

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = e^{4x+x^2}$ trên đoạn $[-3; 0]$.

- A. $\frac{1}{e^2}$ B. e^3 C. $\frac{1}{e^3}$ D. 1

Câu 2. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a (ab^3c^5)$.

- A.** $P = 251$ **B.** $P = 22$ **C.** $P = 21$ **D.** $P = 252$

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A.** 2 **B.** -3 **C.** 3 **D.** 0

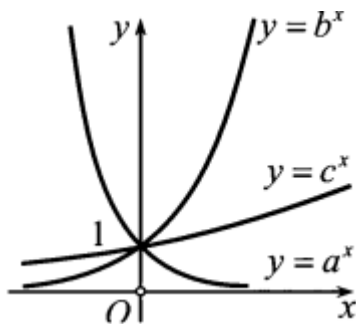
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A.** $d = \frac{a\sqrt{10}}{5}$ **B.** $d = \frac{2\sqrt{2}a}{5}$ **C.** $d = \frac{\sqrt{3}a}{5}$ **D.** $d = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 5. Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ bằng:

- A.** 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Câu 6. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x; y = b^x; y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** $a < 1 < c < b$ **B.** $1 < a < c < b$ **C.** $1 < a < b < c$ **D.** $a < 1 < b < c$

Câu 7. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \sqrt[4]{\frac{1}{x^2 - 1}}$

- A. $D = [1; 2]$ B. $D = (1; 2)$ C. $D = [1; 2)$ D. $D = (1; 2]$

Câu 8. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3)^{-3}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{3}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$
C. $D = \mathbb{R}$ D. $D = (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$

Câu 9. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x^5}}{x \sqrt{x}}$ với $x > 0$?

- A. $P = \sqrt{x}$ B. $P = \sqrt[3]{x^2}$ C. $x^{\frac{2}{3}}$ D. $x^{\frac{1}{3}}$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ACD$

- A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ B. $R = a$ C. $R = a\sqrt{\frac{7}{12}}$ D. $R = \frac{a}{2}$

Câu 11. Cho khối cầu có thể tích bằng $\frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$, khi đó bán kính R của mặt cầu là

- A. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 12. Tìm nghiệm của phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3}$.

- A. $x = -\frac{3}{4}$ B. $x = \frac{1}{4}$ C. $x = -\frac{1}{4}$ D. $x = -1$

Câu 13. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ C. $V = \frac{a^3}{12}$ D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

Câu 14. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
-----	-----------	-----	-----------

y'	–	
y	1 $\searrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\searrow$ 1

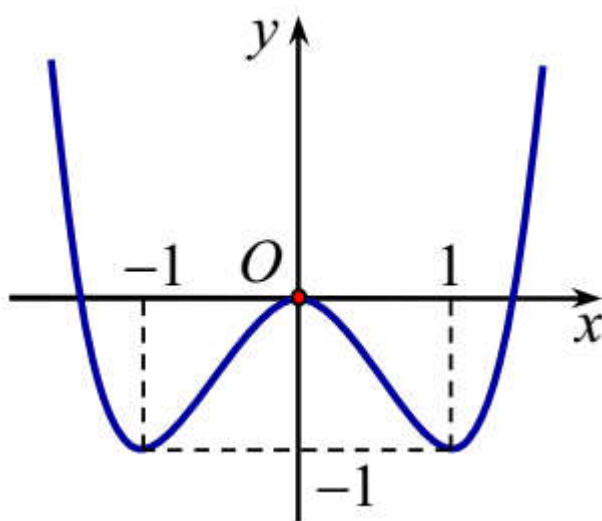
A. $y = \frac{x-1}{2x+1}$

B. $y = \frac{2x+1}{x-2}$

C. $y = \frac{x+3}{2+x}$

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$

Câu 15: Đường cong hình bên là của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$

B. $y = x^4 + 2x^2$

C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$

D. $y = x^4 - 2x^2$

Câu 16. Số nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 + \log_8 (x-6)^3 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{7}$:

A. 0

B. 1

C. 3

D. 2

Câu 17. Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6

B. 4

C. 9

D. 3

Câu 18. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào không có cực trị?

A. $y = x^3 + 2$

B. $y = x^4 - x^2 + 1$

C. $y = x^3 - 3x^2 + 3$

D. $y = -x^4 + 3$

Câu 19. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết đường chéo $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3}{3}$

B. $3\sqrt{3}a^3$

C. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$

D. a^3

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = 2OC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Góc giữa hai đường thẳng OG và AB bằng

- A. 75° B. 60° C. 45° D. 90°

Câu 21. Hàm số $y = 2x^4 + 3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$ C. $(-\infty; -3)$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 22. Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sai?

- A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ B. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$
C. $\log_a c = c \Leftrightarrow b = a^c$ D. $\log_a (b + c) = \log_a b + \log_a c$

Câu 23. Cho tứ diện đều $ABCD$. M là trung điểm CD . N là điểm trên AD sao cho BN vuông góc với AM . Tính tỉ số $\frac{AN}{AD}$.

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 24. Tìm m của hàm số $y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

- A. $m < -2$ B. $m > -2$ C. $m \leq -2$ D. $-2 < m \leq 1$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , tam giác SAC vuông cân tại S . Biết $AB = a, AC = 2a, (SAC) \perp (ABC)$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $2\pi a^2$ B. $4\pi a^2$ C. $5\pi a^2$ D. $3\pi a^2$

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm $x \in (0; 1)$.

- A. $m \leq \frac{1}{4}$ B. $m \leq 1$ C. $m \geq \frac{1}{4}$ D. $m \geq 1$

Câu 27. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện $4^x + 9^y + 16^z = 2^x + 3^y + 4^z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2^{x+1} + 3^{y+1} + 4^{z+1}$.

- A. $\frac{13 + \sqrt{87}}{2}$ B. $\frac{11 + \sqrt{87}}{2}$ C. $\frac{7 + \sqrt{37}}{2}$ D. $\frac{9 + \sqrt{87}}{2}$

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_4 (x^2 + 2)$.

A. $y' = \frac{2x \ln 4}{x^2 + 2}$ B. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2) \ln 4}$ C. $y' = \frac{x}{(x^2 + 2) \ln 2}$ D. $y' = \frac{2x}{x^2 + 2}$

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m+3)16^x + (2m-1)4^x + m+1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $-3 < m < -1$ B. $-1 < m < -\frac{3}{4}$ C. $-1 < m < 0$ D. $m \geq -3$

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = a, CD = a\sqrt{3}, \widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 60° . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $a\sqrt{3}$ C. a D. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (97%)	Chương 1: Hàm Số	C1 C3 C14 C15 C21	C5 C18		
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C2 C9 C22	C6 C7 C8 C12 C16 C24	C26 C27 C29	
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng				
	Chương 4: Số Phức				

	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>		C4 C13 C17 C19 C20 C23 C25		C30
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C11	C10		
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian				
Đại số					
Lớp 11 (3%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác				
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất				
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân				
	Chương 4: Giới Hạn		C28		
	Chương 5: Đạo Hàm				
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song				

	Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (0%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vector				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng				
Tổng số câu		9	17	3	1
Điểm		3	5.7	3	0.3

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI

- + Mức độ đề thi: **KHÁ**
- + Đánh giá sơ lược:

Đề thi gồm 30 câu trong 45'

Tuy số lượng câu ít nhưng thời gian ngắn khiến học sinh dễ bỏ nhiều câu khi gặp 1,2 câu khó trong đề

Nếu không phân bố thời gian tốt điểm có thể không cao dù học lực tốt

Đề có 2,3 câu có cách hỏi lạ như câu 27;30.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	B	A	A	C	A	D	B	D	C	D	A	B	D	D
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	A	D	D	D	D	D	D	C	A	D	C	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Chọn D.

$$\text{Ta có } f(x) = e^{4x+x^2} \Rightarrow f'(x) = (4+2x).e^{4x+x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow (4+x).e^{4x+x^2} = 0 \Leftrightarrow x = -2 \in [-3; 0]$$

$$\text{Khi đó } f(-3) = e^{-3}; f(-2) = e^{-4}; f(0) = 1$$

$$\text{Nên } \max_{[-3;0]} f(x) = 1.$$

Câu 2: Chọn B.

$$\text{Ta có } P = \log_a(ab^3c^5) = \log_a a + \log_a b^3 + \log_a c^5 = 1 + 3\log_a b + 5\log_a c = 1 + 6 + 15 = 22.$$

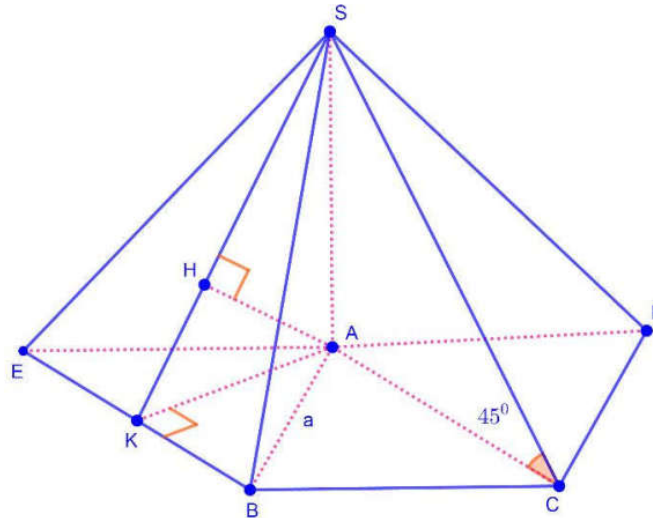
Câu 3: Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 4x - 4; y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -\frac{2}{3} \notin [1; 3] \end{cases}$$

Khi đó $y(1) = 0; y(2) = -3; y(3) = 2$

Nên $\max_{[1;3]} y = 2$.

Câu 4: Chọn A.



Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45^\circ \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Xét tam giác SAC vuông tại A , có $SA = AC \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{2}$.

Dựng hình bình hành $ACBE \Rightarrow BE \parallel AC \Rightarrow AC \parallel (SBE)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (SBE) .

$d(SB, AC) = d(AC; (SBE)) = d(A; (SBE)) = AH$.

Xét hình tứ diện vuông $SABE$ có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{2a^2}$

$\Rightarrow AH^2 = \frac{2a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 5: Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x$

$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 6: Chọn A.

Do hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow a < 1$

Do hàm số $y = b^x$ và $y = c^x$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow b, c > 1$

Ta có: $\forall x \in (0; +\infty): b^x > c^x \Leftrightarrow \left(\frac{b}{c}\right)^x > 1 \Rightarrow \frac{b}{c} > 1 \Rightarrow b > c$.

Vậy $a < 1 < c < b$.

Câu 7: Chọn D.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} -2x^2 + 5x - 2 \geq 0 \\ \frac{1}{x^2 - 1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \\ \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 2 \end{cases}$.

Vậy $D = (1; 2]$.

Câu 8: Chọn B.

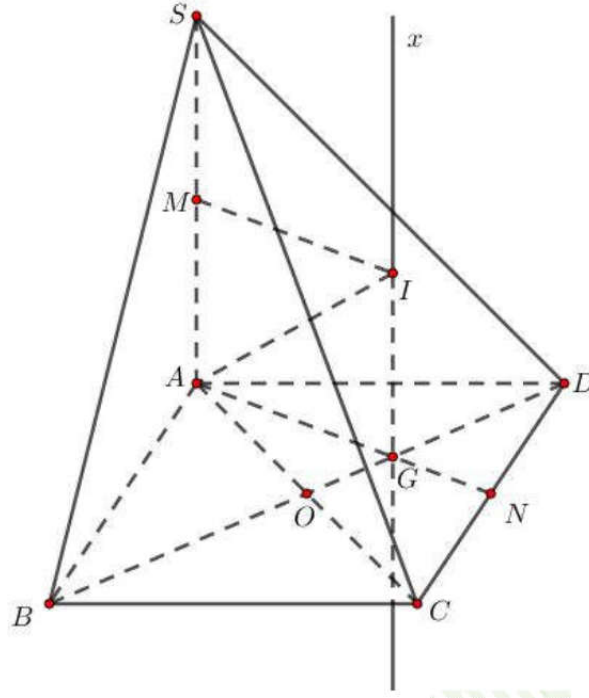
Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{3}$

Vậy tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3)^{-3}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{3}\}$.

Câu 9: Chọn D.

$$P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x^5}}{x \sqrt{x}} = \frac{x^{\frac{1}{3} + \frac{5}{6}}}{x^{1 + \frac{1}{2}}} = x^{\frac{7}{6} - \frac{3}{2}} = x^{-\frac{1}{3}}.$$

Câu 10: Chọn C.



Ta có $\widehat{ADC} = \widehat{ABC} = 60^\circ$, suy ra tam giác ADC là tam giác đều cạnh a . Gọi N là trung điểm cạnh DC , G là trọng tâm của tam giác ABC . Ta có $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Trong mặt phẳng (SAN) , kẻ đường thẳng $Gx \parallel SA$, suy ra Gx là trục của tam giác ADC .

Gọi M là trung điểm cạnh SA . Trong mặt phẳng (SAN) kẻ trung trục của SA cắt Gx tại I thì $IS = IA = ID = IC$ nên I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ACD$. Bán kính R của mặt cầu bằng độ dài đoạn IA .

Trong tam giác AIG vuông tại G , ta có:

$$IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = a\sqrt{\frac{7}{12}}$$

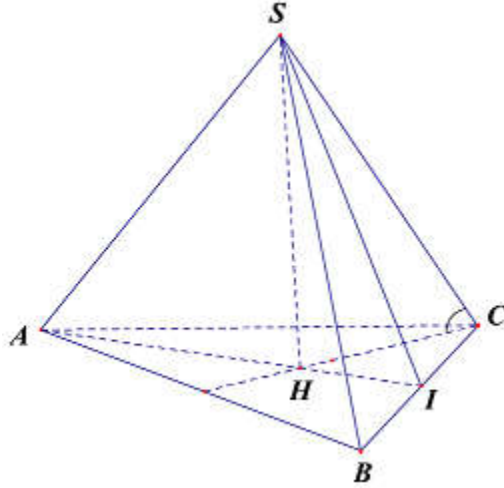
Câu 11: Chọn D.

$$\text{Thể tích khối cầu } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{27} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 12: Chọn A.

$$(7+4\sqrt{3})^{2x+1} = 2-\sqrt{3} \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{4x+2} = (2+\sqrt{3})^{-1} \Leftrightarrow 4x+2 = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}.$$

Câu 13: Chọn B.



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , khi đó $SH \perp (ABC)$, $CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SCH} = 60^\circ \Rightarrow SH = HC \cdot \tan 60^\circ = a$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 14. Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số giảm, TCN $y=1$; TCD $x=2$

Câu 15. Chọn D.

Ta có hàm số có ba điểm cực trị và $a > 0$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 0$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = -1$

Câu 16. Chọn B.

ĐK: $x > 6$

Ta có: $\log_4 x^2 + \log_8 (x-6)^3 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{7} \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 (x-6) = \log_2 7$

$$\Leftrightarrow \log_2 x(x-6) = \log_2 7 \Leftrightarrow x(x-6) = 7 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases} (l).$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 17. Chọn A.

Dễ thấy rằng mỗi mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều luôn chứa một cạnh của tứ diện và đi qua trung điểm cạnh đối diện.

Suy ra tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

Câu 18. Chọn A.

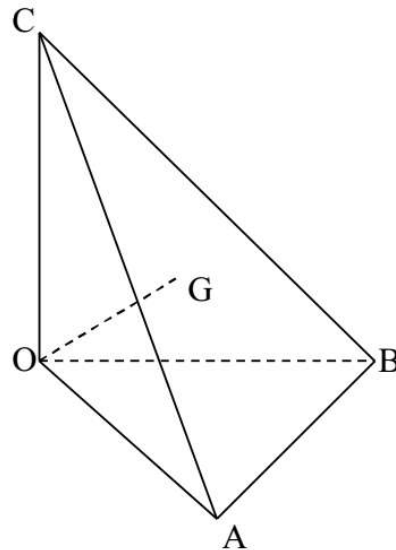
Xét hàm số $y = x^3 + 2$.

Ta có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $y = x^3 + 2$ không có cực trị.

Câu 19. Chọn D.

Gọi cạnh hình lập phương là x . Ta có: $AC'^2 = 3x^2 = 3a^2 \Rightarrow x = a \Rightarrow V = a^3$.

Câu 20. Chọn D.



Ta có G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$

$$\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})$$

$$= \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} - OA^2 + OB^2 - \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}) = 0$$

$$\Rightarrow OG \perp AB$$

Câu 21. Chọn D.

Ta có $y' = 8x^3$

$$y' < 0 \Leftrightarrow x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0.$$

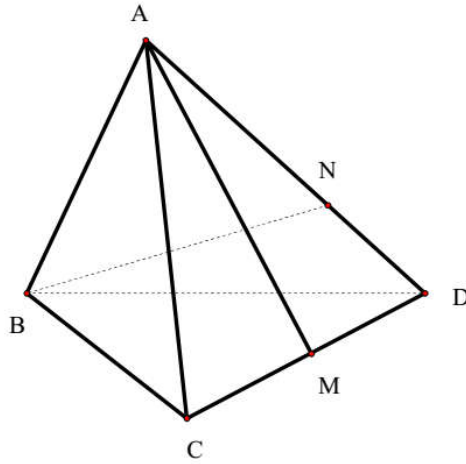
Câu 22. Chọn D.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \sin^2 x \neq 0$ và $\tan x$ xác định.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 x \neq 1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Câu 23. Chọn D.



$$\text{Ta có } \overrightarrow{NA} = k\overrightarrow{ND} \Rightarrow \overrightarrow{BN} = \frac{\overrightarrow{BA} - k\overrightarrow{BD}}{1 - k} \quad (k < 0)$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$$

$$BN \perp AM \Leftrightarrow \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{BA} - k\overrightarrow{BD}) \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{k}{2}a^2 - \frac{k}{4}a^2 - \frac{k}{2}a^2 = 0 \Leftrightarrow k = -2$$

$$\text{Kết luận } \frac{AN}{AD} = \frac{2}{3}$$

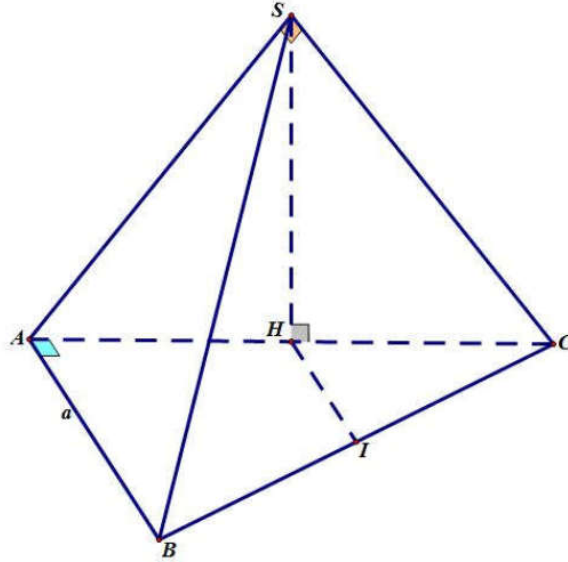
Câu 24. Chọn D.

$$y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m} \Rightarrow y' = \frac{-5^{-x} \ln 5 (5^{-x} - m) + 5^{-x} \ln 5 (5^{-x} + 2)}{(5^{-x} - m)^2} = \frac{5^{-x} \ln 5 (2 + m)}{(5^{-x} - m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m+2 > 0 \\ 5^{-x} - m \neq 0, \forall x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ 5^{-x} \neq m, \forall x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \leq 1 \end{cases}$$

Câu 25. Chọn C.



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của BC, AC .

ΔSAC vuông cân tại $S \Rightarrow SH \perp AC$ và $HA = HC = HS$.

ΔABC vuông tại $A \Rightarrow IA = IB = IC$ (1).

Lại có: $\begin{cases} (ABC) \perp (SAC) \\ AB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAC)$.

Mà HI là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow HI \parallel AB \Rightarrow HI \perp (SAC)$

$\Rightarrow IA = IC = IS$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow IA = IB = IC = IS$. Do đó: I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$$R = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 5\pi a^2$.

Câu 26. Chọn A.

Đặt $t = \log_2 x$. Với $x \in (0; 1) \Leftrightarrow t \in (-\infty; 0)$

Phương trình trở thành: $t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow m = -t^2 - t$ (*).

Ta cần tìm m để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ phương trình có nghiệm.

Xét hàm $f(t) = -t^2 - t$ với $t \in (-\infty; 0)$; $f'(t) = -2t - 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(t)$	$+$	0	$-$
$f(t)$	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	0

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$.

Câu 27. Chọn D.

Đặt $a = 2^x, b = 3^y, c = 4^z$ ($a > 0, b > 0, c > 0$)

Theo giả thiết, ta có: $a^2 + b^2 + c^2 = a + b + c \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(c - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$ (*).

Ta tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2a + 3b + 4c$.

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, lấy các điểm $M(a; b; c), a > 0, b > 0, c > 0$ với thỏa mãn (*)

$\Leftrightarrow M$ thuộc mặt cầu tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Xét mp(α): $2x + 3y + 4z - T = 0$ đi qua $M(a; b; c)$.

$$\Rightarrow d(I, (\alpha)) \leq IM = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\left|2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2} - T\right|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{9}{2} - T\right|}{\sqrt{29}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left|T - \frac{9}{2}\right| \leq \frac{\sqrt{87}}{2} \Leftrightarrow T - \frac{9}{2} \leq \frac{\sqrt{87}}{2} \Leftrightarrow T \leq \frac{9 + \sqrt{87}}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow (\alpha)$ tiếp xúc với mặt cầu (I, R) tại M .

Bằng tính toán, ta giải được: $a = \frac{29+2\sqrt{87}}{58}$; $b = \frac{29+3\sqrt{87}}{58}$; $c = \frac{29+4\sqrt{87}}{58}$.

$$\text{Vậy } \max T = \frac{9+\sqrt{87}}{2}.$$

Câu 28. Chọn C.

$$y' = \frac{1}{(x^2+2)\ln 4} \cdot (x^2+2)' = \frac{2x}{(x^2+2)\ln 4} = \frac{2x}{(x^2+2)2\ln 2} = \frac{x}{(x^2+2)\ln 2}.$$

Câu 29. Chọn B.

Đặt $t = 4^x, t > 0$ thì phương trình thành $(m+3)t^2 + (2m-1)t + m+1 = 0$ (2)

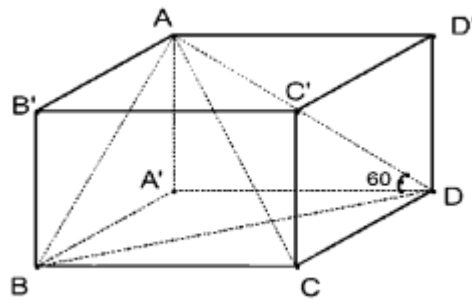
Phương trình ban đầu có hai nghiệm trái dấu tương đương với (2) có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$\text{Đặt } P(t) = (m+3)t^2 + (2m-1)t + m+1$$

Điều kiện phải có là

$$\begin{cases} m+3 \neq 0 \\ (m+3)P(1) < 0 \\ (m+3)P(0) > 0 \\ \frac{t_1+t_2}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(4m+3) < 0 \\ (m+3)(m+1) > 0 \\ \frac{-(2m-1)}{2(m+3)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < -\frac{4}{3} \\ \begin{cases} m < -3 \\ m > -1 \end{cases} \\ -3 < m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{3}{4}$$

Câu 30. Chọn D.



Xét hình hộp chữ nhật $AB'C'D'.A'BCD$.

Ta có:

$$+ \widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$$

+ Vì $BC // A'D \Rightarrow$ góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng góc giữa hai đường thẳng AD và $A'D$ bằng góc $\widehat{ADA'} \Rightarrow \tan \widehat{ADA'} = \tan 60^\circ = \frac{AA'}{A'D} = \sqrt{3} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}$.

Do vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật

$$AB'C'D'.A'BCD \Rightarrow R = \frac{\sqrt{A'A^2 + A'B^2 + A'D^2}}{2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

Vậy $R = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.