

Bài 1 (2,5 điểm): Cho biểu thức $A = \left(\frac{3\sqrt{x}}{x-1} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right)$ $x > 0; x \neq 1$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A với $x = 4 - 2\sqrt{3}$
3. Với $0 < x < 1$, hãy so sánh A với biểu thức $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

Bài 2 (2 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Người ta định cải tạo 1 mảnh vườn hình chữ nhật để trồng hoa. Nếu giảm chiều dài đi 2m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn tăng 14m^2 . Nếu giảm mỗi chiều của mảnh vườn đi 1m thì diện tích của mảnh vườn giảm 38m^2 . Tính chiều dài, chiều rộng ban đầu của mảnh vườn.

Bài 3 (1,5 điểm): Cho phương trình: $(m+1)x^2 - 2mx + m - 3 = 0$ (1)

- a. Giải phương trình với $m = 2$.
- b. Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 4 (3,5 điểm): Từ điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (B, C là tiếp điểm). Lấy điểm $I \in BC$, $IB < IC$. Kẻ đường thẳng $d \perp OI = \{I\}$, đường thẳng d cắt tia AB, AC lần lượt tại E, F.

1. Chứng minh các tứ giác OIBE, C là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $\triangle OEF$ là tam giác cân.
3. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OA, cắt tia AB, AC lần lượt tại P, Q.

Tìm vị trí của A để diện tích $\triangle APQ$ nhỏ nhất.

Bài 5 (0,5 điểm): Cho đường tròn tâm O, hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm). C là 1 điểm trên đường tròn (M, MA) và nằm trong đường tròn (O). Các tia AC, BC cắt đường tròn (O) lần lượt tại P, Q.

Chứng minh rằng PQ là đường kính của đường tròn (O)