

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: **TOÁN**

Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian phát đề)

Ngày thi: **22/10/2019**

Bài 1. (2,0 điểm)

Giải phương trình $x^2 + \sqrt{2x+5} + \sqrt{4-2x} = 4x-1$.

Bài 2. (3,0 điểm)

Cho dãy số (u_n) được xác định như sau:

$$u_1 = \sqrt{2 - \sqrt{2}}, \quad u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \quad \text{với mọi } n = 1, 2, \dots$$

Tính $\lim(2^n \sqrt{2 - u_n})$.

Bài 3. (3,0 điểm)

Cho hai đa thức $P(x)$ và $Q(x) = aP(x) + bP'(x)$ với a, b là các số thực và $a \neq 0$.

Chứng minh rằng nếu đa thức $Q(x)$ vô nghiệm thì đa thức $P(x)$ cũng vô nghiệm.

Bài 4. (5,0 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên tố p có dạng $a^2 + b^2 + c^2$ với a, b, c là các số tự nhiên sao cho $a^4 + b^4 + c^4$ chia hết cho p .
2. Trên bảng kẻ ô vuông $2 \times n$ ghi các số dương sao cho tổng của hai số trong mỗi cột bằng 1. Chứng minh rằng có thể bỏ đi một số trong mỗi cột để trên mỗi hàng các số còn lại có tổng không vượt quá $\frac{n+1}{4}$.

Bài 5. (7,0 điểm)

- Cho tam giác ABC ($AC < BC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O . Phân giác góc C cắt đường tròn (O) tại R . Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AC và BC . Đường vuông góc với AC tại K cắt CR tại P , đường vuông góc với BC tại L cắt CR tại Q . Chứng minh rằng diện tích của các hình tam giác RPK và RQL bằng nhau.
- Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc. Gọi R và r lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp và bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp; V là thể tích khối chóp và h là đường cao của hình chóp từ đỉnh S . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{V(h-r)}{R^2rh}$.

----- **HẾT** -----