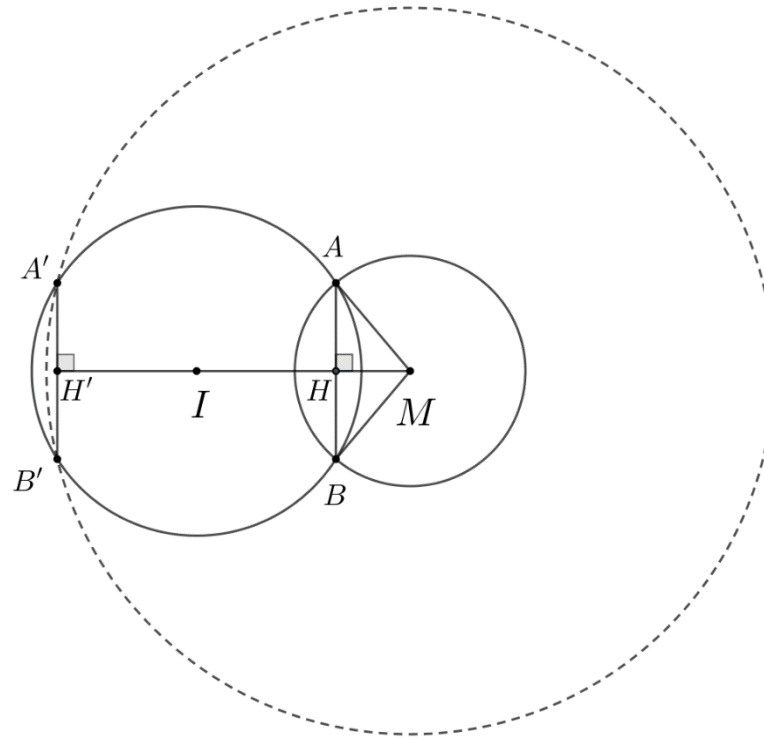
B. 46.

C. 56.

D. 59.

Lời giải

Chọn C



Phương trình đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$ có tâm $I(1; -2)$, $R = \sqrt{3}$.

Đường tròn (C') tâm M cắt đường tròn (C) tại A, B nên $AB \perp IM$ tại trung điểm H của đoạn AB . Ta có $AH = BH = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Có 2 vị trí cho AB đối xứng qua tâm I .

Gọi $A'B'$ là vị trí thứ 2 của AB .

Gọi H' là trung điểm của $A'B'$.

$$\text{Ta có: } IH' = IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{3 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Ta có: } MI = \sqrt{(5-1)^2 + (1+2)^2} = 5$$

$$\text{Và } MH = MI - HI = 5 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$MH' = MI + HI = 5 + \frac{3}{2} = \frac{13}{2}$$

$$\text{Ta có: } R_1^2 = MA^2 = AH^2 + MH^2 = \frac{3}{4} + \frac{49}{4} = \frac{52}{4} = 13.$$

$$R_2^2 = MA'^2 = A'H'^2 + MH'^2 = \frac{3}{4} + \frac{169}{4} = \frac{172}{4} = 43.$$

Vậy tổng bình phương bán kính các đường tròn là 56.

Email: vanphu.mc@gmail.com

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy cho có phương trình các đường thẳng AB, AC lần lượt là $3x-y+8=0$ và $x+y-4=0$. Đường tròn đi qua trung điểm các đoạn thẳng HA, HB, HC có phương trình là: $x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{25}{4}$, trong đó $H(a; b)$ là trực tâm tam giác ABC và $x_C < 5$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

A. $P = -2$.

B. $P = 2$.

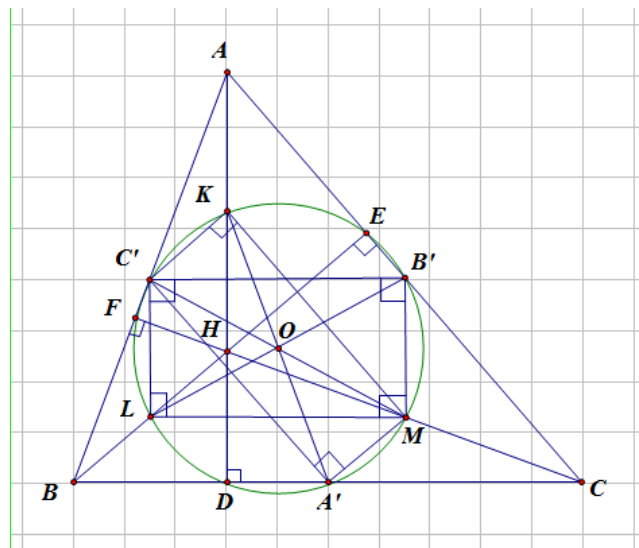
C. $P = \frac{1}{2}$.

D. $P = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Văn Phú Tên FB: Nguyễn Văn Phú

Chọn B



* Chứng minh được 9 điểm $A', B', C', D, E, F, K, L, M$ cùng thuộc một đường tròn (Đường tròn Euler).

* $A = AB \cap AC \Rightarrow A(-1; 5)$

* Gọi E, B' lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và trung điểm của AC

$$EB' = AC \cap (C) \Rightarrow \begin{cases} B'(2; 2), E(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}) \Rightarrow C(5; -1) \text{ (L)} \\ B'(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}), E(2; 2) \Rightarrow C(4; 0) \end{cases}$$

* Đường thẳng BH qua E và vuông góc với AC có PT $x-y=0$

* Đường thẳng CH qua C và vuông góc với AB có PT $x+3y-4=0$.

Điểm $H = BH \cap CH \Rightarrow H(1; 1) \Rightarrow a = 1; b = 1 \Rightarrow P = 2$

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và các đường thẳng $(d_1): mx + y - m - 1 = 0$, $(d_2): x - my + m - 1 = 0$. Tìm các giá trị của tham số m để mỗi đường thẳng d_1, d_2 cắt (C) tại 2 điểm phân biệt sao cho 4 điểm đó lập thành 1 tứ giác có diện tích lớn nhất. Khi đó tổng của tất cả các giá trị tham số m là:

76

Chọn A

+ Đường thẳng qua O, vuông góc với $\overrightarrow{BA} = (-\sqrt{3}; -3)$ là $d_1: \sqrt{3}x + 3y = 0$

+ Đường thẳng qua B, vuông góc với $\overrightarrow{OA} = (0; 2)$ là $d_2: y = -1$

+ Khi đó $H = d_1 \cap d_2 \Rightarrow H(\sqrt{3}; -1)$.

Câu 28. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(0; 2)$, $B(-\sqrt{3}; -1)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB .

- A.** $I(\sqrt{3}; 1)$. **B.** $I(-\sqrt{3}; 1)$. **C.** $I(-\sqrt{3}; -1)$. **D.** $I(1; -\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn B

+ Đường trung trực của cạnh AB là $d_1: \sqrt{3}x + 3y = 0$

+ Đường trung trực của cạnh OA là $d_3: y = 1$

+ Khi đó $I = d_1 \cap d_3 \Rightarrow I(-\sqrt{3}; 1)$

Câu 29. (KB2004) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(4; -3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x - 2y - 1 = 0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

Từ bài toán này ta có hai câu trắc nghiệm như sau:

Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(4; -3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x - 2y - 1 = 0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6, biết rằng hoành độ của điểm C là một số thực âm.

- A.** $C(-7; -3)$. **B.** $C(-3; -7)$. **C.** $C\left(-\frac{43}{11}; -\frac{27}{11}\right)$. **D.** $C\left(-\frac{27}{11}; -\frac{43}{11}\right)$.

Lời giải

Chọn C

+ Đường thẳng AB có phương trình là $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-4} \Leftrightarrow 4x + 3y - 7 = 0$

+ Ta có điểm C thuộc đường thẳng $x - 2y - 1 = 0$ (1) và

$$d(C, AB) = 6 \Leftrightarrow \frac{|4x + 3y - 7|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y - 37 = 0 & (2a) \\ 4x + 3y + 23 = 0 & (2b) \end{cases}$$

+ Có hai điểm C thỏa đề: từ (1) và (2a) $\Rightarrow C_1(7; 3)$; từ (1) và (2b) $\Rightarrow C_2\left(-\frac{43}{11}; -\frac{27}{11}\right)$

+ Vì $x_C < 0$ nên chọn $C\left(-\frac{43}{11}; -\frac{27}{11}\right)$.

Câu 31. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;1)$, $B(4;-3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x-2y-1=0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6, biết rằng tung độ của điểm C là một số nguyên.

A. $C(-7;-3)$.

B. $C(-3;-7)$.

C. $C(3;7)$.

D. $C(7;3)$.

Lời giải

Chọn D

+ Đường thẳng AB có phương trình là $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-4} \Leftrightarrow 4x+3y-7=0$

+ Ta có điểm C thuộc đường thẳng $x-2y-1=0$ (1) và

$$d(C, AB) = 6 \Leftrightarrow \frac{|4x+3y-7|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y-37=0 & (2a) \\ 4x+3y+23=0 & (2b) \end{cases}$$

+ Có hai điểm C thỏa đề: từ (1) và (2a) $\Rightarrow C_1(7;3)$; từ (1) và (2b) $\Rightarrow C_2\left(-\frac{43}{11}; -\frac{27}{11}\right)$

+ Vì $y_C \in \mathbb{Z}$ nên chọn $C(7;3)$.

Facebook: Duy Hùng. Email: Duyhungprudential@gmail.com, Đại học khối A -2009 -2

Câu 32. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng $\Delta: x + my - 2m + 3 = 0$, với m là tham số thực. Gọi I là tâm đường tròn (C) . Tìm tổng các giá trị m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất

A. $\frac{15}{8}$

B. $\frac{8}{15}$

C. $\frac{16}{7}$

D. $\frac{17}{6}$

Lời giải

Chọn B

Ta có (C) có tâm $I(-2;-2)$. Bán kính $R = \sqrt{2}$

Diện tích tam giác IAB là: $S = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin AIB \leq \frac{1}{2} R^2 = 1$. Diện tích S lớn nhất khi và chỉ khi $IA \perp IB$

Khi đó, khoảng cách từ I đến Δ : $d(I, \Delta) = \frac{R}{\sqrt{2}} = 1 \Leftrightarrow \frac{|-2-2m-2m+3|}{\sqrt{1+m^2}} = 1$

$$\Leftrightarrow (1-4m)^2 = 1+m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\frac{8}{15} \end{cases}$$

Giachuan85@gmail.com

Câu 33. (D 2003) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxy cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$, và đường thẳng $d: x-y-1=0$. Viết phương trình đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng d . Tìm tọa độ các giao điểm của (C) và (C') .

Lời giải

Từ $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ suy ra (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$.

Đường thẳng d có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;-1)$. Do đó đường thẳng Δ đi qua $I(1;2)$ và vuông góc với d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} \Leftrightarrow x+y-3=0$.

Tọa độ giao điểm H của d và Δ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y-1=0 \\ x+y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow H(2;1).$$

Gọi J là điểm đối xứng với $I(1;2)$ qua d . Khi đó $\begin{cases} x_J = 2x_H - x_I = 3 \\ y_J = 2y_H - y_I = 0 \end{cases} \Rightarrow J(3;0)$. Vì (C') đối xứng với (C) qua d nên (C') có tâm là $J(3;0)$ và bán kính $R=2$. Do đó (C') có phương trình $(x-3)^2 + y^2 = 4$.

Tọa độ giao điểm của (C) và (C') là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ (x-3)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y-1=0 \\ (x-3)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-1 \\ 2x^2-8x+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, y=0 \\ x=3, y=2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (C) và (C') là $A(1;0)$ và $B(3;2)$.

Câu 34. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxy cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$, và đường thẳng $d: x-y-1=0$. Đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng d có tâm $(a;b)$. Tính tổng $a+b$?

A. -3.

B. 3.

C. 2.

D. -4.

Lời giải

Chọn B

Từ (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ suy ra (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$.

Đường thẳng d có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;-1)$. Do đó đường thẳng Δ đi qua $I(1;2)$ và vuông góc với d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} \Leftrightarrow x+y-3=0$.

Tọa độ giao điểm H của d và Δ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y-1=0 \\ x+y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow H(2;1).$$

Gọi J là điểm đối xứng với $I(1;2)$ qua d . Khi đó $\begin{cases} x_J = 2x_H - x_I = 3 \\ y_J = 2y_H - y_I = 0 \end{cases} \Rightarrow J(3;0)$. Vì (C') đối xứng với (C) qua d nên (C') có tâm là $J(3;0)$

Câu 35. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxy cho đường tròn

(C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$, và đường thẳng $d: x-y-1=0$. Đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng d , gọi các giao điểm của (C) và (C') là A và B. Tính độ dài đoạn AB.

A. $AB=3\sqrt{2}$.

B. $AB=2\sqrt{2}$.

C. $AB=2\sqrt{5}$.

D. $AB=2$.

Lời giải

Chọn B

Từ (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ suy ra (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$.

Đường thẳng d có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;-1)$. Do đó đường thẳng Δ đi qua $I(1;2)$ và vuông góc với d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} \Leftrightarrow x+y-3=0$.

Tọa độ giao điểm H của d và Δ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y-1=0 \\ x+y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow H(2;1).$$

Gọi J là điểm đối xứng với $I(1;2)$ qua d . Khi đó $\begin{cases} x_J = 2x_H - x_I = 3 \\ y_J = 2y_H - y_I = 0 \end{cases} \Rightarrow J(3;0)$. Vì (C') đối xứng với (C) qua d nên (C') có tâm là $J(3;0)$ và bán kính $R=2$. Do đó (C') có phương trình $(x-3)^2 + y^2 = 4$.

Tọa độ giao điểm của (C) và (C') là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ (x-3)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y-1=0 \\ (x-3)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-1 \\ 2x^2 - 8x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, y=0 \\ x=3, y=2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (C) và (C') là $A(1;0)$ và $B(3;2)$ suy ra $AB = 2\sqrt{2}$.

Email: lehongphivts@gmail.com

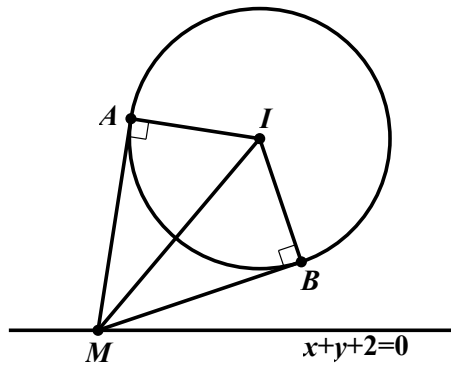
Câu 36. [Câu 33-Khối A 2011-VI.a.1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + y + 2 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Gọi I là tâm của (C) , M là điểm thuộc Δ . Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB đến (C) (A và B là các tiếp điểm). Biết rằng có hai vị trí M_1, M_2 của M sao cho tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng 10. Tìm tọa độ trung điểm K của M_1M_2 ?

- A. $K\left(\frac{1}{2}; \frac{-5}{2}\right)$. B. $K\left(\frac{-1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$. C. $K\left(\frac{-5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $K\left(\frac{-3}{2}; \frac{-1}{2}\right)$.

Lời giải

Trắc nghiệm hóa: Lê Hồng Phi Tên FB: Lê Hồng Phi

Chọn B



Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$ và bán kính $IA = \sqrt{5}$.

Tứ giác $MAIB$ có $MAI = MBI = 90^\circ$ và $MA = MB$ nên

$$S_{MAIB} = 2S_{MAI} = MA \cdot IA \Rightarrow MA = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Rightarrow IM = \sqrt{MA^2 + IA^2} = 5.$$

Do $M \in \Delta$ nên $M(t; -t-2)$. Như thế,

$$IM = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(t-2)^2 + (t+3)^2} = 5 \Leftrightarrow 2t^2 + 2t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3. \end{cases}$$

Suy ra, $M_1(2; -4)$ và $M_2(-3; 1)$.

Vậy tọa độ trung điểm K là $K\left(\frac{-1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$.

Email: pybinh161187@gmail.com

Câu 37. (D2013-1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có điểm $M\left(-\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh AB , điểm $H(-2; 4)$ và điểm $I(-1; 1)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết điểm $C(m; n)$ với $m < 0$, giá trị $P = 3m + n$ là

A. $P = 6$.

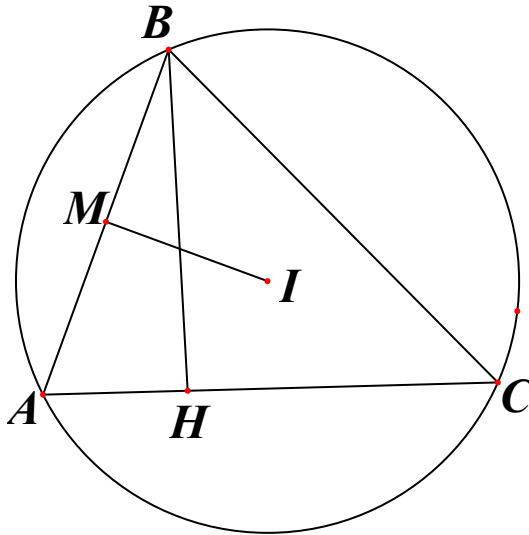
B. $P = 3$.

C. $P = 0$.

D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{IM} = \left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Vì $M \in AB$ và $AB \perp IM$ nên đường thẳng AB có phương trình $7x - y + 33 = 0$.

Vì $A \in AB$ nên $A(a; 7a + 33)$. Do M là trung điểm của AB nên $B(-a - 9; -7a - 30)$.

Ta có $HA \perp HB$ thì $\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB} = 0$ thì $a^2 + 9a + 20 = 0$ thì $a = -4$ hoặc $a = -5$.

Với $a = -4$ suy ra $A(-4; 5)$, $B(-5; -2)$. Ta có $BH \perp AC$ nên đường thẳng AC có phương trình $x + 2y - 6 = 0$. Do đó $C(6 - 2c; c)$. Từ $IC = IA$ suy ra $(7 - 2c)^2 + (c - 1)^2 = 25$. Do đó $c = 1$ hoặc $c = 5$. Do C khác A , suy ra $C(4; 1)$ (không thỏa mãn đề bài).

Với $a = -5$ suy ra $A(-5; -2)$, $B(-4; 5)$. Ta có $BH \perp AC$ nên đường thẳng AC có phương trình $2x - y + 8 = 0$. Do đó $C(t; 2t + 8)$. Từ $IC = IA$ suy ra $(t + 1)^2 + (2t + 7)^2 = 25$. Do đó $t = -1$ hoặc $t = -5$. Do C khác A , suy ra $C(-1; 6)$ (thỏa mãn đề bài).

Vậy $m = -1$; $n = 6$ nên $P = 3$.

Email: thuyhung8587@gmail.com

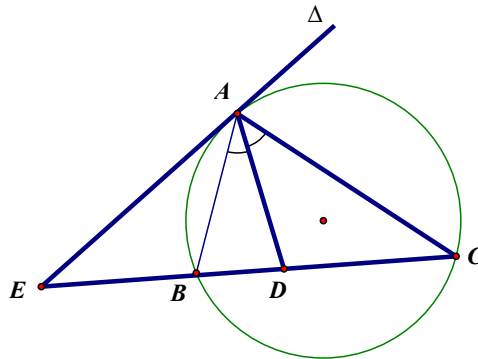
Câu 38. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có chân đường phân giác trong của góc A là điểm $D(1; -1)$. Đường thẳng AB có phương trình $3x + 2y - 9 = 0$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x + 2y - 7 = 0$. Phương trình đường thẳng BC có dạng $x + ay + b = 0$. Khi đó $2018a - 2019b$ bằng bao nhiêu?

A. 2018.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2021.

Lời giải**Họ và tên tác giả: Cần Việt Hưng Tên FB: Viet Hung****Chọn D**

+) Gọi Δ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ tại A .

+) Ta có $A(x; y) = AD \cap \Delta$ nên tọa độ của A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 9 = 0 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(1; 3).$$

+) Có $\overrightarrow{AD} = (0; -4)$ không là VTPT của $\Delta \Rightarrow AD$ và Δ không vuông góc với nhau

$\Rightarrow \Delta$ và BC không song song với nhau.

+) Gọi $E = \Delta \cap BC$ (Và giả sử $EB < EC$).

+) Ta có $\angle EAB = \angle ACB$ và $\angle BAD = \angle DAC$

Suy ra $\angle EAD = \angle EAB + \angle BAD = \angle ACB + \angle DAC = \angle ADE \Rightarrow \triangle EAD$ cân tại E .

+) Gọi I là trung điểm của $AD \Rightarrow I(1; 1)$, gọi d đường trung trực của $AD \Rightarrow$ phương trình của d là: $y - 1 = 0$.

+) $E = d \cap \Delta$ nên tọa độ của E thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y - 7 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow E(5; 1)$

+) Đường thẳng BC đi qua $E(5; 1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{DE} = (4; 2)$ làm vectơ chỉ phương nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2) \Rightarrow$ phương trình của $BC: (x - 5) - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow 2018a - 2019b = 2021.$$

Hoàng Trâm

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(4;3)$. Đường thẳng $(d): x - y - 2 = 0$ và $(d'): x + y - 4 = 0$ cắt nhau tại M . Tìm tọa độ các điểm $B \in (d)$ và $C \in (d')$ sao cho A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MBC .

Lời giải

$$B \in (d): x - y - 2 = 0 \Rightarrow B(x_B; x_B - 2).$$

$$C \in (d'): x + y - 4 = 0 \Rightarrow C(x_C; 4 - x_C).$$

Ta thấy: $d \perp d'$ nên ΔMBC vuông tại M .

Do đó: A là trung điểm của đoạn BC .

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x_B + x_C = 2 \cdot 4 \\ x_B - 2 + 4 - x_C = 2 \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = 8 \\ x_B - x_C = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 6 \\ x_C = 2 \end{cases} \Rightarrow B(6;4), C(2;2)$$

Email: nguyentuanblog1010@gmail.com

Câu 40. (Đề A2002): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , xét tam giác ABC vuông tại A , phương trình đường thẳng BC là $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$, các đỉnh A, B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng 2. Gọi $G(x_0; y_0)$ với $x_0 > 0$ là trọng tâm của tam giác ABC . Biết rằng giá trị của biểu thức $T = 2y_0 - x_0$ bằng $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{Z}^+$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó kết luận nào dưới đây là đúng?

A. $3m - 4n = 5$

B. $m > n$

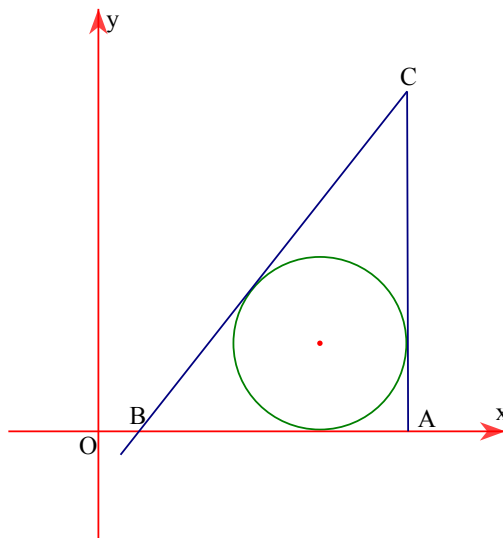
C. $m < n + 1$

D. $m \cdot n < 12$.

Chỉnh sửa đề thành đề trắc nghiệm : Phạm Chí Tuân Fb: Tuân Chí Phạm

Lời giải

Chọn B.



Ta có $B = BC \cap Ox \Rightarrow B(1;0)$, $A \in Ox \Rightarrow A(a;0)$. Lại có $AC \perp AB$ và $C \in BC \Rightarrow C(a; \sqrt{3}(a-1))$.

Lại có: $AB = |a-1|$, $AC = \sqrt{3}|a-1|$ và $BC = 2|a-1|$.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}, G\left(\frac{2a+1}{3}; \frac{\sqrt{3}(a-1)}{3}\right)$$

$$\text{Do } x_0 > 0 \Leftrightarrow \frac{2a+1}{3} > 0 \Leftrightarrow a > -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Theo bài ta có } r_{ABC} = \frac{2S_{ABC}}{AB+BC+CA} \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = 2(AB+BC+CA)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}(a-1)^2 = 2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)|a-1| \Leftrightarrow |a-1| = 2(\sqrt{3}+1) \xrightarrow{a > -\frac{1}{2}} a = 2\sqrt{3}+3$$

$$\text{Vậy } G\left(\frac{7+4\sqrt{3}}{3}; \frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{7+4\sqrt{3}}{3} \\ y_0 = \frac{6+2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow T = 2y_0 - x_0 = \frac{5}{3} \Rightarrow m = 5 > n = 3.$$

VẤN ĐỀ 3- ELIP- PARABOL

Email: lienquocnl@gmail.com facebook: Phuonglien Le

Câu 1. (KA- 2012-2) Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 8$ và elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8. Đường tròn (C) và elip (E) cắt nhau tại 4 điểm tạo thành một hình vuông. Khi đó phương trình chính tắc của elip (E) là:

A. $\frac{3x^2}{16} + \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$

C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{\frac{16}{15}} = 1$

D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1$

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của elip ($\square$) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$ và $2a = 8$ suy ra $a = 4$.

Do ($\square$) và ($\square$) đều nhận các trục xx', yy' làm trục đối xứng và cắt nhau tại 4 điểm là đỉnh của một hình vuông nên có một điểm chung $(x_0; y_0)$ mà $x_0 = y_0$ và $x_0 > 0$

$$(x_0; y_0) \in (C) \Leftrightarrow x_0^2 + y_0^2 = 8 \Rightarrow x_0 = 2.$$

$$(2; 2) \in (\square) \Leftrightarrow \frac{4}{4^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = \frac{16}{3}$$

Suy ra phương trình chính tắc của ($\square$) là: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$. nên chọn **B.**

Gmail: huuquoc88@gmail.com

Câu 2. (A – 2011 (NC)) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. A, B là 2 điểm có hoành độ dương thuộc (E) sao cho tam giác OAB cân và có diện tích lớn nhất. Khi đó tọa độ trung điểm của AB là

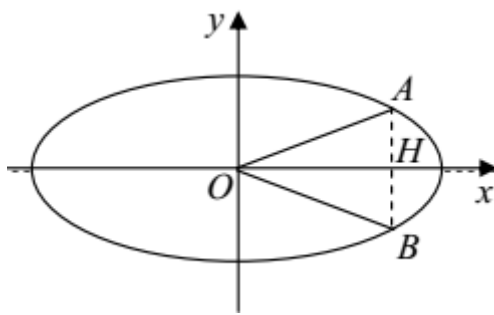
A. (1;2)

B. $(\sqrt{2}; 0)$

C. $(-\sqrt{2}; 0)$

D. $(2\sqrt{2}; 0)$

Lời giải



Gọi $A(x; y)$. Vì A, B thuộc (E) có hoành độ dương và tam giác OAB cân tại O nên $B(x; -y), x > 0$

Khi đó ta có: $AB = 2|y| = \sqrt{4-x^2}$

Gọi H là trung điểm AB, Ta có: $OH \perp AB, OH = x$

Suy ra: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{4-x^2} = \frac{1}{2} \sqrt{x^2(4-x^2)} \leq 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = 4-x^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$

Vậy tọa độ trung điểm của AB là $H(\sqrt{2}; 0)$

Họ tên: Võ Hữu Quốc fb: Hữu Quốc

Email: trichinhsp@gmail.com

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $C(2; 0)$ và elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm các điểm A, B thuộc (E) , biết rằng 2 điểm A, B đối xứng nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều. Khi đó diện tích S của tam giác ABC là kết quả nào dưới đây:

A. $S = \frac{4\sqrt{3}}{7}$. **B.** $S = \frac{16\sqrt{3}}{49}$. **C.** $S = \frac{48\sqrt{3}}{49}$. **D.** $S = \frac{16}{49}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Trí Chính Tên FB: Nguyễn Trí Chính

Chọn C

Gọi $A(x; y)$. Do A, B đối xứng nhau qua Ox nên $B(x; -y)$ và Ox là đường trung trực của BC

Có $C(2; 0) \in Ox$. Suy ra $CA = CB = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$, Có $AB = 2|y|$

Có $A(x; y) \in (E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4}(4-x^2)$

ΔABC đều $\Leftrightarrow AB = AC = BC \Leftrightarrow 4y^2 = (x-2)^2 + y^2$

$\Leftrightarrow 3y^2 = (x-2)^2; y^2 = \frac{1}{4}(4-x^2)$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}(4-x^2) = (x-2)^2$

$\Leftrightarrow 7x^2 - 16x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2; y = 0 (\equiv C) \\ x = \frac{2}{7}; y = \pm \frac{4\sqrt{3}}{7} \end{cases}$

Vậy $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hay $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$

$$\text{Khi đó } AB = \frac{8\sqrt{3}}{7}, dt(ABC) = \frac{AB^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{48\sqrt{3}}{49}$$

Email: pandahoa@gmail.com

Câu 4. (D2008) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y^2 = 16x$ và điểm $A(1;4)$. Hai điểm phân biệt B, C (B và C khác A) đi động trên (P) sao cho góc $BAC = 90^\circ$. Đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định I . Tọa độ I là:

- A.** $I(17;-4)$. **B.** $I(-17;-4)$. **C.** $I(17;4)$. **D.** $I(-17;4)$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Phú Hòa Tên FB: Nguyễn Phú Hòa

Chọn A

Do hai điểm phân biệt B, C thuộc (P) (B và C khác A) nên $B\left(\frac{b^2}{16}; b\right), C\left(\frac{c^2}{16}; c\right), b \neq 4, c \neq 4$.

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AB} = \left(\frac{b^2}{16} - 1; b - 4\right), \overrightarrow{AC} = \left(\frac{c^2}{16} - 1; c - 4\right).$$

$$\text{Theo đề: } BAC = 90^\circ \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{b^2}{16} - 1\right)\left(\frac{c^2}{16} - 1\right) + (b - 4)(c - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (b - 4)(c - 4)\left(\frac{b + 4}{16} \cdot \frac{c + 4}{16} + 1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 4 \\ bc + 4(b + c) + 272 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow bc + 4(b + c) + 16 \cdot 17 = 0 \quad (1).$$

$$\text{Mặt khác, phương trình đường thẳng } BC: \frac{x - \frac{c^2}{16}}{\frac{b^2}{16} - \frac{c^2}{16}} = \frac{y - c}{b - c} \Leftrightarrow 16x - (b + c)y + bc = 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra BC luôn đi qua một điểm cố định $I(17;-4)$.

Email: vukieuoanh2405@gmail.com

Câu 5. (B2003-DB1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi $(d_1); (d_2)$ là các tiếp tuyến của (E) đi qua điểm $N(1;-3)$. Tổng tung độ các tiếp điểm là:

- A.** $-\frac{216}{85}$. **B.** $\frac{72}{85}$. **C.** $-\frac{17}{5}$. **D.** $\frac{29}{17}$.

Lời giải**Họ và tên tác giả: Vũ Kiều Oanh Tên FB: Rio Vũ Vũ****Chọn A**

$$(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Phương trình tiếp tuyến của elip (E) tại điểm $M(x_0; y_0) \in (E)$ là: $\frac{x \cdot x_0}{9} + \frac{y \cdot y_0}{4} = 1$.

Vì tiếp tuyến của (E) đi qua điểm $N(1; -3)$ nên ta có:

$$\frac{1 \cdot x_0}{9} + \frac{(-3) \cdot y_0}{4} = 1$$

$$\Leftrightarrow x_0 = \frac{27}{4} y_0 + 9$$

(học sinh có thể rút y_0 theo x_0 nhưng vì yêu cầu tìm tổng các tung độ của các tiếp điểm nên việc rút x_0 theo y_0 sẽ thuận tiện tính tổng các nghiệm nhanh hơn dựa vào định lý Vi-et).

$$\text{Mà } M(x_0; y_0) \in (E) \Rightarrow \frac{x_0^2}{9} + \frac{y_0^2}{4} = 1.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} \left(\frac{27}{4} y_0 + 9 \right)^2 + \frac{1}{4} y_0^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{81}{16} y_0^2 + \frac{27}{2} y_0 + 9 + \frac{1}{4} y_0^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{85}{16} y_0^2 + \frac{27}{2} y_0 + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = \frac{-8}{5} \\ y_0 = \frac{-16}{17} \end{cases}.$$

(hoặc dựa vào định lý Vi-et để tính tổng mà không cần tính rõ 2 nghiệm)

Tổng các tung độ của các tiếp điểm là $\frac{-216}{85}$.

Đáp án **A**.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và đường thẳng $(d_m): mx - y - 1 = 0$.

Số giá trị nguyên dương của m không vượt quá 2019 để (d_m) cắt (E) tại hai điểm phân biệt là:

A. 2019.

B. 2018.

C. 2020.

D. 2017.

Lời giải

Chọn A

Xét elip (E) có $a=3; b=2$.

$$\text{Ta có: } d(O; d_m) = \frac{1}{\sqrt{m^2 + 1}}.$$

Vì $\sqrt{m^2 + 1} \geq 1 \Rightarrow 0 < d(O; d_m) \leq 1 \Rightarrow d(O; d_m) < b < a$ nên (d_m) luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt với $\forall m \in \mathbb{N}$.

Mà $1 \leq m \leq 2019$.

Nên có 2019 giá trị nguyên của m thỏa mã yêu cầu bài toán.

Câu 7. (DỰ BỊ 2_KHỐI D_2003) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho parabol $(P): x = y^2$ và điểm $I(0; 2)$. Tìm tọa độ hai điểm M, N thuộc (P) sao cho $\overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IN}$.

Lời giải

$$\text{Gọi } N(n^2; n) \in (P)$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{IN} = (n^2; n-2). \text{ Gọi } M(x; y) \text{ thì } \overrightarrow{IM} = (x; y-2)$$

$$\text{Từ giả thiết: } \overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IN} \Rightarrow \begin{cases} x = 4n^2 \\ y-2 = 4(n-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4n^2 \\ y = 4n-6 \end{cases} \Rightarrow M(4n^2; 4n-6).$$

$$\text{Vì } M \in (P) \Rightarrow 4n^2 = (4n-6)^2 \Rightarrow \begin{cases} n=3 \\ n=1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} N(1; 1) \\ M(4; -2) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} N(9; 3) \\ M(36; 6) \end{cases}$$

TRẮC NGHIỆM HÓA

Câu 8. DỰ BỊ 2_KHỐI D_2003 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho parabol $(P): x = y^2$ và điểm $I(0; 2)$. Gọi M và N là hai điểm thuộc (P) sao cho $\overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IN}$. Tổng các hoành độ của M và N chia hết cho số nào dưới đây?

A. 5

B. 2

C. 6

D. 4

Lời giải

Chọn A

Email: Levietthuong38@gmail.com

Hãy tham gia group để cùng học và cùng làm- Nhóm chỉ dành cho các Gv, Sv toán!

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E): $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{2} = 1$. Viết phương trình hypebol (H) có hai đường tiệm cận là $y = \pm 2x$ và có hai tiêu điểm là hai tiêu điểm của elip (E).

Lời giải

Elip (E) có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{10}; 0), F_2(\sqrt{10}; 0)$

Giả sử phương trình (H) là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Tiêu điểm của (H) lần lượt là $F(-c; 0), F'(c; 0), (c^2 = a^2 + b^2)$

Phương trình hai đường tiệm cận là $y = \pm \frac{b}{a}x$

Theo bài ra ta có $\begin{cases} c = \sqrt{10} \\ \frac{b}{a} = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ b = 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ b^2 - 4a^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 2 \\ b^2 = 8 \end{cases}$$

Vậy phương trình (H) cần tìm là $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1$

Người gửi: Lương Văn Huy – Mail: Luongvanhuydhsphn@gmail.com

Email: letai868686@gmail.com

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, biết elip (E) có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của (E) cùng nằm trên một đường tròn. Giả sử phương trình chính tắc của elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = a\sqrt{2} + b$

A. $P = 6$.

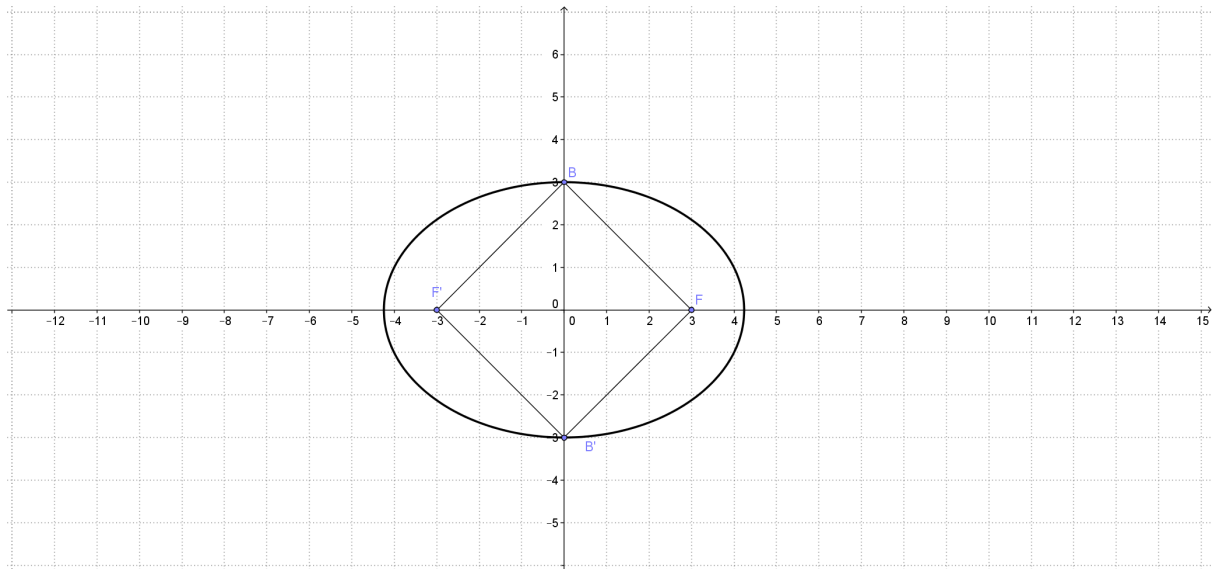
B. $P = 4$.

C. $P = 8$.

D. $P = 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: lê ngọc tài Tên FB: lê Tài



Phương trình chính tắc của (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$. Đỉnh thuộc trục nhỏ là $B(0;b)$, $B'(0;-b)$ và tiêu điểm là $F(c;0)$; $F'(-c;0)$.

Vì tứ giác $FBF'B'$ hai đường chéo vuông góc cắt nhau tại trung điểm lên là hình thoi đồng thời nội tiếp lên tứ giác $FBF'B'$ là hình vuông $\Rightarrow 2BF^2 = F'F^2 \Leftrightarrow b^2 = c^2 \Leftrightarrow b = c$.

$$\text{Vậy ta có } \begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ b = c \\ a = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{2} \\ b = c = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ là phương trình chính tắc của (E).}$$

Chọn: **A.**

Câu 11. (D2008) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y^2 = 16x$ và điểm $A(1;4)$. Hai điểm phân biệt B, C (B và C khác A) đi động trên (P) sao cho góc $BAC = 90^\circ$. Đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định I . Tọa độ I là:

A. $I(17;-4)$.

B. $I(-17;-4)$.

C. $I(17;4)$.

D. $I(-17;4)$.

Lời giải

Chọn A

Do hai điểm phân biệt B, C thuộc (P) (B và C khác A) nên $B\left(\frac{b^2}{16}; b\right)$, $C\left(\frac{c^2}{16}; c\right)$, $b \neq 4$, $c \neq 4$.

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AB} = \left(\frac{b^2}{16} - 1; b - 4\right), \overrightarrow{AC} = \left(\frac{c^2}{16} - 1; c - 4\right).$$

$$\text{Theo đề: } BAC = 90^\circ \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{b^2}{16} - 1\right)\left(\frac{c^2}{16} - 1\right) + (b - 4)(c - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (b-4)(c-4)\left(\frac{b+4}{16} \cdot \frac{c+4}{16} + 1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ c=4 \\ bc+4(b+c)+272=0 \end{cases} \Leftrightarrow bc+4(b+c)+16 \cdot 17=0 \quad (1).$$

Mặt khác, phương trình đường thẳng $BC: \frac{x - \frac{c^2}{16}}{\frac{b^2}{16} - \frac{c^2}{16}} = \frac{y-c}{b-c} \Leftrightarrow 16x - (b+c)y + bc = 0 \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra BC luôn đi qua một điểm cố định $I(17; -4)$.

Email: tranthanhsonndc@gmail.com

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Gọi (d) là đường thẳng đi qua $M(-2; 3)$, tiếp xúc với (E) tại $N(x_0; y_0)$ không trùng với đỉnh của (E) . Khi đó giá trị của biểu thức $T = x_0 + 4y_0$ bằng

A. $T = 1$.

B. $T = 4$.

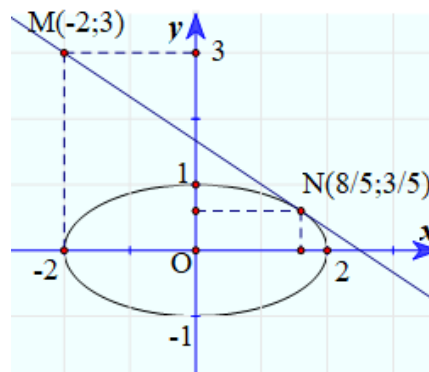
C. $T = -\frac{4}{5}$.

D. $T = \frac{11}{5}$.

Họ và tên tác giả: Trần Thanh Sơn Tên FB: Trần Thanh Sơn

Lời giải

Chọn B



Gọi $(d): ax + by + c = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$. Ta có (d) tiếp xúc với $(E) \Leftrightarrow 4a^2 + b^2 = c^2$.

Lại có $M(-2; 3) \in (d) \Rightarrow -2a + 3b + c = 0$.

Do đó ta được hệ $\begin{cases} 4a^2 + b^2 = c^2 \\ -2a + 3b = -c \end{cases} \Rightarrow 8b^2 - 12ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 2b = 3a \end{cases}$.

Với $b = 0$ không thỏa.

Với $3a = 2b$ chọn $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow (d): 2x + 3y - 5 = 0$.

Mặt khác, tiếp tuyến của (E) tại $N(x_0; y_0)$: $\frac{xx_0}{4} + \frac{yy_0}{1} = 1$. Tiếp tuyến này trùng với (d) suy

$$\text{ra} \Rightarrow \frac{x_0}{2} = \frac{4y_0}{3} = \frac{-4}{-5} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{8}{5} \\ y_0 = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{8}{5}; \frac{3}{5}\right).$$

$$\text{Vậy } T = x_0 + 4y_0 = \frac{8}{5} + \frac{12}{5} = 4.$$

Đề khối A năm 2008 thuytoanqx2@gmail.com

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy, elip (E) có phương trình: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$) có tâm sai $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Các đường thẳng $x = \pm a$; $y = \pm b$ tạo thành một hình chữ nhật có chu vi bằng 20. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E) . M, N là hai điểm thuộc (E) sao cho $MF_1 + NF_2 = 4$. Tính giá trị biểu thức $T = MF_2 + NF_1$

A. $T = 4$

B. $T = 8$

C. $T = 2$

D. $T = 4\sqrt{5} - 4$

Lời giải

Tác giả: lê thị thúy Tên FB: Thúy Lê

Chọn B

$$\text{Từ giả thiết ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ 2(2a + 2b) = 20 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases} \text{ Giải hệ phương trình ta tìm được } \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Với } \forall M, N \text{ thuộc } (E) \text{ ta có } \begin{cases} MF_1 + MF_2 = 2a = 6 \\ NF_1 + NF_2 = 2a = 6 \end{cases} \text{ suy ra } T = MF_2 + NF_1 = 12 - (MF_1 + NF_2) \\ = 8 \end{aligned}$$

Email: thuonanh2207@gmail.com

Câu 14. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD có $AC = 2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. Phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh A, B, C, D của hình thoi, biết A thuộc Ox. Tổng bình phương độ dài trục lớn và trục nhỏ của (E) là:

A. 100

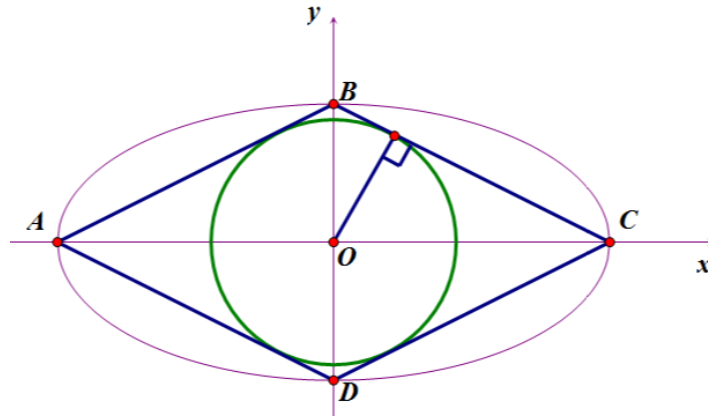
B. 90

C. 80

D. 120

Lời giải

Họ và tên: Nguyễn Thị Thu Oanh - **Tên FB:** Thu oanh



Ta có $AC = 2BD$ nên $OC = 2OB$.

Trong tam giác OBC:

$$\frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{4OB^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow OB = \sqrt{5}, OC = 2\sqrt{5}$$

Nên độ dài trục lớn là $4\sqrt{5}$, độ dài trục nhỏ $2\sqrt{5}$.

Vậy $(4\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 100$. Chọn **A**.

Cách hỏi 2: Giả sử hoành độ điểm A, C lần lượt là x_1, x_2 . Tung độ điểm B, D lần lượt là y_1, y_2 .
Tính $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

A. -25

B. -24

C. -22

D. -26

Email: ngocsonnguyen82@gmail.com

- Câu 15. (Bài 88-D2006 DB2)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình chính tắc của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, biết (E) có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của (E) cùng nằm trên một đường tròn khi đó tỉ số $a^2 + b^2$ bằng
- A.** 12. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 48

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Ngọc Sơn Tên FB: Ngọc Sơn Nguyen

Chọn A

+ Vì độ dài trục lớn của (E) bằng $4\sqrt{2}$ nên ta có: $2a = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow a = 2\sqrt{2}$

+ Vì các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của (E) cùng nằm trên một đường tròn nên $b = c$

+ ADCT: $b^2 + c^2 = a^2 \Leftrightarrow 2b^2 = (2\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow b = 2$ (do $b > 0$)

+ $a^2 + b^2 = 12$.

- Câu 16. [Khối D-2005]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $C(2;0)$ và elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Các điểm A, B thuộc (E) và A, B đối xứng qua trục hoành đồng thời tam giác ABC là tam giác đều. Gọi S, P, R, r lần lượt là diện tích, chu vi, bán kính đường tròn ngoại tiếp, bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

Hãy tham gia group để cùng học và cùng làm- Nhóm chỉ dành cho các Gv, Sv toán!

A. $\frac{S}{\sqrt{3}} < 1.$

B. $\frac{P}{\sqrt{3}} > 4.$

C. $\frac{S}{P} < 1.$

D. $\frac{S}{P} = \frac{R}{2}.$

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(a; b)$

Vì A, B đối xứng với nhau qua trục hoành suy ra $B(a; -b)$

Có $A(a; b) \in (E) \Leftrightarrow \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{1} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 1 - \frac{a^2}{4} \quad (1)$

Tam giác ABC cân tại C nên tam giác đều $AB = AC \Leftrightarrow 4b^2 = (a-2)^2 + b^2 \quad (2)$

Từ (1), (2) ta có hệ

$$\begin{cases} b^2 = 1 - \frac{a^2}{4} \\ 4b^2 = (a-2)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \\ b^2 = \frac{48}{49} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \\ b = \frac{4\sqrt{3}}{7} \\ a = \frac{2}{7} \\ b = -\frac{4\sqrt{3}}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right); B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right) \\ A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right); B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right) \end{cases}$$

Khi đó $AB = \frac{8\sqrt{3}}{7}; d(C; AB) = \frac{12}{7}$ suy ra $S = \frac{48\sqrt{3}}{49}; P = \frac{24\sqrt{3}}{7}; r = \frac{2}{7}; R = \frac{4}{7}.$

Vậy chọn **đáp án B.**

Facebook: Dangquang

Mail: Dangvanquanggb1@gmail.com

Email: chitoannd@gmail.com

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxy , cho elip có phương trình: $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Xét điểm M chuyển động trên tia Ox và điểm N chuyển động trên tia Oy sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (E) . Xác định tọa độ của M, N để đoạn MN có độ dài nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Văn Chí Tên FB: Nguyễn Văn Chí

Giả sử $M(m; 0), N(0; n)$ với $m > 0; n > 0$ là hai điểm chuyển động trên hai tia Ox, Oy .

Phương trình của đường thẳng $MN: \frac{x}{m} + \frac{y}{n} - 1 = 0.$

Đường thẳng tiếp xúc với (E) khi và chỉ khi $16\left(\frac{1}{m}\right)^2 + 9\left(\frac{1}{n}\right)^2 = 1.$

$$\begin{aligned} \text{Áp dụng bất đẳng thức CôSi ta có: } MN^2 &= m^2 + n^2 = (m^2 + n^2) \left(\frac{16}{m^2} + \frac{9}{n^2} \right) \\ &= 25 + 16 \frac{n^2}{m^2} + 9 \frac{m^2}{n^2} \geq 25 + 2\sqrt{16 \cdot 9} = 49 \Rightarrow MN \geq 7. \end{aligned}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: } \begin{cases} \frac{16n^2}{m^2} = \frac{9m^2}{n^2} \\ m^2 + n^2 = 49 \\ m > 0, n > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2\sqrt{7} \\ n = \sqrt{21} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} M(2\sqrt{7}; 0) \\ N(0; \sqrt{21}) \end{cases}.$$

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxy , cho elip có phương trình: $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Xét điểm M chuyển động trên tia Ox và điểm N chuyển động trên tia Oy sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (E) . Biết rằng khi tọa độ của M, N thỏa mãn đoạn MN có độ dài nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó thuộc khoảng?

- A.** $(6; 9)$. **B.** $(\sqrt{21}; 2\sqrt{7})$. **C.** $(46; 48)$. **D.** $(48; 50)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxy , cho elip có phương trình: $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Xét điểm M chuyển động trên tia Ox và điểm N chuyển động trên tia Oy sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (E) . Biết rằng khi tọa độ của M, N thỏa mãn đoạn MN có độ dài nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = 2018x_M + 2019\sqrt{3}y_M$.

- A.** $T = 10093\sqrt{7}$. **B.** $T = -2021\sqrt{7}$. **C.** $T = 10039\sqrt{7}$. **D.** $T = 2021\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Email: nguyendangdungpc@gmail.com

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2; \sqrt{3})$ và elip $(E): \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$. Gọi F_1, F_2 là các tiêu điểm của (E) , (F_1 có hoành độ âm), M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E) , N là điểm đối xứng với F_2 qua M . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2 có độ dài là.

- A.** 1. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

$$(E): \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 3 - 2 = 1. \text{ Do đó } F_1(-1; 0), F_2(1; 0)$$

Đường thẳng AF_1 có phương trình $x - y\sqrt{3} + 1 = 0$

M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E)

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1 \\ x - y\sqrt{3} + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow M \left(1; \frac{2}{\sqrt{3}} \right)$$

N là điểm đối xứng với F_2 qua M suy ra $N \left(1; \frac{4}{\sqrt{3}} \right)$ và $\overrightarrow{NA} = \left(1; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$

Mà $\overrightarrow{F_2A} = \left(1; \sqrt{3} \right) \Rightarrow \overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{F_2A} = 0 \Rightarrow \Delta ANF_2$ vuông tại A nên đường tròn ngoại tiếp tam giác này có đường kính là F_2N suy ra bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2 là

$$R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Họ và tên tác giả: Nguyễn Đăng Dũng Tên FB: Dũng Nguyễn Đăng

Email: manhluonghl4@gmail.com

Câu 21. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$. Biết rằng có hai tiếp tuyến của (E) song song với đường thẳng $d: x + \sqrt{2}y - 1 = 0$. Khi đó khoảng cách giữa hai tiếp tuyến đó bằng:

- A.** 8. **B.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Nguyễn Văn Mạnh Tên FB: Nguyễn Văn Mạnh

Chọn B

Gọi Δ là tiếp tuyến cần tìm, do $\Delta // d: x + \sqrt{2}y - 1 = 0 \Rightarrow$ pt

$$\Delta: x + \sqrt{2}y + m = 0 \Leftrightarrow \text{pt } \Delta: y = -\frac{x+m}{\sqrt{2}}$$

(với $m \neq -1$). Xét phương trình hoành độ giao điểm của (E) và Δ :

$\frac{x^2}{8} + \frac{(x+m)^2}{8} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 2mx + m^2 - 8 = 0 (*)$. Δ là tiếp tuyến với $(E) \Leftrightarrow$ pt $(*)$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2(m^2 - 8) = 0 \Leftrightarrow 16 - m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -4 \end{cases} \text{ (thỏa mãn } m \neq -1).$$

Với $m = 4$ ta được tiếp tuyến $\Delta_1: x + \sqrt{2}y + 4 = 0$

Với $m = -4$ ta được tiếp tuyến $\Delta_2: x + \sqrt{2}y - 4 = 0$

Khi đó khoảng cách giữa hai tiếp tuyến là $d(\Delta_1; \Delta_2) = \frac{|4 - (-4)|}{\sqrt{1+2}} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$ **chọn B.**

ĐỀ DỰ BỊ KHỐI D 2005

- Câu 22.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho elip $(E): \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} = 1$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (E) , biết d cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $OA = 2OB$.
- A. $\frac{2304}{25}$ B. $\frac{3200}{729}$ C. $\frac{1152}{25}$ D. $\frac{288}{25}$

Lời Giải:

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến d với (E) .

Phương trình tiếp tuyến d có dạng $\frac{x_0 \cdot x}{64} + \frac{y_0 \cdot y}{9} = 1 \Leftrightarrow y = \frac{-9x_0}{64y_0} \cdot x + \frac{9}{y_0}$ ($y_0 \neq 0$ vì d cắt 2 trục tọa độ).

Theo đề, d cắt hai trục Ox; Oy tại A, B sao cho $OA = 2OB$ nên d có hệ số góc bằng $\pm \frac{1}{2}$

Do đó suy ra $x_0 = \pm \frac{32}{9} y_0$. Thay vào pt (E) tìm được 4 điểm M là:

$$\left(\frac{9}{5}; \frac{32}{5}\right); \left(\frac{9}{5}; -\frac{32}{5}\right); \left(-\frac{9}{5}; \frac{32}{5}\right); \left(-\frac{9}{5}; -\frac{32}{5}\right)$$

Các điểm này tạo thành 2 cặp điểm đối xứng qua gốc tọa độ nên tạo thành hcn có diện tích bằng

$$\left(\frac{9}{5} \cdot 2\right) \cdot \left(\frac{32}{5} \cdot 2\right) = \frac{1152}{25}$$