

Bài 1: (2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
- Rút gọn biểu thức B
- Tìm x nguyên để biểu thức $\frac{A}{B}$ có giá trị là số nguyên

Bài 2 (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{x+1} - \frac{2}{y-2} = 4 \\ 2\sqrt{x+1} + \frac{1}{y-2} = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - mx - 4 = 0$

- Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m.
- Tìm các giá trị của m để $x_1 x_2 - x_1^2 - x_2^2 = -13$

Bài 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm)

- Chứng minh rằng tứ giác AMON nội tiếp
- Vẽ cát tuyến ABC tới đường tròn (O) (Tia AO nằm giữa AM và tia AC)

Chứng minh rằng: $AM^2 = AB.AC$

- Gọi H là giao điểm AO và MN. Chứng minh tứ giác BHOC nội tiếp.

- Chứng minh rằng HN là tia phân giác của $\widehat{BHC}$.

Bài 5 (0,5 điểm). Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} = 1$

Chứng minh rằng:
$$\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq \frac{1}{2}$$