

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

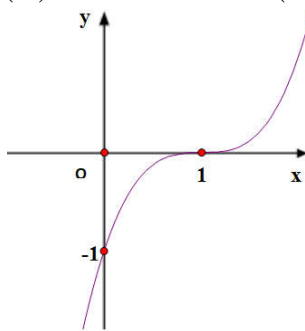
Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của Elip có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$.

- A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$. C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

- A. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$. B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.
C. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$. D. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 1$. B. $y = (x+1)^3$. C. $y = (x-1)^3$. D. $y = x^3 + 1$.

Câu 4. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

- A. Bốn mặt. B. Năm mặt. C. Hai mặt. D. Ba mặt.

Câu 5. Biết rằng $\int_2^3 x \ln x \, dx = m \ln 3 + n \ln 2 + p$ trong đó $m, n, p \in \mathbb{Q}$. Tính $m + n + 2p$

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 0. D. $-\frac{5}{4}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a, AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- A. a . B. $2a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $x = 3; y = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Cho hai số thực x, y thỏa mãn phương trình $x + 2i = 3 + 4yi$. Khi đó, giá trị của x và y là:

- A. $x = 3i; y = \frac{1}{2}$. B. $x = 3; y = 2$. C. $x = 3; y = -\frac{1}{2}$. D. $x = 3; y = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$?

- A. $y = 2$. B. $y = -2$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = 4$.

Câu 9. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 4\pi$. B. $V = 16\pi\sqrt{3}$. C. $V = 12\pi$. D. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 2); B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A. $3x - 2y - z - 3 = 0$. B. $x + y + z - 2 = 0$. C. $-x + y = 0$. D. $3x - 2y - z + 3 = 0$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số sau $y = \frac{\sin x}{\sin x - \cos x}$.

- A. $y' = \frac{-1}{(\sin x + \cos x)^2}$. B. $y' = \frac{1}{(\sin x - \cos x)^2}$.
C. $y' = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$. D. $y' = \frac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 y + xy^2 = 4m^2 - 2m \end{cases}$ có nghiệm.

- A. $\left[0; \frac{1}{2}\right]$. B. $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$. C. $[1; +\infty)$. D. $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 13. Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

- A. 3π . B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 14. Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}$.

- A. $S = (-\infty; 5)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = [5; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -1)$.

Câu 15. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 16. Giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3}$ bằng:

- A. 0. B. $-\infty$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

- A. Một hình bình hành.
B. Một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.
C. Một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

D. Một tam giác.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = -\cos x$ và $f(0) = 2019$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = -\sin x + 2019$.

B. $f(x) = 2019 + \cos x$.

C. $f(x) = \sin x + 2019$.

D. $f(x) = 2019 - \cos x$.

Câu 19. Cho tam giác đều ABC cạnh $a = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -2$.

B. $(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BA} = 2$.

C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = 4$.

D. $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α) .

A. $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. **B.** $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$. **C.** $d_3: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. **D.** $d_4: \begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$

Câu 21. Tìm số hạng chứa x^3y^3 trong khai triển $(x+2y)^6$ thành đa thức

A. $160x^3y^3$.

B. $20x^3y^3$.

C. $8x^3y^3$.

D. $120x^3y^3$.

Câu 22. Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2(u^2 - 4) du$.

B. $\int (u^2 - 4) du$.

C. $\int (u^2 - 3) du$.

D. $\int 2u(u^2 - 4) du$.

Câu 23. Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

A. $\log_a a = 2a$.

B. $\log_a a^a = a$.

C. $\log_a 1 = 0$.

D. $a^{\log_a b} = b$.

Câu 24. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3; 2)$ biến đường tròn (C) thành đường tròn có phương trình nào dưới đây?

A. $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$.

C. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$.

Câu 25. Biến đổi biểu thức $\sin a + 1$ thành tích.

A. $\sin a + 1 = 2 \sin\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $\sin a + 1 = 2 \cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$.

C. $\sin a + 1 = 2 \sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $\sin a + 1 = 2 \cos\left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $[a; b]$. Tìm $a+b$.

A. -3 .

B. -1 .

C. 3 .

D. 0 .

Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 28. Cho số phức $z = -2 + i$. Điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $M(-1; -2)$.

B. $P(-2; 1)$.

C. $N(2; 1)$.

D. $Q(1; 2)$.

Câu 29. Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + mx - m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 10)$. D. $(-2 + \sqrt{8}; +\infty)$.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

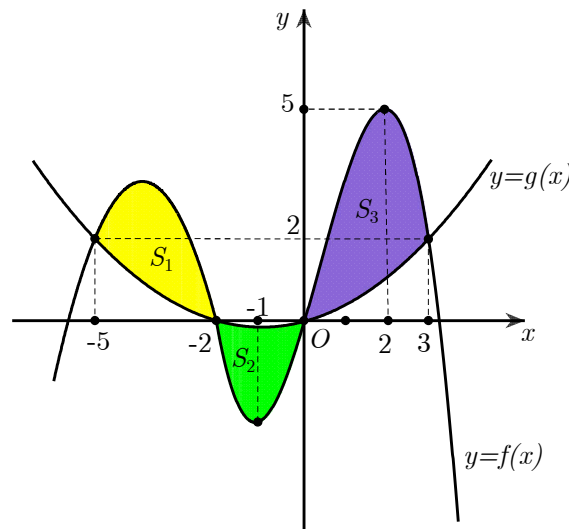
- A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{7}a^3}{3}$. C. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{2}$. D. $\frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 31. Cho cấp số cộng (u_n) . Gọi $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết rằng $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$ với $p \neq q, p, q \in \mathbb{N}^*$.

Tính giá trị biểu thức $\frac{u_{2018}}{u_{2019}}$.

- A. $\frac{2018^2}{2019^2}$. B. $\frac{4033}{4035}$. C. $\frac{4035}{4037}$. D. $\frac{4037}{4039}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và đường parabol $y = g(x) = ax^2 + bx + c$ lần lượt là m, n, p .



Tích phân $\int_{-5}^3 f(x) dx$ bằng

- A. $-m + n - p - \frac{208}{45}$. B. $m - n + p + \frac{208}{45}$ C. $m - n + p - \frac{208}{45}$. D. $-m + n - p + \frac{208}{45}$.

Câu 33. Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2a$ nằm trong mặt phẳng (P) . Gọi I là điểm đối xứng với O qua A . Lấy điểm S sao cho SI vuông góc với mặt phẳng (P) và $SI = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu qua đường tròn tâm O và điểm S .

- A. $R = \frac{a\sqrt{65}}{4}$. B. $R = \frac{a\sqrt{65}}{16}$. C. $R = a\sqrt{5}$. D. $R = \frac{7a}{4}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S)

- A. $R = 3$. B. $R = 9$. C. $R = 5$. D. $R = 1$.

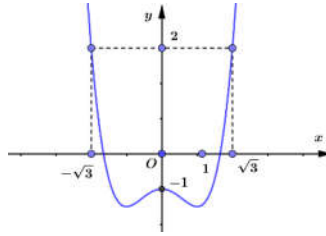
- Câu 35.** Biết $[a; b]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 5$ thỏa mãn với mọi x thuộc $[0; 2]$. Tính $a + b$.
- A. $a + b = 4$. B. $a + b = 2$. C. $a + b = 0$. D. $a + b = 6$.
- Câu 36.** Nhà xe khoán cho hai tài xế ta-xi An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 và 72 lít xăng. Hỏi tổng số ngày ít nhất là bao nhiêu để hai tài xế chạy tiêu thụ hết số xăng của mình được khoán, biết rằng số lít chạy mỗi ngày của A bằng nhau, số lít chạy mỗi ngày của B bằng nhau và hai người một ngày tổng cộng chỉ chạy hết tối đa là 10 lít xăng?
- A. 15 ngày. B. 25 ngày. C. 10 ngày. D. 20 ngày.
- Câu 37.** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m với $m < 64$ để phương trình $\log_{\frac{5}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0$ có nghiệm. Tính tổng tất cả các phân tử của S .
- A. 2018. B. 2016. C. 2015. D. 2013.
- Câu 38.** Cho a, b, x, y là các số phức thỏa mãn các điều kiện $a^2 - 4b = 16 + 12i$, $x^2 + ax + b + z = 0$, $y^2 + ay + b + z = 0$, $|x - y| = 2\sqrt{3}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M + m$.
- A. $M + m = 28$ B. $M + m = 6\sqrt{3}$ C. $M + m = 10$ D. $M + m = 12$
- Câu 39.** Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2018\pi)$
- A. 2020.2018π . B. 1010.2018π . C. 2018.2018π . D. 2016.2018π .
- Câu 40.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết thể tích của khối chóp bằng $\frac{a^3}{6}$. Tính bán kính r của mặt cầu nội tiếp của hình chóp $S.ABC$.
- A. $r = \frac{a}{3 + \sqrt{3}}$. B. $r = 2a$. C. $r = \frac{a}{3(3 + 2\sqrt{3})}$. D. $r = \frac{2a}{3(3 + 2\sqrt{3})}$.
- Câu 41.** Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính S .
- A. $S = 6$. B. $S = 10$. C. $S = -3$. D. $S = 7$.
- Câu 42.** Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2|x - m| + x^2 + 2 > 2mx$ thỏa mãn với mọi x .
- A. $m > -\sqrt{2}$. B. không tồn tại m . C. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. D. $m < \sqrt{2}$.
- Câu 43.** Cho các số thực dương x, y, z . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2xy + 2yz + zx}$ là
- A. $\sqrt{3} - 1$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{-1 + \sqrt{33}}{8}$. D. 1.
- Câu 44.** Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 13$ và $(C_2): (x - 6)^2 + y^2 = 25$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(2; 3), B$. Đường thẳng $d: ax + by + c = 0$ đi qua A (không qua B) cắt (C_1) , (C_2) theo hai dây cung có độ dài bằng nhau. Tính $\frac{2b + c}{a}$.

A. $\frac{2b+c}{a} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{2b+c}{a} = 1$. C. $\frac{2b+c}{a} = -1$. D. $\frac{2b+c}{a} = \frac{-1}{3}$.

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Mặt phẳng (P) đi qua đường chéo BD' cắt các cạnh CD , $A'B'$ và tạo với hình lập phương một thiết diện, khi diện tích thiết diện đạt giá trị nhỏ nhất, cosin góc tạo bởi (P) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Cho bất phương trình $3.f(x) \geq x^3 - 3x + m$, (m là tham số thực). Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $3.f(x) \geq x^3 - 3x + m$ đúng với mọi x thuộc đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ là

A. $m \geq 3f(-3)$. B. $m \leq 3f(3)$. C. $m \geq 3f(1)$. D. $m \leq 3f(0)$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(3;2;0)$, $C(-1;2;4)$. Gọi M là điểm thay đổi sao cho đường thẳng MA , MB , MC hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau; N là điểm thay đổi nằm trên mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{1}{2}$. Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN .

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$; $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(3) = \frac{4}{9}$ và $[f'(x)]^2 = (x+1).f(x)$. Tính $f(8)$.

A. $f(8) = 49$. B. $f(8) = 256$. C. $f(8) = \frac{1}{16}$. D. $f(8) = \frac{49}{64}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tập tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là $\left(\frac{a}{b}; c\right)$ với a, b, c là các số nguyên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c = 11$. B. $a+b+c = 8$. C. $a+b+c = 10$. D. $a+b+c = 5$.

Câu 50. Biết đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{m}{x} + 3$ (m là tham số) có 3 điểm cực trị. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm cực trị đó. Tính $a+2b+4c$

A. $a+2b+4c = 0$. B. $a+2b+4c = 3$. C. $a+2b+4c = -4$. D. $a+2b+4c = 1$.

-----Hết-----

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

THPT YÊN PHONG MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (74%)	Chương 1: Hàm Số	C3 C8 C15	C26 C29	C36 C49 C50	C43 C46
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C2 C14	C23	C35 C37	
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng		C5 C13 C18 C22	C32	C48
	Chương 4: Số Phức	C7 C28		C38 C41	
	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>	C4	C6 C17 C30	C33 C40 C45	
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C9			
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian		C10 C20	C34 C47	
Đại số					
Lớp 11 (14%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác		C25	C39	
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất		C21		
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân			C31	
	Chương 4: Giới Hạn	C16			

	Chương 5: Đạo Hàm		C11		
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng		C24		
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song				
	Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (12%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.			C12	
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình			C42	
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vectơ	C27	C19		
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vectơ Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng	C1		C44	
Tổng số câu		12	17	18	3
Điểm		2.4	3.4	3.6	0.6

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI

+ **Mức độ đề thi:** **TỐT**

+ **Đánh giá sơ lược:**

Đề bao quát cả chương trình cấp 3.

Mức độ bao phủ rộng khiến để đạt điểm cao học sinh cần nắm chắc kiến thức cơ bản tốt.

Phân loại học sinh tốt khi số câu hỏi ở các phức độ phân bố rất hợp lý.

1 vài câu vận dụng cao và vận dụng có trong kiến thức 10 + 11

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án là D

Elip cần tìm có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Ta có: $2c = 4\sqrt{3} \Rightarrow c = 2\sqrt{3}$.

$a = 2b; a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 4b^2 = b^2 + 12 \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow a^2 = 4 + 12 = 16$.

Vậy elip cần tìm là: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 2: Đáp án là A

A. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$. Cùng cơ số, $0 < \sqrt{3}-1 < 1$, hàm nghịch biến, số mũ lớn hơn nên bé hơn. **Sai**

B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$. Cùng cơ số, $2 > 1$, hàm đồng biến, số mũ $(\sqrt{2}+1)^2 = 3 + 2\sqrt{2} > (\sqrt{3})^2 = 3$ nên lớn hơn. **Đúng**

C. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$. Cùng cơ số, $0 < \sqrt{2}-1 < 1$, hàm nghịch biến, số mũ bé hơn nên lớn hơn. **Đúng.**

D. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$. Cùng cơ số, $0 < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < 1$, hàm nghịch biến, số mũ lớn hơn nên bé hơn. **Đúng**

Câu 3: Đáp án là C

Cách 1: Nhìn vào đồ thị thấy $x=0$ thì $y=-1$ nên loại B, D . Cũng từ đồ thị thấy $y'=0$ có nghiệm kép tại $x=1$ nên Chọn C .

Cách 2: Gọi phương trình hàm số bậc 3 có dạng: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Từ đồ thị ta có:

$$\begin{cases} d = -1 \\ a + b + c + d = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ b^2 - 3ac = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 3 \\ d = -1 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3.$$

Câu 4: Đáp án là D

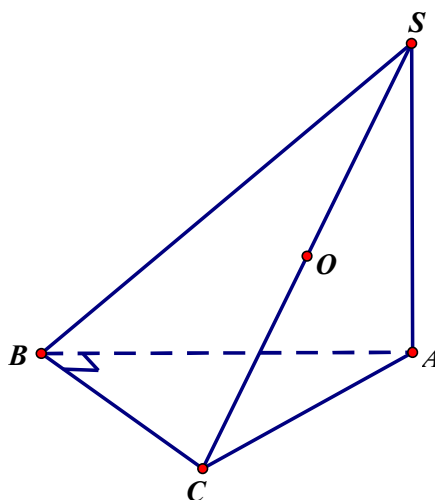
Theo tích chất hình đa diện thì mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 5: Đáp án là C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \int_2^3 x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_2^3 - \frac{1}{2} \int_2^3 x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_2^3 - \frac{x^2}{4} \Big|_2^3 = \frac{9}{2} \ln 3 - 2 \ln 2 - \frac{5}{4}.$$

Suy ra $m + n + 2p = 0$.

Câu 6: Đáp án là C

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$, lại có $CA \perp SA$.

Do đó 2 điểm A, B nhìn đoạn SC dưới một góc vuông. Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S. ABC là mặt cầu đường kính SC.

Xét tam giác ABC có $AC = \sqrt{BC^2 + BA^2} = 2a$ suy ra $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a\sqrt{2}$.

Vậy $R = a\sqrt{2}$.

Câu 7: Đáp án là D

$$\text{Ta có: } x + 2i = 3 + 4yi \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2 = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Câu 8: Đáp án là B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-4x}{2x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\frac{1}{x} - 4}{2 - \frac{1}{x}} \right) = -2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1-4x}{2x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\frac{1}{x} - 4}{2 - \frac{1}{x}} \right) = -2.$$

Do đó $y = -2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 9: Đáp án là A

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi r^2 = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot (\sqrt{3})^2 = 4\pi$ (đvtt).

Câu 10: Đáp án là A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$

Từ (P) suy ra vec tơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_P} = (1; 1; 1)$

Gọi vec tơ pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n_Q}$

Vì (Q) chứa A, B nên $\overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{AB}$ (1)

Mặt khác $(Q) \perp (P)$ nên $\overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{n_P}$ (2)

Từ (1), (2) ta được $\overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}] = (3; -2; -1)$

(Q) đi qua $A(1; -1; 2)$ và có vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q} = (3; -2; -1)$ nên (Q) có phương trình là $3(x-1) - 2(y+1) - (z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z - 3 = 0$.

Câu 11: Đáp án là D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= \left(\frac{\sin x}{\sin x - \cos x} \right)' = \frac{(\sin x)'(\sin x - \cos x) - \sin x(\sin x - \cos x)'}{(\sin x - \cos x)^2} \\ &= \frac{\cos x(\sin x - \cos x) - \sin x(\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}. \end{aligned}$$

Câu 12: Đáp án là D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 y + xy^2 = 4m^2 - 2m \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ xy(x + y) = 4m^2 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 2m^2 - m \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x, y \text{ là nghiệm của phương trình } X^2 - 2X + 2m^2 - m, (1). \\ \text{Hệ phương trình đã cho có nghiệm} &\Leftrightarrow \text{Phương trình (1) có 2 nghiệm} \\ &\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -2m^2 + m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq 1. \end{aligned}$$

Câu 13: Đáp án là B

$$V = \pi \int_1^2 x dx = \frac{\pi x^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{3\pi}{2}.$$

Câu 14: Đáp án là A

$$\text{Ta có: } \left(\frac{3}{4} \right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4} \right)^{x+1} \Leftrightarrow 2x-4 < x+1 \Leftrightarrow x < 5.$$

Câu 15: Đáp án là D

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

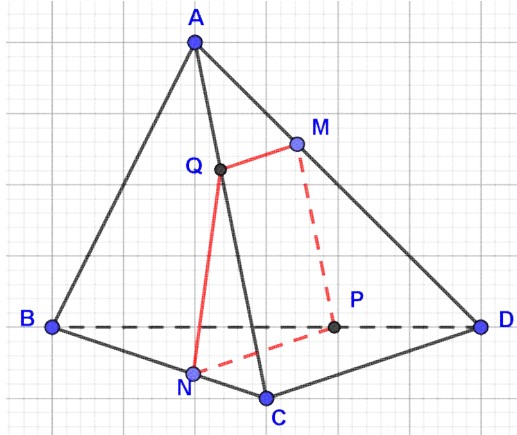
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

Câu 16: Đáp án là D

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}} - \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \right)}{x \left(2 + \frac{3}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}} - \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \right)}{x \left(2 + \frac{3}{x} \right)} = \frac{1}{2}.$$

Câu 17: Đáp án là B



Trên (BCD) kẻ $NP // CD \Rightarrow \frac{NP}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{2}{3}$.

Trên (ACD) kẻ $MQ // CD \Rightarrow \frac{MQ}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3}$.

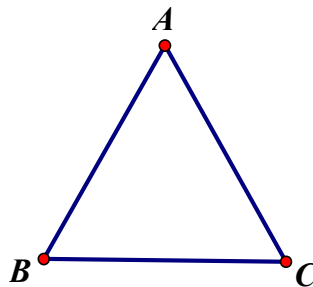
Vậy thiết diện là hình thang $MQNP$ với $NP = 2MQ$.

Câu 18: Đáp án là A

$$f'(x) = -\cos x \Rightarrow \int f(x) dx = \int (-\cos x) dx = -\sin x + C.$$

$$f(0) = 2019 \Leftrightarrow -\sin 0 + C = 2019 \Leftrightarrow C = 2019. \text{ Vậy } f(x) = -\sin x + 2019.$$

Câu 19: Đáp án là B



$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = BC \cdot CA \cdot \cos 120^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = -2.$$

$$(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BA} = (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{BA} = AB^2 = 4 \text{ nên B sai.}$$

$$(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = AC^2 = 4.$$

$$(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = (AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ) \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}.$$

Do đó ta chọn đáp án A.

Câu 20: Đáp án là A

Gọi VTCP của đường thẳng cần tìm là $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ với $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 > 0$.

$$\text{Đường thẳng vuông góc với } (\alpha) \Leftrightarrow \vec{a} \text{ cùng phương } \vec{n} \Leftrightarrow \frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{-1} = \frac{a_3}{2}$$

Chọn $a_1 = 1$ thì $a_2 = -1$ và $a_3 = 2$.

Câu 21: Đáp án là A

Số hạng tổng quát trong khai triển $(x + 2y)^6$ là $C_6^k \cdot x^{6-k} \cdot (2y)^k = C_6^k \cdot 2^k \cdot x^{6-k} \cdot y^k$

Số hạng chứa x^3y^3 ứng với $k = 3$.

Khi đó số hạng chứa x^3y^3 là: $C_6^3 \cdot 2^3 \cdot x^3y^3 = 160x^3y^3$.

Câu 22: Đáp án là A

Đặt $u = \sqrt{x+1} \Rightarrow x = u^2 - 1 \Rightarrow dx = 2u du$.

Khi đó $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$ trở thành $\int \frac{u^2-4}{u} \cdot 2u du = \int 2(u^2-4) du$.

Câu 23: Đáp án là A

Câu 24: Đáp án là D

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$, bán kính $R = 2$. Qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3;2)$ tâm I biến thành I' nên ta có: $\overline{II'} = \vec{v} \Rightarrow I'(2;5)$.

Câu 25: Đáp án là A

Ta có: $\sin a + 1 = \sin a + \sin \frac{\pi}{2} = 2 \sin \left(\frac{a + \frac{\pi}{2}}{2} \right) \cos \left(\frac{a - \frac{\pi}{2}}{2} \right) = 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$.

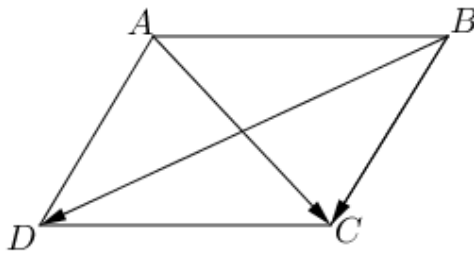
Câu 26: Đáp án là C

Ta có $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}} = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(1+\sqrt{4-x^2})^2}$

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x \geq 1 \\ 4-x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$.

Vậy $a+b=3$.

Câu 27: Đáp án là D



Ta có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}$ (đúng).

Vậy ta có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 28: Đáp án là A

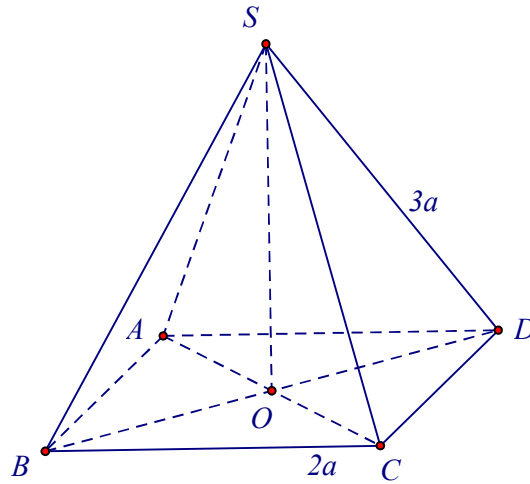
Ta có: $w = iz = i(-2+i) = -1-2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $w = iz$ là điểm $M(-1;-2)$.

Câu 29: Đáp án là B

Phương trình $x^2 + mx - m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Câu 30: Đáp án là D



Ta có $S_{ABCD} = 4a^2$.

Do $S.ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $OD = \frac{1}{2}BD = a\sqrt{2}$.

Suy ra $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{9a^2 - 2a^2} = a\sqrt{7}$.

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a\sqrt{7} = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 31: Đáp án là C

$$\text{Ta có } \frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2} \Leftrightarrow \frac{p[2u_1 + (p-1)d]}{q[2u_1 + (q-1)d]} = \frac{p^2}{q^2} \Leftrightarrow q[2u_1 + (p-1)d] = p[2u_1 + (q-1)d]$$

$$\Leftrightarrow 2u_1(q-p) + (p-q)d = 0 \Leftrightarrow d = 2u_1.$$

Nếu $u_1 = 0$ thì $d = 0$. Khi đó $S_n = 0$ với mọi n , (mâu thuẫn giả thiết). Suy ra $u_1 \neq 0$.

$$\text{Do đó: } \frac{u_{2018}}{u_{2019}} = \frac{u_1 + 2017 \cdot 2u_1}{u_1 + 2018 \cdot 2u_1} = \frac{4035}{4037}.$$

Câu 32: Đáp án là B

$$S_1 = \int_{-5}^{-2} [f(x) - g(x)] dx = \int_{-5}^{-2} f(x) dx - \int_{-5}^{-2} g(x) dx \Rightarrow \int_{-5}^{-2} f(x) dx = S_1 + \int_{-5}^{-2} g(x) dx.$$

$$S_2 = \int_{-2}^0 [g(x) - f(x)] dx = \int_{-2}^0 g(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx \Rightarrow \int_{-2}^0 f(x) dx = \int_{-2}^0 g(x) dx - S_2.$$

$$S_3 = \int_{-5}^{-2} [f(x) - g(x)] dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^3 g(x) dx \Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = S_1 + \int_0^3 g(x) dx.$$

$$\text{Do vậy: } \int_{-5}^3 f(x) dx = S_1 - S_2 + S_3 + \int_{-5}^3 g(x) dx.$$

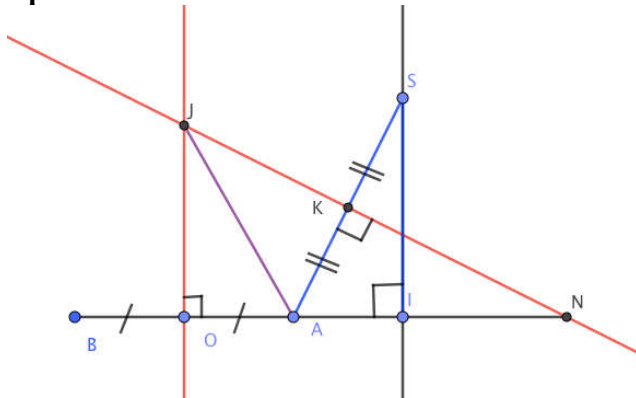
Từ đồ thị ta thấy $\int_{-5}^3 g(x) dx$ là số dương. Mà 4 đáp án chỉ có B là phù hợp, nên ta chọn B.

Chú ý: Có thể tính $\int_{-5}^3 g(x) dx$ như sau:

Từ đồ thị hàm số $y = g(x)$ ta thấy nó đi qua các điểm $(-5; 2)$, $(-2; 0)$, $(0; 0)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 25a - 5b + c = 2 \\ 4a - 2b + c = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{15}, b = \frac{4}{15}, c = 0. \text{ Do đó: } \int_{-5}^3 g(x) dx = \int_{-5}^3 \left(\frac{2}{15}x^2 + \frac{4}{15}x \right) dx = \frac{208}{45}.$$

Câu 33: Đáp án là A



* Gọi J là tâm mặt cầu qua đường tròn tâm O và điểm $S \Rightarrow J$ nằm trên đường trung trực của AB và SA .

$$* \Delta SIA \text{ vuông tại } I \Rightarrow \begin{cases} SA = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{5}}{2} \\ \sin S = \frac{AI}{SA} = \frac{1}{\sqrt{5}}; \tan S = \frac{AI}{SI} = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

*Ta có: Góc N và S bằng nhau vì cùng phụ với góc $\widehat{SAN}$.

$$* \Delta AKN \text{ vuông tại } K \Rightarrow \sin N = \frac{AK}{AN} \Leftrightarrow \frac{\frac{a\sqrt{5}}{2}}{AN} = \sin S = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow AN = \frac{5a}{2} \Rightarrow ON = \frac{7a}{2}.$$

$$* \Delta OJN \text{ vuông tại } O \Rightarrow \frac{OJ}{ON} = \tan N = \tan S = \frac{1}{2} \Rightarrow OJ = \frac{7a}{4}.$$

$$* \Delta OAJ \text{ vuông tại } O \Rightarrow R = JA = \sqrt{OJ^2 + OA^2} = \frac{a\sqrt{65}}{4}.$$

Cách 2

Gắn hệ trục tọa độ Ixy sao cho A, B, O thuộc tia Ix , S thuộc tia Iy và giả sử $a = 1$.

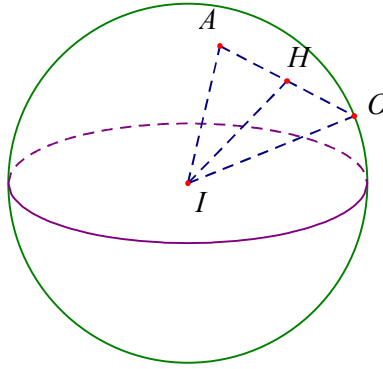
Khi đó: $A(1;0); S(0;2); B(3;0)$.

Gọi $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là đường tròn tâm J qua 3 điểm A, S, B

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a + c = -1 \\ -6a + c = -9 \\ -4b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{7}{4} \\ c = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra: } J\left(2; \frac{7}{4}\right) \Rightarrow R = JA = \frac{\sqrt{65}}{4} \text{ Vậy } R = \frac{a\sqrt{65}}{4}.$$

Câu 34: Đáp án là A



Gọi H là trung điểm của OA , dẫn đến $IH \perp OA$.

$$\overrightarrow{OA} = (1; 0; -1) \Rightarrow OA = \sqrt{2} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Mặt cầu (S) có tâm I và qua hai điểm O, A nên tam giác IOA cân tại I .

$$S_{\triangle IOA} = \frac{1}{2} IH \cdot OA \Leftrightarrow \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{1}{2} IH \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow IH = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Xét tam giác } IOH \text{ vuông tại } H, \text{ ta có: } R = IO = \sqrt{IH^2 + OH^2} = \sqrt{\frac{17}{2} + \frac{1}{2}} = 3.$$

Câu 35: Đáp án là D

$$\text{Bất phương trình đã cho tương đương } \log_4(x^2 - 2x + m) + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 5.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)}, t \geq 0.$$

$$\text{Bất phương trình trở thành } t^2 + 4t - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq t \leq 1.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta được } t \in [0; 1].$$

$$\text{Khi đó: } 0 \leq \sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \log_4(x^2 - 2x + m) \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq x^2 - 2x + m \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -x^2 + 2x + 1 \\ m \leq -x^2 + 2x + 4 \end{cases} \quad (I)$$

$$+ \text{ Xét hàm } f(x) = -x^2 + 2x + 1 = 2 - (x - 1)^2 \leq 2 \forall x \in [0; 2] \Rightarrow \max_{[0; 2]} f(x) = 2.$$

$$+ \text{ Xét hàm } g(x) = -x^2 + 2x + 4 = 4 + x(2 - x) \geq 4 \forall x \in [0; 2] \Rightarrow \min_{[0; 2]} g(x) = 4.$$

$$\text{Bất phương trình nghiệm đúng với mọi } x \text{ thuộc } [0; 2] \Leftrightarrow (I) \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in [0; 2]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max_{[0; 2]} f(x) \\ m \leq \min_{[0; 2]} g(x) \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 4. \text{ Vậy } m \in [2; 4], \text{ tức } a = 2, b = 4. \text{ Vậy } a + b = 6.$$

Câu 36: Đáp án là D

Gọi a là số lít xăng mà tài xế An chạy trong 1 ngày, sau m ngày thì hết, $0 < a < 10, m \in \mathbb{N}$
 Gọi b là số lít xăng mà tài xế Bình chạy trong 1 ngày, sau n ngày thì hết, $0 < b < 10, n \in \mathbb{N}$

$$\text{Khi đó, có } \begin{cases} a + b \leq 10 \\ ma = 32 \\ nb = 72 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } m + n = \frac{32}{a} + \frac{72}{b} = \frac{(4\sqrt{2})^2}{a} + \frac{(6\sqrt{2})^2}{b} \geq \frac{(4\sqrt{2} + 6\sqrt{2})^2}{a + b} \geq \frac{(4\sqrt{2} + 6\sqrt{2})^2}{10} = 20.$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = 4$, $b = 6$. Chọn D.

Câu 37: Đáp án là C

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0 \Leftrightarrow \log_5(x+m) = \log_5(2-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x = \frac{2-m}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì } x < 2 \text{ nên } \frac{2-m}{2} < 2 \Leftrightarrow m > -2.$$

Kết hợp với $m < 64$. Khi đó $-2 < m < 64$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{-1; 0; 1 \dots 63\}$ có 65 giá trị.

$$\text{Vậy tổng } S \text{ các giá trị của } m \text{ để phương trình có nghiệm là: } S = \frac{(-1+63).65}{2} = 2015.$$

Câu 38: Đáp án là C

$$\text{Ta có } \begin{cases} x^2 + ax + b + z = 0 & (1) \\ y^2 + ay + b + z = 0 & (2) \end{cases} \Rightarrow x, y \text{ là các nghiệm của phương trình: } t^2 + at + b + z = 0.$$

$$\text{Theo hệ thức Viet ta có: } \begin{cases} x + y = -a \\ xy = b + z \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = a^2 - 4b - 4z = 16 + 12i - 4z \text{ mà } |x - y| = 2\sqrt{3} \text{ (gt).}$$

$$\text{Suy ra: } |16 + 12i - 4z| = 12 \Rightarrow |4 + 3i - z| = 3.$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(4; 3)$, bán kính $R = 3$.

Để thấy $M = OI + R$; $m = OI - R$.

$$\text{Tổng } M + m = 2OI = 10.$$

Câu 39: Đáp án là C

$$\text{Nhận xét: } \sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = -\cos 2x.$$

Khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$(2\cos 2x + 5) \cdot (-\cos 2x) + 3 = 0 \Leftrightarrow -2\cos^2 2x - 5\cos 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = -3 \text{ (VN)} \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$+ \text{) Với họ nghiệm } x = \frac{\pi}{6} + k\pi \in (0; 2018\pi) \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2; \dots; 2017\}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6} + \pi; \dots; \frac{\pi}{6} + 2017\pi \right\}.$$

$$\text{Các nghiệm này có tổng là } S_1 = \frac{2018}{2} \left[\frac{\pi}{6} + \left(\frac{\pi}{6} + 2017\pi \right) \right] = \frac{2018}{2} \left(\frac{\pi}{3} + 2017\pi \right)$$

$$+ \text{) Với họ nghiệm } x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \in (0; 2018\pi) \Leftrightarrow k \in \{1; 2; \dots; 2018\}$$

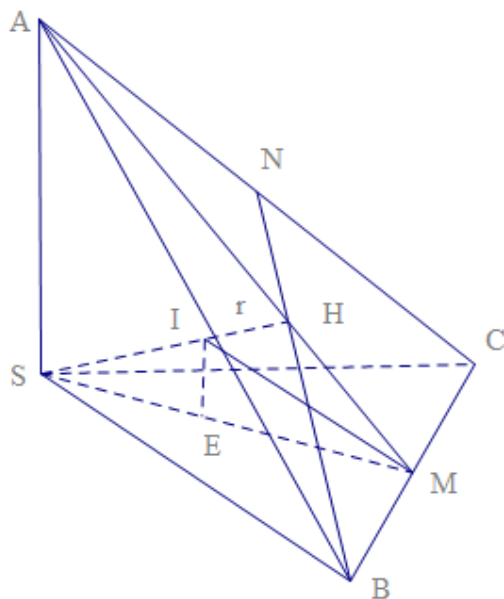
$$\Leftrightarrow x \in \left\{ -\frac{\pi}{6} + \pi; -\frac{\pi}{6} + 2\pi; \dots; -\frac{\pi}{6} + 2018\pi \right\}.$$

$$\text{Các nghiệm này có tổng là } S_2 = \frac{2018}{2} \left[\left(-\frac{\pi}{6} + \pi \right) + \left(-\frac{\pi}{6} + 2018\pi \right) \right] = \frac{2018}{2} \left(-\frac{\pi}{3} + 2019\pi \right).$$

Do đó tổng các nghiệm của phương trình đã cho là:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{2018}{2} [2017\pi + 2019\pi] = 2018 \cdot 2018\pi.$$

Câu 40: Đáp án là A



Cách 1. Áp dụng công thức: $r = \frac{3V}{S_m}$ (*) và tam giác đều cạnh x có diện tích $S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$.

Từ giả thiết S.ABC đều có $SA = SB = SC$. Lại có SA, SB, SC đôi một vuông góc và thể tích khối chóp S.ABC bằng $\frac{a^3}{6}$ nên ta có $SA = SB = SC = a$.

Suy ra $AB = BC = CA = a\sqrt{2}$ và tam giác ABC đều cạnh có độ dài $a\sqrt{2}$. Do đó diện tích toàn phần của khối chóp $S.ABC$ là

$$S_{ip} = S_{SAB} + S_{SBC} + S_{SCA} + S_{ABC} = 3\frac{a^2}{2} + \frac{(a\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2(3+\sqrt{3})}{2}.$$

Thay vào (*) ta được:

$$r = \frac{3V}{S_{ip}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{6}}{\frac{a^2(3 + \sqrt{3})}{2}} = \frac{a}{3 + \sqrt{3}}.$$

Cách 2. Xác định tâm và tính bán kính

Từ giả thiết suy ra $SA = SB = SC = a$.

Kẻ $SH \perp (ABC)$, ta có H là trực tâm của tam giác ABC.

Gọi $M = AH \cap BC$, dựng tia phân giác trong của góc $\widehat{AMB}$ cắt SH tại I, kẻ $IE \perp (SBC)$ tại E. Dễ thấy $E \in SM$. Khi đó ta có $IH = IE$ hay $d(I, ABC) = d(I, SBC)$ do S.ABC là chóp tam giác đều nên hoàn toàn có $d(I, ABC) = d(I, SAB) = d(I, SAC)$ tức là I là tâm mặt cầu nội tiếp khối chóp S.ABC.

Ta có $r = IH = IE$.

Xét $\triangle SAM$ vuông tại S, đường cao SH , tính được $SM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

$$AM = \sqrt{SA^2 + SM^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2} ; MH = \frac{SM^2}{AM} = \frac{a^2}{2} : \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow SH = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có

$$\begin{aligned}\frac{IH}{IS} &= \frac{MH}{MS} \Rightarrow \frac{IH}{IH+IS} = \frac{MH}{MH+MS} \Leftrightarrow \frac{IH}{SH} = \frac{MH}{MH+MS} \\ \Rightarrow IH &= \frac{MH \cdot SH}{MH+MS} = \frac{a}{\sqrt{6}} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} : \left(\frac{a}{\sqrt{6}} + \frac{a}{\sqrt{2}} \right) = \frac{a}{3+\sqrt{3}} \\ \text{Vậy } r = IH &= \frac{a}{3+\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

Câu 41: Đáp án là D

$$\text{Ta có: } z^2 - 2z + 1 - m = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = m \quad (1)$$

$$+) \text{ Với } m \geq 0 \text{ thì } (1) \Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{m}. \text{ Do } |z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm \sqrt{m}| = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 9 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$+) \text{ Với } m < 0 \text{ thì } (1) \Leftrightarrow z = 1 \pm i\sqrt{-m}.$$

$$\text{Do } |z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm i\sqrt{-m}| = 2 \Leftrightarrow 1 - m = 4 \Leftrightarrow m = -3 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Vậy } S = 1 + 9 - 3 = 7.$$

Câu 42: Đáp án là C

$$2|x-m| + x^2 + 2 > 2mx \quad \forall x \Leftrightarrow (x-m)^2 + 2|x-m| > m^2 - 2 \quad \forall x.$$

$$\text{Ta có: } (x-m)^2 + 2|x-m| \geq 0 \quad \forall x.$$

$$\text{nên } (x-m)^2 + 2|x-m| > m^2 - 2 \quad \forall x \Leftrightarrow m^2 - 2 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}.$$

Câu 43: Đáp án là C

Phân tích tìm hướng giải:

- Ta định hướng đánh giá tử theo mẫu.
- Ta tìm cách cân bằng hệ số để làm điều trên và đồng thời có dấu bằng xảy ra.
- Ta thấy x, z bình đẳng nên dự đoán dấu bằng xảy ra khi $x = z$.
- Tham số hóa khi dùng BĐT Cô si như sau:

$$\begin{cases} ax^2 + az^2 \geq 2axz \\ x^2 + k^2y^2 \geq 2kxy \\ z^2 + k^2y^2 \geq 2kyz \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a+1)(x^2 + z^2) + 2k^2y^2 \geq 2k(xy + yz) + 2axz$$

$$\Rightarrow x^2 + z^2 + \frac{2k^2}{a+1}y^2 \geq \frac{2a}{a+1} \left[\frac{k}{a}(xy + yz) + xz \right].$$

Ta cần phải tìm a và k thỏa mãn

$$\begin{cases} \frac{2k^2}{a+1} = 1 \\ \frac{k}{a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1+\sqrt{33}}{16} \\ k = \frac{1+\sqrt{33}}{8} \end{cases}.$$

Lời giải

Áp dụng BĐT Cauchy ta có:

$$\begin{cases} \frac{1+\sqrt{33}}{16}(x^2+z^2) \geq \frac{1+\sqrt{33}}{8}xz \\ x^2 + \left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)^2 y^2 \geq \frac{1+\sqrt{33}}{4}xy \\ z^2 + \left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)^2 y^2 \geq \frac{1+\sqrt{33}}{4}zy \end{cases}$$

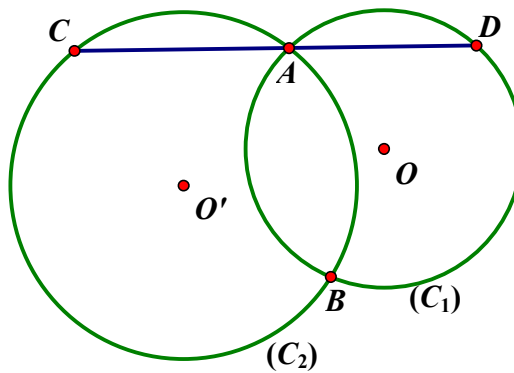
$$\Rightarrow \left(\frac{1+\sqrt{33}}{16}+1\right)x^2 + \left(\frac{1+\sqrt{33}}{16}+1\right)z^2 + 2\left(\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)^2 y^2 \geq \frac{1+\sqrt{33}}{8}(2xy+2zy+xz)$$

$$\Leftrightarrow \frac{17+\sqrt{33}}{16}(x^2+z^2+y^2) \geq \frac{1+\sqrt{33}}{8}(2xy+2zy+xz)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+z^2+y^2}{2xy+2zy+xz} \geq \frac{4}{1+\sqrt{33}} = \frac{\sqrt{33}-1}{8}$$

$$\text{Min}P = \frac{\sqrt{33}-1}{8} \Leftrightarrow x = z = \frac{1+\sqrt{33}}{8}y$$

Câu 44: Đáp án là B



Gọi C, D lần lượt là giao điểm của d với (C_2) và (C_1) .

Giả sử $D(m; n) \neq A(2; 3)$. Theo bài ta có A là trung điểm của CD $\Rightarrow C(4-m; 6-n)$.

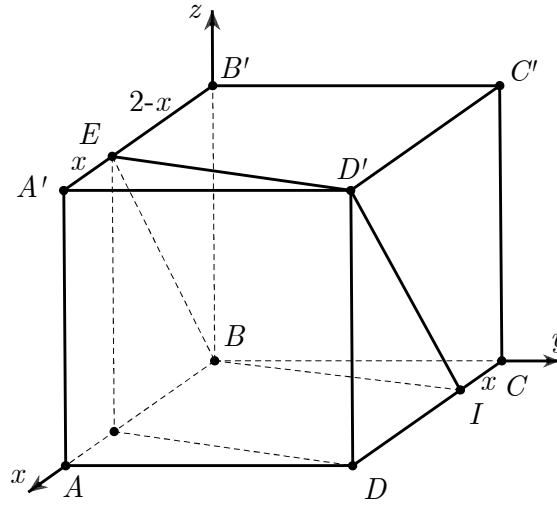
Do vậy
$$\begin{cases} m^2 + n^2 = 13 \\ (m+2)^2 + (n-6)^2 = 25 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $D\left(\frac{-17}{5}; \frac{6}{5}\right)$.

Từ đó có phương trình AD: $x - 3y + 7 = 0$.

Vậy $\frac{2b+c}{a} = \frac{-6+7}{1} = 1$.

Câu 45: Đáp án là C



Mặt phẳng (P) cắt hình lập phương theo thiết diện là hình bình hành $BID'E$.

Hình chiếu vuông góc của bình hành $BID'E$ xuống mặt phẳng $(ABCD)$ là hình bình hành $BIDF$.

Gọi φ là góc tạo bởi (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có: $\cos \varphi = \frac{S_{BIDF}}{S_{BID'E}}$.

Đặt hình lập phương vào hệ tọa độ như hình vẽ. $B \equiv O$; $Ox \equiv BA$; $Oy \equiv BC$; $Oz \equiv BB'$
Đặt $A'E = x$.

$$S_{BIDF} = S_{ABCD} - 2S_{BCI} = 4 - 2x.$$

Ta có $\begin{cases} E(2-x; 0; 2) \\ I(x; 2; 0) \end{cases}$

$$[\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BI}] = (-4; 2x; 4-2x).$$

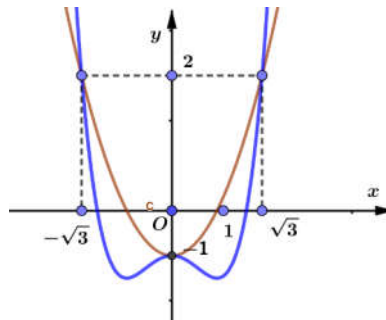
$$S_{BID'E} = [\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BI}] = \sqrt{8x^2 - 16x + 32} = \sqrt{8(x-1)^2 + 24} \geq \sqrt{24}.$$

Suy ra $\min S_{BID'E} = \sqrt{24}$ khi $x = 1$.

Khi đó $S_{BIDF} = 4 - 2x = 2$.

và $\cos \varphi = \frac{S_{BIDF}}{S_{BID'E}} = \frac{2}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 46: Đáp án là B



Yêu cầu bài toán tương đương $m \leq 3f(x) - x^3 + 3x \forall x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ (1).

Xét hàm số $g(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$, $x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

Ta có $g'(x) = 3.f'(x) - 3x^2 + 3 = 3.[f'(x) - (x^2 - 1)]$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

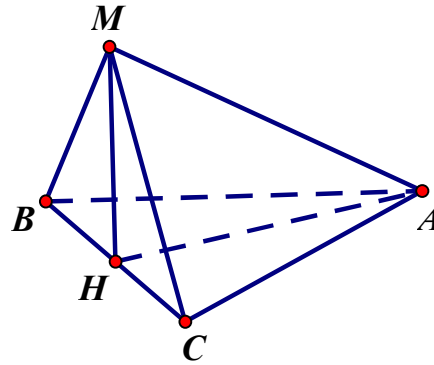
$$\text{Suy ra } g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{3} \end{cases} \quad (x = 0 \text{ là nghiệm bội chẵn}).$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
$g'(x)$	$-$	0	$-$
$g(x)$	$3f(-\sqrt{3})$		$3f(\sqrt{3})$

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ suy ra (1) $\Leftrightarrow m \leq 3f(3)$.

Câu 47: Đáp án là C



Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ suy ra ΔABC vuông tại A .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (ABC) . Ta có:

$$(\overline{MA}, (ABC)) = (\overline{MA}, \overline{HA}) = \widehat{MAH}$$

$$(\overline{MB}, (ABC)) = (\overline{MB}, \overline{HB}) = \widehat{MBH}$$

$$(\overline{MC}, (ABC)) = (\overline{MC}, \overline{HC}) = \widehat{MCH}$$

Theo giả thiết $\widehat{MAH} = \widehat{MBH} = \widehat{MCH} \Rightarrow \Delta MAH = \Delta MBH = \Delta MCH$ (g.c.g)

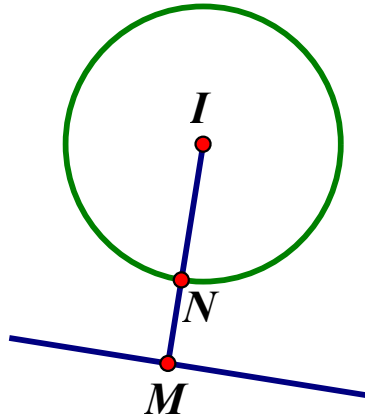
Do đó: $HA = HB = HC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Suy ra: H là trung điểm của $BC \Rightarrow H(1; 2; 2)$.

Ta có: $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (8; -8; 8)$, Chọn vectơ chỉ phương của đường thẳng MH là $\overline{u_{MH}} = (1; -1; 1)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } MH \text{ có dạng: } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 3)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Gọi $K(1+t; 2-t; 2+t)$ là hình chiếu vuông góc của điểm I trên đường thẳng MH .

Ta có: $\overrightarrow{IK} = (t-2; -t; t-1)$, $\overrightarrow{u_{MH}} = (1; -1; 1)$

Do $IK \perp MH$ nên $\overrightarrow{IK} \cdot \overrightarrow{u_{MH}} = 0$, ta được: $t = 1$. Khi đó: $K(2; 1; 3)$ và $IK = \sqrt{2}$

Do $IK > R$ nên đường thẳng MH không cắt mặt cầu.

Ta có: $MN \geq d(I, MH) - IN = IK - IN = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 48: Đáp án là A

Ta có với $\forall x \in (0; +\infty)$ thì $y = f(x) > 0$; $x+1 > 0$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $f'(x) \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

Do đó $[f'(x)]^2 = (x+1)f(x) \Leftrightarrow f'(x) = \sqrt{(x+1)f(x)} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \sqrt{x+1}$.

Suy ra $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = \int \sqrt{x+1} dx \Rightarrow \sqrt{f(x)} = \frac{1}{3} \sqrt{(x+1)^3} + C$.

Vì $f(3) = \frac{4}{9}$ nên $C = \frac{2}{3} - \frac{8}{3} = -2$.

Suy ra $f(x) = \left(\frac{1}{3} \sqrt{(x+1)^3} - 2 \right)^2$, suy ra $f(8) = 49$.

Câu 49: Đáp án là A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2(2m-1)x + (2-m)$.

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow y = f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$ có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung

$\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2 - 3(2-m) > 0 \\ 2m-1 > 0 \\ 2-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ \frac{1}{2} < m < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2 \Rightarrow \left(\frac{a}{b}; c\right) = \left(\frac{5}{4}; 2\right) \Rightarrow a = 5, b = 4, c = 2.$$

Vậy $a + b + c = 11$.

Câu 50: Đáp án là B

Ta có $y' = 2x - 3 - \frac{m}{x^2}$. Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + \frac{m}{x} + 3 \\ 2x - 3 - \frac{m}{x^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 - 3x + 2x^2 - 3x + 3 \\ \frac{m}{x} = 2x^2 - 3x \end{cases} \Rightarrow y = 3x^2 - 6x + 3.$$

Vậy $a + 2b + 4c = 3 + 2 \cdot (-6) + 4 \cdot 3 = 3$.