

Bài 1 (2 điểm):

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

b) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$.

c) Tìm tất cả giá trị của x để $A = B \cdot |x - 4|$.

Bài 2 (2 điểm): Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau 4h48' thì đầy bể. Biết lượng nước vòi I chảy một mình trong 1h20' bằng lượng nước của vòi II chảy một mình trong 30 phút và thêm $\frac{1}{8}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng trong bao lâu thì đầy bể.

Bài 3 (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{2-y} + \sqrt{x+1} = 4 \\ \sqrt{2-y} - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 3$.

a) Chứng tỏ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tọa độ các giao điểm A, B của Parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 2$. Tính diện tích ΔAOB .

c) Gọi giao điểm của (d) và (P) là C và D. Tìm m để độ dài đoạn thẳng CD nhỏ nhất.

Bài 4 (3,5 điểm): Cho (O) đường kính AB, M là một điểm cố định trên tiếp tuyến tại A của (O). Vẽ tiếp tuyến MC và cát tuyến MHK (H nằm giữa M và K; tia MK nằm giữa hai tia MB, MO). Các đường thẳng BH, BK cắt đường thẳng MO tại E và F.

a) Chứng minh rằng tứ giác AMCO, tứ giác MFKC và tứ giác MCHE nội tiếp.

b) Qua A kẻ đường thẳng song song với MK cắt (O) tại I, CI cắt MK tại N.

Chứng minh $NH = NK$.

c) Chứng minh $OE = OF$.

Bài 5 (0,5 điểm):

Cho a, b, c dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm GTNN của $A = \frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} + \frac{1}{c^2 + 1}$.