

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

I. Nhận biết

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\mathbb{R}$

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

A. $d = 3$

B. $d = 2$

C. $d = -2$

D. $d = -3$

Câu 4. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \left(\frac{-2}{3}\right)^n$

B. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$

C. $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n + 1}$

D. $u_n = n^2 - 4n$

Câu 5. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

A. 6

B. 4

C. 3

D. 2

Câu 6. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề sai.

A. Nếu $b // a$ thì $b // (P)$

B. Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$

C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$

D. Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$. Ta xét các khẳng định sau:

(1) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x_0)$ là giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

(2) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x_0)$ là giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$

(3) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 và đạt cực tiểu tại điểm x_1 ($x_0, x_1 \in (a; b)$) thì ta luôn có $f(x_0) > f(x_1)$.

Số khẳng định đúng là?

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Câu 9. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

A. $\min_{[2;4]} y = 3$

B. $\min_{[2;4]} y = 7$

C. $\min_{[2;4]} y = 5$

D. $\min_{[2;4]} y = 0$

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình?

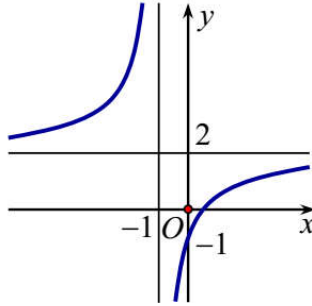
A. $y = 5$

B. $y = 0$

C. $x = 1$

D. $y = 1$

Câu 12. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$

C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

Câu 13. Khối đa diện đều có 12 mặt thì có số cạnh là:

A. 30

B. 60

C. 12

D. 24

Câu 14. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{8}$

Câu 15. Cho tập $A = \{0; 2; 4; 6; 8\}$; $B = \{3; 4; 5; 6; 7\}$. Tập $A \setminus B$ là

A. $\{0; 6; 8\}$

B. $\{0; 2; 8\}$

C. $\{3; 6; 7\}$

D. $\{0; 2\}$

II. Thông hiểu

Câu 16. Phương trình $\cos 2x + 4 \sin x + 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$?

A. 5

B. 4

C. 2

D. 3

Câu 17. Một tổ công nhân có 12 người. Cần chọn 3 người để đi làm cùng một nhiệm vụ, hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. A_{12}^3

B. $12!$

C. C_{12}^3

D. 12^3

Câu 18. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{10}$.

A. $C_{10}^6 \cdot 2^6 \cdot (-3)^4$

B. $C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot (-3)^6$

C. $-C_{10}^4 \cdot 2^6 \cdot (-3)^4$

D. $-C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot 3^6$

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 6

B. Số hạng thứ 7

C. Số hạng thứ 5

D. Số hạng thứ 8

Câu 20. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số)

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$)

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$:

A. $y' = -\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$

B. $y' = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$

C. $y' = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$

D. $y' = -\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$.

Câu 22. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x - y + 1 = 0$. Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ nào sau đây biến đường thẳng d thành chính nó?

A. $\vec{v} = (2; 4)$

B. $\vec{v} = (2; 1)$

C. $\vec{v} = (-1; 2)$

D. $\vec{v} = (2; -4)$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. (NOM) cắt (OPM)

B. $(MON) // (SBC)$

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$

D. $(NMP) // (SBD)$

Câu 24. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy là 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a}{2}$

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[0;1]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $1 \leq m < 3$ B. $m > 6$ C. $m < 1$ D. $3 < m \leq 6$

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$ (C), đồ thị (C) có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $A.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 29: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

- A. $V = a^3$ B. $V = \frac{2a^3}{3}$ C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$ D. $V = a^3 \sqrt{\frac{3}{2}}$

Câu 30: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3), B(-2;-2), C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

III. Vận dụng

Câu 31: Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $4 \sin x + (m-4) \cos x - 2m + 5 = 0$ có nghiệm là:

- A. 5 B. 6 C. 10 D. 3

Câu 32: Giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ là

- A. $m = -\frac{1}{2}; M = 1$ B. $m = 1; M = 2$ C. $m = -2; M = 1$ D. $m = -1; M = 2$

Câu 33: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

A. $\frac{2}{7}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{37}{42}$

D. $\frac{10}{21}$

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1, & x \geq 0 \\ ax - b - 1, & x < 0 \end{cases}$. Khi hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0 = 0$. Hãy tính $T = a + 2b$.

A. $T = -4$

B. $T = 0$

C. $T = -6$

D. $T = 4$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, BC = a\sqrt{3}, SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin \alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) .

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$

Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S .

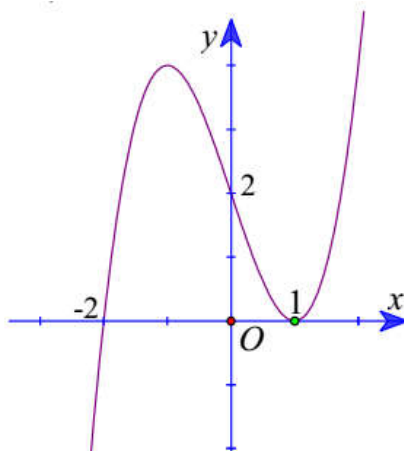
A. 1

B. 5

C. 2

D. 3

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 3)$.



A. 4**B. 2****C. 5****D. 3**

Câu 39. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3**B. 0****C. 2****D. 1**

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ **B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$** **C. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$** **D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$**

Câu 41. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $x^n = a_0 + a_1(x-2) + a_2(x-2)^2 + \dots + a_n(x-2)^n$ và $a_1 + a_2 + a_3 = 2^{n-3} \cdot 192$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $n \in (9;16)$ **B. $n \in (8;12)$** **C. $n \in (7;9)$** **D. $n \in (5;8)$.**

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AD = 2AB$, đường thẳng AC có phương trình $x + 2y + 2 = 0, D(1;1)$ và $A(a;b)$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$). Tính $a + b$.

A. $a + b = -4$ **B. $a + b = -3$** **C. $a + b = 4$** **D. $a + b = 1$**

IV. Vận dụng cao

Câu 43. Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB = BC = CD = DA = 1$ và AC, BD thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$ **B. $\frac{4\sqrt{3}}{27}$** **C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$** **D. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$**

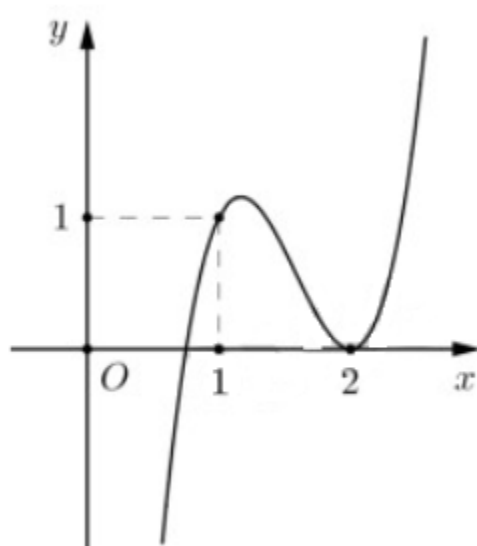
Câu 44. Cho hàm số $y = \left| \frac{x^4 + ax + a}{x+1} \right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1;2]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $M \geq 2m$.

A. 15**B. 14****C. 17****D. 16**

Câu 45. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ (C). Biết rằng đường thẳng $d: y = ax + b$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M, N, P . Tiếp tuyến tại ba điểm M, N, P của đồ thị (C) cắt (C) tại các điểm M', N', P' (tương ứng khác M, N, P). Khi đó đường thẳng đi qua ba điểm M', N', P' có phương trình là

A. $y = (4a+9)x + 18 - 8b$ **B. $y = (4a+9)x + 14 - 8b$** **C. $y = ax + b$** **D. $y = -(8a+18)x + 18 - 8b$**

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 5 B. 4 C. 6 D. 3

Câu 47. Cho hai đường thẳng cố định a và b chéo nhau. Gọi AB là đoạn vuông góc chung của a và b (A thuộc a , B thuộc b). Trên a lấy điểm M (khác A), trên b lấy điểm N (khác B) sao cho $AM = x$, $BN = y$, $x + y = 8$. Biết $AB = 6$, góc giữa hai đường thẳng a và b bằng 60° . Khi thể tích khối tứ diện $ABNM$ đạt giá trị lớn nhất hãy tính độ dài đoạn MN (trong trường hợp $MN > 8$).

- A. $2\sqrt{21}$ B. 12 C. $2\sqrt{39}$ D. 13

Câu 48. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân bằng?

- A. $\frac{4}{645}$ B. $\frac{2}{645}$ C. $\frac{3}{645}$ D. $\frac{1}{645}$

Câu 49. Biết m là giá trị để hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 < x + y \leq 1 \\ x + y + \sqrt{2xy + m} \geq 1 \end{cases}$ có nghiệm thực duy nhất.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m \in \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$ B. $m \in \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$ C. $m \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ D. $m \in (-2; -1)$

Câu 50. Cho phương trình:

$$\sin^3 x + 2 \sin x + 3 = (2 \cos^3 x + m) \sqrt{2 \cos^3 x + m - 2} + 2 \cos^3 x + \cos^2 x + m.$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$?

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

THPT LÊ VĂN THỊNH – BẮC NINH

NĂM HỌC 2018 - 2019

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (50%)	Chương 1: Hàm Số	C7 C8 C9 C10 C11 C12	C25 C26 C27	C37 C38 C39	C44 C45 C46
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit				
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng				
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>	C13 C14	C24 C28 C29	C35 C36 C40	C43 C47
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu				

	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian				
Đại số					
Lớp 11 (42%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác	C1;C2	C16	C31 C32	C50
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất	C5	C17 C18	C33 C41	C48
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân	C3	C19		
	Chương 4: Giới Hạn	C4	C20		
	Chương 5: Đạo Hàm		C21	C34	
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng		C22		
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song		C23		
	Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian	C6			
Đại số					
Lớp 10 (8%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp	C15			
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				

	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				C49
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vector				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng		C30		
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng			C42	
Tổng số câu		15	15	12	8
Điểm		3	3	2,4	1,6

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI

+ Mức độ đề thi: **KHÁ**

+ Đánh giá sơ lược:

Câu hỏi trong đề tập trung vào chương trình lớp 11-12

Chỉ có 1 vài câu trong lớp 10 số lượng không nhiều

Mức độ phân loại tốt khi số lượng từng phần từ nhân biết thông hiểu đến vận dụng vận dụng cao phù hợp.

Đề thi này đánh giá được năng lực học sinh.

Tuy nhiên dạng câu hỏi không mới .

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn đáp án B.

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Chọn đáp án D.

$$\text{Phương trình } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 3: Chọn đáp án A.

Ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 2 - 3n + 2 = 3$

Suy ra $d = 3$ là công sai của cấp số cộng.

Câu 4: Chọn đáp án A.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{-2}{3} \right)^n = 0 \quad (\forall \left| \frac{-2}{3} \right| = \frac{2}{3} < 1).$$

Câu 5: Chọn đáp án B.

Vì 4 điểm không đồng phẳng tạo thành một tứ diện mà tứ diện có 4 mặt.

Câu 6: Chọn đáp án A.

Nếu $a \perp (P)$ và $b // a$ thì $b \perp (P)$.

Câu 7: Chọn đáp án D.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			2				
	$-\infty$				-2		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn đáp án D.

Câu 8: Chọn đáp án C.

Câu 9: Chọn đáp án C.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có đạo hàm không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên nó không có cực trị.

Câu 10: Chọn đáp án B.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \notin [2; 4] \\ x = -1 \notin [2; 4] \end{cases}$ mà $\begin{cases} f(2) = 7 \\ f(4) = 57 \end{cases} \Rightarrow \min_{[2; 4]} y = 7$.

Câu 11: Chọn đáp án D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{x-1} = 1 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 12: Chọn đáp án A.

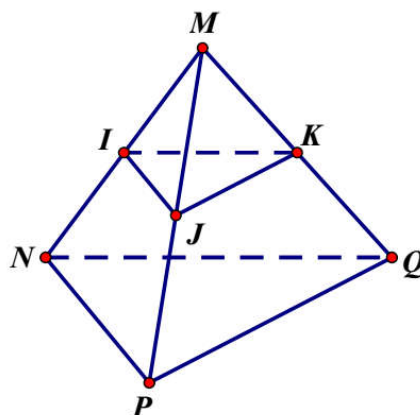
Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1 \Rightarrow$ loại đáp án C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1) \Rightarrow$ loại đáp án B và D.

Câu 13: Chọn đáp án A.

Khối đa diện đều có 12 mặt là khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ thì có số cạnh là 30.

Câu 14: Chọn đáp án D.



Ta có: $\frac{V_{M.IJK}}{V_{M.NPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Câu 15: Chọn đáp án B.

Ta có $A \setminus B = \{0; 2; 8\}$.

Câu 16: Chọn đáp án A.

$$\text{PT đã cho} \Leftrightarrow -2\sin^2 x + 4\sin x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = 3(VN) \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Theo đề: } x \in (0; 10\pi) \Rightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + k2\pi < 10\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} < k < \frac{21}{4}.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy PT đã cho có 5 nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$.

Câu 17: Chọn đáp án C.

Số cách chọn 3 người, là C_{12}^3 (cách chọn)

Câu 18: Chọn đáp án B.

$$\text{Ta có: } (2 - 3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot (-3x)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot (-3)^k \cdot x^k$$

Theo giả thiết suy ra: $k = 6$.

$$\text{Vậy hệ số của } x^6 \text{ trong khai triển là } C_{10}^6 \cdot 2^{10-6} \cdot (-3)^6 = C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot (-3)^6.$$

Câu 19: Chọn đáp án B.

Giả sử -192 là số hạng thứ n của (u_n) với $n \in \mathbb{N}^*$. Ta có

$$-192 = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow -192 = (-3) \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 64 = (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-2)^6 = (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 6 = n - 1$$

$$\Leftrightarrow 7 = n. \text{ Do đó } -192 \text{ là số hạng thứ 7 của } (u_n).$$

Câu 20: Chọn đáp án B.

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số (SGK ĐS11-Chương 4) thì $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$).

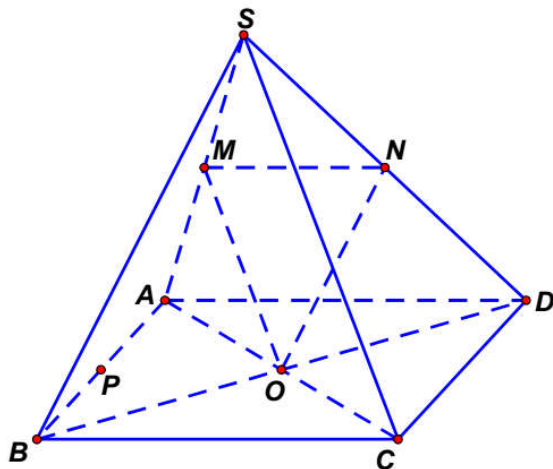
Câu 21: Chọn đáp án A.

$$y' = \left(\frac{\pi}{4} - x \right)' \cdot \frac{1}{\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right)} = -\frac{1}{\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right)}$$

Câu 22: Chọn đáp án A.

Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó khi vectơ $\vec{v}$ cùng phương với vectơ chỉ phương của d . Mà d có VTCP $\vec{u} = (1; 2)$.

Câu 23: Chọn đáp án B.



Xét hai mặt phẳng (MON) và (SBC) .

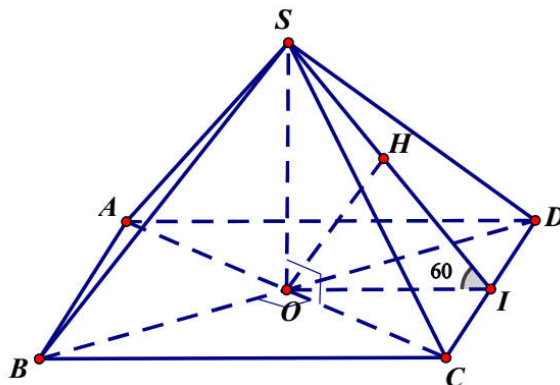
Ta có: $OM \parallel SC$ và $ON \parallel SB$.

Mà $BS \cap SC = C$ và $OM \cap ON = O$.

Do đó $(MON) \parallel (SBC)$.

Câu 24: Chọn đáp án C.

* Ta có: $\frac{d(B; (SCD))}{d(O; (SCD))} = \frac{BD}{OD} = 2 \Rightarrow d(B; (SCD)) = 2.d(O; (SCD)) = 2OH$. Trong đó H là hình chiếu vuông góc của O lên (SCD) .



* Gọi I là trung điểm của CD ta có:

$$\begin{cases} SI \perp CD \\ OI \perp CD \end{cases} \Rightarrow ((SCD); (ABCD)) = (OI; SI) = \widehat{SIO} = 60^\circ.$$

Xét tam giác SOI vuông tại O ta có: $SO = OI \cdot \tan 60 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

* Do $SOCD$ là tứ diện vuông tại O nên:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{2}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{3a^2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d(B; (SCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 25: Chọn đáp án A.

$$\text{Ta có } y = \frac{x+1}{2-x} = \frac{x+1}{-x+2} = \frac{3}{(-x+2)^2} > 0, \forall x \neq 2.$$

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 26: Chọn đáp án D.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Với $m = 1 \Rightarrow y = 1, \forall x \in [0; 1]$ thì $\min_{[0;1]} y \neq 3$.

Suy ra $m \neq 1$. Khi đó $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$ không đổi dấu trên từng khoảng xác định.

TH1: $y' > 0 \Leftrightarrow m < 1$ thì $\min_{[0;1]} y = y(0) \Rightarrow m = 3$ (loại)

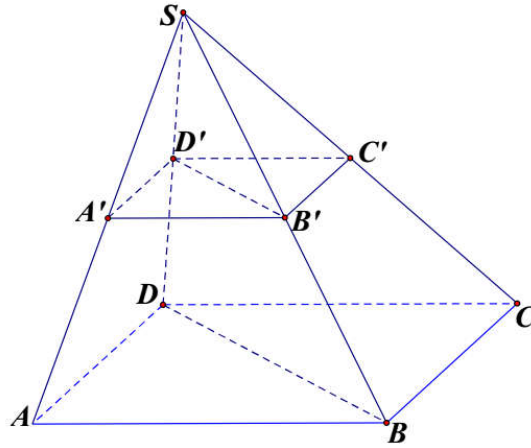
TH2: $y' < 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì $\min_{[0;1]} y = y(1) \Rightarrow m = 5$ (thỏa mãn)

Câu 27: Chọn đáp án C.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$

Ta có $y = \frac{x+2}{x-2}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$ và tiệm cận đứng là $x = 2$

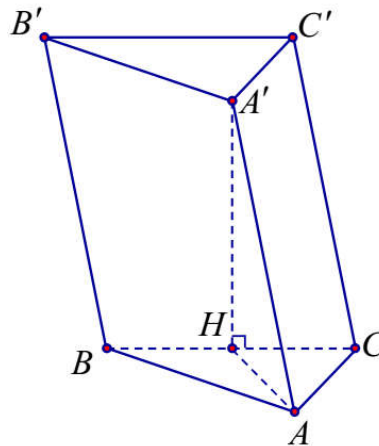
Câu 28: Chọn đáp án C.



Ta có $\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}$.

Và $\frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.

Câu 29: Chọn đáp án C.



Gọi H là trung điểm BC .

Theo giả thiết, $A'H$ là đường cao hình lăng trụ và $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy, thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 30: Chọn đáp án B.

$$\overrightarrow{AB} = (-3; -5), \overrightarrow{AC} = (2; -2)$$

$$\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

Câu 31: Chọn đáp án C.

$$4 \sin x + (m-4) \cos x - 2m + 5 = 0 \Leftrightarrow 4 \sin x + (m-4) \cos x = 2m - 5.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm khi } 4^2 + (m-4)^2 - (2m-5)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 12m + 7 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6 - \sqrt{57}}{3} \leq m \leq \frac{6 + \sqrt{57}}{3}$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}.$$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm là 10.

Câu 32: Chọn đáp án C.

$$\text{Ta có } y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2} \Leftrightarrow (y-1) \sin x + (y-2) \cos x = 1 - 2y \quad (*)$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow (y-1)^2 + (y-2)^2 \geq (1-2y)^2 \Leftrightarrow y^2 + y - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 1.$$

$$\text{Vậy } m = -2; M = 1.$$

Câu 33: Chọn đáp án C.

Số kết quả có thể khi chọn bất kì 3 quyển sách trong 9 quyển sách là $C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến có “Lấy được ít nhất 1 sách toán trong 3 quyển sách.”

$\overline{A}$ là biến cố “Không lấy được sách toán trong 3 quyển sách.”

$$\text{Ta có xác suất để xảy ra } A \text{ là } P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{C_5^3}{84} = \frac{37}{42}.$$

Câu 34: Chọn đáp án C.

$$\text{Ta có } f(0) = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax^2 + bx + 1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax - b - 1) = -b - 1.$$

Để hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 0$ thì hàm số phải liên tục tại $x_0 = 0$ nên

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x). \text{ Suy ra } -b-1=1 \Leftrightarrow b=-2.$$

$$\text{Khi đó: } f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1, & x \geq 0 \\ ax + 1, & x < 0 \end{cases}$$

Xét:

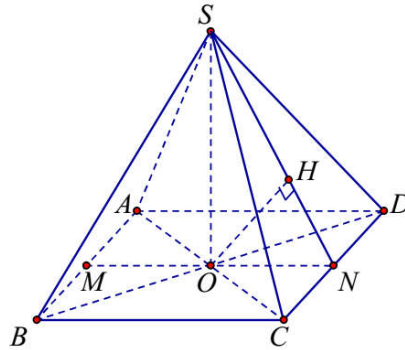
$$+) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax^2 - 2x + 1 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax - 2) = -2.$$

$$+) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax + 1 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (a) = a.$$

Hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 0$ thì $a = -2$.

Vậy với $a = -2, b = -2$ thì hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 0$ khi đó $T = -6$.

Câu 35: Chọn đáp án D.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD ; H là hình chiếu vuông góc của O trên SN .

Vì $AB \parallel CD$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(M, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$ (vì O là trung điểm đoạn MN)

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp SO \\ CD \perp ON \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SON) \Rightarrow CD \perp OH$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} CD \perp OH \\ OH \perp SN \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH.$$

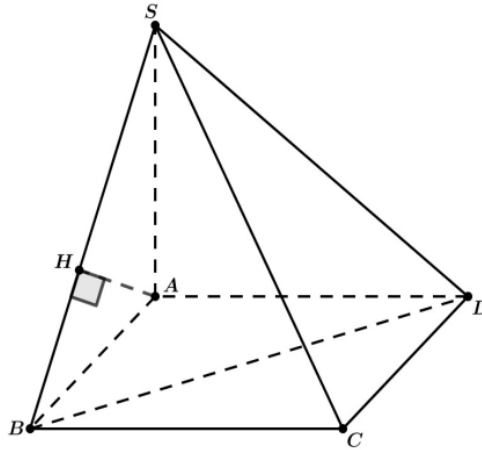
$$\text{Tam giác } SON \text{ vuông tại } O \text{ nên } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{ON^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Vậy } d(AB, SC) = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 36: Chọn đáp án C.

$ABCD$ là hình chữ nhật nên $BD = 2a$, ta có $AD \parallel (SBC)$ nên suy ra $d[D, (SBC)] = d[A, (SBC)] = AH$ với $AH \perp SB$. Tam giác SAB vuông cân tại A nên H là trung điểm của SB suy ra $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\text{Vậy } \sin \widehat{BD, (SBC)} = \frac{d[D, (SBC)]}{BD} = \frac{d[A, (SBC)]}{BD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$



Câu 37: Chọn đáp án C.

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{2} \right\}$$

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(2x + m)^2}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \frac{-m}{2} \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} \frac{-m}{2} \leq 0 \\ \frac{-m}{2} \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Câu 38: Chọn đáp án D.

Quan sát đồ thị ta có $y = f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x = -2$ nên hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị là $x = -2$.

$$\text{Ta có } y' = \left[f(x^2 - 3) \right]' = 2x \cdot f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -2 \\ x^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

Mà $x = \pm 2$ là nghiệm kép, còn các nghiệm còn lại là nghiệm đơn nên hàm số $y = f(x^2 - 3)$ có ba cực trị.

Câu 39: Chọn đáp án D.

Tập xác định: $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x + 1 - \sqrt{x+1}}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} - \sqrt{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}}}{1 + \frac{2}{x}} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là đường tiệm cận ngang của}$$

đồ thị hàm số.

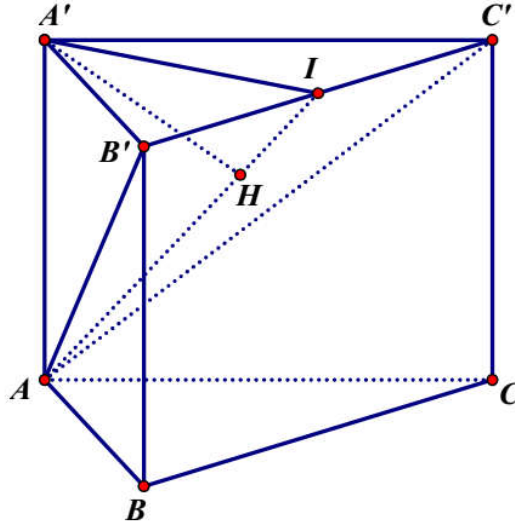
$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 1 - \sqrt{x+1}}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5x+1)^2 - x - 1}{(x^2 + 2x)(5x + 1 + \sqrt{x+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x^2 + 9x}{(x^2 + 2x)(5x + 1 + \sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x + 9}{(x - 2)(5x + 1 + \sqrt{x+1})} = \frac{-9}{4} \Rightarrow x = 0$$

không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 1 đường tiệm cận.

Câu 40: Chọn đáp án A.



Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow BC \parallel (AB'C')$

suy ra $d(BC, AB') = d(BC, (AB'C')) = d(B, (AB'C')) = d(A', (AB'C'))$

Gọi I và H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên $B'C'$ và AI .

Ta có $B'C' \perp A'I$ và $B'C' \perp A'A$ nên $B'C' \perp (A'AI) \Rightarrow B'C' \perp A'H$ mà $AI \perp A'H$. Do đó $(AB'C') \perp A'H$

$$\text{Khi đó } d(A', (AB'C')) = A'H = \frac{A'A \cdot A'I}{\sqrt{A'A^2 + A'I^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 41: Chọn đáp án B.

Ta có $x^n = [2 + (x-2)]^n = C_n^0 \cdot 2^n + C_n^1 \cdot 2^{n-1} (x-2) + C_n^2 \cdot 2^{n-2} (x-2)^2 + \dots + C_n^n (x-2)^n$

Do đó $a_1 + a_2 + a_3 = 2^{n-3} \cdot 192 \Leftrightarrow C_n^1 \cdot 2^{n-1} + C_n^2 \cdot 2^{n-2} + C_n^3 \cdot 2^{n-3} = 2^{n-3} \cdot 192$

$\Leftrightarrow C_n^1 \cdot 4 + C_n^2 \cdot 2 + C_n^3 = 192 \Leftrightarrow n = 9$

Câu 42: Chọn đáp án D.

Gọi $A(a; b)$. Vì $A \in AC: x + 2y + 2 = 0$ nên $a + 2b + 2 = 0 \Rightarrow a = -2b - 2$

Do $a > 0$ nên $-2b - 2 > 0 \Rightarrow b < -1$ (*)

Khi đó $A(-2b-2; b)$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (2b+3; 1-b)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AD .

$\vec{u} = (2; -1)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AC .

Trên hình vẽ, $\tan \alpha = \frac{DC}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (1)

Lại có $\cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \vec{u}|}{|\overrightarrow{AD}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{5|b+1|}{\sqrt{5}\sqrt{b^2+2b+2}}$ (2)

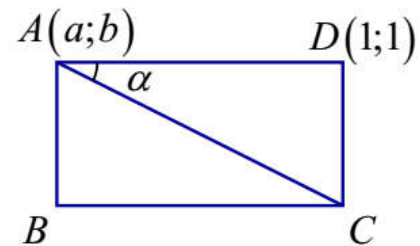
Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{5|b+1|}{\sqrt{5}\sqrt{b^2+2b+2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

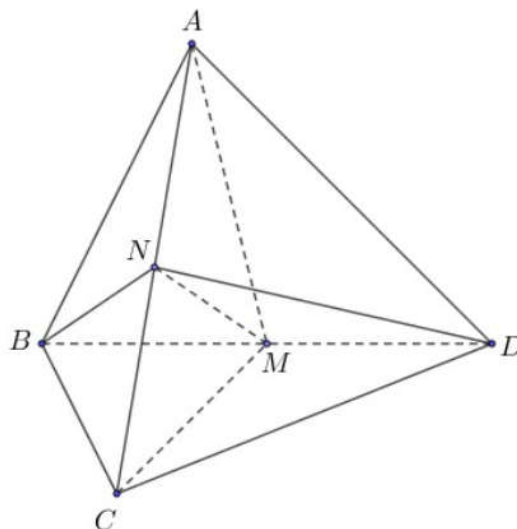
$$\Leftrightarrow b^2 + 2b - 3 = 0 \Rightarrow b = -3 \text{ (do (*))}$$

$$\Rightarrow a = 4.$$

Khi đó $A(4; -3)$, suy ra $a+b=1$.



Câu 43: Chọn đáp án A.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD, AC . Đặt $BD = 2x, AC = 2y$ ($x, y > 0$)

Ta có $CM \perp BD, AM \perp BD \Rightarrow BD \perp (AMC)$.

Ta có $MA = MC = \sqrt{1-x^2}$, $MN = \sqrt{1-x^2-y^2}$, $S_{AMN} = \frac{1}{2}MN.AC = \frac{1}{2}y\sqrt{1-x^2-y^2}$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}.DS.S_{AMC} = \frac{1}{3}.2x.y\sqrt{1-x^2-y^2} = \frac{2}{3}\sqrt{x^2.y^2.(1-x^2-y^2)}$$

$$\leq \frac{2}{3}\sqrt{\frac{(x^2+y^2+1-x^2-y^2)^3}{27}}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} \leq \frac{2\sqrt{3}}{27}.$$

Câu 44: Chọn đáp án A.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^4+ax+a}{x+1}$. Ta có $f'(x) = \frac{3x^4+4x^3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [1; 2]$

Do đó $f(1) \leq f(x) \leq f(2), \forall x \in [1; 2]$ hay $a + \frac{1}{2} \leq f(x) \leq a + \frac{16}{3}, \forall x \in [1; 2]$

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Nếu $a + \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow a > -\frac{1}{2}$ thì $M = a + \frac{16}{3}; m = a + \frac{1}{2}$

Theo đề bài $a + \frac{16}{3} \geq 2\left(a + \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{13}{3}$

Do a nguyên nên $a \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

TH2: Nếu $a + \frac{16}{3} < 0 \Leftrightarrow a < -\frac{16}{3}$ thì $m = -\left(a + \frac{16}{3}\right); M = -\left(a + \frac{1}{2}\right)$

Theo đề bài $-\left(a + \frac{1}{2}\right) \geq -2\left(a + \frac{16}{3}\right) \Leftrightarrow a \geq -\frac{61}{6}$

Do a nguyên nên $a \in \{-10; -9; \dots; -6\}$.

TH3: Nếu $a + \frac{1}{2} \leq 0 \leq a + \frac{16}{3} \Leftrightarrow -\frac{16}{3} \leq a \leq -\frac{1}{2}$ thì $M \geq 0; m = 0$ (Luôn thỏa mãn)

Do a nguyên nên $a \in \{-5; -4; \dots; -1\}$

Vậy có 15 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45 : Chọn đáp án A.

Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3)$. Ta có phương trình tiếp tuyến tại A của đồ thị (C) là $\Delta_1: y = (3x_1^2 - 3)(x - x_1) + x_1^3 - 3x_1 + 2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và Δ_1 là

$$(3x_1^2 - 3)(x - x_1) + x_1^3 - 3x_1 + 2 = x^3 - x + 2 \Leftrightarrow (x - x_1)^2 (x + 2x_1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = -2x_1 \end{cases}$$

Do đó $A'(-2x_1; -8x_1^3 + 6x_1 + 2)$

Lại có $-8x_1^3 + 6x_1 + 2 = -8(x_1^3 - 3x_1 + 2) - 18x_1 + 18 = -8(ax_1 + b) - 18x_1 + 18$

$= -8(ax_1 + b) - 18x_1 + 18 = -2x_1(4a + 9) + 18 - 8b$

Khi đó $y_{A'} = x_{A'}(4a + 9) + 18 - 8b$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua 3 điểm A', B', C' là $y = x(4a + 9) + 18 - 8b$

Câu 46: Chọn đáp án A.

ĐK $x \geq \frac{1}{2}; f(x) \neq 0; f(x) \neq 1$.

$$\text{Xét phương trình } x[f^2(x) - f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \quad (a \in (0; 5; 1)) \\ x = 2 \\ x = 1 \\ x = b \quad (b \in (1; 2)) \\ x = c \quad (c \in (2; 3)) \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng $x = a; x = b; x = c; x = 2$.

Câu 47: Chọn đáp án A.

Dựng hình chữ nhật $ABNC$.

$$(\widehat{AM, BN}) = (\widehat{AM, AC}) = 60^\circ$$

Ta có $\begin{cases} AB \perp AM \\ AB \perp BN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AM \\ AB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACM)$

$$V_{ABNM} = V_{MABC} = \frac{1}{3} AB.S_{ACM} = \frac{1}{6} AB.AC.AM \sin \widehat{CAM} = \frac{1}{6} .6.x.y.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} xy$$

$$V_{ABNM} = \frac{\sqrt{3}}{2} xy \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(x+y)^2}{4} = 8\sqrt{3} . \text{ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } x = y = 4 .$$

Khi đó $AM = BN = AC = 4$

$$\text{Lại có } AB // CN \Rightarrow CN \perp (AMC) \Rightarrow CN \perp CM \Rightarrow MN^2 = CM^2 + CN^2$$

Mặt khác $\widehat{MAC} = 60^\circ$ hoặc $\widehat{MAC} = 120^\circ$

$$\text{Trường hợp 1: } \widehat{MAC} = 60^\circ \Rightarrow \Delta AMC \text{ đều} \Rightarrow CM = 4 \Rightarrow MN = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$$

$$\text{Trường hợp 2: } \widehat{MAC} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow CM = \sqrt{AM^2 + AC^2 - 2AM.AC \cos 120^\circ} = \sqrt{48} \Rightarrow MN = \sqrt{48 + 6^2} = 2\sqrt{41}$$

Câu 48: Chọn đáp án C.

Giả sử tập con bất kì $\{a; b; c\} \in S \Rightarrow 1 \leq a, b, c \leq 100; a, b, c$ phân biệt.

$$a + b + c = 91 .$$

Đây là bài toán chia kẹo Euler nên số bộ a, b, c là C_{91-1}^{3-1}

Tuy nhiên trong các bộ trên vẫn chứa các bộ có 2 chữ số giống nhau, số bộ có 2 chữ số giống nhau là $3.45 = 135$ (bộ). Vậy $n(\Omega) = (C_{90}^2 - 3.45) : 3! = 645$.

Gọi A là biến cố: “ a, b, c lập thành cấp số nhân”

Gọi q là công bội của cấp số nhân theo bài ra ta có $q > 0$

$$a + aq + aq^2 = 91 \Leftrightarrow a(1 + q + q^2) = 1.91 = 13.7$$

$$\text{Trường hợp 1: } \begin{cases} a = 1 \\ 1 + q + q^2 = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ q = 9 \end{cases}$$

$$\text{Trường hợp 2: } \begin{cases} a = 91 \\ 1 + q + q^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 91 \\ q = 0 \end{cases} \text{ (loại)}$$

$$\text{Trường hợp 3: } \begin{cases} a = 13 \\ 1 + q + q^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 13 \\ q = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Trường hợp 4: $\begin{cases} a = 7 \\ 1 + q + q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ q = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy $n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{3}{645}.$$

Câu 49: Chọn đáp án B.

Hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} 0 < x + y \leq 1 \\ \sqrt{2xy + m} \geq 1 - (x + y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x + y \leq 1 \\ 2xy + m \geq 1 - 2x - 2y + (x + y)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x + y \leq 1 & (I) \\ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq m + 1 & (II) \end{cases}$$

Tập nghiệm của (I) là phần nằm giữa hai đường thẳng $d: y = -x$; $d': y = -x + 1$ và trên d' .

Nếu $m \leq -1$ thì hệ phương trình vô nghiệm.

Nếu $m > -1$ thì tập nghiệm của (II) là hình tròn (C) (kể cả biên)

có tâm $A(1;1)$ bán kính $R = \sqrt{m+1}$.

Do đó hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi d' là tiếp tuyến của đường tròn (C).

$$\text{Nghĩa là: } \sqrt{m+1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 50: Chọn đáp án D.

Ta có:

$$\sin^3 x + \sin^2 x + 2 \sin x = \left(\sqrt{2 \cos^3 x + m - 2} \right)^3 + (2 \cos^3 x + m - 2) + 2 \sqrt{2 \cos^3 x + m - 2} \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t^2 + 2t$ có $f'(t) = 6t^2 + 2t + 2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bởi vậy:

$$(1) \Leftrightarrow f(\sin x) = f(\sqrt{2 \cos^3 x + m - 2}) \Leftrightarrow \sin x = \sqrt{2 \cos^3 x + m - 2} \quad (2)$$

Với $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$ thì

$$(2) \Leftrightarrow \sin^2 x = 2 \cos^3 x + m - 2$$

$$\Leftrightarrow -2 \cos^3 x - \cos^2 x + 3 = m \quad (3)$$

Đặt $t = \cos x$, phương trình (3) trở thành $-2t^3 - t^2 - 1 = m \quad (4)$

Ta thấy, với mỗi $t \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$ thì phương trình $\cos x = t$ cho ta một nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$

Xét hàm số $g(t) = -2t^3 - t^2 + 3$ với $t \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$.

$$\text{Ta có } g'(t) = -6t^2 - 2t, g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	1
$g'(t)$		$-$	0	$+$
$g(t)$	3	$\frac{80}{27}$	3	0

Do đó, để phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$ điều kiện cần và đủ là phương

trình (4) có đúng một nghiệm $t \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m \in \left[0; \frac{80}{27}\right] \end{cases} \Rightarrow m \in \{3; 2; 1; 0\} \quad (\text{Do } m \text{ nguyên}).$$

