



**GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI CHÍNH THỨC THPT
QUỐC GIA NĂM 2019
MÔN TOÁN MÃ 108
TIME: 90 PHÚT**

SẢN PHẨM CỦA TẬP THỂ THẦY CÔ STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

(Nghiêm cấm mua bán, thương mại hóa dưới mọi hình thức)

PHẦN ĐỀ BÀI.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

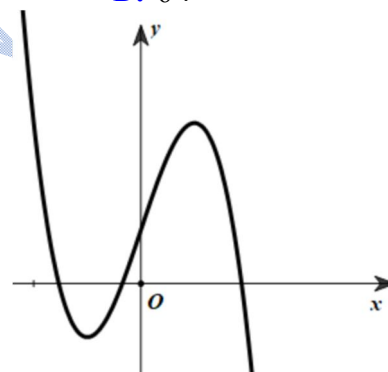
- A. $\vec{n}_1(2; -1; -3)$. B. $\vec{n}_2(2; -1; 3)$. C. $\vec{n}_3(2; 3; 1)$. D. $\vec{n}_4(2; 1; 3)$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4. B. 10. C. -6. D. 6.

Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.



Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_4(2; -5; 3)$. B. $\vec{u}_1(2; 5; 3)$. C. $\vec{u}_3(1; 3; -2)$. D. $\vec{u}_2(1; 3; 2)$.

Câu 5: Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. D. $2\pi r^2 h$.

Câu 6: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

- A. $3\log_5 a$. B. $\frac{1}{3} + \log_5 a$. C. $3 + \log_5 a$. D. $\frac{1}{3}\log_5 a$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -2 2 $-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = 1$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là

- A. $-5 + 3i$. B. $5 + 3i$. C. $-3 + 5i$. D. $-5 - 3i$.

Câu 9: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là





- A. $2x^2 + 6x + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $x^2 + C$.

Câu 10: Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. -7 . B. 7 . C. -1 . D. 1 .

Câu 11: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 5$. C. $x = 4$. D. $x = 2$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(3; 0; 0)$. B. $(3; -1; 0)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(0; 0; 1)$.

Câu 13: Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

- A. C_5^2 . B. 5^2 . C. A_5^2 . D. 2^5 .

Câu 14: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A. $3Bh$. B. $\frac{1}{3}Bh$. C. $\frac{4}{3}Bh$. D. Bh .

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		3		1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

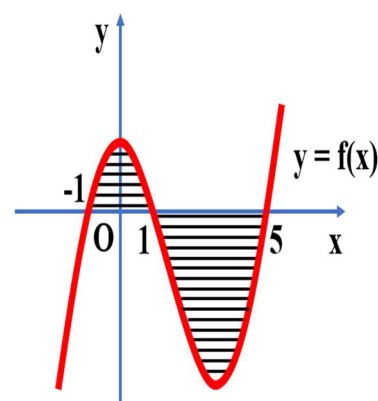
$y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.



Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			2				$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$
			-1			-1		

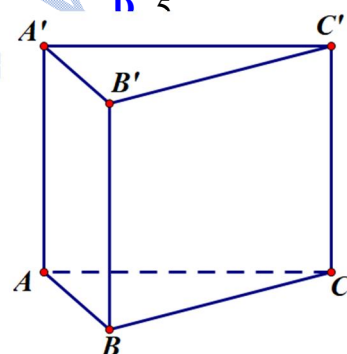
Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

- A. 4 . B. 2 . C. 0 . D. 3 .





- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0), B(3;0;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là
A. $x + y + z - 3 = 0$. **B.** $2x - y + z - 2 = 0$. **C.** $2x + y + z - 4 = 0$. **D.** $2x - y + z + 2 = 0$.
- Câu 19:** Một cơ sở sản xuất có 2 bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,4m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của 2 bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?
A. $1,5m$. **B.** $1,7m$. **C.** $2,4m$. **D.** $1,9m$.
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
A. $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** 3 . **D.** 9 .
- Câu 21:** Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng:
A. 28 . **B.** 36 . **C.** 8 . **D.** 18 .
- Câu 22:** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng
A. 4 . **B.** 32 . **C.** 2 . **D.** 5 .
- Câu 23:** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.
- Câu 24:** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng
A. 30° . **B.** 90° . **C.** 45° . **D.** 60° .
- Câu 25:** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1)$ là
A. $x = -2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.
- Câu 26:** Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là
A. $(-3; 2)$. **B.** $(2; -3)$. **C.** $(-3; 3)$. **D.** $(3; -3)$.
- Câu 27:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên $[-3; 3]$ bằng
A. 4 . **B.** 0 . **C.** 20 . **D.** -16 .
- Câu 28:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	$-$	0	$+$
y	0	2	$-\infty$	-2	$+\infty$

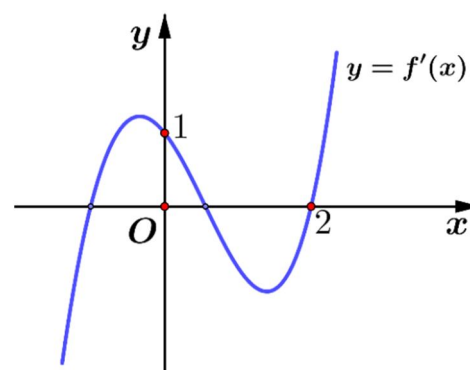
Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A.** 1 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 2 .





- Câu 29:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 30:** Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là
A. $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$. **B.** $3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$. **C.** $(x^2-3x) \cdot 3^{x^2-3x-1}$. **D.** $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x}$.
- Câu 31:** Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}-i) - (2+3i)z = 7-16i$. Môđun của số phức z bằng.
A. 5. **B.** 3. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.
- Câu 32:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là
A. $3\ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + C$. **B.** $3\ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + C$.
C. $3\ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + C$. **D.** $3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C$.
- Câu 33:** Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng
A. $\frac{\pi^2+2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2+6\pi+8}{8}$. **D.** $\frac{\pi^2+8\pi+8}{8}$.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là
A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$.
- Câu 35:** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:
- | | | | | | | | | |
|---------|-----------|------|------|-----|-----------|-----|-----|-----|
| x | $-\infty$ | -3 | -1 | 1 | $+\infty$ | | | |
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
- Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(5; +\infty)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(3; 5)$.
- Câu 36:** Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?
A. Vô số. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.
- Câu 37:** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.
 Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi
A. $m \leq f(0)$. **B.** $m < f(2) - 2$.
C. $m < f(0)$. **D.** $m \leq f(2) - 2$.
- Câu 38:** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng.





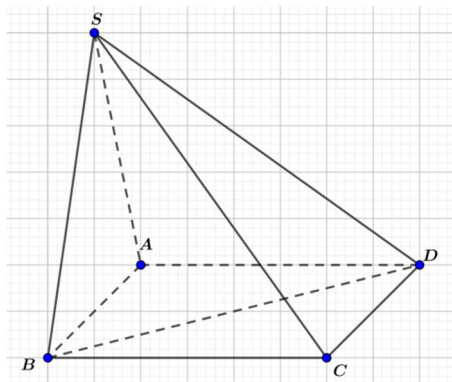
A. $\frac{13}{27}$.

B. $\frac{365}{729}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{14}{27}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng



A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

Câu 40: Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $8\sqrt{2}\pi$.

B. $24\sqrt{2}\pi$.

C. $16\sqrt{2}\pi$.

D. $12\sqrt{2}\pi$.

Câu 41: Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol

$$y = \frac{1}{2}x^2 + a \quad (a \text{ là tham số thực dương}).$$

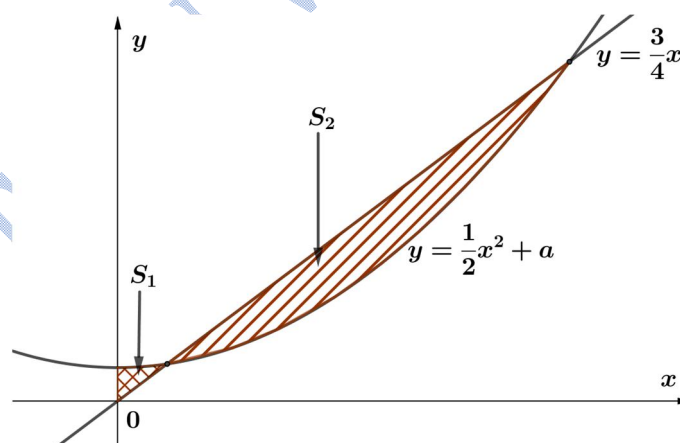
Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

B. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$.

D. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$.



Câu 42: Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = \frac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 12.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 20.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$.

B. $M(0;-3;-5)$.

C. $Q(0;11;-3)$.

D. $N(0;3;-5)$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5) = 1$ và $\int_0^1 xf(5x)dx = 1$, khi đó

$$\int_0^5 x^2 f'(x)dx \text{ bằng}$$

A. -25.

B. 15.

C. $\frac{123}{5}$.

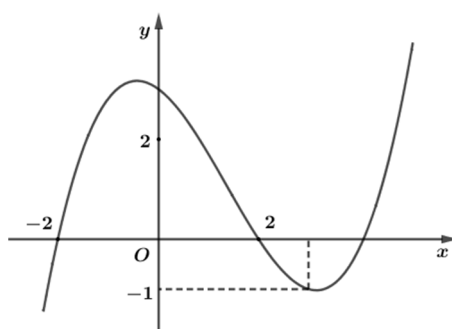
D. 23.





Câu 45: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình

$$\left| f(x^2 - 3x) \right| = \frac{1}{2} \text{ là:}$$



A. 3.

B. 12.

C. 6.

D. 10.

Câu 46: Cho hai hàm số $y = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $[3; +\infty)$.B. $(-\infty; 3]$.C. $(-\infty; 3)$.D. $(3; +\infty)$.

Câu 47: Cho phương trình $(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt?

A. 80.

B. 81.

C. 79.

D. Vô số.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - \sqrt{2})^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

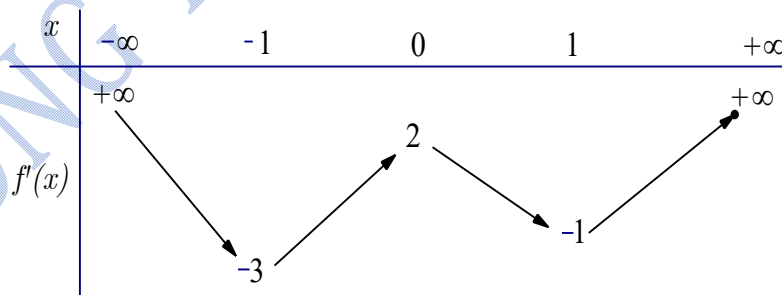
A. 12.

B. 4.

C. 16.

D. 8.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 7.

B. 5.

C. 3.

D. 9.

Câu 50: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao là 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M , N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A , B , C , M , N , P bằng

A. $\frac{40\sqrt{3}}{3}$.B. $\frac{28\sqrt{3}}{3}$.C. $16\sqrt{3}$.D. $12\sqrt{3}$.

-----Hết-----



**BẢNG ĐÁP ÁN MÃ 108**

1.B	2.D	3.C	4.A	5.C	6.A	7.B	8.B	9.B	10.C
11.A	12.D	13.A	14.D	15.D	16.B	17.A	18.B	19.B	20.C
21.C	22.D	23.B	24.C	25.B	26.C	27.D	28.D	29.C	30.A
31.C	32.D	33.B	34.D	35.C	36.B	37.D	38.A	39.A	40.C
41.A	42.C	43.B	44.A	45.D	46.A	47.C	48.A	49.A	50.D

ĐÁP ÁN CHI TIẾT.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1(2; -1; -3)$. B. $\vec{n}_2(2; -1; 3)$. C. $\vec{n}_3(2; 3; 1)$. D. $\vec{n}_4(2; 1; 3)$.

Lời giải

Tác giả: Ao Thị Kim Anh; Fb: Kim Anh

Chọn B

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ là $\vec{n}_2(2; -1; 3)$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4. B. 10. C. -6. D. 6.

Lời giải

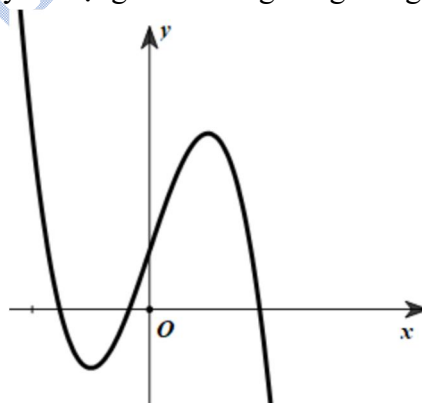
Tác giả: Nguyễn Thủy; Fb: Thuy Nguyen

Chọn D

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n)

Ta có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 \Leftrightarrow d = 8 - 2 \Leftrightarrow d = 6$.

Câu 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Tác giả: Tô Lê Diễm Hằng; Fb Tô Lê Diễm Hằng.

Chọn C

Căn cứ vào đồ thị hàm số và các phương án ta loại các phương án hàm số bậc bốn trùng phương là B, D . Còn lại các phương án hàm số bậc ba.

Từ đồ thị ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ có đường cong như trong hình vẽ.





Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u}_4 = (2; -5; 3)$. **B.** $\vec{u}_1 = (2; 5; 3)$. **C.** $\vec{u}_3 = (1; 3; -2)$. **D.** $\vec{u}_2 = (1; 3; 2)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hoàng Duy Minh; **Fb:** Nguyễn Hoàng Duy Minh

Chọn A

Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương

$$\vec{u} = (a; b; c) \text{ với } abc \neq 0 \text{ là: } d: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$$

Vậy đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u}_4 = (2; -5; 3)$.

Câu 5: Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $2\pi r^2 h$.

Lời giải

Tác giả: Thanh Bình; **Fb:** Minh Hoàng

Chọn C

Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (đvtt).

Câu 6: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

- A.** $3\log_5 a$. **B.** $\frac{1}{3} + \log_5 a$. **C.** $3 + \log_5 a$. **D.** $\frac{1}{3}\log_5 a$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Minh Tuấn; **Fb:** Bánh Bao Phạm

Chọn A

Ta có $\log_5 a^3 = 3\log_5 a$ ($a > 0$).

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 $+\infty$ -2 2 $-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A.** $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Tác giả: Mai Đức Thu; **Fb:** Mai Đức Thu

Chọn B

Căn cứ bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là

- A.** $-5 + 3i$. **B.** $5 + 3i$. **C.** $-3 + 5i$. **D.** $-5 - 3i$.

Lời giải

Tác giả: Doãn Minh Thật; **Fb:** Thật Doãn Minh



**Chọn B**Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là $5 + 3i$.**Câu 9:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $2x^2 + 6x + C$. **B. $x^2 + 6x + C$.** C. $2x^2 + C$. D. $x^2 + C$.

Lời giải**Tác giả: Nguyễn Ánh Dương Fb: Nguyễn Ánh Dương****Chọn B**Ta có $\int (2x + 6)dx = 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 6x + C = x^2 + 6x + C$ (C là hằng số).**Câu 10:** Biết $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^1 g(x)dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. -7 . B. 7 . **C. -1 .** D. 1 .

Lời giải**Tác giả: Trần Xuân Trường; Fb: toanthaytrung****Chọn C**Theo đề bài thì $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^1 g(x)dx = -4$ nên:

$$\int_0^1 [f(x) + g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 g(x)dx = 3 + (-4) = -1.$$

Câu 11: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

- A. $x = 1$.** B. $x = 5$. C. $x = 4$. D. $x = 2$.

Lời giải**Tác giả: Hoàng Ngọc Huệ; Fb: Hoàng Ngọc Huệ.****Chọn A**Ta có $3^{2x+1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.**Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(3; 0; 0)$. B. $(3; -1; 0)$. C. $(0; -1; 0)$. **D. $(0; 0; 1)$.**

Lời giải**Tác giả: Khổng Vũ Chiến; Fb: Vũ Chiến****Chọn D**Gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ lên trục Oz . Ta có $M'(0; 0; 1)$.**Câu 13:** Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

- A. C_5^2 .** B. 5^2 . C. A_5^2 . D. 2^5 .

Lời giải**Tác giả: Bùi Xuân Cường; Fb: Bùi Xuân Cường****Chọn A**

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử.

Vậy số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là C_5^2 (cách).**Câu 14:** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

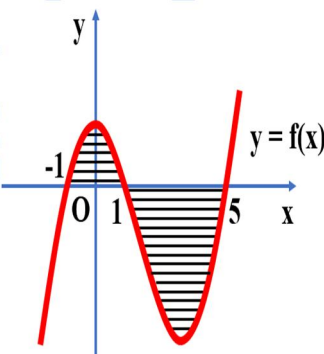
- A. $3Bh$. B. $\frac{1}{3}Bh$. C. $\frac{4}{3}Bh$. **D. Bh .**



**Lời giải****Tác giả: Nguyễn Tiến Hà; Fb: Nguyễn Tiến Hà****Chọn D**Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là: $V = Bh$ (đvtt).**Câu 15:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	3	1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.**B.** $(0; 2)$.**C.** $(-\infty; -2)$.**D.** $(-2; 0)$.**Lời giải****Tác giả: Mai Thu Hiền; Fb: Mai Thu Hiền****Chọn D**Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.Căn cứ các phương án, ta chọn đáp án D .**Câu 16:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

Lời giải**Chọn B**Ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in [-1; 1]$; $f(x) \leq 0, \forall x \in [1; 5]$.

Vậy $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		2		-1		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A. 4.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow 3f(x) = 5 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{3}$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 18: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-1; 2; 0), B(3; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x + y + z - 3 = 0$.

B. $2x - y + z - 2 = 0$.

C. $2x + y + z - 4 = 0$.

D. $2x - y + z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm của AB . Ta có $M(1; 1; 1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB} = (4; -2; 2)$ hay $\vec{n} = (2; -1; 1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$$2(x-1) - (y-1) + z-1 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 2 = 0.$$

Câu 19: Một cơ sở sản xuất có 2 bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,4m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của 2 bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $1,5m$.

B. $1,7m$.

C. $2,4m$.

D. $1,9m$.

Lời giải

FB: Trung Tran Tên: Trần Mạnh Trung

Chọn B

Gọi chiều cao của các hình trụ là h .

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình trụ có bán kính đáy $R_1 = 1m, R_2 = 1,4m$.





Gọi V là thể tích của hình trụ dựng trên đáy là R .

$$\text{Ta có: } V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \pi R^2 h = \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R^2 = R_1^2 + R_2^2$$

$$\Leftrightarrow R^2 = 1^2 + 1,4^2 \Leftrightarrow R = \sqrt{2,96} \approx 1,72.$$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. $\sqrt{15}$.

C. 3.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 0 \\ d = -7 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + 7} = 3.$$

Câu 21: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

A. 28.

B. 36.

C. 8.

D. 18.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Quang; Fb: Quang Nguyen

Chọn C

$$\text{Ta có: } z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = \left(\frac{6}{1}\right)^2 - 2 \cdot \frac{14}{1} = 8. \text{ Chọn đáp án C.}$$

Câu 22: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng

A. 4.

B. 32.

C. 2.

D. 5.

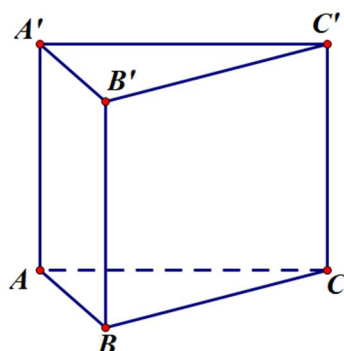
Lời giải

Tác giả: Lê Minh Tâm Facebook: TamLee

Chọn D

$$\text{Ta có: } a^3 b^2 = 32 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b^2) = \log_2 32 \Leftrightarrow 3 \log_2 a + 2 \log_2 b = 5.$$

Câu 23: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng





A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải**Tác giả:** Nguyễn Hoàng Kiệt; Fb: Nguyễn Hoàng Kiệt**Phản biện:** Vũ Huỳnh Đức; Fb: Vũ Huỳnh Đức**Chọn B**

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

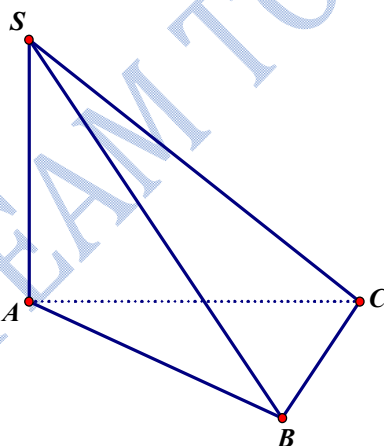
Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải**Tác giả:** Trần Đức Hiếu; Fb: Tran Duc Hieu**Chọn C**

Ta có: SA vuông góc với mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow A$ là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC)

$$\Rightarrow \widehat{[SC, (ABC)]} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$$

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 \Rightarrow AC = 2a$$

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{[SC, (ABC)]} = 45^\circ.$$

Câu 25: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1)$ là

A. $x = -2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải



Tác giả: Hồ Văn Thảo; Fb: Thảo Thảo.

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$

Phương trình $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1) \Leftrightarrow \log_2(x+1) = \log_2 2 + \log_2(x-1)$

$\Leftrightarrow \log_2(x+1) = \log_2[2(x-1)] \Leftrightarrow x+1 = 2(x-1)$

$\Leftrightarrow x = 3$ (thỏa mãn điều kiện $x > 1$).

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

A. $(-3; 2)$.B. $(2; -3)$.C. $(-3; 3)$.D. $(3; -3)$.**Lời giải**

Tác giả: Nguyễn Thu Hà; Fb: CoThuHaDayToan.pf

Phản biện: Phan Thanh Lộc; Fb: Phan Thanh Lộc

Chọn C

Ta có: $2z_1 + z_2 = 2(-2 + i) + (1 + i) = -4 + 2i + 1 + i = -3 + 3i$

Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là $(-3; 3)$.

Câu 27: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên $[-3; 3]$ bằng

A. 4.

B. 0.

C. 20.

D. -16.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Duy Tân; Fb: Nguyễn Duy Tân

Chọn D

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Ta có: $f(-3) = -16; f(-1) = 4; f(1) = 0; f(3) = 20$.

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -16.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-		- 0 +		
y	0	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải



Tác giả: Trần Trung Tín; Fb: Tín Trần Trung

Chọn DHàm số $y = f(x)$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có:

 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ đồ thị hàm số không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 0$. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là**A.** 0.**B.** 3.**C.** 1.**D.** 2**Lời giải**

Tác giả: Thầy Trịnh Ngọc Bảo; Fb Trịnh Ngọc Bảo

Chọn CTa có: $f'(x) = x(x-2)^2$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		-	0	+
y	$+\infty$			$+\infty$

Vậy hàm số có một điểm cực trị.

Câu 30: Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là**A.** $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$.**B.** $3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$.**C.** $(x^2-3x) \cdot 3^{x^2-3x-1}$.**D.** $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x}$.**Lời giải**

Tác giả: Cao Văn Nha; Fb: Phong Nha

Chọn AÁp dụng công thức $y = a^u \Rightarrow y' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$ $\Rightarrow y' = 3^{x^2-3x} \cdot (x^2-3x)' \cdot \ln 3 = (2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$.**Câu 31:** Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}-i) - (2+3i)z = 7-16i$. Môđun của số phức z bằng.**A.** 5.**B.** 3.**C.** $\sqrt{5}$.**D.** $\sqrt{3}$.**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$$

$$\Leftrightarrow 3(x - yi - i) - (2 + 3i)(x + yi) = 7 - 16i \Leftrightarrow 3x - 3yi - 3i - 2x - 2yi - 3xi + 3y = 7 - 16i$$

$$\Leftrightarrow (x + 3y) - (3x + 5y + 3)i = 7 - 16i \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x + 5y + 3 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Do đó $z = 1 + 2i$. Vậy $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 32: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $3\ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + C$.

B. $3\ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + C$.

C. $3\ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + C$.

D. $3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\int f(x) dx = \int \frac{3x-1}{(x-1)^2} dx = \int \frac{3(x-1)+2}{(x-1)^2} dx = \int \left[\frac{3}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} \right] dx = 3\ln|x-1| - \frac{2}{x-1} + C$$

Do đó trên khoảng $(1; +\infty)$ ta có:

$$\int f(x) dx = \int \frac{3x-1}{(x-1)^2} dx = 3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C.$$

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 + 2}{8}$.

B. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$.

C. $\frac{\pi^2 + 6\pi + 8}{8}$.

D. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 8}{8}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int f'(x) dx = \int (2\cos^2 x + 3) dx = \int (4 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C_1.$$

$$\text{Ta có } f(0) = 4 \Rightarrow C_1 = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4.$$





$$\text{Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4 \right) dx = \left(-\frac{1}{4} \cos 2x + 2x^2 + 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}.$$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Tác giả: Bui Bai; Fb: Bui Bai

Chọn D

Có $\begin{cases} \overrightarrow{BC} = (2; 0; -1) \\ \overrightarrow{BD} = (0; -1; 2) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BD}] = (-1; -4; -2)$. Chọn $\vec{n}_{(BCD)} = (1; 4; 2)$

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Do $d \perp (BCD) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_{(BCD)} = (1; 4; 2)$.

Lại có $A(1;0;2) \in d$, suy ra $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Ta thấy điểm $E(2;4;4)$ thuộc d và d có 1 vtcp $\vec{u}_d = (1; 4; 2)$ nên d có phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

Đáp án **D** thỏa mãn.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(5; +\infty)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(3; 5)$.

Lời giải

Tác giả: Bui Bai; Fb: Bui Bai

Chọn C

Xét hàm số $y = f(5-2x)$.

$$y' = [f(5-2x)]' = -2f'(5-2x).$$





$$\text{Xét bất phương trình: } y' < 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 5-2x < -1 \\ 5-2x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < 4 \\ x < 2 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và khoảng $(3; 4)$.

Vì $(0; 2) \subset (-\infty; 2)$ nên chọn đáp án **C**.

Câu 36: Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. Vô số.

B. 5.

C. 7.

D. 6.

Lời giải

Tác giả: Trần Công Sơn; Fb: Trần Công Sơn

Chọn B

Gọi $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ là phương trình (1).

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x^2 > 0 \\ 6x-1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > \frac{1}{6} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{6} \\ m > 0 \end{cases} (*).$$

Với điều kiện (*) thì:

$$(1) \Leftrightarrow \log_3 x + \log_3 m = \log_3(6x-1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(mx) = \log_3(6x-1) \Leftrightarrow mx = 6x-1 \Leftrightarrow (m-6)x = -1 \quad (2)$$

Với $m = 6$ thì phương trình (2) trở thành: $0x = -1: VN$. Vậy không nhận $m = 6$.

$$\text{Với } m \neq 6 \text{ thì } (2) \Leftrightarrow x = -\frac{1}{m-6}.$$

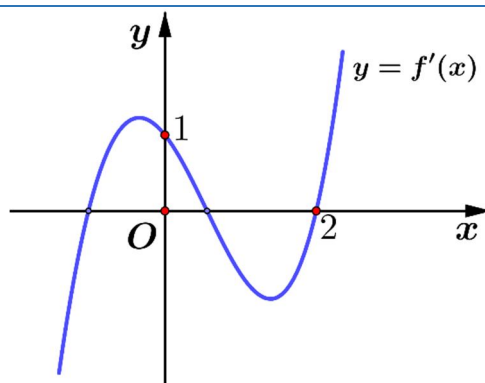
$$\text{Để phương trình (1) có nghiệm thì } -\frac{1}{m-6} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{-6-m+6}{6(m-6)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-m}{m-6} > 0 \Leftrightarrow \frac{m}{m-6} < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 6.$$

Mà m nguyên nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.





Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

A. $m \leq f(0)$.

B. $m < f(2) - 2$.

C. $m < f(0)$.

D. $m \leq f(2) - 2$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình $f(x) > x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$

$$\Leftrightarrow m < f(x) - x \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in (0; 2) \quad (1)$$

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x$ trên khoảng $(0; 2)$

$$\text{Có } g'(x) = f'(x) - 1 < 0, \forall x \in (0; 2)$$

Bảng biến thiên

x	0	2
$g'(x)$		—
$g(x)$	$g(0)$	$g(2)$

$$\text{Vậy } (1) \Leftrightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq f(2) - 2.$$

Câu 38: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng.

A. $\frac{13}{27}$.

B. $\frac{365}{729}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{14}{27}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hồ Tú; Fb: Nguyễn Hồ Tú

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên, ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{27}^2$.

Gọi A là biến cố: “chọn được hai số có tổng là một số chẵn”.

Trường hợp 1: Hai số được chọn là số lẻ có C_{14}^2 cách.



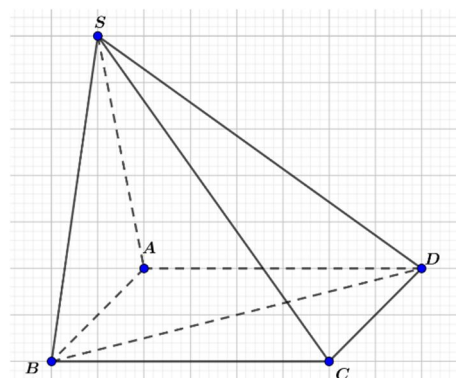


Trường hợp 2: Hai số được chọn là số chẵn có C_{13}^2 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{14}^2 + C_{13}^2$.

Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{14}^2 + C_{13}^2}{C_{27}^2} = \frac{13}{27}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng



A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

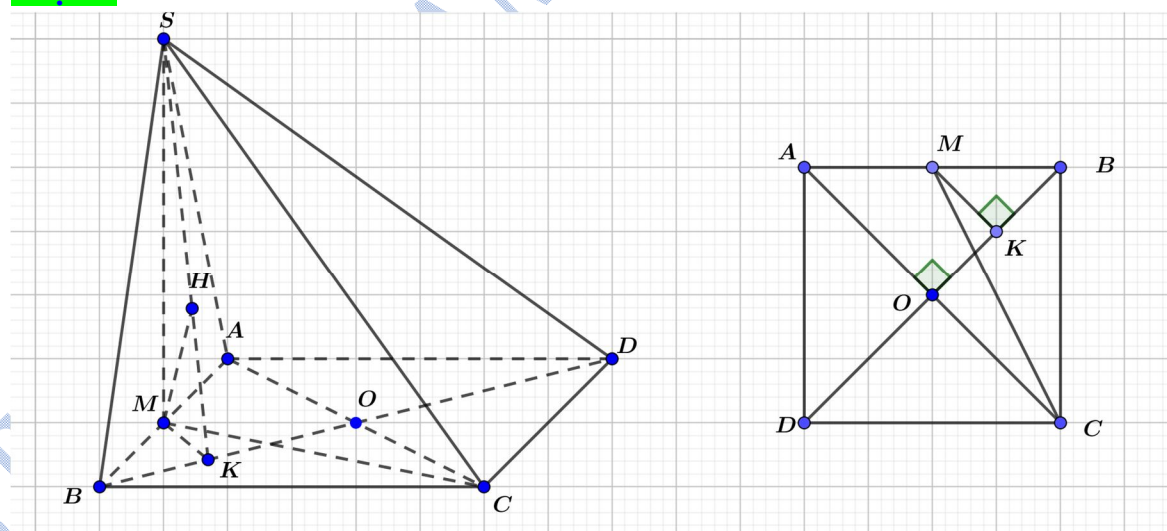
C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

Lời giải

Tác giả; Fb:

Chọn A



Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow SM \perp (ABCD)$.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $\begin{cases} AC \cap (SBD) = O \\ AO = OC \end{cases} \Rightarrow d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)).$

Lại có $\begin{cases} AM \cap (SBD) = B \\ AB = 2MB \end{cases} \Rightarrow d(A, (SBD)) = 2d(M, (SBD)).$





$$\text{Vậy } \frac{d(C; (SBD))}{d(M; (SBD))} = 2$$

Kẻ $MK \perp BD$ ($K \in BD$), kẻ $MH \perp SK$ tại $H \Rightarrow MH = d(M; (SBD))$.

Xét tam giác SMK , ta có

$$MK = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}, SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{MK^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{21}}{14} \Rightarrow d(C; (SBD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 40: Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $8\sqrt{2}\pi$.

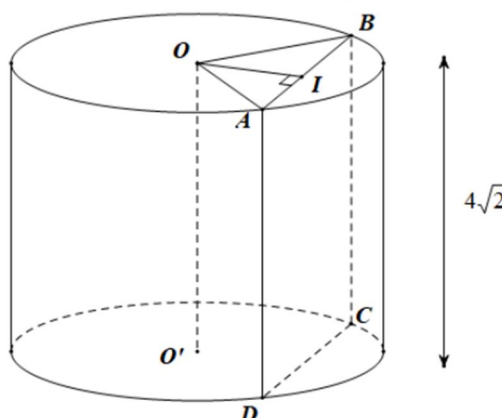
B. $24\sqrt{2}\pi$.

C. $16\sqrt{2}\pi$.

D. $12\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Tác giả: Hồng Tiến; Fb: Cô Tiến Toán



Chọn C

Gọi O, O' lần lượt là tâm hai đáy của hình trụ.

Hình trụ có chiều cao là $h = 4\sqrt{2}$.

Mặt phẳng song song với trục của hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = AD \cdot AB = 16 \Rightarrow AB = \frac{16}{AD} = \frac{16}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

Trong tam giác OAB , từ O kẻ $OI \perp AB$, lại có: $OI \perp AD$ suy ra:

$$OI \perp (ABCD) \Rightarrow d(OO'; (ABCD)) = d(O; (ABCD)) = OI = \sqrt{2}$$

Vì tam giác OAB cân tại O nên đường cao OI đồng thời là đường trung tuyến hay I là trung điểm của đoạn thẳng AB

$$\Rightarrow AI = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}.$$

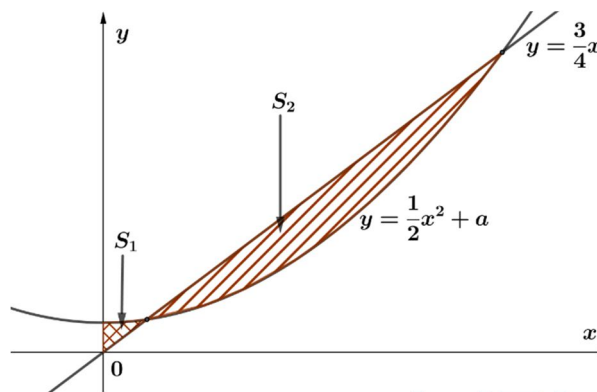




$$r = OA = \sqrt{AI^2 + OI^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2.$$

Diện tích xung quanh hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\pi$.

Câu 41: Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

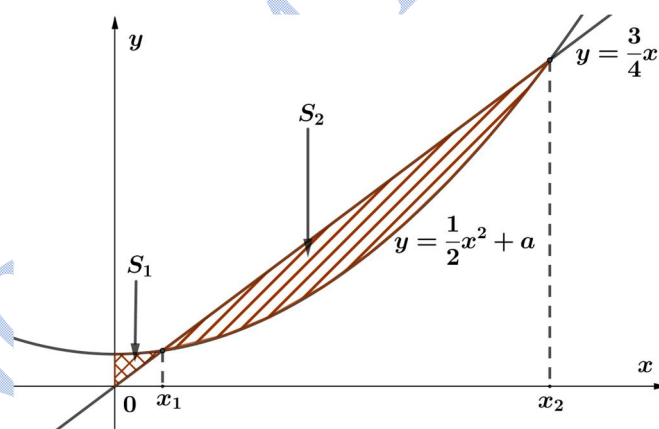
B. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$.

D. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$.

Lời giải

Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $\frac{3}{4}x = \frac{1}{2}x^2 + a \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4a = 0$ (*)

Ta có (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương nên phương trình (1) có 2 nghiệm

$$\text{dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 32a > 0 \\ 2a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < \frac{32}{9}.$$

Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a$.

$$\text{Ta có } S_1 = \int_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right) dx = \left(\frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + ax\right) \Big|_0^{x_1} = F(x_1).$$





$$S_2 = \int_{x_1}^{x_2} \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - a\right) dx = -F(x) \Big|_{x_1}^{x_2} = -F(x_2) + F(x_1). \quad \text{Ta có } S_1 = S_2$$

$$\Leftrightarrow F(x_2) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^3 - \frac{3}{8}x_2^2 + ax_2 = 0 \Leftrightarrow 4x_2^2 -$$

Do x_2 là nghiệm của phương trình (*) nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x_2^2 - 3x_2 + 4a = 0 \\ 4x_2^2 - 9x_2 + 24a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_2^2 - 3x_2 + 4a = 0 \\ 16a - 3x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot \frac{256}{9}a^2 - 16a + 4a = 0 \\ x_2 = \frac{16a}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{512}{9}a^2 - 12a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{27}{128} \end{cases}$$

Điều kiện của a nên ta có $a = \frac{27}{128} \in \left(\frac{3}{16}; \frac{7}{12}\right)$.

Câu 42: Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = \frac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 12. B. $2\sqrt{3}$. **C. $2\sqrt{5}$.** D. 20.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } w = \frac{3+iz}{1+z} \Leftrightarrow w(1+z) = 3+iz \Leftrightarrow w + wz = 3+iz \Leftrightarrow w-3 = (i-w)z \Leftrightarrow z = \frac{w-3}{i-w}$$

Khi đó đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) ta được

$$|z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{w-3}{i-w} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{x+yi-3}{i-(x+yi)} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{(x-3)+yi}{-x+(1-y)i} \right| = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = 2[x^2 + (1-y)^2] \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 9 = 2x^2 + 2y^2 - 4y + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 4y - 7 = 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-2)^2 = 20$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

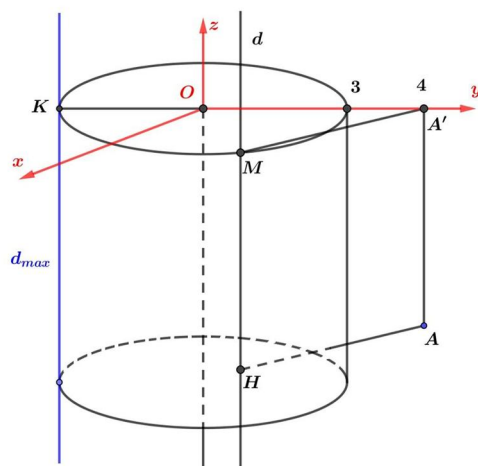
- A. $P(-3;0;-3)$. **B. $M(0;-3;-5)$.** C. $Q(0;11;-3)$. D. $N(0;3;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:





Ta có d thuộc mặt trụ có bán kính $r = 3$ và có trục là Oz .

Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng $Oxy \Rightarrow A'(0; 4; 0)$.

Gọi điểm K là giao của mặt trụ và Oy sao cho $A'K$ lớn nhất, suy ra $K(0; -3; 0)$.

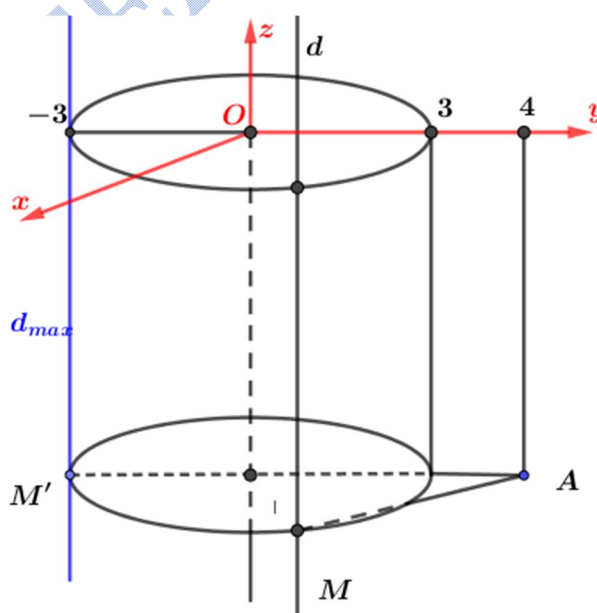
Ta có: $d(A, d) \leq A'K = 7$. Suy ra $\max d(A, d) = 7$.

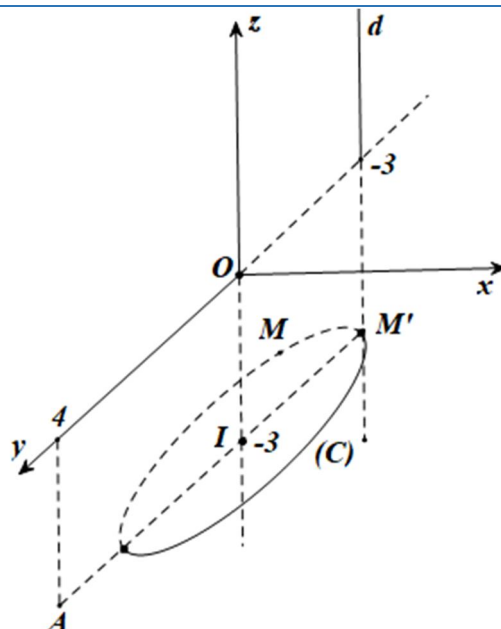
Khi đó đường thẳng d đi qua $K(0; -3; 0)$ và song song với Oz .

Phương trình đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \\ z = t \end{cases}$$

Vậy d đi qua $M(0; -3; -5)$.

Cách 2:





Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng $d \Rightarrow (P): z + 3 = 0$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên $Oz \Rightarrow I(0;0;-3)$.

Gọi $M = (P) \cap d$. Ta có tập hợp các điểm M là đường tròn (C) có tâm $I(0; 0; -3)$, bán kính $R = 3$ và nằm trên (P) .

Tọa độ các điểm thuộc đường tròn (C) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9 \\ z+3=0 \end{cases}.$$

Phương trình đường thẳng $AI: \begin{cases} x=0 \\ y=4-t, t \in R. \\ z=-3 \end{cases}$

$$\text{Gọi } M' = AI \cap (C) \Rightarrow \begin{cases} M'(0; 3; -3) \Rightarrow AM' = 1 \\ M'(0; -3; -3) \Rightarrow AM' = 7 \end{cases}.$$

Ta có: $d(A, d) = AM \leq AM' = 7$, với $M' = (0; -3; -3)$. Suy ra $\max d(A, d) = 7$.

Khi đó đường thẳng d đi qua K và song song với Oz .

Phương trình đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \\ z = -3 + t' \end{cases}, t' \in R.$$

Vậy $M = (0; -3; -5) \in d$.



Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int_0^1 xf'(5x)dx=1$, khi đó

$$\int_0^5 x^2 f'(x) dx \text{ bằng}$$

A. -25 .

B. 15 .

C. $\frac{123}{5}$.

D. 23 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = 5x \Rightarrow \begin{cases} dx = \frac{dt}{5} \\ x = \frac{t}{5} \end{cases}. \text{ Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=0; x=1 \Rightarrow t=5.$$

$$\text{Khi đó: } \int_0^1 xf'(5x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^5 \frac{t}{5} f'(t) \frac{dt}{5} = 1 \Leftrightarrow \int_0^5 t \cdot f'(t) dt = 25 \Leftrightarrow \int_0^5 x \cdot f'(x) dx = 25 \quad (*)$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } (*) \Leftrightarrow \frac{x^2}{2} \cdot f(x) \Big|_0^5 - \frac{1}{2} \int_0^5 x^2 \cdot f'(x) dx = 25$$

$$\Leftrightarrow \frac{25}{2} - \frac{1}{2} \int_0^5 x^2 \cdot f'(x) dx = 25 \Leftrightarrow \int_0^5 x^2 \cdot f'(x) dx = -25.$$

Câu 45: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình

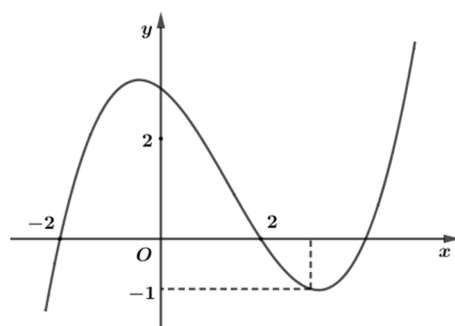
$$|f(x^2 - 3x)| = \frac{1}{2} \text{ là:}$$

A. 3 .

B. 12 .

C. 6 .

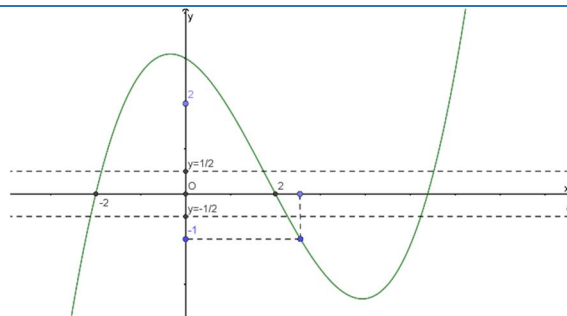
D. 10 .



Lời giải

Chọn D





Ta có $|f(x^2 - 3x)| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^2 - 3x) = \frac{1}{2} \\ f(x^2 - 3x) = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = a, (-2 < a < -1) \\ x^3 - 3x = b, (1 < b < 2) \\ x^3 - 3x = c, (c > 2) \\ x^3 - 3x = d, (d < -2) \\ x^3 - 3x = e, (2 < e < 3) \\ x^3 - 3x = f, (f > 3) \end{cases}$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x$; có $y' = 3x^2 - 3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Phương trình: $x^3 - 3x = a$ có 3 nghiệm.

Phương trình: $x^3 - 3x = b$ có 3 nghiệm.

Phương trình: $x^3 - 3x = c$ có 1 nghiệm.

Phương trình: $x^3 - 3x = d$ có 1 nghiệm.

Phương trình: $x^3 - 3x = e$ có 1 nghiệm.

Phương trình: $x^3 - 3x = f$ có 1 nghiệm.

Vậy tổng có 10 nghiệm. Chọn **D**.

Câu 46: Cho hai hàm số $y = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $[3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 3]$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải





Tác giả; Fb:

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} = |x+1| - x + m$ (*)

Điều kiện: $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; -2; -3; -4\}$.

Ta có (*) $\Leftrightarrow m = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} + x - |x+1|$.

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của hai đồ thị

$$y = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} + x - |x+1| \text{ và } y = m.$$

Ta có:

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{1}{(x+4)^2} + 1 - \frac{x+1}{|x+1|}$$

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{1}{(x+4)^2} + \frac{|x+1| - (x+1)}{|x+1|} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; -2; -3; -4\}.$$

, (vì $|x+1| > x+1 \quad \forall x \neq -1 \Rightarrow |x+1| - (x+1) > 0 \quad \forall x \neq -1$).

BBT

x	$-\infty$	-4	-3	-2	-1	$+\infty$
y'		+	+	+	+	+
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	3

Từ bảng biến thiên, để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $m \geq 3$.

Câu 47: Cho phương trình $(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt?

A. 80.

B. 81.

C. 79.

D. Vô số.

Lời giải

Tác giả: Tổ 5

Chọn C

Xét phương trình $(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2)\sqrt{3^x - m} = 0$ (1).

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ 3^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_3 m \end{cases} \text{ (do } m > 0 \text{)}.$$





$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2 = 0 \\ \sqrt{3^x - m} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -\frac{1}{2} \\ 3^x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = \log_3 m \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 m \leq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \leq \log_3 m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 1 \\ 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \leq m < 3^4 \end{cases}$$

$$\text{Do } m \text{ nguyên dương} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \in \{3; 4; 5; \dots; 80\} \end{cases}.$$

Vậy có tất cả $1 + 80 - 3 + 1 = 79$ giá trị m nguyên dương thỏa mãn đề bài.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - \sqrt{2})^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12.

B. 4.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; \sqrt{2})$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

Dễ thấy (S) cắt mặt phẳng (Oxy) nên từ một điểm A bất kỳ thuộc mặt phẳng (Oxy) và nằm ngoài (S) kẻ tiếp tuyến tới (S) thì các tiếp tuyến đó nằm trên một mặt nón đỉnh A , các tiếp điểm nằm trên một đường tròn được xác định. Còn nếu A thuộc (S) thì ta kẻ các tiếp tuyến đó sẽ thuộc một mặt phẳng tiếp diện của (S) tại điểm A .

Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi

$$+ \text{Hoặc } A \text{ thuộc } (S) \Leftrightarrow IA = R = \sqrt{3}.$$

+ Hoặc các tiếp tuyến tạo thành mặt nón và góc ở đỉnh của mặt nón là

$$\widehat{MAN} \geq 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{MAI} \geq 45^\circ \text{ suy ra } \sin \widehat{MAI} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{IM}{IA} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{IA} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow IA \leq \sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy điều kiện bài toán là } \sqrt{3} \leq IA \leq \sqrt{6} \Leftrightarrow 3 \leq IA^2 \leq 6.$$

$$\text{Vì } A \in (Oxy) \Rightarrow A(a; b; 0). \text{ Ta có } 3 \leq IA^2 \leq 6 \Leftrightarrow 3 \leq a^2 + b^2 + 2 \leq 6 \Leftrightarrow 1 \leq a^2 + b^2 \leq 4 (*).$$

Do $A(a; b; c)$ có tọa độ nguyên nên ta có điểm thỏa mãn (*) là

$$A(0; 2; 0), A(0; -2; 0), A(0; 1; 0), A(0; -1; 0),$$

$$A(2; 0; 0), A(-2; 0; 0), A(1; 0; 0), A(-1; 0; 0),$$

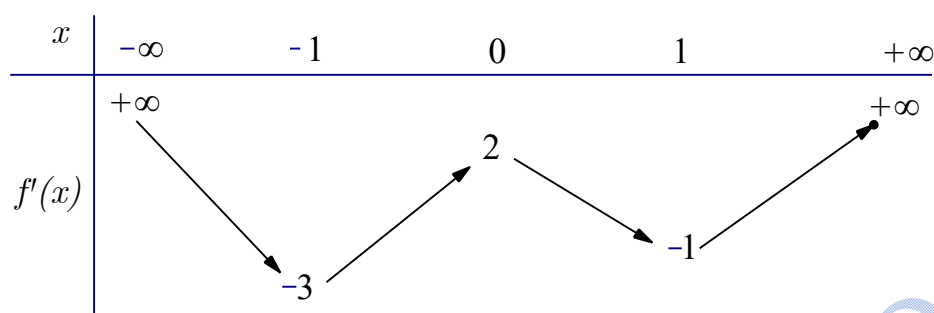
$$A(1; 1; 0), A(1; -1; 0), A(-1; 1; 0), A(-1; -1; 0).$$





Vậy có 12 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 7.

B. 5.

C. 3.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = (2x + 2)f'(x^2 + 2x)$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm $f'(x)$ ta được

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x = a \\ x^2 + 2x = b \\ x^2 + 2x = c \\ x^2 + 2x = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ (x+1)^2 = a+1 \quad (1) \\ (x+1)^2 = b+1 \quad (2) \\ (x+1)^2 = c+1 \quad (3) \\ (x+1)^2 = d+1 \quad (4) \end{cases}, \text{ trong đó } a < -1 < b < 0 < c < 1 < d.$$

$$\text{Do } a < -1 < b < 0 < c < 1 < d \text{ nên } \begin{cases} a+1 < 0 \\ b+1 > 0 \\ c+1 > 0 \\ d+1 > 0 \end{cases}.$$

Khi đó phương trình (1) vô nghiệm. Các phương trình (2), (3), (4) mỗi phương trình đều có 2 nghiệm phân biệt và khác nhau, cùng khác -1 . Suy ra phương trình $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn.

Vậy hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 50: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao là 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M , N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A , B , C , M , N , P bằng

A. $\frac{40\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{28\sqrt{3}}{3}$.

C. $16\sqrt{3}$.

D. $12\sqrt{3}$.

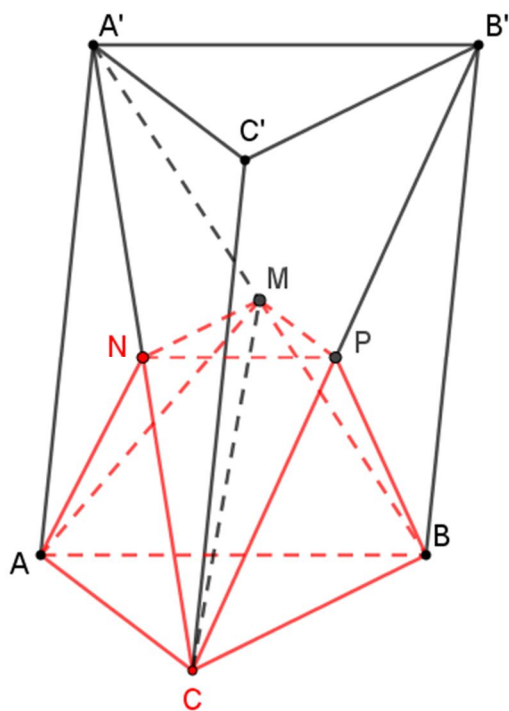
Lời giải





Chon D

Cách 1:



Ta có $V = V_{ABCA'B'C'} = 8 \cdot \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}$, gọi $h = d(A', (ABC))$.

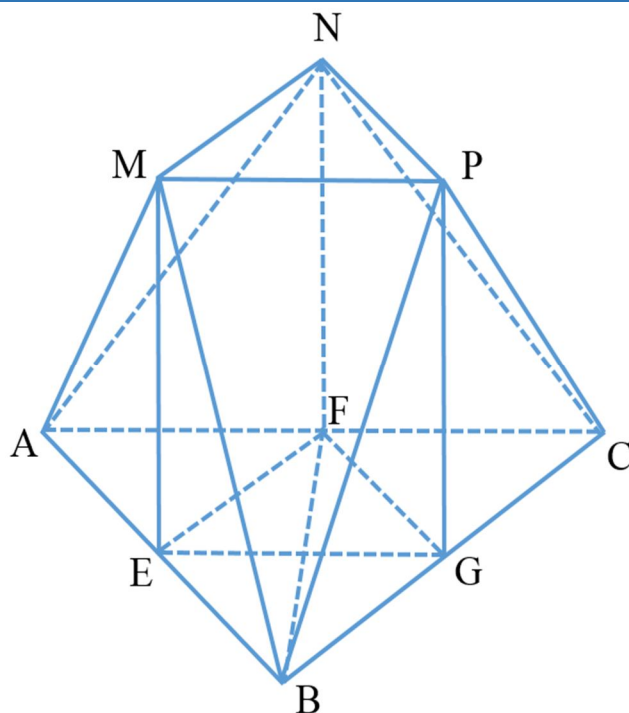
Ta có $V_{MABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot S_{ABC} = \frac{V}{6}$.

$$V_{MNPC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{S_{ABC}}{4} = \frac{V}{24}.$$
$$V_{MBCP} = \frac{1}{3} \cdot d(M, (PBC)) \cdot S_{PBC} = \frac{1}{3} \frac{d(A', (BCC'B'))}{2} \cdot \frac{S_{BCC'B'}}{4} = \frac{V_{A'.BCC'B'}}{8} = \frac{V}{12}.$$

Tương tự $V_{MNAC} = \frac{V}{12}$.

Vậy $V_{MNPABC} = V_{MABC} + V_{MNAC} + V_{MNPC} + V_{MBCP} = \frac{3V}{8} = 12\sqrt{3}$.

Cách 2:



Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

Ta có: $V_{MNP.EFG} = ME \cdot S_{EFG} = 4\sqrt{3}$.

$$V_{B.MEGP} = \frac{1}{3} d(B, (MEGP)) \cdot S_{MEGP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BF \cdot ME \cdot EG = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 4 \cdot 2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Tương tự: } V_{A.MNFE} = V_{C.PNFG} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{MNPABC} = V_{MNP.EFG} + V_{B.MEGP} + V_{A.MNFE} + V_{C.PNFG} = 4\sqrt{3} + 3 \cdot \frac{8\sqrt{3}}{3} = 12\sqrt{3}.$$

-----Hết -----

