

QUYỂN SỐ 2

*Tuyển tập 57 câu hỏi vận dụng –
vận dụng cao từ các đề thi thử trên
cả nước năm 2019 – có đáp án chi
tiết thực hiện giải bởi tập thể giáo
viên Diễn Đàn Giáo Viên Toán*

HÀM SỐ MŨ- LOGARIT

TỔNG HỢP: NGUYỄN BẢO VƯƠNG

FACEBOOK: <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

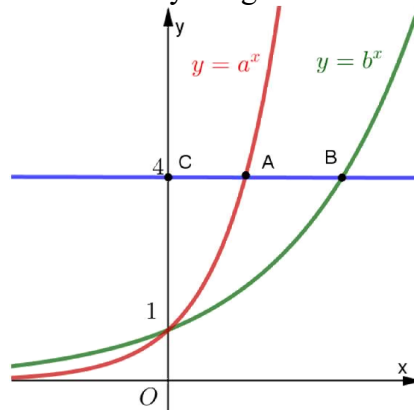
SĐT: 0946798489

Năm học: 2018 – 2019

Câu 1. Giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - (2m+3).2^x + 64 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+2)(x_2+2) = 24$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$. C. $\left(\frac{21}{2}; \frac{29}{2}\right)$. D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{19}{2}\right)$.

Câu 2. Cho điểm $C(0;4)$, đường thẳng $y=4$ cắt hai đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ lần lượt tại A và B sao cho $AB=AC$ (hình vẽ). Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $a=2b$. B. $b=a^2$. C. $b=2a$. D. $a=b^2$.

Câu 3. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + 2b$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{10}-1}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{10}-3}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{10}-7}{2}$. D. $\frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Câu 4. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $5^x + 10 = m\sqrt{25^x + 4}$ có nghiệm duy nhất. Số tập con của S là

- A. 3. B. 4. C. 16. D. 15.

Câu 5. Anh X muốn mua một chiếc xe máy Yamaha Exciter 150 giá 47.500.000 của cửa hàng Phú Tài nhưng vì chưa đủ tiền nên anh X đã quyết định mua theo hình thức như sau: trả trước 25 triệu đồng và trả góp trong 12 tháng, với lãi suất 0.6% tháng. Hỏi mỗi tháng, anh X sẽ phải trả cho cửa hàng Phú Tài số tiền là bao nhiêu (quy tròn đến hàng đơn vị).

- A. 1.948.927 đồng. B. 1.948.926 đồng. C. 2.014.545 đồng. D. 2.014.546 đồng.

Câu 6. Biết rằng bất phương trình $\log_2(5^x + 2) + 2 \cdot \log_{(5^x+2)} 2 > 3$ có tập nghiệm là $S = (\log_a b; +\infty)$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 và $a \neq 1$. Tính $P = 2a + 3b$.

- A. $P=7$. B. $P=11$. C. $P=18$. D. **$P=16$** .

Câu 7. Ông Chính gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 20 triệu đồng. Hỏi sau 18 năm số tiền ông Chính nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông Chính không rút tiền ra (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 1.686.898.000 VNĐ. B. 743.585.000 VNĐ.
C. 739.163.000 VNĐ. D. **1.335.967.000 VNĐ**.

- Câu 8.** Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b} \right) = a+3b-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$
- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.
- Câu 9.** Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Giả sử 1 tế bào E. Coli khối lượng khoảng $15 \cdot 10^{-15}$ g. Hỏi sau 2 ngày khối lượng do 1 tế bào vi khuẩn sinh ra là bao nhiêu? (chọn đáp án chính xác nhất).
- A. $2,34 \cdot 10^{29}$ (g). B. $3,36 \cdot 10^{29}$ (g). C. $2,25 \cdot 10^{26}$ (kg). D. $3,35 \cdot 10^{26}$ (kg).
- Câu 10.** Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.
- A. $P = 32$. B. $P = 23$. C. $P = 43$. D. $P = 41$.
- Câu 11.** Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2} (4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$.
- A. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$. B. $S = \{-1; 1\}$.
C. $S = \{-5; 5\}$. D. $S = \{-7-5; -1; 1; 5; 7\}$.
- Câu 12.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $e^{3m} + e^m = 2(x + \sqrt{1-x^2})(1 + x\sqrt{1-x^2})$ có nghiệm.
- A. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2} \ln 2\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2\right]$. D. $\left[\frac{1}{2} \ln 2; +\infty\right)$.
- Câu 13.** Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x+y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = 3x + y$.
- A. $P_{\min} = 8$. B. $P_{\min} = \frac{17}{2}$. C. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$. D. $P_{\min} = 9$.
- Câu 14.** Một người vay ngân hàng 90.000.000 đồng theo hình thức trả góp trong 3 năm, mỗi tháng người đó phải trả số tiền gốc là như nhau và tiền lãi. Giả sử lãi suất không thay đổi trong toàn bộ quá trình trả nợ là 0.8% trên tháng. Tổng số tiền mà người đó phải trả cho ngân hàng trong toàn bộ quá trình trả nợ là
- A. 103.120.000 đồng. B. 103.420.000 đồng. C. 103.220.000 đồng. D. 103.320.000 đồng.
- Câu 15.** Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2} (a+b) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$ là
- A. $\sqrt{10}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. C. $2\sqrt{10}$. D. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.
- Câu 16.** Một thầy giáo cứ đầu mỗi tháng lại gửi ngân hàng 8 000 000 VNĐ với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể tiết kiệm tiền để mua được một chiếc xe ô tô trị giá 400 000 000 VNĐ?

- A. 60. B. 50. C. 55. D. 45.
- Câu 17.** Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$.
- A. 630. B. $\frac{1}{125}$. C. $\frac{630}{625}$. D. $\frac{7}{125}$.
- Câu 18.** Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.
- A. $T = 26$. B. $T = 29$. C. $T = 20$. D. $T = 25$.
- Câu 19.** Ba anh em An, Bình, Cường cùng vay tiền ở một ngân hàng với lãi suất 0,7%/ tháng với tổng số tiền vay là 1 tỉ đồng. Giả sử mỗi tháng ba người đều trả cho ngân hàng một số tiền như nhau để trừ vào tiền gốc và lãi. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì An cần 10 tháng, Bình cần 15 tháng và Cường cần 25 tháng. Hỏi tổng số tiền mà ba anh em trả ở tháng thứ nhất cho ngân hàng là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?
- A. 6426800. B. 45672000. C. 46712000. D. 63271000.
- Câu 20.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- A. $m \in (-\infty; 0]$. B. $m \in (0; +\infty)$.
C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 21.** Với mọi số thực x, y thỏa điều kiện $\log_2 \left(\frac{xy+1}{x^2+y^2} \right) = 2(x^2+y^2) - xy$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^4+y^4}{2xy+1}$. Tính giá trị biểu thức $Q = 15m + 2\log_2 M$.
- A. $Q = 0$. B. $Q = 1$. C. $Q = -2$. D. $Q = -1$.
- Câu 22.** Cho $a \log_{2019} 9 + b \log_{2019} 673 = 2018$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau đây?
- A. $b = 2a$. B. $b = a^2$. C. $a = b^2$. D. $a = 2b$.
- Câu 23.** Cho hai số thực x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $\frac{x^2 \cdot 2^{x^2+1}}{x-1} + (y-1) \cdot 2^{x+y-xy} = 0$. Tìm giá trị lớn nhất M của y , biết rằng $x > 1$.
- A. $M = -\frac{7}{2}$. B. $M = -3$. C. $M = 1$. D. $M = 0$.
- Câu 24.** Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2}$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng
- A. $\frac{a}{b} = -1 + \sqrt{6}$. B. $\frac{a}{b} = \frac{7+2\sqrt{6}}{25}$. C. $\frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{6}}{5}$. D. $\frac{a}{b} = 7 - 2\sqrt{6}$.
- Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có hai nghiệm phân biệt.
- A. $1 < m \leq \log_3 4$. B. $\log_4 3 \leq m < 1$. C. $1 < m < \log_3 4$. D. $\log_4 3 < m < 1$.

- Câu 26.** Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?
A. 20. B. 21. C. 9. D. 19.
- Câu 27.** Nhằm tạo môi trường xanh, sạch, đẹp và thân thiện. Đoàn trường THPT Hậu Lộc 2 đã phát động phong trào trồng hoa toàn bộ khuôn viên đường vào trường. Sau một ngày thực hiện đã trồng được một phần diện tích. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 ngày nữa sẽ hoàn thành. Nhưng thấy công việc có ý nghĩa nên mỗi ngày số lượng đoàn viên tham gia đông hơn vì vậy từ ngày thứ hai mỗi ngày diện tích trồng tăng lên 4% so với ngày kế trước. Hỏi công việc sẽ hoàn thành vào ngày bao nhiêu? Biết rằng ngày 08/03 là ngày bắt đầu thực hiện và làm liên tục.
A. 25/03. B. 26/03. C. 23/03. D. 24/03.
- Câu 28.** Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40)=1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $S = \frac{y}{x}$. Tính $M + m$.
A. $M + m = 2\sqrt{14}$. B. $M + m = \sqrt{10}$.
C. $M + m = \frac{7}{2}$. D. $M + m = \frac{11}{6}$.
- Câu 29.** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $15x \cdot 5^x = 5^{x+1} + 27x + 23$ bằng
A. 1. B. 0. C. 2. D. -1.
- Câu 30.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng:
A. -2016. B. -2020. C. 2016. D. 2020.
- Câu 31.** Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{3}, b > 1$. Khi biểu thức $\log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a + b$ bằng
A. $9 + 2^{\sqrt{3}}$. B. $3 + 9^{\sqrt{2}}$. C. $3 + 3\sqrt{2}$. D. $2 + 9\sqrt{2}$.
- Câu 32.** Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85% một tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng? (tháng cuối có thể trả dưới 10 triệu đồng).
A. 67. B. 68. C. 66. D. 65.
- Câu 33.** Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7%/tháng theo thỏa thuận cứ cuối mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng?
A. 21. B. 24. C. 22. D. 23.
- Câu 34.** Cho $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$
A. 2. B. 1. C. -4. D. 0.

- Câu 35.** Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 2a + 3b$
A. $S_{\min} = 33$. **B.** $S_{\min} = 30$. **C.** $S_{\min} = 17$. **D.** $S_{\min} = 25$.
- Câu 36.** Bất phương trình $(x^3 - 9x) \ln(x + 5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?
A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** Vô số.
- Câu 37.** Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$. Gọi m_0 là số lớn nhất trong các số nguyên thỏa mãn $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $m_0 \in [1513; 2019)$. **B.** $m_0 \in [1009; 1513)$.
C. $m_0 \in [505; 1009)$. **D.** $m_0 \in [1; 505)$.
- Câu 38.** Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2 + 3) - \log_2 x + x^2 - 4x + 1 \leq 0$.
A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.
- Câu 39.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, bất phương trình $f(x) > \ln(\cos x) - e^{\pi x} + m$ (với m là tham số) thỏa mãn với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:
A. $m \leq f(0) + 1$. **B.** $m > f(0) - 1$. **C.** $m < f(0) + 1$. **D.** $m \geq f(0) + 1$.
- Câu 40.** Ông An có 200 triệu đồng gửi ngân hàng với kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,6%/1 tháng được trả vào cuối kì. Sau mỗi kì hạn, ông đến tất toán cả lãi và gốc, rút ra 4 triệu đồng để tiêu dùng, số tiền còn lại ông gửi vào ngân hàng theo phương thức trên (phương thức giao dịch và lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình ông gửi). Sau đúng 1 năm (đúng 12 kì hạn) kể từ ngày gửi, ông An tất toán và rút toàn bộ số tiền nói trên ở ngân hàng, số tiền đó là bao nhiêu? (làm tròn đến nghìn đồng)
A. 169234 (nghìn đồng). **B.** 165288 (nghìn đồng).
C. 169269 (nghìn đồng). **D.** 165269 (nghìn đồng).
- Câu 41.** Cho x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10}$ khi x, y thay đổi.
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.
- Câu 42.** Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a > 0, 0 < b < 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(2b)^a}{(2^a - b^a)^2} + \frac{2^a + 2b^a}{2b^a}$.
A. $P_{\min} = \frac{9}{4}$. **B.** $P_{\min} = \frac{7}{4}$. **C.** $P_{\min} = \frac{13}{4}$. **D.** $P_{\min} = 4$.
- Câu 43.** Cho các số thực $a, b > 1$ thỏa mãn điều kiện $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$.
A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$. **B.** $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$. **C.** $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

- Câu 44.** Với giá trị nào của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$.
- A. $m = \frac{5}{2}$. B. $m = 2$. C. $m = 8$. D. $m = \frac{13}{2}$.
- Câu 45.** Cho dãy số (a_n) thỏa mãn $a_1 = 1$ và $5^{a_{n+1}-a_n} - 1 = \frac{3}{3n+2}$, với mọi $n \geq 1$. Tìm số nguyên dương $n > 1$ nhỏ nhất để a_n là một số nguyên.
- A. $n = 41$. B. $n = 39$. C. $n = 49$. D. $n = 123$.
- Câu 46.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-8; +\infty)$ để phương trình sau có nhiều hơn hai nghiệm phân biệt $x^2 + x(x-1)2^{x+m} + m = (2x^2 - x + m)2^{x-x^2}$.
- A. 6. B. 7. C. 5. D. 8.
- Câu 47.** Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3^{x^2-2x+1-2|x-m|} = \log_{x^2-2x+3}(2|x-m|+2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là:
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.
- Câu 48.** Cho phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2) \cdot 5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$, với m là tham số. Giá trị nguyên dương lớn nhất của tham số m để phương trình trên có nghiệm là:
- A. 5 B. 26. C. 25. D. 6.
- Câu 49.** So sánh ba số $a = 1000^{1001}$, $b = 2^{2^{64}}$ và $c = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 1000^{1000}$?
- A. $c < a < b$. B. $b < a < c$. C. $c < b < a$. D. $a < c < b$.
- Câu 50.** Cho các số thực dương x, y thay đổi và thỏa mãn điều kiện $x > y > 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \log_{\frac{x}{y}}^2(x^2) + 3 \log_y \frac{x}{y}$ là
- A. 19. B. 13. C. 14. D. $T = 15$.
- Câu 51.** Bất phương trình $4^x - (m+1)2^{x+1} + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 0$. Tập tất cả các giá trị của m là
- A. $(-\infty; 12)$. B. $(-\infty; -1]$. C. $(-\infty; 0]$. D. $(-1; 16]$.
- Câu 52.** Phương trình $4^x + 1 = 2^x \cdot m \cdot \cos(\pi x)$ có nghiệm duy nhất. Số giá trị của tham số m thỏa mãn là
- A. Vô số. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 53.** Cho a, b, c là ba số thực dương, $a > 1$ và thỏa mãn $\log_a^2(bc) + \log_a \left(b^3c^3 + \frac{bc}{4}\right)^2 + 4 + \sqrt{4-c^2} = 0$. Số bộ $(a; b; c)$ thỏa mãn điều kiện đã cho là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 54.** Tính tổng T của các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.
- A. $T = 28$. B. $T = 20$. C. $T = 21$. D. $T = 27$.

- Câu 55.** Cho hai số thực x, y lớn hơn 1 và thỏa mãn $y^x \cdot (e^x)^{e^y} \geq x^y \cdot (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 56.** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_{2019}(4-x^2) + \log_{\frac{1}{2019}}(2x+m-1) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T = (a; b)$. Tính $S = 2a + b$.
- A. 18. B. 8. C. 20. D. 16.
- Câu 57.** Một anh sinh viên nhập học đại học vào tháng 8 năm 2014. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2014, cứ vào ngày mùng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định 0,8% /tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo(lãi kép). Vào ngày mùng một hàng tháng kể từ tháng 9/2016 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng do có việc làm thêm. Hỏi ngay sau khi kết thúc ngày anh ra trường (30/06/2018) anh còn nợ ngân hàng bao nhiêu tiền(làm tròn đến hàng nghìn đồng)?
- A. 49.024.000 đồng. B. 47.401.000 đồng.
C. 46.641.000 đồng. D. 45.401.000 đồng.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.C	5.A	6.D	7.D	8.D	9.D	10.D
11.A	12.C	13.D	14.D	15.A	16.D	17.B	18.A	19.A	20.A
21.C	22.A	23.B	24.D	25.C	26.D	27.A	28.C	29.B	30.A
31.B	32.C	33.C	34.B	35.B	36.C	37.B	38.B	39.A	40.C
41.C	42.C	43.A	44.D	45.A	46.B	47.B	48.C	49.A	50.D
51.B	52.B	53.B	54.D	55.C	56.D	57.C			

Câu 1. Giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - (2m+3) \cdot 2^x + 64 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+2)(x_2+2) = 24$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$. C. $\left(\frac{21}{2}; \frac{29}{2}\right)$. D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{19}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$. Phương trình ban đầu trở thành $t^2 - (2m+3)t + 64 = 0$ (*).

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm thực x_1 và x_2 thì phương trình (*) phải có hai nghiệm

$$t_1, t_2 \text{ dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 + 12m - 247 > 0 \\ 2m + 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < -\frac{19}{2} \\ m > \frac{13}{2} \\ m > -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow m > \frac{13}{2}.$$

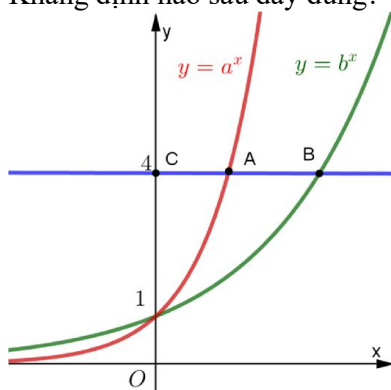
Theo định lý Vi-ét, ta có $t_1 t_2 = 64 \Leftrightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 64 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 64 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6$.

Ta có $(x_1+2)(x_2+2) = 24 \Leftrightarrow x_1 x_2 + 2(x_1+x_2) + 4 = 24 \Leftrightarrow x_1 x_2 = 8$.

$$\text{Từ } \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \\ x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases}.$$

Khi đó, ta có $t_1 + t_2 = 2^{x_1} + 2^{x_2} = 20 = 2m + 3 \Rightarrow m = \frac{17}{2}$.

Câu 2. Cho điểm $C(0;4)$, đường thẳng $y=4$ cắt hai đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ lần lượt tại A và B sao cho $AB=AC$ (hình vẽ). Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a=2b$.

B. $b=a^2$.

C. $b=2a$.

D. $a=b^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $C(0;4)$, $A(\log_a 4;4)$, $B(\log_b 4;4)$.

Khi đó $AB=AC \Leftrightarrow \frac{0+\log_b 4}{2} = \log_a 4 \Leftrightarrow \log_4 a = 2 \log_4 b \Leftrightarrow a=b^2$.

Câu 3. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + 2b$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{10}-1}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{10}-7}{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có điều kiện: $ab < 1$.

Ta có

$$\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3 \Leftrightarrow \log_2 \frac{2-2ab}{2(a+b)} = 2ab + a + b - 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (2-2ab) + (2-2ab) = \log_2 (a+b) + (a+b) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t, t > 0$,

Có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Do đó: } (1) \Leftrightarrow f(2-2ab) = f(a+b) \Leftrightarrow 2-2ab = a+b \Leftrightarrow b = \frac{2-a}{1+2a}.$$

Suy ra:

$$P = a + \frac{4-2a}{1+2a} = \frac{1}{2}(1+2a) + \frac{5}{1+2a} - \frac{3}{2} \geq \sqrt{10} - \frac{3}{2} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}.$$

$$\text{Giá trị nhỏ nhất của } P \text{ là } \frac{2\sqrt{10}-3}{2}, \text{ đạt được khi } \begin{cases} a > 0, b > 0, ab < 1 \\ b = \frac{2-a}{1+2a} \\ (2a+1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{10}-1}{2} \\ b = \frac{\sqrt{10}-2}{4} \end{cases}$$

Câu 4. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $5^x + 10 = m\sqrt{25^x + 4}$ có nghiệm duy nhất. Số tập con của S là

A. 3.

B. 4.

C. 16.

D. 15.

Lời giải

Chọn C

$$5^x + 10 = m\sqrt{25^x + 4} \Leftrightarrow \frac{5^x + 10}{\sqrt{25^x + 4}} = m \quad (1).$$

TH 1: $m \leq 0$. Phương trình (1) vô nghiệm.

$$\text{TH 2: } m > 0. (1) \Leftrightarrow \frac{(5^x + 10)^2}{25^x + 4} = m^2$$

$$\text{Đặt } t = 5^x, t > 0. \text{ Ta có: } \frac{(t+10)^2}{t^2 + 4} = m^2 \quad (2)$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{(t+10)^2}{t^2 + 4}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

$$f'(t) = \frac{-20t^2 - 192t + 80}{(t^2 + 4)^2}. \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -10(l) \\ t = \frac{2}{5}(tm) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{2}{5}$	$+\infty$
$f(t)$	+	0	-
$f(t)$	25	26	1

Đề phương trình (1) có đúng một nghiệm $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có đúng một nghiệm $t > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 26 \\ 1 < m^2 \leq 25 \end{cases} \cdot \text{Do điều kiện } \begin{cases} m > 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{2, 3, 4, 5\}.$$

Vậy $S = \{2, 3, 4, 5\}$, do đó số tập con của S là $2^4 = 16$.

- Câu 5.** Anh X muốn mua một chiếc xe máy Yamaha Exciter 150 giá 47.500.000 của cửa hàng Phú Tài nhưng vì chưa đủ tiền nên anh X đã quyết định mua theo hình thức như sau: trả trước 25 triệu đồng và trả góp trong 12 tháng, với lãi suất 0.6% tháng. Hỏi mỗi tháng, anh X sẽ phải trả cho cửa hàng Phú Tài số tiền là bao nhiêu (quy tròn đến hàng đơn vị).

A. 1.948.927 đồng. **B.** 1.948.926 đồng. **C.** 2.014.545 đồng. **D.** 2.014.546 đồng.

Lời giải

Chọn A

Đặt x là số tiền Anh X phải trả 1 tháng, $A = 22.500.000$, $r = 0,006$.

Sau 1 tháng, số tiền anh X còn nợ cửa hàng là: $T_1 = A(1+r) - x$.

Sau 2 tháng, số tiền anh X còn nợ cửa hàng là:

$$T_2 = [A(1+r) - x](1+r) - x = A(1+r)^2 - x(1+r) - x.$$

Tương tự, sau 12 tháng, số tiền anh X còn nợ cửa hàng là:

$$T_{12} = A(1+r)^{12} - x[(1+r)^{11} + (1+r)^{10} + (1+r)^9 + \dots + (1+r) + 1].$$

Sau 12 tháng, anh X trả hết nợ, do đó:

$$T_{12} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{A(1+r)^{12}}{1 + \frac{(1+r)^{12} - 1}{1+r-1}} = \frac{Ar(1+r)^{12}}{(1+r)^{12} - 1} \approx 1.948.926,902.$$

Làm tròn đến hàng đơn vị ta được: $x = 1.948.927$ đồng.

- Câu 6.** Biết rằng bất phương trình $\log_2(5^x + 2) + 2 \cdot \log_{(5^x+2)} 2 > 3$ có tập nghiệm là $S = (\log_a b; +\infty)$,

với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 và $a \neq 1$. Tính $P = 2a + 3b$.

A. $P = 7$.

B. $P = 11$.

C. $P = 18$.

D. $P = 16$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_2(5^x + 2) = t$. Do $5^x + 2 > 2$ với mọi x nên $\log_2(5^x + 2) > \log_2 2 = 1$ hay $t > 1$.

$$\text{Bất phương trình đã cho trở thành: } t + \frac{2}{t} > 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 > 0 \text{ (do } t > 1) \Leftrightarrow \begin{cases} t < 1 \\ t > 2 \end{cases}.$$

Đổi chiều với $t > 1$ ta lấy $t > 2$.

$$\text{Khi đó } \log_2(5^x + 2) > 2 \Leftrightarrow 5^x > 2 \Leftrightarrow x > \log_5 2.$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là $S = (\log_5 2; +\infty)$, ta có $a = 5, b = 2 \Rightarrow 2a + 3b = 16$.

- Câu 7.** Ông Chính gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 20 triệu đồng.

Hỏi sau 18 năm số tiền ông Chính nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông Chính không rút tiền ra (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 1.686.898.000 VNĐ. B. 743.585.000 VNĐ.
C. 739.163.000 VNĐ. **D. 1.335.967.000 VNĐ.**

Lời giải

Chọn D

Gọi $a = 200$ triệu; $b = 20$ triệu; $\alpha = 7\%$.

Số tiền sau 1 năm: $a(1+\alpha)$.

Số tiền sau 2 năm: $a(1+\alpha)^2 + b(1+\alpha)$.

Số tiền sau 3 năm: $a(1+\alpha)^3 + b(1+\alpha)^2 + b(1+\alpha)$.

.....

Số tiền sau 18 năm: $a(1+\alpha)^{18} + b[(1+\alpha)^{17} + (1+\alpha)^{16} + \dots + (1+\alpha)]$

$$= a(1+\alpha)^{18} + b \left[(1+\alpha) \cdot \frac{(1+\alpha)^{17} - 1}{\alpha} \right]$$

Vậy số tiền ông Chính nhận sau 18 năm là: 1.335.967.000 VNĐ.

- Câu 8.** Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b} \right) = a+3b-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$
- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. **D. $\frac{5}{2}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b} \right) = a+3b-4 \Leftrightarrow \log_5 (4a+2b+5) = \log_5 (a+b) + a+3b-4$$

$$\Leftrightarrow \log_5 (4a+2b+5) + (4a+2b+5) = \log_5 [5(a+b)] + 5(a+b) \quad (*)$$

Xét hàm $f(x) = \log_5 x + x, x > 0$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x \ln 5} + 1 > 0, \forall x > 0$. Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Phương trình (*) viết lại:

$$f(4a+2b+5) = f(5(a+b)) \Leftrightarrow 4a+2b+5 = 5(a+b) \Leftrightarrow a+3b=5.$$

$$\text{Mặt khác: } 5^2 = (a+3b)^2 \leq (1^2+3^2) \cdot (a^2+b^2) \Rightarrow T = a^2+b^2 \geq \frac{5}{2}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{2}; b = \frac{3}{2}.$$

- Câu 9.** Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Giả sử 1 tế bào E. Coli khối lượng khoảng $15 \cdot 10^{-15}$ g. Hỏi sau 2 ngày khối lượng do 1 tế bào vi khuẩn sinh ra là bao nhiêu? (chọn đáp án chính xác nhất).
- A. $2,34 \cdot 10^{29}$ (g). B. $3,36 \cdot 10^{29}$ (g). C. $2,25 \cdot 10^{26}$ (kg). **D. $3,35 \cdot 10^{26}$ (kg).**

Lời giải

Chọn D.

Một tế bào E. Coli

Sau 20 phút thành: $2 = 2^1$ tế bào.

Sau $40 = 2.20$ phút thành: $4 = 2^2$ tế bào.

Sau $60 = 3.20$ phút thành: $8 = 2^3$ tế bào.

.....

Sau 2 ngày $= 144.20$ phút thành 2^{144} tế bào.

Vậy sau 2 ngày khối lượng do 1 tế bào vi khuẩn sinh ra là:
 $2^{144} \cdot 15 \cdot 10^{-15} = 3,34511178 \cdot 10^{29} (g) \approx 3,35 \cdot 10^{26} (kg)$.

- Câu 10.** Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.
- A.** $P = 32$. **B.** $P = 23$. **C.** $P = 43$. **D.** $P = 41$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$$

$$\Leftrightarrow \log_x 3 + 2\log_x 3 + 3\log_x 3 + \dots + n\log_x 3 = 190\log_x 3$$

$$\Leftrightarrow \log_x 3(1 + 2 + 3 + \dots + n) = 190\log_x 3$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n = 190$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 190$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 380 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 \\ n = -20 \end{cases} \Rightarrow n = 19 \text{ (do } n \text{ nguyên dương)} \Rightarrow P = 2n + 3 = 41$$

- Câu 11.** Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn

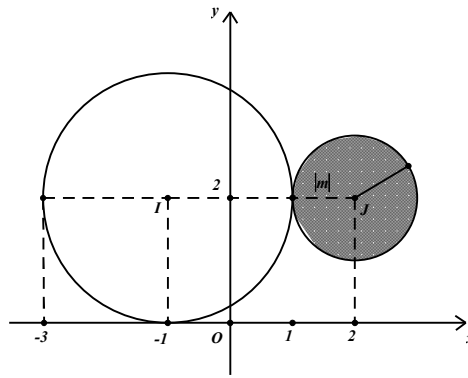
$$\log_{x^2+y^2+2} (4x+4y-6+m^2) \geq 1 \text{ và } x^2+y^2+2x-4y+1=0.$$

A. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$. **B.** $S = \{-1; 1\}$.

C. $S = \{-5; 5\}$. **D.** $S = \{-7-5; -1; 1; 5; 7\}$.

Lời giải

Chọn A



Nhận thấy $x^2 + y^2 + 2 > 1$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$ nên:

$$\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-6+m^2 \geq x^2+y^2+2$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-4x-4y+8-m^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 \leq m^2 (*).$$

Khi $m = 0$ thì $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$. Cặp $(2; 2)$ không là nghiệm của phương trình

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0.$$

Khi $m \neq 0$, tập hợp các điểm $(x; y)$ thỏa mãn $(*)$ là hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính là $|m|$.

Trường hợp này, yêu cầu bài toán trở thành tìm m để đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính 2 và hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính $|m|$ có đúng một điểm chung (hình vẽ)

$$\text{Điều này xảy ra khi } \begin{cases} |m| = 1 \\ |m| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = \pm 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn } m \neq 0 \text{)}.$$

$$\text{Vậy } S = \{-5; -1; 1; 5\}.$$

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $e^{3m} + e^m = 2(x + \sqrt{1-x^2})(1 + x\sqrt{1-x^2})$ có nghiệm.

A. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2} \ln 2\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2\right]$. D. $\left[\frac{1}{2} \ln 2; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x \in [-1; 1]$

$$\text{Đặt } x + \sqrt{1-x^2} = t. \text{ Vì } x \in [-1; 1] \Rightarrow t \in [-1; \sqrt{2}]$$

$$\text{Ta có: } t^2 = (x + \sqrt{1-x^2})^2 = 1 + 2x\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x\sqrt{1-x^2} = \frac{t^2 - 1}{2}.$$

$$\text{Phương trình đã cho trở thành: } e^{3m} + e^m = t^3 + t.$$

Xét hàm số $f(u) = u^3 + u$, $f'(u) = 3u^2 + 1 > 0 \forall u$ do đó hàm số f đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Phương trình } e^{3m} + e^m = t^3 + t \Leftrightarrow f(e^m) = f(t) \Leftrightarrow e^m = t.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi } -1 \leq e^m \leq \sqrt{2} \Rightarrow 0 < e^m \leq \sqrt{2} \text{ (do } e^m > 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow m \leq \ln \sqrt{2} \Rightarrow m \in \left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2\right].$$

Câu 13. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất

$P_{\min}$ của biểu thức $P = 3x + y$.

- A. $P_{\min} = 8$. B. $P_{\min} = \frac{17}{2}$. C. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$. **D. $P_{\min} = 9$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + y) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (xy) \leq \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + y) \Leftrightarrow xy \geq x^2 + y \Leftrightarrow y(x-1) \geq x^2 \quad (1).$$

Vì x, y là hai số thực dương, do đó:

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow x > 1 \Rightarrow y \geq \frac{x^2}{x-1} \Rightarrow P = 3x + y \geq 3x + \frac{x^2}{x-1} = 4(x-1) + \frac{1}{x-1} + 5 \geq 9.$$

$$(\text{Áp dụng bất đẳng thức Cô si: } 4(x-1) + \frac{1}{x-1} \geq 4).$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } x = \frac{3}{2}; y = \frac{9}{2}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $P_{\min} = 9$.

Câu 14. Một người vay ngân hàng 90.000.000 đồng theo hình thức trả góp trong 3 năm, mỗi tháng người đó phải trả số tiền gốc là như nhau và tiền lãi. Giả sử lãi suất không thay đổi trong toàn bộ quá trình trả nợ là 0.8% trên tháng. Tổng số tiền mà người đó phải trả cho ngân hàng trong toàn bộ quá trình trả nợ là

- A. 103.120.000 đồng. B. 103.420.000 đồng. C. 103.220.000 đồng. **D. 103.320.000 đồng.**

Lời giải.

Chọn D

Gọi P_0 là số tiền vay ban đầu, a là số tiền gốc trả hàng tháng, r là lãi suất

Sau tháng 1

$$\text{Số tiền nợ là } P_0(1+r).$$

$$\text{Số tiền trả là } a + Pr.$$

$$\text{Số tiền nợ còn lại } P_0 - a.$$

Sau tháng 2

$$\text{Số tiền nợ là } (P_0 - a)(1+r).$$

$$\text{Số tiền trả là } a + (P_0 - a)r.$$

$$\text{Số tiền nợ còn lại } P_0 - 2a.$$

...

Sau tháng n

$$\text{Số tiền nợ là } [P_0 - (n-1)a](1+r).$$

$$\text{Số tiền trả là } a + [P_0 - (n-1)a]r.$$

$$\text{Số tiền nợ còn lại } P_0 - na.$$

Theo giả thiết trả hết sau 36 tháng nên $90.000.000 - 36a = 0 \Rightarrow a = 2.500.000$.

Tổng số tiền đã trả là

$$T = (a + Pr) + [a + (P_0 - a)r] + \dots + [a + [P_0 - (n-1)a]r] = 36a + \left(36P_0 - \frac{35 \cdot 36}{2}a\right)r.$$

Thay $P_0 = 90.000.000$, $a = 2.500.000$, $r = 0.008$ được $T = 103.320.000$.

Câu 15. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$ là

- A.** $\sqrt{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **C.** $2\sqrt{10}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1 \Leftrightarrow a+b \geq a^2+b^2 \Leftrightarrow \left(a-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(b-\frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}$.

Theo bất đẳng thức Cauchy – Schwarz:

$$P = 2a + 4b - 3 = 2\left(a - \frac{1}{2}\right) + 4\left(b - \frac{1}{2}\right) \leq \sqrt{(2^2 + 4^2) \left[\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2\right]} \leq \sqrt{20 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{10}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} a+b > 0 \\ \frac{a-\frac{1}{2}}{2} = \frac{b-\frac{1}{2}}{4} \\ \left(a-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(b-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5+\sqrt{10}}{10} \\ b = \frac{5+2\sqrt{10}}{10} \end{cases}.$$

Vậy $P_{\max} = \sqrt{10}$.

Câu 16. Một thầy giáo cứ đầu mỗi tháng lại gửi ngân hàng 8 000 000 VNĐ với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể tiết kiệm tiền để mua được một chiếc xe ô tô trị giá 400 000 000 VNĐ?

- A.** 60. **B.** 50. **C.** 55. **D.** 45.

Lời giải

Chọn D

Đặt $T = 8\,000\,000$

Số tiền thầy giáo thu được sau tháng thứ nhất, thứ 2, thứ 3,..., thứ n lần lượt là $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$

Ta có:

$$T_1 = T(1+r)$$

$$T_2 = [T_1 + T](1+r) = T(1+r)^2 + T(1+r)$$

$$T_3 = [T_2 + T](1+r) = T(1+r)^3 + T(1+r)^2 + T(1+r)$$

.

$$T_n = T(1+r)^n + T(1+r)^{n-1} + \dots + T(1+r) = T(1+r) \times \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\text{Theo bài ra ta có } T_n = 400\,000\,000 \Leftrightarrow T(1+r) \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 400\,000\,000$$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{251}{201} \Leftrightarrow n = \log_{1.005} \frac{251}{201} \approx 44,54$$

Vậy sau 45 tháng thầy giáo sẽ mua được một chiếc xe ô tô trị giá 400 000 000 VNĐ.

Câu 17. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$

- A.** 630. **B.** $\frac{1}{125}$. **C.** $\frac{630}{625}$. **D.** $\frac{7}{125}$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > 0; x \neq 1$.

$$\text{Ta có } \log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1 \Leftrightarrow (\log_x 125 + \log_x x) \left(\frac{1}{2} \log_5 x \right)^2 = 1 \Leftrightarrow (3 \cdot \log_x 5 + 1) \log_5^2 x = 4$$

Đặt $\log_5 x = t$ phương trình tương đương:

$$\left(\frac{3}{t} + 1 \right) t^2 = 4 \Leftrightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 1 \\ \log_5 x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{625} \end{cases}$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $\frac{1}{125}$.

Câu 18. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$,

với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 26$.

B. $T = 29$.

C. $T = 20$.

D. $T = 25$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x+y) = t$, suy ra $x = 9^t, y = 6^t, x+y = 4^t$.

$$\text{Khi đó ta có: } 9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^{2t} + \left(\frac{3}{2} \right)^t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad (\text{Vì } \left(\frac{3}{2} \right)^t > 0).$$

$$\text{Lại có } \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2} \right)^t \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow a = 1, b = 5 \text{ hay } T = 26.$$

Câu 19. Ba anh em An, Bình, Cường cùng vay tiền ở một ngân hàng với lãi suất 0,7%/ tháng với tổng số tiền vay là 1 tỉ đồng. Giả sử mỗi tháng ba người đều trả cho ngân hàng một số tiền như nhau để trừ vào tiền gốc và lãi. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì An cần 10 tháng, Bình cần 15 tháng và Cường cần 25 tháng. Hỏi tổng số tiền mà ba anh em trả ở tháng thứ nhất cho ngân hàng là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 6426800.

B. 45672000.

C. 46712000.

D. 63271000.

Lời giải

Chọn A

Gọi A, B, C lần lượt là số tiền mà An, Bình, Cường vay ngân hàng thì ta có:

$$A + B + C = 10^9 \quad (1)$$

Gọi X là số tiền mà mỗi người trả cho ngân hàng vào mỗi tháng. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì An cần 10 tháng nên áp dụng công thức vay vốn trả góp ta có:

$$A(1+r)^{10} - X \frac{(1+r)^{10} - 1}{r} = 0 \Rightarrow A = X \frac{(1+r)^{10} - 1}{r(1+r)^{10}} \quad (2),$$

$$\text{Bình cần 15 tháng nên: } B(1+r)^{15} - X \frac{(1+r)^{15} - 1}{r} = 0 \Rightarrow B = X \frac{(1+r)^{15} - 1}{r(1+r)^{15}} \quad (3),$$

$$\text{Cường cần 25 tháng nên: } C(1+r)^{25} - X \frac{(1+r)^{25} - 1}{r} = 0 \Rightarrow C = X \frac{(1+r)^{25} - 1}{r(1+r)^{25}} \quad (4)$$

$$(\text{Với } r = \frac{0,7}{100}).$$

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra tổng số tiền mà ba anh em trả ở tháng thứ nhất cho ngân hàng là:
 $3X = 64268000$

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in (-\infty; 0]$.

B. $m \in (0; +\infty)$.

C. $m \in (0; 1)$.

D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2^x$, $t > 0 \Rightarrow t + 1 > 0$.

Bài toán đã cho trở thành:

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình: $\frac{t^2}{4(t+1)} > m, \forall t > 0$ (1).

Đặt $f(t) = \frac{t^2}{4(t+1)}, (t > 0) \Rightarrow f'(t) = \frac{t^2 + 2t}{4(t+1)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0(l) \vee t = -2(l)$.

Bảng biến thiên:

t	0	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	0	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta có $m \in (-\infty; 0]$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 21. Với mọi số thực x, y thỏa điều kiện $\log_2 \left(\frac{xy+1}{x^2+y^2} \right) = 2(x^2+y^2) - xy$. Gọi M và m lần lượt là

giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^4+y^4}{2xy+1}$. Tính giá trị biểu thức

$Q = 15m + 2\log_2 M$.

A. $Q = 0$.

B. $Q = 1$.

C. $Q = -2$.

D. $Q = -1$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $xy+1 > 0$.

$$\log_2 \left(\frac{xy+1}{x^2+y^2} \right) = 2(x^2+y^2) - xy \Leftrightarrow \log_2 \left[\frac{xy+1}{2(x^2+y^2)} \right] = 2(x^2+y^2) - xy - 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (xy+1) + (xy+1) = \log_2 [2(x^2+y^2)] + 2(x^2+y^2).$$

Xét hàm số: $f(t) = \log_2 t + t$ ($t > 0$)

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0 \quad \forall t > 0 \Rightarrow \text{hàm số đồng biến trên } (0; +\infty).$$

$$\text{Do đó: } f(xy+1) = f(2(x^2+y^2)) \Rightarrow xy+1 = 2(x^2+y^2)$$

$$\text{Ta có: } -\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right) \leq xy \leq \frac{x^2+y^2}{2} \Leftrightarrow -\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right) + 1 \leq 2(x^2+y^2) \leq \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{5} \leq x^2 + y^2 \leq \frac{2}{3}.$$

$$\text{Khi đó: } P = \frac{x^4 + y^4}{2xy + 1} = \frac{(x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2}{2xy + 1}.$$

Thay $xy = 2(x^2 + y^2) - 1$, đặt $t = x^2 + y^2$ rút gọn ta được

$$P(t) = \frac{-7t^2 + 8t - 2}{4t - 1} \text{ với } \frac{2}{5} \leq t \leq \frac{2}{3}.$$

$$P'(t) = \frac{-28t^2 + 14t}{(4t - 1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Lập bảng biến thiên dễ thấy: } \max P = P\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}, \min P = P\left(\frac{2}{5}\right) = P\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{15}.$$

$$\text{Do đó: } m = \frac{2}{15}, M = \frac{1}{4} \Rightarrow Q = 15m + 2 \log_2 M = -2.$$

Câu 22. Cho $a \log_{2019} 9 + b \log_{2019} 673 = 2018$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau đây?

A. $b = 2a$.

B. $b = a^2$.

C. $a = b^2$.

D. $a = 2b$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } a \log_{2019} 9 + b \log_{2019} 673 &= 2018 \Leftrightarrow \log_{2019} 9^a + \log_{2019} 673^b = 2018 \\ \Leftrightarrow \log_{2019} (9^a \cdot 673^b) &= 2018 \Leftrightarrow 9^a \cdot 673^b = 2019^{2018} \Leftrightarrow 3^{2a} \cdot 673^b = 673^{2018} \cdot 3^{2018} \\ \Leftrightarrow 673^{2018-b} &= 3^{2a-2018}. \end{aligned}$$

$$\text{Do } 673 \text{ và } 3 \text{ nguyên tố cùng nhau nên } \begin{cases} 2a = 2018 \\ b = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1009 \\ b = 2018 \end{cases} \Rightarrow b = 2a.$$

Câu 23. Cho hai số thực x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $\frac{x^2 \cdot 2^{x^2+1}}{x-1} + (y-1) \cdot 2^{x+y-xy} = 0$. Tìm giá trị lớn nhất M của y , biết rằng $x > 1$.

A. $M = -\frac{7}{2}$.

B. $M = -3$.

C. $M = 1$.

D. $M = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \frac{x^2 \cdot 2^{x^2+1}}{x-1} + (y-1) \cdot 2^{x+y-xy} = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot 2^{x^2} = (x+y-xy-1) \cdot 2^{x+y-xy-1} \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t \cdot 2^t$ trên $[0; +\infty)$.

$$f'(t) = 2^t + t \cdot 2^t \ln 2 > 0 \quad \forall t \geq 0$$

Vậy hàm số $f(t) = t \cdot 2^t$ đồng biến trên $[0; +\infty)$. Suy ra:

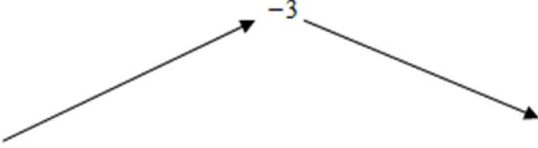
$$(*) \Leftrightarrow f(x^2) = f(x+y-xy-1) \Leftrightarrow x+y-xy-1 = x^2$$

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{1-x} \quad (x > 1)$$

Ta có:

$$y' = \frac{(2x-1)(1-x)+x^2-x+1}{(1-x)^2} = \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	1	2	$+\infty$
y'	+	0	-
y			

Từ bảng biến thiên suy ra: $M = -3$.

Câu 24. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2}$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

A. $\frac{a}{b} = -1 + \sqrt{6}$. B. $\frac{a}{b} = \frac{7+2\sqrt{6}}{25}$. C. $\frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{6}}{5}$. **D. $\frac{a}{b} = 7-2\sqrt{6}$.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} a, b > 0 \\ 5b-a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a, b > 0 \\ \frac{a}{b} < 5 \end{cases}$.

Đặt $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2} = t$, ta có

$$a = 9^t, b = 16^t, \frac{5b-a}{2} = 12^t.$$

Suy ra

$$\left(\frac{5b-a}{2}\right)^2 = ab \Leftrightarrow a^2 - 14ab + 25b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 14\frac{a}{b} + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 7+2\sqrt{6} \\ \frac{a}{b} = 7-2\sqrt{6} \end{cases}$$

So điều kiện ta nhận $\frac{a}{b} = 7-2\sqrt{6}$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $1 < m \leq \log_3 4$. B. $\log_4 3 \leq m < 1$. **C. $1 < m < \log_3 4$.** D. $\log_4 3 < m < 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1) \Leftrightarrow \frac{4^x + 2^x + 4}{2^x + 1} = 3^m$ (*).

Đặt $t = 2^x, t > 0$.

$$(*) \Leftrightarrow \frac{t^2 + t + 4}{t + 1} = 3^m.$$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}$ và đường thẳng

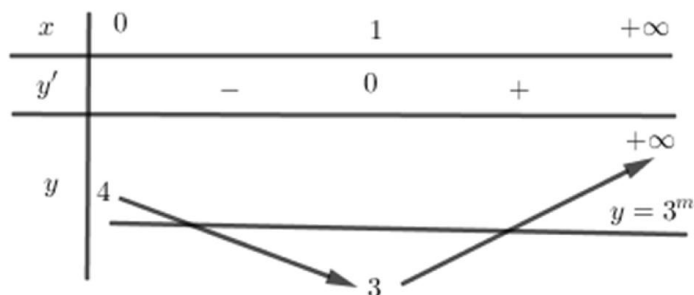
$y = 3^m$ song song với trục hoành.

Xét $y = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}, t > 0$.

Ta có $y' = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t + 1)^2}$.

Cho $y' = 0 \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 (\ell) \\ t = 1 (y = 3) \end{cases}$.

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 3^m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3 < 3^m < 4 \Leftrightarrow 1 < m < \log_3 4$.

Vậy $1 < m < \log_3 4$.

Câu 26. Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 20.

B. 21.

C. 9.

D. 19.

Lời giải

Chọn D

Ta có $5^x + m = \log_5(x - m) (*)$.

Đặt $t = 5^x + m$.

$(*) \Leftrightarrow t = \log_5(x - m) \Leftrightarrow x - m = 5^t \Leftrightarrow x = 5^t + m$.

Ta có hệ $\begin{cases} t = 5^x + m \\ x = 5^t + m \end{cases} \Rightarrow t - x = 5^x - 5^t \Leftrightarrow x + 5^x = t + 5^t (1)$.

Xét hàm số $f(u) = u + 5^u$ có $f'(u) = 1 + 5^u \cdot \ln 5 > 0, \forall u$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$(1) \Leftrightarrow x = t$.

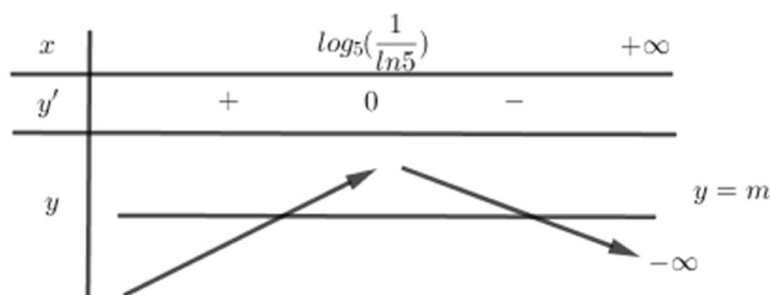
Khi đó ta được $x = 5^x + m \Leftrightarrow x - 5^x = m$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x - 5^x$ và đường thẳng $y = m$ song song hoặc trùng trục hoành.

Xét $y = x - 5^x$ có $y' = 1 - 5^x \ln 5$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = \log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right)$.

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq f\left(\log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right)\right) \in (-1; 0)$

Vì $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-20; 20) \end{cases}$ nên $m \in \{-19; -18; \dots; -1\}$.

Vậy có 19 giá trị nguyên của m thỏa bài toán.

- Câu 27.** Nhằm tạo môi trường xanh, sạch, đẹp và thân thiện. Đoàn trường THPT Hậu Lộc 2 đã phát động phong trào trồng hoa toàn bộ khuôn viên trường vào trường. Sau một ngày thực hiện đã trồng được một phần diện tích. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 ngày nữa sẽ hoàn thành. Nhưng thấy công việc có ý nghĩa nên mỗi ngày số lượng đoàn viên tham gia đông hơn vì vậy từ ngày thứ hai mỗi ngày diện tích trồng tăng lên 4% so với ngày kế trước. Hỏi công việc sẽ hoàn thành vào ngày bao nhiêu? Biết rằng ngày 08/03 là ngày bắt đầu thực hiện và làm liên tục.

A. 25/03.

B. 26/03.

C. 23/03.

D. 24/03.

Lời giải

Chọn A

Gọi số lượng công việc đã hoàn thành trong ngày đầu là $a(a > 0)$, khi đó số lượng công việc phải hoàn thành trong 23 ngày tiếp theo là $23a$

Đặt $r = 4\%$

Số lượng công việc làm được trong ngày thứ 2, thứ 3, ..., thứ n lần lượt là $a(1+r)$, $a(1+r)^2$, ..., $a(1+r)^{n-1}$

Công việc được hoàn thành khi và chỉ khi $a(1+r) + a(1+r)^2 + \dots + a(1+r)^{n-1} = 23a$

$$\Leftrightarrow (1+r) \times \frac{(1+r)^{n-1} - 1}{r} = 23 \Leftrightarrow (1+r)^{n-1} = \frac{23r}{1+r} + 1$$

$$\Leftrightarrow n-1 = \log_{1+r} \left(\frac{23r}{1+r} + 1 \right) \Leftrightarrow n \approx 17.157$$

Do đó, kể từ ngày 08/03 số ngày cần để hoàn thành công việc là 18 ngày

Vậy công việc được hoàn thành vào ngày 25/03

- Câu 28.** Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40)=1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $S = \frac{y}{x}$. Tính $M+m$.

A. $M+m = 2\sqrt{14}$.

B. $M+m = \sqrt{10}$.

C. $M+m = \frac{7}{2}$.

D. $M+m = \frac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Do $S = \frac{y}{x}$ nên $y = Sx$.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40) &= 1 \Leftrightarrow 11x+20y-40 = 2x^2+xy+3y^2 \\ &\Leftrightarrow 11x+20Sx-40 = 2x^2+xSx+3S^2x^2 \\ &\Leftrightarrow (3S^2+S+2)x^2-(20S+11)x+40=0 \quad (1)\end{aligned}$$

$$\text{Biệt thức } \Delta = (20S+11)^2 - 4 \cdot 40 \cdot (3S^2+S+2) = -80S^2 + 280S - 199.$$

Để có các số thực dương x, y thỏa mãn giả thiết trước hết ta phải có:

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -80S^2 + 280S - 199 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{35-\sqrt{230}}{20} = S_1 \leq S \leq S_2 = \frac{35+\sqrt{230}}{20}.$$

$$\text{Từ đó ta suy ra } M = \max S = \frac{35+\sqrt{230}}{20} \text{ khi } \begin{cases} x = \frac{20S_1+11}{3S_1^2+S_1+2} > 0 \\ y = S_1x > 0 \end{cases}$$

$$m = \min S = \frac{35-\sqrt{230}}{20} \text{ khi } \begin{cases} x = \frac{20S_2+11}{3S_2^2+S_2+2} > 0 \\ y = S_2x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M+m = \frac{7}{2}.$$

- Câu 29.** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $15x \cdot 5^x = 5^{x+1} + 27x + 23$ bằng
A. 1. B. 0. C. 2. D. -1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } 15x \cdot 5^x = 5^{x+1} + 27x + 23 \Leftrightarrow 5 \cdot 5^x \cdot (3x-1) - (27x+23) = 0 \quad (1).$$

Với $x = \frac{1}{3}$ không phải là nghiệm của phương trình.

$$\text{Với } x \neq \frac{1}{3} \text{ ta có } (1) \Leftrightarrow 5 \cdot 5^x - \frac{27x+23}{3x-1} = 0 \quad (2).$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 5 \cdot 5^x - \frac{27x+23}{3x-1}, \quad f'(x) = 5 \cdot 5^x \ln 5 + \frac{96}{(3x-1)^2} > 0 \quad \forall x \neq \frac{1}{3}.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ nên trên mỗi khoảng hàm số có nhiều nhất một nghiệm.

$$\text{Ta thấy } f(-1) = f(1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ là nghiệm của phương trình.}$$

$$\text{Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình } 15x \cdot 5^x = 5^{x+1} + 27x + 23 \text{ bằng } 0.$$

- Câu 30.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ qua điểm $I(1;1)$.

Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng:

A. -2016.

B. -2020.

C. 2016.

D. 2020.

Lời giải

Chọn A

Xét $M\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}; f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Điểm $N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2 - f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)\right)$ đối xứng với M qua $I(1;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = a^x$ nên ta có:

$$2 - f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right) = a^{-\log_a \frac{1}{2018}} \Rightarrow f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right) = 2 - a^{\log_a 2018} = 2 - 2018 = -2016.$$

Câu 31. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{3}, b > 1$. Khi biểu thức $\log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a + b$ bằng

A. $9 + 2^{\sqrt{3}}$.

B. $3 + 9^{\sqrt{2}}$.

C. $3 + 3\sqrt{2}$.

D. $2 + 9\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3a > 1, b > 1$ nên $\log_{3a} b > 0, \log_b 3a > 0$. Theo bất đẳng thức Cauchy ta được:

$$\log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81) \geq \log_{3a} b + \log_b (18a^2 - 9a^2) = \log_{3a} b + 2\log_b 3a \geq 2\sqrt{2}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 3a > 1, b > 1 \\ a^4 = 81 \\ \log_{3a} b = 2\log_b 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 9^{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Khi đó ta được $a + b = 3 + 9^{\sqrt{2}}$.

Câu 32. Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85% một tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng? (tháng cuối có thể trả dưới 10 triệu đồng).

A. 67.

B. 68.

C. 66.

D. 65.

Lời giải

Chọn C

Đặt $N = 500; A = 10; r = 0,85\%$.

Sau một tháng anh An còn nợ: $N.(1+r) - A$.

Sau hai tháng anh An còn nợ:

$$(N.(1+r) - A).(1+r) - A = N.(1+r)^2 - A.[(1+r) + 1] = N.(1+r)^2 - \frac{A}{r}[(1+r)^2 - 1].$$

Tương tự sau n tháng anh An còn nợ: $N.(1+r)^n - \frac{A}{r}[(1+r)^n - 1]$.

Anh An trả hết nợ sau n tháng khi n là nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình:

$$N.(1+r)^n - \frac{A}{r}[(1+r)^n - 1] \leq 0 \Leftrightarrow 500.(1+0,85\%)^n - \frac{10}{0,85\%}[(1+0,85\%)^n - 1] \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (1+0,85\%)^n \geq \frac{40}{23} \Leftrightarrow n \geq \log_{1+0,85\%} \frac{40}{23} \approx 65,38 \Rightarrow n = 66$$

- Câu 33.** Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7%/tháng theo thỏa thuận cứ cuối mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng?
- A. 21. B. 24. C. 22. D. 23.

Lời giải

Chọn C

Xét bài toán tổng quát:

Gọi A là số tiền vay từ ngân hàng với lãi suất là r (%) mỗi tháng. Số tiền trả hàng tháng là a và sau n tháng thì trả được hết nợ.

Cuối tháng thứ 1, số tiền còn nợ là $N_1 = A(1+r) - a$.

Cuối tháng thứ 2, số tiền còn nợ là $N_2 = N_1 + N_1 \cdot r - a = A(1+r)^2 - a(1+r) - a$.

Cuối tháng thứ 3, số tiền còn nợ là $N_3 = A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r) - a$.

...

Cuối tháng thứ n , số tiền còn nợ là $N_n = A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - a(1+r)^{n-2} - a(1+r) - a$

$$= A(1+r)^n - a \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{1+r-1} = A(1+r)^n - a \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

$$\text{Để hết nợ thì } N_n = 0 \Leftrightarrow a = \frac{Ar \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1} (*).$$

Từ đề bài ta có $A = 100.000.000 = 10^8$, $a = 5.000.000 = 5 \cdot 10^6$, $r = 0,7\% = 0,007 = 7 \cdot 10^{-3}$.

$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta được } 5 \cdot 10^6 = \frac{10^8 \cdot 7 \cdot 10^{-3} \cdot (1,007)^n}{1,007^n - 1} \Leftrightarrow 1,007^n = \frac{50}{43} \Leftrightarrow n = \log_{1,007} \left(\frac{50}{43} \right).$$

Suy ra $n \approx 21,6$.

Vậy sau 22 tháng thì người đó trả hết nợ.

- Câu 34.** Cho $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$
- A. 2. B. 1. C. -4. D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{2 \log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 3 + 1} = 2 + \frac{\log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1}$$

$$\text{Vậy } a = 2, b = -2, c = 1 \Rightarrow a + b + c = 2 - 2 + 1 = 1.$$

- Câu 35.** Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 2a + 3b$
- A. $S_{\min} = 33$. B. $S_{\min} = 30$. C. $S_{\min} = 17$. D. $S_{\min} = 25$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện để hai phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ và $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt là: $b^2 - 20a > 0$. (*)

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} \ln x_1 + \ln x_2 = -\frac{b}{a} \\ \log x_3 + \log x_4 = -\frac{b}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln(x_1 x_2) = -\frac{b}{a} \\ \log(x_3 x_4) = -\frac{b}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 x_2 = e^{-\frac{b}{a}} \\ x_3 x_4 = 10^{-\frac{b}{5}} \end{cases}.$$

$$\text{Mà } x_1 x_2 > x_3 x_4 \Rightarrow e^{-\frac{b}{a}} > 10^{-\frac{b}{5}}$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} > -\frac{b}{5} \ln 10 \quad (\text{Vì } a, b \text{ là các số nguyên dương})$$

$$\Rightarrow a > \frac{5}{\ln 10} \Rightarrow a \geq 3. \quad (1)$$

$$\text{Theo điều kiện (*) có } b^2 - 20a > 0 \Rightarrow b^2 > 20a \geq 60 \Rightarrow b \geq 8. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } S = 2a + 3b \geq 30 \Rightarrow S_{\min} = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 8 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn các điều kiện đề bài}).$$

Câu 36. Bất phương trình $(x^3 - 9x) \ln(x + 5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > -5$.

$$\text{Cho } (x^3 - 9x) \ln(x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 9x = 0 \\ \ln(x + 5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 3 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	-5	-4	-3	0	3	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+

$$\text{Dựa vào bảng xét dấu ta thấy } f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq -3 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vì } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-4; -3; 0; 1; 2; 3\}.$$

Vậy có 6 giá trị nguyên của x thỏa bài toán.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$. Gọi m_0 là số lớn nhất trong các số nguyên thỏa mãn

$$f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0. \text{ Mệnh đề nào sau đây đúng?}$$

A. $m_0 \in [1513; 2019)$. B. $m_0 \in [1009; 1513)$.

C. $m_0 \in [505; 1009)$. D. $m_0 \in [1; 505)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } -x \in \mathbb{R}, \text{ ta có } f(-x) = 2^{-x} - 2^x = -(2^x - 2^{-x}) = -f(x).$$

Suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ (1)

$$\text{Mặt khác } f'(x) = (2^x + 2^{-x}) \ln 2 > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ (2)

Ta có $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0 \Leftrightarrow f(2m - 2^{12}) < -f(m)$.

Theo (1) suy ra $f(2m - 2^{12}) < f(-m)$.

Theo (2) ta được $2m - 2^{12} < -m \Leftrightarrow 3m < 2^{12} \Leftrightarrow m < \frac{2^{12}}{3}$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \leq 1365 \Rightarrow m_0 = 1365$.

Vậy $m_0 \in [1009; 1513)$.

Câu 38. Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2 + 3) - \log_2 x + x^2 - 4x + 1 \leq 0$.

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có

$$\log_2(x^2 + 3) - \log_2 x + x^2 - 4x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \log_2(x^2 + 3) + x^2 + 3 \leq \log_2 4x + 4x \quad (*).$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ trên $D = (0; +\infty)$. Ta có

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0 \quad \forall t \in D \Rightarrow \text{hàm số } f \text{ đồng biến trên } D.$$

Suy ra

$$(*) \Leftrightarrow f(x^2 + 3) \leq f(4x) \Leftrightarrow x^2 + 3 \leq 4x \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3.$$

Vậy tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình là $\{1; 2; 3\}$.

Nhận xét: Với cách hỏi và đáp án của câu này ta chỉ cần mở MOD7 của máy tính cầm tay, nhập về trái của bất phương trình và cho biến chạy từ 1 đến 6 là tìm được đáp án ngay.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, bất phương trình

$$f(x) > \ln(\cos x) - e^{\pi x} + m \quad (\text{với } m \text{ là tham số}) \text{ thỏa mãn với mọi } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ khi và chỉ khi:}$$

A. $m \leq f(0) + 1$.

B. $m > f(0) - 1$.

C. $m < f(0) + 1$.

D. $m \geq f(0) + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$f(x) > \ln(\cos x) - e^{\pi x} + m, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow m < f(x) - \ln(\cos x) + e^{\pi x}, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \quad (1)$$

$$\text{Do } f(x) \text{ đồng biến trên } \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ nên } f'(x) \geq 0, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$\text{Xét } g(x) = f(x) - \ln(\cos x) + e^{\pi x}, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$g'(x) = f'(x) + \tan x + \pi e^{\pi x} > 0 + \tan 0 + \pi e^0 = \pi, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

Suy ra $g(x)$ đơn điệu tăng trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, do đó:

$$(1) \Leftrightarrow m \leq f(0) + \tan 0 + e^{\pi \cdot 0} = f(0) + 1.$$

Câu 40. Ông An có 200 triệu đồng gửi ngân hàng với kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,6% / 1 tháng được trả vào cuối kì. Sau mỗi kì hạn, ông đến tất toán cả lãi và gốc, rút ra 4 triệu đồng để tiêu dùng, số

tiền còn lại ông gửi vào ngân hàng theo phương thức trên (phương thức giao dịch và lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình ông gửi). Sau đúng 1 năm (đúng 12 kì hạn) kể từ ngày gửi, ông An tắt toán và rút toàn bộ số tiền nói trên ở ngân hàng, số tiền đó là bao nhiêu? (làm tròn đến nghìn đồng)

- A.** 169234 (nghìn đồng). **B.** 165288 (nghìn đồng).
C. 169269 (nghìn đồng). **D.** 165269 (nghìn đồng).

Lời giải

Chọn C

Nếu cuối mỗi kì hạn, ông An không rút ra 4 triệu thì số tiền ông có được sau 1 năm là

$$A = 200000 \cdot (1 + 0,6\%)^{12} \text{ nghìn đồng}$$

Đầu tháng thứ 2 ông An rút về 4 triệu đồng, nếu để nguyên số tiền đó để gửi thì đến hết tháng thứ 12 ngân hàng phải trả cả gốc và lãi cho ông ứng với 4 triệu đồng đó là

$B_1 = 4000 \cdot (1 + 0,6\%)^{11} = 4000 \cdot R^{11}$ (nghìn đồng) nên đến hết tháng thứ 12, số tiền giả định là A không còn được lấy nguyên vẹn mà bị trừ đi số tiền B_1

Tương tự, với 4 triệu đồng ông rút ở tháng thứ 3, 4, ..., 11 sẽ bị trừ đi tương ứng là:

$$B_2 = 4000 \cdot R^{10}, B_3 = 4000 \cdot R^9, \dots, B_{11} = 4000 \cdot R^1$$

Do vậy, số tiền ông An nhận được khi tắt toán ở lần cuối cùng là:

$$\begin{aligned} A - (B_2 + B_3 + \dots + B_{11}) &= 200000 \cdot R^{12} - 4000(R^{11} + R^{10} + R) \\ &= 200000 \cdot R^{12} - 4000R \frac{1 - R^{11}}{1 - R} \approx 169269 \text{ (nghìn đồng)}. \end{aligned}$$

Câu 41. Cho x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10} \text{ khi } x, y \text{ thay đổi.}$$

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x+y > 0$ (do $x^2 + y^2 + xy + 2 = \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} + 2 > 0$).

Đẳng thức đã cho tương đương với

$$\log_3 \frac{9(x+y)}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy + 2 \quad (*)$$

Đặt $u = x^2 + y^2 + xy + 2 > 0$, $v = 9x + 9y > 0$, ta có.

$$(*) \Leftrightarrow \log_3 \frac{v}{u} = u - v \Leftrightarrow u + \log_3 u = v + \log_3 v.$$

Mà hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên suy ra

$$(*) \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0.$$

Ta có

$$x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 9\left(x + \frac{y}{2}\right) = -\frac{3}{4}y^2 + \frac{9}{2}y - 2 = -\frac{3}{4}(y-3)^2 + \frac{19}{4}.$$

Dẫn đến

$$\left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 9\left(x + \frac{y}{2}\right) \leq \frac{19}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x + \frac{y}{2} \leq \frac{19}{2} \Rightarrow -1 \leq 2x + y \leq 19.$$

Suy ra

$$P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10} = \frac{x+y+10+2x+y-19}{x+y+10} = 1 + \frac{2x+y-19}{x+y+10} \leq 1.$$

$$P=1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=19 \\ y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}.$$

Vậy $\max P=1$.

Cách 2:

Từ giả thiết, ta có $x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 (*)$

Ta thấy $x=8, y=3$ thỏa mãn $(*)$, đặt $x=a+8, y=b+3$ khi đó:

$$x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab + 10a + 5b = 0 \Leftrightarrow 10a + 5b = -(a^2 + ab + b^2)$$

$$\Rightarrow 10a + 5b \leq 0 \Leftrightarrow 2a + b \leq 0$$

$$\text{Ta có: } P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10} = \frac{3a+2b+21}{a+b+21} = 1 + \frac{2a+b}{a+b+21} \leq 1$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x=8, y=3$. Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 1.

Câu 42. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a > 0, 0 < b < 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{(2b)^a}{(2^a - b^a)^2} + \frac{2^a + 2 \cdot b^a}{2 \cdot b^a}.$$

A. $P_{\min} = \frac{9}{4}.$

B. $P_{\min} = \frac{7}{4}.$

C. $P_{\min} = \frac{13}{4}.$

D. $P_{\min} = 4.$

Lời giải

Chọn C

Do $0 < b < 2$ và $a > 0$ nên $0 < b^a < 2^a$.

$$P = \frac{2^a \cdot b^a}{(2^a - b^a)^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2^a}{b^a} + 2 = \frac{\frac{2^a}{b^a}}{\left[\left(\frac{2^a}{b^a}\right) - 1\right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2^a}{b^a} + 1. \text{ Đặt } t = \frac{2^a}{b^a}, \text{ khi đó ta được } t > 1.$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(t) = \frac{t}{(t-1)^2} + \frac{1}{2}t + 1$ với

$$t \in (1; +\infty)$$

$$\text{Có } f'(t) = \frac{t^3 - 3t^2 + t - 3}{2(t-1)^3}$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow t^3 - 3t^2 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow (t-3)(t^2+1) = 0 \Leftrightarrow t=3 \text{ (do } t^2+1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}).$$

$$\lim_{t \rightarrow 1^+} f(t) = +\infty; \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = +\infty.$$

Bảng biến thiên

t	1	3	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{13}{4}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta được $P_{\min} = \frac{13}{4}$. Dấu bằng diễn ra khi và chỉ khi

$$t = 3 \Rightarrow \frac{2^a}{b^a} = 3 \Leftrightarrow 3.b^a = 2^a \text{ với } 0 < b < 2 \text{ và } a > 0.$$

Câu 43. Cho các số thực $a, b > 1$ thỏa mãn điều kiện $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$.

A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$. **B.** $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$. **C.** $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } \log_2 a = x \Rightarrow \begin{cases} \log_3 b = 1 - x \\ 0 < x < 1 \\ \log_3 a = x \log_3 2 \\ \log_2 b = (1 - x) \log_2 3 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } P = f(x) = \sqrt{x \log_3 2} + \sqrt{(1 - x) \log_2 3} \Rightarrow f'(x) = \frac{\sqrt{(1 - x) \log_2 3} - \sqrt{x \log_3 2}}{2\sqrt{x(1 - x)}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1 - x) \log_2 3 = x \log_3 2 \Leftrightarrow x = \frac{\log_3 2}{\log_2 3 + \log_3 2}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{\log_3 2}{\log_2 3 + \log_3 2}$	1	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$\sqrt{\log_3 2}$	$\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$	$-\sqrt{\log_2 3}$	

$$\text{Vậy } P_{\max} = \sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}.$$

Câu 44. Với giá trị nào của tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$.

A. $m = \frac{5}{2}$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 8$. **D.** $m = \frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$4^x - m.2^{x+1} + 2m + 3 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 2^x \quad (t > 0)$$

$$\text{Phương trình (1) trở thành } t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0 \quad (2)$$

$$\Delta' = m^2 - (2m + 3) = m^2 - 2m - 3$$

Phương trình (1) có hai nghiệm $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 \geq 0 \\ 2m > 0 \\ 2m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \vee m \geq 3 \\ m > 0 \\ m > \frac{-3}{2} \end{cases} \Rightarrow m \geq 3$$

Theo giả thiết: $x_1 + x_2 = 4$

$$\Rightarrow 2^{x_1+x_2} = 2^4 \Leftrightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 16 \Rightarrow t_1 t_2 = 16 \Rightarrow 2m + 3 = 16 \Leftrightarrow m = \frac{13}{2} \text{ (Thỏa ĐK)}$$

Câu 45. Cho dãy số (a_n) thỏa mãn $a_1 = 1$ và $5^{a_{n+1}-a_n} - 1 = \frac{3}{3n+2}$, với mọi $n \geq 1$. Tìm số nguyên dương $n > 1$ nhỏ nhất để a_n là một số nguyên.

A. $n = 41$.

B. $n = 39$.

C. $n = 49$.

D. $n = 123$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 5^{a_{n+1}-a_n} - 1 = \frac{3}{3n+2} \Leftrightarrow 5^{a_{n+1}-a_n} = \frac{3n+5}{3n+2} = \frac{3(n+1)+2}{3n+2}$$

$$\Leftrightarrow a_{n+1} - a_n = \log_5 \left(\frac{3(n+1)+2}{3n+2} \right) = \log_5 (3(n+1)+2) - \log_5 (3n+2); \quad \forall n \geq 1$$

$$n = 1 \Rightarrow a_2 - a_1 = \log_5 8 - \log_5 5$$

$$n = 2 \Rightarrow a_3 - a_2 = \log_5 11 - \log_5 8$$

$$\text{Áp dụng cho: } n = 3 \Rightarrow a_4 - a_3 = \log_5 14 - \log_5 11$$

.....

$$n = n-1 \Rightarrow a_n - a_{n-1} = \log_5 (3n+2) - \log_5 (3(n-1)+2)$$

Cộng về với về $(n-1)$ đẳng thức trên ta được:

$$a_n - a_1 = \log_5 (3n+2) - \log_5 5 \Leftrightarrow a_n = \log_5 (3n+2); \text{ (Do } a_1 = 1 = \log_5 5)$$

Thử các đáp án từ nhỏ tới lớn ta được:

$$n = 39 \Rightarrow \log_5 (3n+2) = \log_5 119 \notin \mathbb{Z}$$

$$n = 41 \Rightarrow \log_5 (3n+2) = \log_5 125 = 3 \in \mathbb{Z}$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-8; +\infty)$ để phương trình sau có nhiều hơn hai nghiệm phân biệt $x^2 + x(x-1)2^{x+m} + m = (2x^2 - x + m)2^{x-x^2}$.

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương với

$$(x^2 + m) + (x^2 - x)2^{(x^2+m)-(x^2-x)} = [(x^2 + m) + (x^2 - x)]2^{x-x^2} \quad (1).$$

Đặt $x^2 + m = a; x^2 - x = b$ ta có phương trình (1) trở thành

$$a + b \cdot 2^{a-b} = (a+b) \cdot 2^{-b} \Leftrightarrow a \cdot 2^b + b \cdot 2^a = a+b \Leftrightarrow a(2^b - 1) + b(2^a - 1) = 0 \quad (2).$$

Trường hợp 1: Nếu $ab \neq 0$ thì phương trình (2) $\Leftrightarrow \frac{2^a - 1}{a} + \frac{2^b - 1}{b} = 0$ (3).

+ Nếu $a > 0 \Rightarrow 2^a - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2^a - 1}{a} > 0$.

+ Nếu $a < 0 \Rightarrow 2^a - 1 < 0 \Rightarrow \frac{2^a - 1}{a} > 0$.

Do đó $\frac{2^a - 1}{a} > 0$, với $a \neq 0$.

Tương tự ta có $\frac{2^b - 1}{b} > 0$, với $b \neq 0$. Do vậy phương trình (3) vô nghiệm.

Trường hợp 2: Nếu $ab = 0$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -m \\ x^2 - x = 0 \end{cases}$.

Phương trình (1) có nhiều hơn hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m^2 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$.

Do m nguyên và $m \in (-8; +\infty)$ nên có 7 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3^{x^2 - 2x + 1 - 2|x - m|} = \log_{x^2 - 2x + 3}(2|x - m| + 2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tương đương $3^{x^2 - 2x + 3 - (2|x - m| + 2)} = \frac{\ln(2|x - m| + 2)}{\ln(x^2 - 2x + 3)}$

$$\Leftrightarrow 3^{x^2 - 2x + 3} \cdot \ln(x^2 - 2x + 3) = 3^{2|x - m| + 2} \cdot \ln(2|x - m| + 2) \quad (*).$$

Xét hàm đặc trưng $f(t) = 3^t \cdot \ln t$, $t \geq 2$ là hàm số đồng biến nên từ phương trình (*) suy ra

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 2|x - m| + 2 \Leftrightarrow g(x) = x^2 - 2x - 2|x - m| + 1 = 0.$$

$$\text{Có } g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 2m + 1 & \text{khi } x \geq m \\ x^2 - 2m + 1 & \text{khi } x \leq m \end{cases} \Rightarrow g'(x) = \begin{cases} 2x - 4 & \text{khi } x \geq m \\ 2x & \text{khi } x \leq m \end{cases}$$

$$\text{và } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 & \text{khi } x \geq m \\ x = 0 & \text{khi } x \leq m \end{cases}$$

Xét các trường hợp sau:

TH1: $m \leq 0$ ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	m	0	2	$+\infty$	
$g'(x)$		-	-	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$					$+\infty$

Phương trình chỉ có tối đa 2 nghiệm nên không có m thỏa mãn.

TH2: $m \geq 2$ tương tự.

TH3: $0 < m < 2$, bảng biến thiên $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	m	2	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$		$(m-1)^2$		$+\infty$
		$-2m+1$		$2m-3$	

Phương trình có 3 nghiệm khi

$$\begin{cases} (m-1)^2 = 0 \\ -2m+1 = 0 > 2m-3 \\ -2m+1 < 0 = 2m-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{2} \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Cả 3 giá trị trên đều thỏa mãn, nên tổng của chúng bằng 3.

Câu 48. Cho phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2).5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$, với m là tham số. Giá trị nguyên dương lớn nhất của tham số m để phương trình trên có nghiệm là:

- A. 5 B. 26. **C. 25.** D. 6.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 1 + \sqrt{1-x^2}$ với $x \in [-1; 1]$ ta được $t \in [1; 2]$.

Phương trình trở thành $5^{2t} - (m+2).5^t + 2m+1 = 0$ với $t \in [1; 2]$.

Đặt $a = 5^t \Rightarrow a \in [5; 25]$ và $m = \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 2}$.

Hàm $f(a) = \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 2}$ đồng biến trên $[5; 25]$ nên để phương trình có nghiệm thì

$$f(5) \leq m \leq f(25) \text{ suy ra } m \in \left[\frac{16}{3}; \frac{576}{23} \right].$$

Vậy giá trị nguyên dương lớn nhất của m bằng 25.

Câu 49. So sánh ba số $a = 1000^{1001}$, $b = 2^{2^{64}}$ và $c = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 1000^{1000}$?

- A. $c < a < b$.** B. $b < a < c$. C. $c < b < a$. D. $a < c < b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $1^1 < 1000^{1000}$; $2^2 < 1000^{1000}$... $999^{999} < 1000^{1000}$

$$\Rightarrow c = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 1000^{1000} < 1000.1000^{1000} \Leftrightarrow c < a$$

Mặt khác: $2^{10} > 1000$

$$\Rightarrow 2^{64} \cdot \ln 2 = \frac{2^4}{10} \cdot (2^{10})^6 \cdot \ln 2^{10} > 1000^6 \cdot \ln 1000 > 1001 \cdot \ln 1000 \Rightarrow 2^{2^{64}} > 1000^{1001} \Leftrightarrow a < b$$

Vậy $c < a < b$.

Câu 50. Cho các số thực dương x, y thay đổi và thỏa mãn điều kiện $x > y > 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \log_{\frac{x}{y}}^2(x^2) + 3 \log_y \frac{x}{y}$ là

A. 19.

B. 13.

C. 14.

D. $T = 15$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Từ giả thiết } T = \left(2 \log_{\frac{x}{y}} x \right)^2 + 3(\log_y x - 1) = \frac{4}{(1 - \log_x y)^2} + 3 \left(\frac{1}{\log_x y} - 1 \right).$$

Đặt $t = \log_x y$ vì $1 < y < x \Rightarrow t \in (0; 1)$.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm $f(t) = \frac{4}{(1-t)^2} + \frac{3}{t} - 3$ với $t \in (0; 1)$.

Để thấy hàm số $f(t)$ liên tục trên khoảng $(0; 1)$ và $f'(t) = \frac{3t^3 - t^2 + 9t - 3}{t^2(1-t)^3} = \frac{(3t-1)(t^2+3)}{t^2(1-t)^3}$,

$$f'(t) = 0 \Rightarrow 3t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = +\infty; \lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = +\infty.$$

Bảng biến thiên

t	0		$\frac{1}{3}$		1
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$	$+\infty$		15		$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\min_{(0;1)} f(t) = f\left(\frac{1}{3}\right) = 15$. Vậy $\min P = 15$ đạt được khi và chỉ khi

$$\log_x y = \frac{1}{3} \Leftrightarrow y^3 = x \text{ trong đó } 1 < y < x.$$

Câu 51. Bất phương trình $4^x - (m+1)2^{x+1} + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 0$. Tập tất cả giá trị của m là

A. $(-\infty; 12)$.

B. $(-\infty; -1]$.

C. $(-\infty; 0]$.

D. $(-1; 16]$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Bất phương trình } 4^x - (m+1)2^{x+1} + m \geq 0 \quad (1) \Leftrightarrow 4^x - 2(m+1)2^x + m \geq 0.$$

$$\text{Đặt } 2^x = t \text{ bất phương trình trở thành } t^2 - 2(m+1)t + m \geq 0 \quad (2).$$

Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \geq 0$ khi và chỉ khi bất phương trình (2) nghiệm đúng với mọi $t \geq 1$.

$$(2) \Leftrightarrow (2t-1)m \leq t^2 - 2t \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 - 2t}{2t-1} \text{ (do } t \geq 1).$$

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{t^2 - 2t}{2t-1} \text{ với } t \geq 1.$$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{2t^2 - 2t + 2}{(2t-1)^2} > 0 \quad \forall t \geq 1.$$

Bảng biến thiên

t	1	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	-1	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $f(t) \geq m \quad \forall t \in [1; +\infty) \Leftrightarrow m \leq -1$. Vậy chọn **B**

- Câu 52.** Phương trình $4^x + 1 = 2^x \cdot m \cdot \cos(\pi x)$ có nghiệm duy nhất. Số giá trị của tham số m thỏa mãn là
A. Vô số. **B.** 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $4^x + 1 = 2^x \cdot m \cdot \cos(\pi x) \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = m \cdot \cos(\pi x) \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} - m \cdot \cos(\pi x) = 0$.

Đặt: $f(x) = 2^x + 2^{-x} - m \cdot \cos(\pi x)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$\Rightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

$\Rightarrow f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow x = 0$.

Thay $x = 0$ vào phương trình $\Rightarrow m = 2$.

- Câu 53.** Cho a, b, c là ba số thực dương, $a > 1$ và thỏa mãn
 $\log_a^2(bc) + \log_a\left(b^3c^3 + \frac{bc}{4}\right)^2 + 4 + \sqrt{4-c^2} = 0$. Số bộ $(a; b; c)$ thỏa mãn điều kiện đã cho là
A. 0. **B.** 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt: } P = \log_a^2(bc) + \log_a\left(b^3c^3 + \frac{bc}{4}\right)^2 + 4 + \sqrt{4-c^2}$$

$$\text{Ta có: } \left(b^3c^3 + \frac{bc}{4}\right)^2 \geq b^4c^4.$$

$$\text{Do } a > 1 \text{ nên: } \log_a\left(b^3c^3 + \frac{bc}{4}\right)^2 \geq \log_a b^4c^4 = 4\log_a bc$$

$$\Rightarrow P \geq (2 + \log_a bc) + \sqrt{4-c^2} \geq 0$$

$$\Rightarrow P = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-c^2 = 0 \\ 2 + \log_a bc = 0 \\ b^2c^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = \frac{1}{4} \\ c = 2 \end{cases}$$

- Câu 54.** Tính tổng T của các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.

- A. $T = 28$. B. $T = 20$. C. $T = 21$. **D.** $T = 27$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = e^x$, ($t > 0$) ta được $t + (m^2 - m)t^{-1} = 2m \Leftrightarrow t^2 - 2mt + m^2 - m = 0 \Leftrightarrow (t - m)^2 = m$ (*).

Ta có $x < \frac{1}{\log e} \Rightarrow 0 < t < 10$. Bài toán quy về tìm m phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

thỏa mãn $0 < t < 10$. Tức là:
$$\begin{cases} m > 0 \\ 0 < m - \sqrt{m} < 10 \Leftrightarrow 1 < m < \frac{21 - \sqrt{41}}{2} \\ 0 < m + \sqrt{m} < 10 \end{cases}$$

trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân

biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$ là $T = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 27$.

Câu 55. Cho hai số thực x, y lớn hơn 1 và thỏa mãn $y^x \cdot (e^x)^{e^y} \geq x^y \cdot (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{1 + 2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Với $x, y > 1$, ta có

$$\begin{aligned} y^x \cdot (e^x)^{e^y} &\geq x^y \cdot (e^y)^{e^x} \\ \Leftrightarrow \ln(y^x \cdot (e^x)^{e^y}) &\geq \ln(x^y \cdot (e^y)^{e^x}) \\ \Leftrightarrow x \ln y + x e^y &\geq y \ln x + y e^x \\ \Leftrightarrow \frac{\ln y}{y} + \frac{e^y}{y} &\geq \frac{\ln x}{x} + \frac{e^x}{x} \quad (1). \end{aligned}$$

Xét hàm số $g(t) = te^t - e^t + 1 - \ln t$ trên $[1; +\infty)$, có $g'(t) = te^t - \frac{1}{t} > 0, \forall t \geq 1$.

Hàm số $g(t)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ nên $g(t) > g(1) = 1 > 0, \forall t > 1$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{\ln t}{t} + \frac{e^t}{t}$ trên $(1; +\infty)$, có $f'(t) = \frac{g(t)}{t^2} > 0, \forall t > 1$, nên $f(t)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$. Với $x, y > 1$ thì $(1) \Leftrightarrow f(y) \geq f(x) \Leftrightarrow y \geq x$.

Đặt $u = \log_x y$. Do $y \geq x > 1$ nên $u \geq 1$. Ta có $P = h(u) = \frac{1+u}{2} + \frac{1}{u}$. Nhận thấy $h'(u) = \frac{u^2 - 2}{2u^2}$,

nhên $h'(u) = 0$ khi $u = \sqrt{2}$, $h'(u) < 0$ khi $1 \leq u < \sqrt{2}$, $h'(u) > 0$ khi $u > \sqrt{2}$. Dẫn tới

$P = h(u) \geq h(\sqrt{2}) = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{2}, \forall u \geq 1$, đẳng thức xảy ra khi $u = \sqrt{2}$. Vậy $\min P = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{2}$, đạt

được khi $y = x^{\sqrt{2}}$ và $x > 1$.

Câu 56. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_{2019}(4 - x^2) + \log_{\frac{1}{2019}}(2x + m - 1) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T = (a; b)$. Tính $S = 2a + b$.

A. 18.

B. 8.

C. 20.

D. 16.

Lời giải

Chọn D

$$\text{TXĐ: } D = (-2; 2) \cap \left(\frac{1-m}{2}; +\infty\right).$$

Khi đó, phương trình đã cho trở thành

$$\log_{2019} \frac{4-x^2}{2x+m-1} = 0 \Leftrightarrow 4-x^2 = 2x+m-1 \Leftrightarrow x^2+2x+m-5=0 \quad (*)$$

Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta = 1^2 - 1 \cdot (m-5) = 6-m > 0 \Leftrightarrow m < 6 \quad (1)$$

Khi đó phương trình (1) có 2 nghiệm lần lượt là $x_1 = -1 + \sqrt{6-m}; x_2 = -1 - \sqrt{6-m}$.

$$\text{TH1: } \frac{1-m}{2} \leq -2 \Leftrightarrow m \geq 5 \quad (2).$$

$$\Rightarrow D = (-2; 2).$$

$$\text{Phương trình (1) có 2 nghiệm } x_1, x_2 \in D \Leftrightarrow \begin{cases} -1 + \sqrt{6-m} < 2 \\ -1 - \sqrt{6-m} > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{6-m} < 3 \\ \sqrt{6-m} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 5 \quad (3).$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $5 < m < 6$.

$$\text{TH2: } -2 < \frac{1-m}{2} < 2 \Leftrightarrow -3 < m < 5 \quad (4).$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{1-m}{2}; 2\right).$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1, x_2 \in D$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 + \sqrt{6-m} < 2 \\ -1 - \sqrt{6-m} > \frac{1-m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{6-m} < 3 \\ \sqrt{6-m} < \frac{m-3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m < -3 \Leftrightarrow m > 5 \\ m > 5 \end{cases} \quad (5).$$

Từ (4) và (5) suy ra $m \in \emptyset$.

Vậy $5 < m < 6$.

Suy ra $a = 5, b = 6 \Rightarrow 2a + b = 16$.

Câu 57. Một anh sinh viên nhập học đại học vào tháng 8 năm 2014. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2014, cứ vào ngày mùng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định 0,8% /tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo (lãi kép). Vào ngày mùng một hàng tháng kể từ tháng 9/2016 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng do có việc làm thêm. Hỏi ngay sau khi kết thúc ngày anh ra trường (30/06/2018) anh còn nợ ngân hàng bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn đồng)?

A. 49.024.000 đồng. B. 47.401.000 đồng.

C. 46.641.000 đồng. D. 45.401.000 đồng.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } r = 0,8\% = 0,008; V_0 = 3.000.000$$

+) Tính tổng số tiền anh sinh viên vay từ 01/09/2014 đến hết 30/08/2016 (24 tháng)

- Số tiền anh vay sau tháng thứ nhất, thứ hai, thứ 3, ..., tháng thứ 24 lần lượt là:

$$V_1 = V_o(1+r)$$

$$V_2 = (V_1 + V_o)(1+r) = V_o(1+r)^2 + V_o(1+r)$$

$$V_3 = (V_2 + V_o)(1+r) = V_o(1+r)^3 + V_o(1+r)^2 + V_o(1+r)$$

....

$$V_{24} = V_o(1+r)^{24} + V_o(1+r)^{23} + \dots + V_o(1+r)$$

$$= V_o(1+r) \times \frac{(1+r)^{24} - 1}{r} \approx 79.661.701 \text{ (đồng)} = T$$

+) Tính số tiền anh sinh viên còn nợ sau mỗi tháng, tính từ 01/09/2016 đến hết 30/06/2018(22 tháng). Đặt $T_o = 2.000.000$

- Số tiền anh còn nợ sau tháng thứ nhất, thứ hai, thứ 3,.., tháng thứ 22 lần lượt là:

$$T_1 = (T - T_o)(1+r) = T(1+r) - T_o(1+r)$$

$$T_2 = (T_1 - T_o)(1+r) = T(1+r)^2 - T_o(1+r)^2 - T_o(1+r)$$

$$T_3 = (T_2 - T_o)(1+r) = T(1+r)^3 - T_o(1+r)^3 - T_o(1+r)^2 - T_o(1+r)$$

....

$$T_{22} = (T_{21} - T_o)(1+r) = T(1+r)^{22} - T_o(1+r)^{22} - T_o(1+r)^{21} - \dots - T_o(1+r)$$

$$= T(1+r)^{22} - T_o(1+r) \times \frac{(1+r)^{22} - 1}{r} \approx 46.641.000 \text{ (đồng)}$$