

MÔN TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2 điểm): Giải các hệ phương trình

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases} \\ \text{b)} \quad & \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+1} = 3 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 2 (2 điểm) : *Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Theo kế hoạch hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian đã định. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch 18% và tổ II sản xuất vượt mức kế hoạch 21%. Vì vậy trong cùng một thời gian quy định hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch.

Bài 3 (2 điểm)

- Vẽ parabol $(P): y = 2x^2$
- Viết phương trình đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm A và B có hoành độ lần lượt là -1 và 2

Bài 4 (3,5 điểm) : Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt (O) tại D (D khác B), đường thẳng AD cắt (O) tại E (E khác D).

- Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.
- Chứng minh: $AE \cdot AD = AB^2$
- Chứng minh $\widehat{CEA} = \widehat{BEC}$
- Giả sử $OA = 3R$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD theo R .

Bài 5 (0,5 điểm) Giải phương trình

$$x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2}$$

.....Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Đáp án

Câu 1. Giải các hệ phương trình sau:

a.
$$\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases}.$$

b.
$$\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+1} = 3 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases}.$$

Lời giải.

a.
$$\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 25y = -5 \\ 10x - 12y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13y = 13 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 2x - 5 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}.$$

b.
$$\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+1} = 3 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases}.$$

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq 2 \\ y \neq -1 \end{cases}$; đặt $\begin{cases} \frac{1}{x-2} = a \\ \frac{1}{y+1} = b \end{cases}.$

Khi đó $\begin{cases} 2a + b = 3 \\ 4a - 3b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 6 \\ 4a - 3b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5b = 5 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ 2a + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-2} = 1 \\ \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}.$$

Câu 2. (2 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình.*

Theo kế hoạch hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian đã định. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch 18% và tổ II sản xuất vượt mức kế hoạch 21%. Vì vậy trong cùng thời gian quy định hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch.

Lời giải.

Gọi số sản phẩm tổ I được giao theo kế hoạch là x sản phẩm ($Đk\ 0 < x < 600, x \in \mathbb{Z}$).

số sản phẩm tổ II được giao theo kế hoạch là y sản phẩm ($Đk\ 0 < y < 600, y \in \mathbb{Z}$).

Theo đầu bài: Hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm.

Từ đó ta có phương trình: $x + y = 600(1)$.

Trong thực tế:

- Sản lượng của đội I tăng 18% , suy ra sản lượng vượt mức của đội I là $18\%.x = 0,18.x$ sản phẩm.
- Sản lượng của đội II tăng 21% , suy ra sản lượng thực tế của đội II là $21\%.y = 0,21.y$ sản phẩm.

Hai đội sản xuất vượt mức 120 sản phẩm, ta có phương trình: $0,18.x + 0,21.y = 120(2)$.

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 0,18.x + 0,21.y = 120 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,21x + 0,21y = 126 \\ 0,18x + 0,21y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 600 \\ x = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 600 \\ 0,03x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm mà đội I, đội II được giao lần lượt là 200 sản phẩm và 400 sản phẩm.

Câu 3.

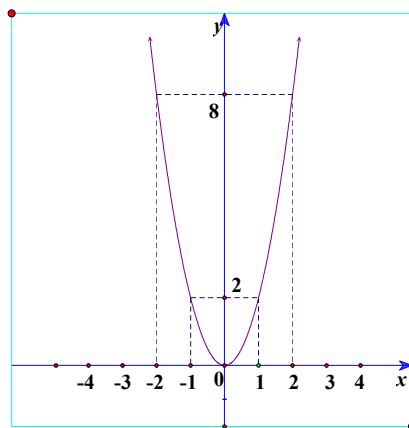
a) Vẽ parabol (P): $y = 2x^2$

b) Viết phương trình đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm A và B có hoành độ lần lượt là -1 và 2.

Lời giải.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8



$$b) \begin{cases} x_A = -1 \Rightarrow y_A = 2 \\ x_B = 2 \Rightarrow y_B = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-1; 2) \\ B(2; 8) \end{cases}$$

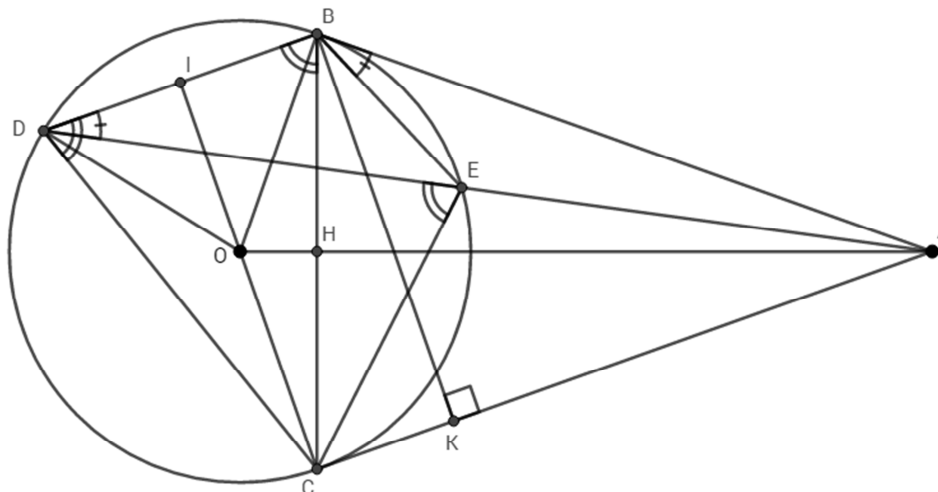
Gọi $y = ax + b$ là phương trình đường thẳng d. Vì d qua A và B nên ta có:

$$\begin{cases} 2 = a.(-1) + b \\ 8 = a.2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng d: $y = 2x + 4$.

- Câu 4.** Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt (O) tại D (D khác B), đường thẳng AD cắt (O) tại E (E khác D).
- Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.
 - Chứng minh $AE \cdot AD = AB^2$.
 - Chứng minh $\widehat{CEA} = \widehat{BEC}$.
 - Giả sử $OA = 3R$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD theo R .

Lời giải.



- $\widehat{OBA} = \widehat{OCA} = 90^\circ$ (AB, AC là tiếp tuyến của (O))
 $\Rightarrow \widehat{OBA} + \widehat{OCA} = 180^\circ$
 $\Rightarrow$ tứ giác $OBAC$ nội tiếp.
- Xét tam giác OEB và tam giác OBD có:
 $\widehat{EBA} = \widehat{BDA}$ (Hai góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến với dây cung cùng chắn cung $\widehat{BE}$)
 $\widehat{DAB}$ (chung).
 $\Rightarrow \triangle EBA \sim \triangle BDA$ (g - g)
 $\Rightarrow \frac{EA}{BA} = \frac{BA}{DA} \Rightarrow AB^2 = AE \cdot AD$ (đpcm)
- Gọi I là giao điểm của CO và BD
 $BD \parallel CA$ và $CO \perp AC \Rightarrow BD \perp CI$.
 Xét $\triangle OBD$ cân tại O có đường cao $OI \Rightarrow OI$ cũng là đường trung trực của đoạn BD .
 $\Rightarrow CB = CD \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{DC} \Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{DBC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau).
 Lại có $\widehat{DEC} = \widehat{DBC} \Rightarrow \widehat{DEC} = \widehat{BDC}$ (3).
 Tứ giác $CEDB$ nội tiếp đường tròn (O) nên $\widehat{BDC} + \widehat{BEC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BEC} = 180^\circ - \widehat{BDC}$ (1).

$$\text{Mà } \widehat{DEC} + \widehat{CEA} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CEA} = 180^\circ - \widehat{DEC} \quad (2)$$

$$\text{Từ } (1), (2), (3) \Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{CEA} \text{ (đpcm)}$$

d) Gọi H là giao điểm của BC và OA.

K là hình chiếu của B lên CA.

Áp dụng định lý Pi - ta - go vào tam giác OBA vuông tại B ta có:

$$OB^2 + AB^2 = OA^2 \Rightarrow AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = 2\sqrt{2}R$$

Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác OBA vuông tại B, đường cao BH ta có:

$$\begin{cases} AB^2 = AH \cdot AO \\ BH \cdot AO = OB \cdot BA \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH = \frac{AB^2}{AO} \\ BH = \frac{OB \cdot BA}{AO} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH = \frac{(2\sqrt{2}R)^2}{3R} = \frac{8}{3}R \\ BH = \frac{R \cdot 2\sqrt{2}R}{3R} = \frac{2\sqrt{2}}{3}R \end{cases}$$

$$\text{Dễ dàng chứng minh } BH = CH \Rightarrow BC = 2BH = \frac{4\sqrt{2}}{3}R \text{ và } AC = AB = 2\sqrt{2}R$$

Trong ΔABC có :

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} BK \cdot AC \Rightarrow BK = \frac{BC \cdot AH}{AC} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{3}R \cdot \frac{8}{3}R}{2\sqrt{2}R} = \frac{16}{9}R$$

Vậy khoảng cách từ BD đến AC là $\frac{16}{9}R$.

Câu 5. (0,5 điểm) Giải phương trình

$$x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2}$$

Lời giải.

$$x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2}$$

Các căn thức của phương trình tồn tại với mọi x, ta có:

$$x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 1 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} + 1009^2 = x^2 + x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2} + 1009^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2x^2 + 1} + 1009\right)^2 = \left(\sqrt{x^2 + x + 2} + 1009\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 + 1} + 1009 = \sqrt{x^2 + x + 2} + 1009 \\ \sqrt{2x^2 + 1} + 1009 = -\left(\sqrt{x^2 + x + 2} + 1009\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 + 1} = \sqrt{x^2 + x + 2} \\ \sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2} = -2018 \text{ (VN)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}.$$