

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x + 3x - 1$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

A. $\max y = 4$
 $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

B. $\max y = 6$
 $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

C. $\max y = 3$
 $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

D. $\max y = 5$
 $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

Câu 2: Xét các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 3: Một hình trụ có bán kính đáy , $r = a$ độ dài đường sinh . $l = 2a$ Diện tích toàn phần của hình trụ này là:

A. $2\pi a^2$.

B. $4\pi a^2$.

C. $6\pi a^2$.

D. $5\pi a^2$.

Câu 4: Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành chính nó?

A. 1

B. 2

C. Không có

D. Vô số

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là:

A. $(3; +\infty)$

B. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

D. $(2; +\infty)$

Câu 6: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$

C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$

D. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$

Câu 7: Cho hàm số có đạo hàm trên khoảng I . Xét các mệnh đề sau:

(I). Nếu , thì hàm $f'(x) < 0 \forall x \in I$ số nghịch biến trên I

(II). Nếu , $f'(x) \leq 0 \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số nghịch biến trên I

(III). Nếu , thì hàm $f'(x) \leq 0 \forall x \in I$ số nghịch biến trên khoảng I

(IV). Nếu , $f'(x) \leq 0 \forall x \in I$ và $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên thì hàm I số không thể nghịch biến trên khoảng I

Trong các mệnh đề trên. Mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

A. I, II và IV đúng, còn III sai.

B. I, II, III và IV đúng.

C. I và II đúng, còn III và IV sai.

D. I, II và III đúng, còn IV sai.

Câu 8: Một nhóm có 10 người, cần chọn ra ban đại diện gồm 3 người. Số cách chọn là:

A. 240

B. A_{10}^3

C. C_{10}^3

D. 360.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ cho Oxy bốn điểm $A(3;-5)$, $B(-3;3)$, $C(-1;-2)$, $D(5;-10)$.

Hỏi $G\left(\frac{1}{3}; -3\right)$ là trọng tâm của tam giác nào dưới đây?

A. ABC .

B. BCD .

C. ACD .

D. ABD

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $(0; +\infty)$

B. $[1; +\infty]$

C. $(1; +\infty)$

D. $\mathbb{R}$

Câu 11: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn.

A. $y = \tan x$

B. $y = \sin x$

C. $y = \cos x$

D. $y = \cot x$

Câu 12: Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số . Mệnh đề nào dưới đây $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đúng?

A. d có hệ số góc dương.

B. d song song với đường thẳng $x = 3$

C. d có hệ số góc âm.

D. d song song với đường thẳng $y = 3$.

Câu 13: Hình lập phương có mấy mặt phẳng đối xứng ?

A. 6

B. 8

C. 9

D. 7

Câu 14: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng:

A. $u_n = 3^{n+1}$ B. $u_n = \frac{2}{n+1}$ C. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ D. $u_n = \frac{5n-2}{3}$

Câu 15: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 5 B. 6. C. 9 D. 10

Câu 16: A và B là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-2}$. Khi đó độ dài đoạn AB ngắn nhất bằng

A. $4\sqrt{2}$ B. 4 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

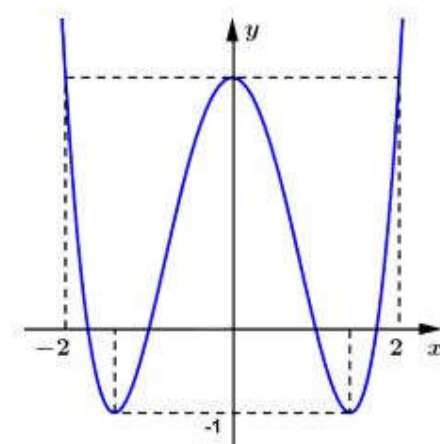
Câu 17: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết mặt phẳng $(A\phi BC)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° và tam giác có $A\phi BC$ diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8a^3\sqrt{3}$ B. $8a^3$ C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{8a^3}{3}$

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. là M một điểm thuộc đoạn SB (M khác S và B). Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Hình bình hành. B. Tam giác C. Hình chữ nhật. D. Hình thang

Câu 19: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y = -x^4 + 4x^2 + 3$ B. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$
C. $y = (x^2 - 2)^2 - 1$ D. $y = (x^2 + 2)^2 - 1$

Câu 20: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2(5-x)}$

- A. $(-\infty; 5) \setminus \{4\}$. B. $(5; +\infty)$. C. $(-\infty; 5)$. D. $[5; +\infty)$

Câu 21: Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 30cm^2 và chu vi bằng 26cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của (T) là:

- A. $23\pi(\text{cm}^2)$ B. $\frac{23\pi}{2}(\text{cm}^2)$ C. $\frac{69\pi}{2}(\text{cm}^2)$ D. $69\pi(\text{cm}^2)$

Câu 22: Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a

- A. $\frac{3a-1}{3-a}$ B. $\frac{3a+1}{3-a}$ C. $\frac{3a+1}{3+a}$ D. $\frac{3a-1}{3+a}$

Câu 23: Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right)^{12}$ (với $x \neq 0$) là:

- A. $\frac{-220}{729}$ B. $\frac{220}{729}x^6$ C. $\frac{-220}{729}x^6$ D. $\frac{220}{729}$

Câu 24: Khối nón có bán kính (N) đáy bằng và 3 diện tích xung quanh bằng. Tính 15π thể tích V của khối nón (N)

- A. $V = 36\pi$ B. $V = 60\pi$ C. $V = 20\pi$ D. $V = 12\pi$

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$, $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AB \perp BC$ B. $CD \perp (ABD)$ C. $BC \perp AD$ D. $AB \perp (ABC)$

Câu 26: Cho phương trình $\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

- A. $\frac{7\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 27: Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

- A. $y = \frac{2x-3}{x+2}$ B. $y = x^4$ C. $y = -x^3 + x$ D. $y = |x+2|$

Câu 28: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$ đi qua giao điểm hai đường tiệm cận?

- A. 1. B. Không có. C. Vô số. D. 2.

Câu 29: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $D(3;4)$, $E(6;1)$, $F(7;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh AB , BC , CA . Tính tổng tung độ của ba đỉnh tam giác ABC

- A. $\frac{16}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. 8 D. 16

Câu 30: Cho hình chóp có $S.ABC$ đáy ABC là tam giác vuông cân, $BA = BC$

$=a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 31: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1)$ $N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 5(x_1 - x_2)$

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 32: Giả sử đồ thị hàm số $y = (m^2 + 1)x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1$ có 3 điểm cực trị là A, B, C mà $x_A < x_B < x_C$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Giá trị của m để thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây:

- A. $(4;6)$ B. $(2;4)$ C. $(-2;0)$ D. $(0;2)$

Câu 33: Giải phương trình $8.\cos 2x.\sin 2x.\cos 4x = -\sqrt{2}$

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

$$\text{C.} \begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{D.} \begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \log_2 x - 2}{\log_2 x - m - 1}$ nghịch biến trên $(4; +\infty)$.

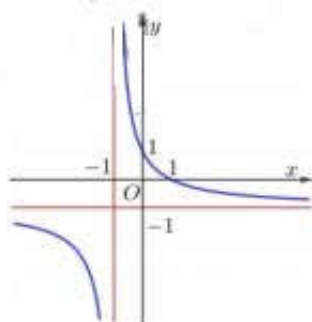
A. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

B. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$.

C. $m < -2$ hoặc $m = 1$.

D. $m < -2$.

Câu 35: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$

B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$

C. $y = \frac{-x+2}{2x+1}$

D. $y = \frac{-x}{x+1}$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m+1)x^2 + (3-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m \geq 3$.

B. $m > 3$.

C. $-\frac{1}{2} < m$

D. $-\frac{1}{2} < m \leq 3$

Câu 37: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số $\overrightarrow{abc}$ cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác cân.

A. 45.

B. 216.

C. 81.

D. 165.

Câu 38: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi H và b là trực tâm của tam giác ABC . Tính $6ab$

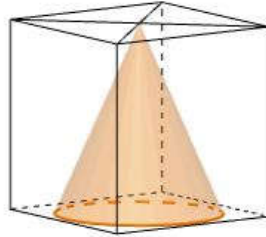
A. 10

B. $\frac{5}{3}$

C. 60

D. 6

Câu 39: Một chiếc thùng đựng nước có hình của một khối lập phương chứa đầy nước . Đặt vào trong thùng đó một khối có dạng nón sao cho đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.



A. $\frac{\pi}{12 - \pi}$

B. $\frac{1}{11}$

C. $\frac{\pi}{12}$

D. $\frac{11}{12}$

Câu 40: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $T = 2a - b$ là:

A. $\frac{1}{9}$

B. -1

C. 10 .

D. $\frac{9}{8}$

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC , N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN) . Tính tỷ số $\frac{PA}{PD}$

A. $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$

B. $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$

C. $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$

D. $\frac{PA}{PD} = 2$

Câu 42: Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 (x - 1) = 2$

A. 0

B. 1

C. 3

D. 2

Câu 43: Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi

A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

B. $m > 2$

C. $-2 < m < 2$

D. $m < 2$

Câu 44: Trong một lớp có $(2n + 3)$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác . Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $(2n + 3)$, mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\frac{17}{1155}$.

Số học sinh của lớp là:

A. 27.

B. 25.

C. 45.

D. 35.

Câu 45: Cho một khối lập phương có cạnh bằng a . Tính theo a thể tích của khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của khối lập phương.

A. $\frac{a^3}{4}$

B. $\frac{a^3}{6}$

C. $\frac{a^3}{12}$

D. $\frac{a^3}{8}$

Câu 46: Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y = a^x$ ($a > 0; a \neq 1$) qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng

A. 2016 .

B. -2016 .

C. 2020 .

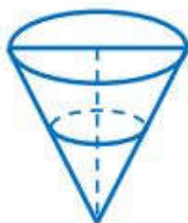
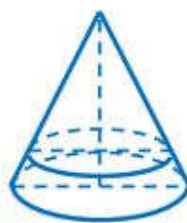
D. -2020 .

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1 \text{ đồng biến trên đoạn } \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$$

A. $m \geq -3$.B. $m \geq 0$.C. $m \leq -3$.D. $m \leq 0$.

Câu 48: Một cái phễu có dạng hình nón chiều cao của phễu là 30cm . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 15cm . (Hình H_1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H_2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?

 H_1  H_2

A. 1,553 (cm).

B. 1,306 (cm).

C. 1,233 (cm).

D. 15 (cm)

Câu 49: Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì

A. $m \geq \frac{1}{4}$

B. $m > 0$

C. $m < \frac{1}{4}$

D. $m > \frac{1}{4}$

Câu 50: Cho hình thang vuông $ABCD$ với đường cao $AB = 2a$, các cạnh đáy $AD = a$ và $BC = 3a$. Gọi M là điểm trên đoạn AC sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC}$. Tìm k để $BM \perp CD$

A. $\frac{4}{9}$

B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{5}$

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (%)	Chương 1: Hàm Số	C19 C27	C7 C12 C16 C28 C35	C31 C32 C36	
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C5 C6 C10 C20	C22 C42 C43	C34 C49	C46
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng				
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>	C13	C17 C25 C30	C41 C45	
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C3	C21 C24	C39	C48
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian				

Đại số					
Lớp 11 (%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác	C11	C26	C33 C47	
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất	C8 C23		C44	C37
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân	C14	C15		
	Chương 4: Giới Hạn		C40		
	Chương 5: Đạo Hàm				
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng	C4			
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song	C2	C18		
	Chương 3: Vector trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				

	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vector			C50	
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng	C9 C29	C38		
Tổng số câu		17	18	12	3
Điểm		3.4	3.6	2.4	0.6

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI

+ Mức độ đề thi: **KHÁ**

+ Đánh giá sơ lược:

Mức độ câu hỏi phân hóa phù hợp để phân loại học sinh.

Kiến thức lớp 10 cũng đã được đưa vào. Tuy nhiên chỉ nằm ở mức gợi nhớ kiến thức.

Trong tâm vẫn là chương hàm số và đa diện ở lớp 12

Câu hỏi chia làm các mức rõ rệt .phân loại học sinh tốt.

ĐÁP ÁN

1-A	2-C	3-C	4-D	5-D	6-C	7-C	8-C	9-B	10-C
11-C	12-D	13-D	14-D	15-B	16-B	17-A	18-D	19-C	20-A
21-C	22-B	23-A	24-D	25-C	26-B	27-A	28-B	29-C	30-C
31-B	32-B	33-C	34-D	35-B	36-A	37-D	38-A	39-A	40-C
41-D	42-B	43-C	44-D	45-B	46-B	47-B	48-B	49-D	50-D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án là A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ liên tục và có đạo hàm trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

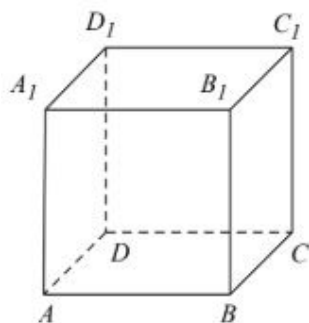
Đạo hàm: $y' = 6x^2 + 6x$

$$\text{Xét } y' = 0 \Rightarrow 6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right] \\ x = -1 \notin \left[-\frac{1}{2}; 1\right] \end{cases}$$

Ta có: $y\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}; y(0) = -1; y(1) = 4$

Vậy $\max_{\left[-\frac{1}{2}; 1\right]} y = 4$

Câu 2: Đáp án là C



“Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau” và mệnh đề “Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau” là mệnh đề sai, ví dụ trong hình lập phương trên ta có $(C_1 B_1 BC)$ và $(D_1 B_1 BD)$ cùng vuông góc với $(ABCD)$ nhưng 2 mặt phẳng đó lại cắt nhau.

“Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau” là mệnh đề sai ví dụ như trong hình lập phương trên ta có $A_1 B_1$ và $C_1 B_1$ cùng vuông góc với $B_1 B$ nhưng $A_1 B_1 \perp C_1 B_1$

“Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau” là mệnh đề đúng .

Câu 3: Đáp án là C

$$S_{tp} = 2S_d + S_{xq} = 2\pi a^2 + 2\pi a.2a = 6\pi a^2$$

Câu 4: Đáp án là D

Có vô số phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành chính nó. Đó là các phép tịnh tiến có véc tơ tịnh tiến là véc tơ không hoặc véc tơ tịnh tiến là véc tơ chỉ phương của đường thẳng đó.

Câu 5: Đáp án là D

$$3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} > 3^3 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(2; +\infty)$

Câu 6: Đáp án là C

Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ là hàm số mũ, có cơ số $0 < a = \frac{2}{e} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$

Câu 7: Đáp án là C

Câu III sai vì thiếu dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I

Câu IV sai vì có thể vô số điểm trên I xuất hiện rời rạc thì vẫn có thể nghịch biến trên khoảng I

Câu 8: Đáp án là C

+ Số cách chọn ra 3 người vào ban đại diện trong 10 người là : C_{10}^3 (không phân biệt thứ tự).

Câu 9: Đáp án là B

Ta thấy $\overrightarrow{BC} = (2; -5), \overrightarrow{BD} = (8; -13)$ nên chúng không cùng phương B, C, D là 3 đỉnh của một tam giác.

Mặt khác, ta lại có:
$$\begin{cases} \frac{x_B + x_C + x_D}{3} = \frac{-3 - 1 + 5}{3} = \frac{1}{3} \\ \frac{y_B + y_C + y_D}{3} = \frac{3 - 2 - 10}{3} = -3 \end{cases}$$

Vậy $G\left(\frac{1}{3}; -3\right)$ là trọng tâm của tam giác BCD

Câu 10: Đáp án là C

Phương pháp: Hàm số $y = x^\alpha$ với α không nguyên xác định khi $x > 0$

Điều kiện xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là $x-1 > 0$ hay $x > 1$

Vậy tập xác định: $D = (1; +\infty)$

Câu 11: Đáp án là C

Hàm số $y = \tan x, y = \sin x, y = \cot x$ là các hàm số lẻ

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn

Câu 12: Đáp án là D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$ 2	$\searrow$ -2	$\nearrow$ $+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta suy ra đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(0;2)$

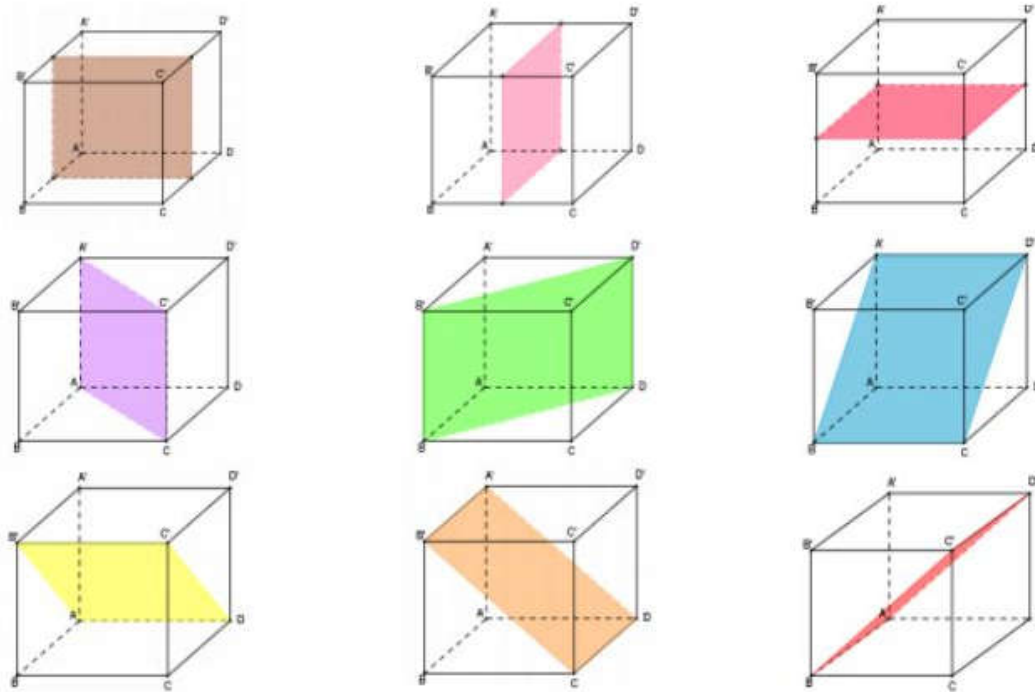
Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $(0;2)$ là

$$y = 0(x-0) + 2 \Leftrightarrow y = 2 \quad (d)$$

Do đó song song d với đường thẳng $y = 3$.

Trắc nghiệm: Hàm số đã cho có đạo hàm tại mọi điểm và tại điểm cực trị có $y' = 0$ nên tiếp tuyến d của đồ thị hàm số tại điểm cực đại (hoặc tại điểm cực tiểu) là đường thẳng song song trục hoặc trùng Ox , từ đó Chọn D.

Câu 13: Đáp án là D



Câu 14: Đáp án là D

Ta có dãy u_n là cấp số cộng khi $u_{n+1} - u_n = d, \forall n \in \mathbb{N}^*$ với d là hằng số.

Bằng cách tính 3 số hạng đầu của các dãy số ta dự đoán đáp án D.

$$\text{Xét hiệu } u_{n+1} - u_n = \frac{5(n+1)-2}{3} - \frac{5n-2}{3} = \frac{5}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

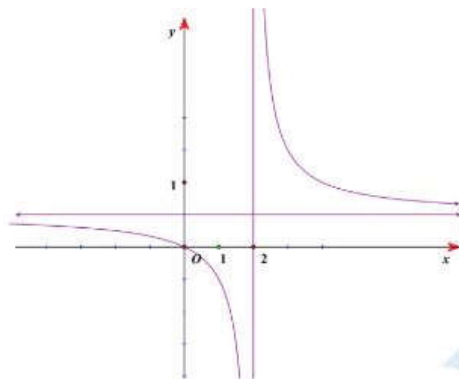
Vậy dãy $u_n = \frac{5n-2}{3}$ là cấp số cộng.

Câu 15: Đáp án là B

$$u_1 = 5, u_2 = 6, u_3 = 8, u_4 = 11, u_5 = 16, u_6 = 20$$

Vậy số là 20 số hạng thứ 6.

Câu 16: Đáp án là B



Hàm số $y = \frac{x}{x-2}$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Gọi $A\left(a; \frac{a}{a-2}\right)$ và $B\left(b; \frac{b}{b-2}\right)$ là hai điểm thuộc hai nhánh của (C) ($a < 2 < b$)

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = \left(b-a; \frac{b}{b-2} - \frac{a}{a-2}\right) = \left(b-a; \frac{b-a}{(b-2)(2-a)}\right)$$

$$\text{Áp dụng BĐT Côsi ta có: } (b-2)(2-a) \leq \frac{(b-a)^2}{4}$$

$$\text{Suy ra: } AB^2 = (b-a)^2 + \frac{(b-a)^2}{[(b-2)(2-a)]^2} \geq (b-a)^2 + \frac{64}{(b-a)^2} \geq 16$$

$$\Rightarrow AB \geq 4. \text{ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } a = 2 - \sqrt{2} \text{ và } b = 2 + \sqrt{2}$$

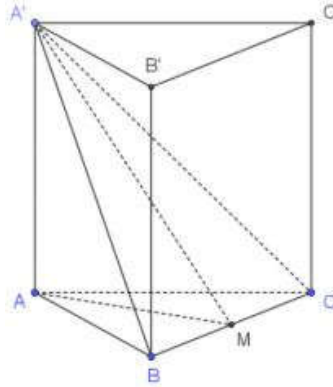
$$\text{Vậy } AB_{\min} = 4$$

Câu 17: Đáp án là A

Gọi là trung M điểm của BC

Chứng minh được $BC \perp (AA'M)$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng và $(A'BC)$ mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{A'MA} = 30^\circ$

$$\text{Đặt } AB = x$$



Tam giác là hình ABC chiếu của tam giác $A'B'C'$ lên mặt phẳng

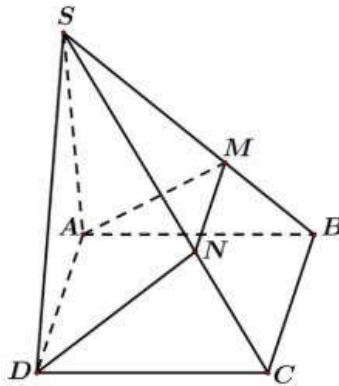
$$(ABC) \Rightarrow S_{ABC} = S_{A'B'C'} \cdot \cos 30^\circ = 4a^2 \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = 4a \Rightarrow AM = 2a\sqrt{3}$$

$$\frac{AA'}{AM} = \tan 30^\circ \Rightarrow AA' = 2a$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 8a^3 \sqrt{3}$$

Câu 18: Đáp án là D



Ta có là M một điểm thuộc đoạn SB với M khác S và B

$$\text{Suy ra } \begin{cases} M \in (ADM) \cap (SBC) \\ AD \subset (ADM) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow (ADM) \cap (SBC) = Mx \parallel BC \parallel AD$$

Gọi $N = Mx \cap SC$ thì (ADM) cắt hình chóp theo $S.ABCD$ thiết diện là tứ giác. Vì $AMND$.
Vì $MN \parallel AD$ và MN với AD không bằng nhau nên tứ giác là hình thang.

Câu 19: Đáp án là C

Dựa vào hình dạng của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ suy ra hệ số $a > 0 \rightarrow$ loại A, B .

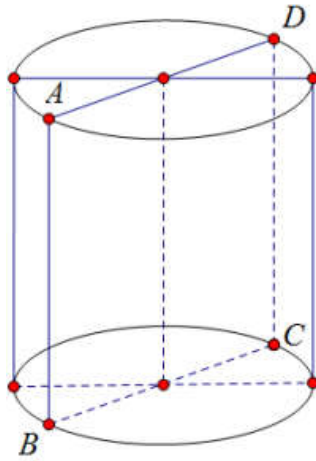
Và hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b < 0 \Rightarrow y = (x^2 - 2)^2 - 1$

Câu 20: Đáp án là A

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} 5-x > 0 \\ \log_2(5-x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ 5-x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x \neq 4 \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 5) \setminus \{4\}$

Câu 21: Đáp án là C



Gọi h, r lần lượt là đường cao và bán kính đáy của hình trụ (T) Thiết diện của mặt phẳng và hình trụ là hình (T) chữ nhật $ABCD$. Khi đó theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} h > 2r \\ S_{ABCD} = h \cdot 2r = 30 \\ C_{ABCD} = 2(h + 2r) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h > 2r \\ hr = 15 \\ h + 2r = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h > 2r \\ h = 13 - 2r \\ -2r^2 + 15r - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h > 2r \\ h = 13 - 2r \\ \begin{cases} r = 5 \Rightarrow h = 3(l) \\ r = \frac{3}{2} \Rightarrow h = 10(tm) \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S_{tp} = S_{xq} + 2S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot \frac{3}{2} \cdot 10 + 2\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{69\pi}{2} (cm^2)$$

Câu 22: Đáp án là B

Ta có:

$$a = \log_{12} 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 12} = \frac{\log_2 3}{\log_2 (2^2 \cdot 3)} = \frac{\log_2 3}{\log_2 (2^2) + \log_2 3} = \frac{\log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{1-a}$$

$$\text{Ta có: } \log_{24} 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 24} = \frac{\log_2 (2 \cdot 3^2)}{\log_2 (2^3 \cdot 3)} = \frac{1 + 2 \log_2 3}{3 + \log_2 3} = \frac{1 + 2 \cdot \frac{2a}{1-a}}{3 + \frac{2a}{1-a}} = \frac{3a+1}{3-a}$$

$$\text{Vậy } \log_{24} 18 = \frac{3a+1}{3-a}$$

Câu 23: Đáp án là A

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right)^{12}$ là

$$T = C_{12}^k \left(\frac{3}{x}\right)^{12-k} \left(-\frac{x}{3}\right)^k = C_{12}^k (-1)^k \cdot 3^{12-2k} \cdot x^{2k-12} \quad (k \in \mathbb{Z}, k \leq 12)$$

$$T \text{ chứa } x^6 \Rightarrow 2k - 12 = 6 \Leftrightarrow k = 9$$

Vậy hệ số cần tìm là :

$$C_{12}^9 (-1)^9 \cdot 3^6 = \frac{-220}{729}$$

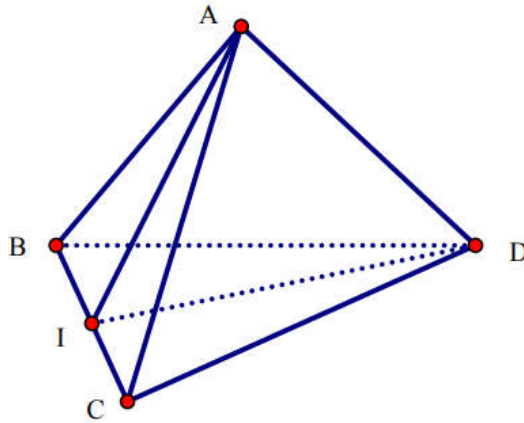
Câu 24: Đáp án là D

$$\text{Ta có } S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{15\pi}{3\pi} = 5$$

$$\text{Chiều cao } h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$$

Câu 25: Đáp án là C



Gọi I là trung điểm BC .

Có Suy ra là trung $AB = AC, IB = IC$. Suy ra là trung AI trực của BC . Nên $BC \perp AI$

Tương tự $BC \perp DI$

Suy ra $BC \perp (AID)$ Suy ra $BC \perp AD$ Chọn C

Câu 26: Đáp án là B

Ta có:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

+ Xét $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 0$ Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị k

+ Xét $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên hai giá trị k là $k = 0$; $k = 1$

Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$

Với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$

Do đó trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(0; \pi)$ là: $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$

Câu 27: Đáp án là A

+ Hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$

Tập xác định: $D = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

Có $y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0 \forall x \in D \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định $\Rightarrow$ hàm số

không có cực trị.

Các hàm số khác dễ dàng chứng minh được y' có nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm. Riêng hàm số cuối y' không xác định tại -2 nhưng hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và y' đổi dấu qua -2 do đó có hàm số có điểm cực trị $x = -2$.

Câu 28: Đáp án là B

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -\frac{d}{c} = -2$ làm 2 tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c} = 2$ làm 2 tiệm cận ngang.

Vậy là giao I $(-2; 2)$ điểm của hai đường tiệm cận.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = \frac{7}{(x+2)^2}$$

Gọi tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$ của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$ có dạng:

$$\Delta: y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0 \text{ hay } \Delta: y = \frac{7}{(x_0+2)^2} \cdot (x - x_0) + \frac{2x_0-3}{x_0+2}$$

$$\text{Vì } \Delta \text{ đi qua } I(-2; 2) \Rightarrow 2 = \frac{7}{(x_0+2)^2} \cdot (-2 - x_0) + \frac{2x_0-3}{x_0+2}$$

$$\Leftrightarrow 2 = \frac{-7}{(x_0 + 2)^2} \cdot (x_0 + 2) + \frac{2x_0 - 3}{x_0 + 2} \Leftrightarrow 2 = \frac{-7}{(x_0 + 2)} + \frac{2x_0 - 3}{x_0 + 2}$$

$$\Leftrightarrow 2 = \frac{2x_0 - 10}{x_0 + 2} \Leftrightarrow 4 = -10 \text{ trình vô nghiệm}$$

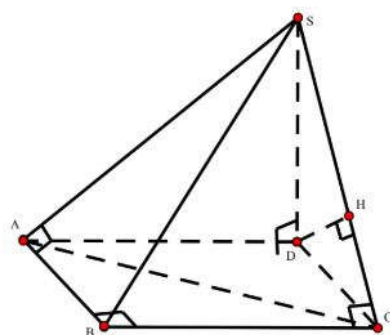
Vậy không tồn tại tiếp tuyến nào của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$ mà đi qua giao điểm của hai tiệm cận.

Câu 29: Đáp án là C

$$\text{Ta có } \begin{cases} y_A + y_B = 2y_D = 2.4 = 8 \\ y_A + y_C = 2y_F = 2.3 = 6 \Rightarrow 2(y_A + y_B + y_C) = 8 + 6 + 2 = 16 \\ y_B + y_C = 2y_E = 2.1 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_A + y_B + y_C = 8$$

Câu 30: Đáp án là C



Gọi là hình D chiếu vuông góc của S lên (ABC) . H chiếu vuông góc của D lên SC

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AD$$

$$\begin{cases} BC \perp SC \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SDC) \Rightarrow BC \perp DC$$

$\Rightarrow ABCD$ là hình vuông và $CD = a$.

$$\text{Ta có: } AD \parallel BC \Rightarrow \parallel (SBC) \Rightarrow d_{(A(SBC))} = d_{(D(SBC))} = DH \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Vì là hình DC chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng là góc $(ABCD)$ nên $\widehat{SCD}$ là góc giữa đường thẳng SC và (ABC) .

$$\sin \widehat{SCD} = \frac{DH}{DC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SCD} = \frac{\pi}{3}$$

Câu 31: Đáp án là B

$$y' = x^3 - 6x$$

Gọi $A\left(x_0; \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2\right)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến tại A . Phương trình tiếp tuyến tại A là đường thẳng (d) có phương trình:

$$y = (x_0^3 - 6x_0)(x - x_0) + \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) là:

$$(x_0^3 - 6x_0)(x - x_0) + \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2 = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 \Leftrightarrow (x - x_0)^2(x^2 + 2x_0x + 3x_0^2 - 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = 0 \\ x^2 + 2x_0x + 3x_0^2 - 12 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác A khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác x_0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 \neq \pm\sqrt{2} \\ -\sqrt{6} < x_0 < \sqrt{6} \end{cases} \quad (3)$$

Khi đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ trong đó:

$$y_1 = (x_0^3 - 6x_0)(x_1 - x_0) + \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2 \quad y_2 = (x_0^3 - 6x_0)(x_2 - x_0) + \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2$$

$$\Rightarrow y_1 - y_2 = (x_0^3 - 6x_0)(x_1 - x_2)$$

Từ giả thiết ta suy ra:

$$(x_0^3 - 6x_0)(x_1 - x_2) = 5(x_1 - x_2) \Leftrightarrow x_0^3 - 6x_0 = 5 \quad (\text{vì } x_1 \neq x_2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \\ x_0 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (3) có hai giá trị thỏa mãn x_0 yêu cầu bài toán là $\begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}$

Câu 32: Đáp án là B

$$y' = 4(m^2 + 1)x^3 - 4mx = 4x[(m^2 + 1)x^2 - m]$$

$$+ y' = 0 \Leftrightarrow 4x[(m^2 + 1)x^2 - m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}} \quad (m > 0) \end{cases}$$

+ Với thì $m > 0$ đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị (với $x_A < x_B < x_C$) là:

$$A\left(-\sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}}; -\frac{m^2}{m^2 + 1} + m^2 + 1\right); B(0; m^2 + 1); C\left(\sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}}; -\frac{m^2}{m^2 + 1} + m^2 + 1\right)$$

+ Quay thì ΔABC quanh AC được khối tròn xoay có thể tích là:

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi BI \cdot IC = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{m^2}{m^2 + 1}\right) \cdot \sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}} = \frac{2}{3} \pi \sqrt{\frac{m^9}{(m^2 + 1)^5}}$$

$$+ \text{ Xét hàm số } f(x) = \frac{m^9}{(m^2 + 1)^5}$$

$$\text{Có: } f(x) = \frac{m^8(9 - m^2)}{(m^2 + 1)^6}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow m = 3 (m > 0)$$

Ta có BBT:

x	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	0		max	0

Câu 33: Đáp án là C

$$8.\cos 2x.\sin 2x.\cos 4x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow 4.\sin 4x.\cos 4x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow 2.\sin 8x = -\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin 8x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 8x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 34: Đáp án là D

Đặt $t = \log_2 x$

Ta có $x \in (4; +\infty) \Leftrightarrow t \in (2; +\infty)$

Hàm số được viết lại $y = \frac{mt - 2}{t - m - 1} \quad (1)$

Vì $t = \log_2 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (1)$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m(m+1) + 2 < 0 \\ m+1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2$$

Câu 35: Đáp án là B

Từ đồ thị của hàm số đã cho ta có:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $x = -1$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y = -1$

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(1;0)$ và $(0;1)$

Suy ra hàm số cần tìm là $y = \frac{-x+1}{x+1}$

Câu 36: Đáp án là A

Hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (3-m)x + 2$

TXĐ:

$$y' = 3x^2 - 2(2m+1)x + (3-m)$$

Hàm số $y = f(|x|)$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình có hai $y' = 0$ nghiệm x_1 , x_2 thỏa mãn $x_1 \leq 0 < x_2$

Trường hợp 1: Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 \leq 0 < x_2 \Leftrightarrow 3(3-m) < 0 \Leftrightarrow m > 3$

Trường hợp 2: Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 0 < x_2$

$$\text{Có } y'(0) = 0 \Rightarrow m = 3$$

$$\text{Với } m = 3 \text{ thì } y' = 3x^2 - 14x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{14}{3} > 0 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy với $m \geq 3$ thì hàm số $y = f(|x|)$ có ba điểm cực trị.

Câu 37: Đáp án là D

TH1: là a, b, c độ dài 3 cạnh của một tam giác đều.

Trường hợp này có 9 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2 : là a, b, c độ dài 3 cạnh của một tam giác cân và không đều.

Không làm mất tính tổng quát, giả sử $a = b$

$$*) a = b > c$$

$$+ a = b = 2 \Rightarrow c = 1.$$

$$+ a = b = 3 \Rightarrow c = 1, 2.$$

$$+ a = b = 4 \Rightarrow c = 1, 2, 3.$$

.....

$$+ a = b = 9 \Rightarrow c = 1, 2, 3, \dots, 8$$

$$\Rightarrow \text{Có : } 1 + 2 + 3 + \dots + 8 = 36 \text{ số thỏa bài toán.}$$

$$*) a = b < c$$

$$\text{Do } a + b > c \Rightarrow \frac{c}{2} < a < c$$

$$+c = 9 \Rightarrow \frac{9}{2} < a < 9 \Rightarrow a = 5, 6, 7, 8$$

$$+c = 8 \Rightarrow 4 < a < 8 \Rightarrow a = 5, 6, 7$$

$$+c = 7 \Rightarrow \frac{7}{2} < a < 7 \Rightarrow a = 4, 5, 6$$

$$+c = 6 \Rightarrow 3 < a < 6 \Rightarrow a = 4, 5$$

$$+c = 5 \Rightarrow \frac{5}{2} < a < 4 \Rightarrow a = 3, 4$$

$$+c = 4 \Rightarrow 2 < a < 4 \Rightarrow a = 3$$

$$+c = 3 \Rightarrow \frac{3}{2} < a < 3 \Rightarrow a = 2$$

$+c = 2, 1$ không có a tương ứng.

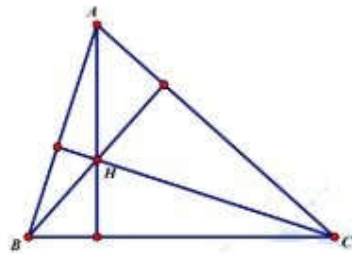
$\Rightarrow$ Có : $4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16$ số thỏa bài toán.

$\Rightarrow$ Trong trường hợp $a = b \neq c$, có: $36 + 16 = 52$ số thỏa mãn.

Tương tự, mỗi trường hợp $b = c \neq a$, $c = a \neq b$ đều có 52 số thỏa mãn.

Theo quy tắc cộng ta có: $9 + 52.3 = 165$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán bài toán.

Câu 38: Đáp án là A



Đường thẳng AH đi qua $A(-3; 0)$ và nhận $\overrightarrow{BC} = (-1; 6)$ làm vectơ pháp tuyến. Suy ra phương trình đường thẳng AH là: $x - 6y + 3 = 0$

Đường thẳng BH đi qua $B(3; 0)$ và nhận $\overrightarrow{AC} = (5; 6)$ làm vectơ pháp tuyến. Suy ra phương trình đường thẳng BH là: $5x - 6y - 15 = 0$

Ta có $H = AH \cap BH \Leftrightarrow$ Tọa độ H là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x - 6y + 3 = 0 \\ 5x + 6y - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow H\left(2; \frac{5}{6}\right)$$

Do đó $a = 2$; $b = \frac{5}{6} \Rightarrow 6ab = 10$

Câu 39: Đáp án là A

Coi khối lập phương có cạnh 1. Thể tích khối lập phương là $V = 1$

Từ giả thiết ta suy ra khối nón có chiều cao , bán kính $h = 1$ đáy $r = \frac{1}{2}$

Thể tích lượng nước trào ra ngoài là thể tích V_1 của khối nón.

Ta có: $V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{\pi}{12}$

Thể tích lượng nước còn lại trong thùng là: $V_2 = V - V_1 = 1 - \frac{\pi}{12} = \frac{12 - \pi}{12}$

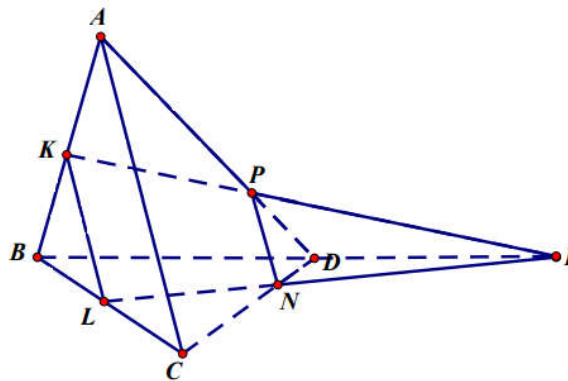
Do đó: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{12 - \pi}$

Câu 40: Đáp án là C

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2-3x)(x+\sqrt{4x-3})}{(x^2-\sqrt{4x-3})(x+1+\sqrt{5x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+\sqrt{4x-3})}{(x+1)(x+1+\sqrt{5x+1})} = \frac{3 \cdot (3+3)}{2 \cdot (4+4)} = \frac{9}{8} \end{aligned}$$

Vậy $T = 2a - b = 10$

Câu 41: Đáp án là D



Giả sử $LN \cap BD = I$ Nối K với I cắt AD tại S suy ra $(KLN) \cap AD = P$

Ta có: $KL \parallel AC$ suy ra: $\frac{PA}{PD} = \frac{NC}{ND} = 2$

Câu 42: Đáp án là B

Điều kiện: $x > 1$

Ta có: $\log_2 x + \log_2 (x-1) = 2$

$$\Leftrightarrow \log_2 [x(x-1)] = 2 \Leftrightarrow x(x-1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{1+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$

Câu 43: Đáp án là C

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Câu 44: Đáp án là D

Số cách các xếp học sinh vào ghế là $(2n+3)!$

Nhận xét rằng nếu ba số tự nhiên a, b, c lập thành một cấp số cộng thì $a+c=2b$ nên $a+c$ là số chẵn. Như vậy a, c phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Từ 1 đến $2n+3$ có $n+1$ số chẵn và $n+2$ số lẻ.

Muốn có một cách xếp học sinh thỏa số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng ta sẽ tiến hành như sau:

Bước 1: chọn hai ghế có số thứ tự cùng chẵn hoặc cùng lẻ rồi xếp An và Chi vào, sau đó xếp Bình vào ghế chính giữa. Bước này có $A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2$ cách.

Bước 2: xếp chỗ cho $2n$ học sinh còn lại. Bước này có $(2n)!$

Như vậy số cách xếp thỏa yêu cầu này là $(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!$

Ta có phương trình

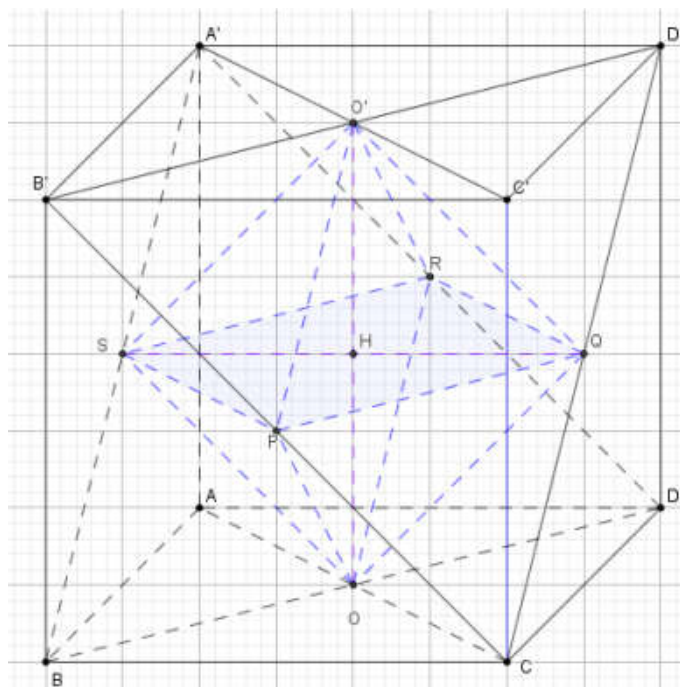
$$\frac{(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!}{(2n+3)!} = \frac{17}{1155} \Leftrightarrow \frac{n(n+1) + (n+1)(n+2)}{(2n+1) + (2n+2)(2n+3)} = \frac{17}{1155}$$

$$\Leftrightarrow 68n^2 - 1019n - 1104 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -\frac{69}{68} \end{cases}$$

Vậy số học sinh của lớp là 35.

Câu 45: Đáp án là B



Giả sử hình lập phương có $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng và tâm các a mặt là P, Q, R, S, O, O' như hình vẽ.

Ta có là PQ đường trung bình của tam giác đều $B'CD'$ cạnh $a\sqrt{2}$ nên $PQ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Do đó $S_{PQRS} = PQ^2 = \frac{1}{2}a^2$ và $OO' = a$

Vậy thể tích bát diện cần tìm là $V = \frac{1}{3}S_{PQRS} \cdot OO' = \frac{1}{6}a^3$ (đvtt)

Câu 46: Đáp án là B

Gọi là (C) đồ thị hàm số $y = a^x$; (C_1) là đồ thị hàm số $y = f(x)$.

$$M\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}; y_M\right) \in (C_1) \Leftrightarrow y_M = f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$$

$$\text{Gọi } N \text{ đối xứng với } M \text{ qua } I(1;1) \Rightarrow N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2 - y_M\right)$$

$$\text{Do đồ thị } (C_1) \text{ đối xứng qua } I(1;1) \text{ nên } N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2 - y_M\right) \in (C)$$

$$N \in (C) \Leftrightarrow 2 - y_M = a^{-\log_a \frac{1}{2018}} \Leftrightarrow 2 - y_M = 2018 \Leftrightarrow y_M = -2016$$

$$\text{Vậy } f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right) = -2016$$

Câu 47: Đáp án là B

$$\text{Ta có: } y = f(x) = \sin^3 x + 3\sin^2 x - m\sin x - 4 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \sin x, \text{ do } x \in \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [-1; 0]$$

$$\text{Hàm số (1) trở thành } y = g(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4 \quad (2)$$

$$\text{Hàm số (1) đồng biến trên } \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right] \text{ khi và chỉ khi hàm số (2) nghịch biến trên } [-1; 0]$$

$$\Leftrightarrow g'(t) \leq 0, \forall t \in [-1; 0] \quad (g'(t) = 0 \text{ tại hữu hạn điểm})$$

$$\text{Hàm số } y = g(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4 \text{ trên } [-1; 0] \text{ ta có: } g'(t) = 3t^2 + 6t - m$$

Suy ra:

$$g'(t) \leq 0, t \in [-1; 0]$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \leq 0 \quad \forall t \in [-1; 0]$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 + 6t \leq m, \forall t \in [-1; 0]$$

$$\text{Xét hàm số } y = h(t) = 3t^2 + 6t \text{ trên đoạn } [-1; 0]$$

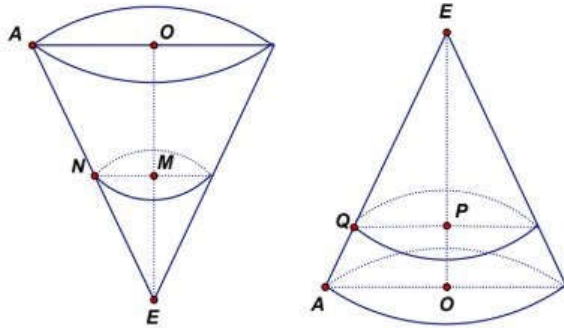
$$\text{Ta có } h'(t) = 6t + 6 \geq 0, \forall t \in [-1; 0] \Rightarrow h(t) \text{ đồng biến trên } [-1; 0]$$

$$\max_{[-1; 0]} h(t) = h(0) = 0$$

Tức $g'(t) \leq 0, \forall t \in [-1; 0] \Leftrightarrow \max_{[1;0]} h(t) \leq m \forall t \in [-1; 0]$. Do đó có $m \geq 0$

Hàm số (1) đồng biến trên $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi $m \in [0; +\infty]$

Câu 48: Đáp án là B



Phễu có dạng hình nón, gọi là E đỉnh, đáy là đường tròn tâm O , bán kính OA chiều cao $OE = 30cm$

Gọi là V thể tích của khối nón có đỉnh E đáy là đường tròn tâm O , bán kính OA

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \pi \cdot OA^2 \cdot OE = 10\pi OA^2$$

Gọi là trung M điểm của đoạn, là trung OE , N điểm của đoạn EA . Khi đổ nước vào phễu chiều cao của cột nước là $EM = 15cm$.

Gọi V_1 là thể tích của khối nón có đỉnh E , đáy là đường tròn tâm M , bán kính MN .

$$\Rightarrow \text{Thể tích nước là } V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot MN^2 \cdot EM = 5\pi \cdot MN^2 = \frac{5}{4} \pi \cdot OA^2 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{8} V$$

Khi bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên, chiều cao của cột nước là OP

Gọi V_2 là thể tích của khối nón có đỉnh E , đáy là đường tròn tâm P , bán kính PQ

$$\text{Ta có } V_2 = V - V_1 = \frac{7}{8} V \Leftrightarrow \frac{V_2}{2} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{3} \pi \cdot PQ^2 \cdot PE}{\frac{1}{3} \pi \cdot OA^2 \cdot OE} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow \frac{PQ^2 \cdot PE}{OA^2 \cdot OE} = \frac{7}{8} \quad (1)$$

Ta có $\triangle PEQ$ vuông tại P và $\triangle OEA$ vuông O tại có $\widehat{OEA} = \widehat{PEQ}$

$$\Rightarrow \triangle PEQ \text{ và } \triangle OEA \text{ đồng dạng} \Rightarrow \frac{PQ}{OA} = \frac{PE}{OE}$$

$$\text{Do đó (1)} \Leftrightarrow \left(\frac{PE}{OE}\right)^3 = \frac{7}{8} \Leftrightarrow \frac{PE}{OE} = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} \Leftrightarrow \frac{OE - OP}{OE} = \frac{\sqrt[3]{7}}{2}$$

$$\Leftrightarrow OP = OE \left(1 - \frac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) = 30 \left(1 - \frac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) \approx 1,306$$

Câu 49: Đáp án là D

Điều kiện xác định: $4^x - 2^x + m > 0$

Hàm số đã cho có tập xác định là

$$\mathbb{R} \Leftrightarrow 4^x - 2^x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m > -4^x + 2^x, \forall x \in \mathbb{R} (*)$$

Đặt $t = 2^x, (t > 0)$

Khi đó (*) trở thành $m > -t^2 + t, \forall t > 0 \Leftrightarrow m > \max_{(0; +\infty)} f(t)$ với $f(t) = -t^2 + t, t > 0$

Ta có: $f'(t) = -2t + 1, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$

Bảng biến thiên của hàm số $f(t) = -t^2 + t, t > 0$

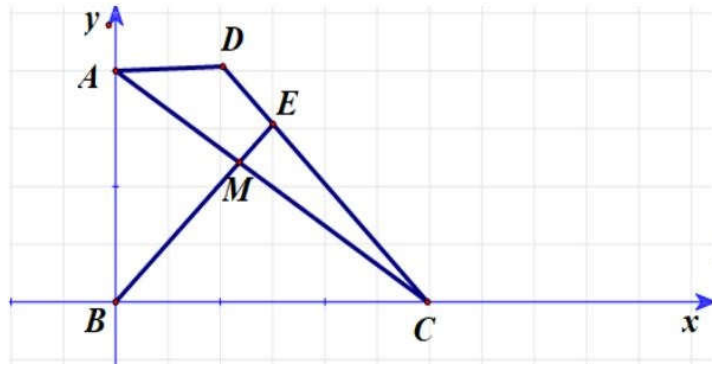
t	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$		0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Từ BBT ta thấy $\max_{(0; +\infty)} f(t) = \frac{1}{4}$ đạt được khi $t = \frac{1}{2}$

Vậy $m > \max_{(0; +\infty)} f(t) \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$

Câu 50: Đáp án là D

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sao cho gốc tọa độ trùng với điểm B , điểm A thuộc trục Oy và điểm C thuộc trục Ox



Theo bài ra ta có $B(0;0)$, $A(0;2)$, $C(3;0)$, $D(1;2)$

Khi đó $\overrightarrow{AC} = (3; -2)$. Phương trình tham số của đường thẳng AC là $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$

Gọi $M \in AC \Rightarrow M(3t; 2 - 2t)$. Ta có $\overrightarrow{BM} = (3t; 2 - 2t)$ và $\overrightarrow{DC} = (2; -2)$

Để $BM \perp DC$ thì $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \Leftrightarrow 6t - 4 + 4t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5} \Rightarrow M\left(\frac{6}{5}; \frac{6}{5}\right)$

Khi đó $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{6}{5}; -\frac{4}{5}\right) \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{52}}{5}$ và $\overrightarrow{AC} = (3; -2) \Rightarrow AC = \sqrt{13}$

Vì $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}$ cùng chiều $\Rightarrow k = \frac{AM}{AC} = \frac{\sqrt{52}}{5\sqrt{13}} = \frac{2}{5}$