

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Câu 1: Giải phương trình $\cos x = 1$.

- A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

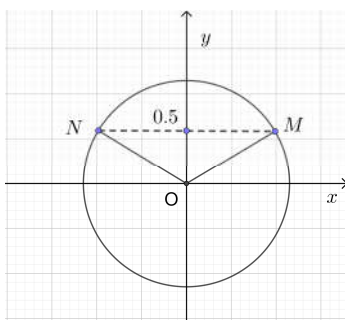
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$. Chọn khẳng định đúng dưới đây.

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. D. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Câu 3: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích tam giác ABC bằng 5. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' và diện tích tam giác MNP bằng 10. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (MNP) .

- A. 60° B. 30° C. 90° D. 45°

Câu 4: Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là hai điểm M, N ?



- A. $2 \sin 2x = 1$. B. $2 \cos 2x = 1$. C. $2 \sin x = 1$. D. $2 \cos x = 1$.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ trên $[2; 3]$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 6: Trong không gian cho đường thẳng a và điểm M . Có bao nhiêu đường thẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng a ?

- A. Không có B. Có hai

C. Có vô số

D. Có một và chỉ một

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA = SB = SC = SD$ thì số mặt phẳng đối xứng của hình chóp đó là

A. 1.

B. 4

C. 2.

D. 3.

Câu 8: Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Xác suất để lấy được thẻ ghi số chia hết cho 3 là

A. $\frac{1}{20}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{20}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB .

B. Đường thẳng đi qua S và song song với BD .

C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD .

D. Đường thẳng đi qua S và song song với AC .

Câu 10: Thể tích khối chóp có độ dài đường cao bằng 6, diện tích đáy bằng 8 là

A. 12.

B. 48.

C. 16.

D. 24.

Câu 11: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n = 3n$.

B. $u_n = 2^n$.

C. $u_n = \frac{1}{n}$.

D. $u_n = 2^n + 1$.

Câu 12: Cho các dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $-\infty$

D. $+\infty$

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y = x \sin x$.

A. $y' = \sin x - x \cos x$.

B. $y' = x \sin x - \cos x$.

C. $y' = \sin x + x \cos x$.

D. $y' = x \sin x + \cos x$.

Câu 14: Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 1$ sao cho tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ tại M song song với đường thẳng $d: y = 3x - 1$.

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 15: Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất của biến cố $P(A \cup B)$ bằng

A. $1 - P(A) - P(B)$

B. $P(A).P(B)$.

C. $P(A).P(B) - P(A) - P(B)$

D. $P(A) + P(B)$.

Câu 16: Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

A. 2

B. 4

C. 3

D. 1

Câu 17: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$

A. $x = 2$.

B. $y = -1$.

C. $x = -1$.

D. $y = 2$.

Câu 18: Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2018}} \cdot {}^{2018}\sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

- A. $\frac{2}{1009}$. B. $\frac{1}{1009}$. C. $\frac{3}{1009}$. D. $\frac{3}{2018^2}$.

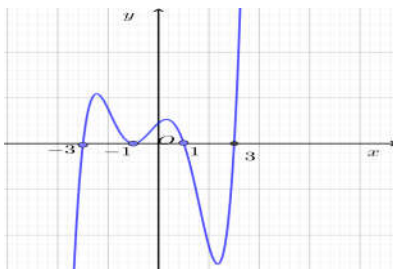
Câu 19: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x+1)^{2019}}$?

- A. 0 B. $\frac{1}{2^{2018}}$ C. $\frac{1}{2^{2019}}$ D. $\frac{1}{2^{2017}}$

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. $\widehat{SCB}$. B. $\widehat{CAS}$. C. $\widehat{SCA}$. D. $\widehat{ASC}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-3; 3]$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hỏi hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-3; 3]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

- A. -3. B. 1. C. 3. D. -1.

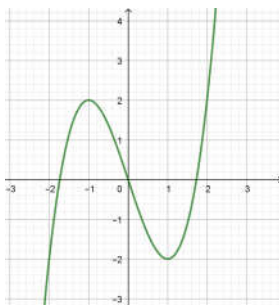
Câu 22: Giá trị cực đại của hàm số $y = -x^3 + 3x$ là

- A. -2. B. 2. C. 1. D. -1.

Câu 23: Tứ diện $ABCD$ có bao nhiêu cạnh?

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 3

Câu 24: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ



- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^3 + 3x$. C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 25: Cho điểm $M(1;2)$ và $\vec{v} = (2;1)$. Tọa độ điểm M' là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến $\vec{v}$ là

- A. $M'(1;-1)$. B. $M'(-3;-3)$. C. $M'(-1;1)$. D. $M'(3;3)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+	0	- 0	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

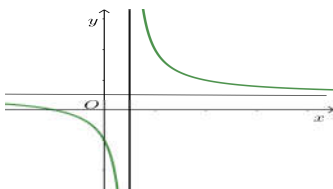
Tìm khẳng định đúng dưới đây ?

- A. Hàm số không có cực trị. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 27: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V , thể tích khối $ACC'D'D$ bằng

- A. $\frac{V}{6}$ B. $\frac{V}{3}$ C. $\frac{V}{4}$ D. $\frac{2V}{3}$

Câu 28: Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, $a > 0$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề đúng dưới đây ?

- A. $b > 0, c < 0, d < 0$ B. $b < 0, c > 0, d < 0$
C. $b < 0, c < 0, d < 0$ D. $b > 0, c > 0, d < 0$

Câu 29: Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $(\sqrt{5} + 2)^{-2017} < (\sqrt{5} + 2)^{-2018}$. B. $(\sqrt{5} + 2)^{2018} > (\sqrt{5} + 2)^{2019}$.
C. $(\sqrt{5} - 2)^{2018} > (\sqrt{5} - 2)^{2019}$. D. $(\sqrt{5} - 2)^{2018} < (\sqrt{5} - 2)^{2019}$.

Câu 30: Trong đội văn nghệ nhà trường có 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca nam- nữ ?

- A. 91. B. 182. C. 48. D. 14.

Câu 31: Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 6^n - 1$. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.

- A. 120005. B. 6840. C. 7775. D. 6480.

Câu 32: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^n, \forall x \neq 0$ biết n là số tự nhiên

thỏa mãn $C_n^3 C_n^{n-3} + 2C_n^3 C_n^4 + C_n^4 C_n^{n-4} = 1225$.

- A. -20. B. -8. C. -160. D. 160.

Câu 33: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 5x^2 + 2018x + m}{x}$ (m là tham số) có 3 điểm cực trị. Parabol

$y = ax^2 + bx + c$ đi qua 3 điểm cực trị đó. Giá trị biểu thức $T = 3a - 2b - c$ là

- A. -1989. B. 1998. C. -1998. D. 1989.

Câu 34: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(0;1)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$?

- A. 20. B. 23. C. 24. D. 22.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt phẳng (α) đi qua AB cắt

cạnh SC, SD lần lượt tại M, N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SD}$ để (α) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

Câu 36: Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- A. 81 B. 82. C. 80. D. 79.

Câu 37: Cho hàm số $y = x^3 + 1$ có đồ thị (C) . Trên đường thẳng $d: y = x + 1$ tìm được hai điểm

$M_1(x_1; y_1), M_2(x_2; y_2)$ mà từ mỗi điểm đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến (C) . Tính giá trị của

biểu thức $S = \frac{3}{5}(y_1^2 + y_2^2 + y_1 y_2) + \frac{1}{3}$

- A. $\frac{113}{15}$. B. $\frac{41}{15}$. C. $\frac{14}{15}$. D. $\frac{59}{15}$.

Câu 38: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung

điểm M của cạnh $B'C'$ và $A'M = a\sqrt{3}$, hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng $(BCC'B')$ là H

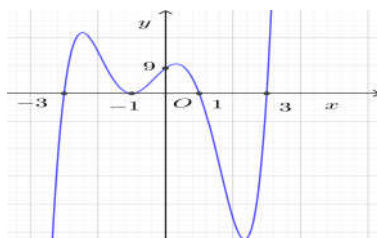
sao cho MH song song với BB' và $AH = a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng BB', CC' bằng

$2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

- A. $3a^3\sqrt{2}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = (x+3)(x+1)^2(x-1)(x-3)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số

$g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{f^2(x) - 9f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

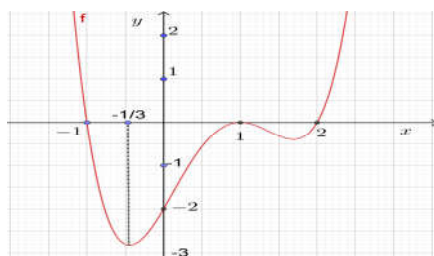


- A. 3. B. 4. C. 9. D. 8.

Câu 40: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $BC = a$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$, cạnh SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SBC) tạo với (SAB) góc 30° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{15}$. B. $\frac{2a^3}{45}$. C. $\frac{a^3}{5}$. D. $\frac{a^3}{45}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Đặt $g(x) = f(f(x) - 1)$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.



- A. 8. B. 10. C. 9. D. 6.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC, SD , α là góc giữa đường thẳng MN và (SAC) . Giá trị $\tan \alpha$ là

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 43: Số giá trị nguyên m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - (2m+1)x + 1$

nghịch biến trên khoảng $(0; 5)$ là

- A. 11. B. 9. C. 18. D. 7.

Câu 44: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số lập từ các chữ số thuộc tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để số được chọn chia hết cho 6 bằng

- A. $\frac{9}{28}$. B. $\frac{4}{27}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{1}{9}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 - 10x + m^2)$ có 5 điểm cực trị.

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Câu 46: Trên đường tròn lượng giác số điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình

$$2\sin 3x - \sqrt{3}\cos x = \sin x$$
 là

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 47: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $AB = 1$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và NP .

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{20}$. C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{3\sqrt{10}}{20}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 3}{\tan 2x + \cot 2x}$. Tính đạo hàm cấp hai y'' ?

- A. $y'' = 16\cos 8x$. B. $y'' = -16\sin 8x$.
C. $y'' = 16\sin 8x$. D. $y'' = -16\cos 8x$.

Câu 49: Đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho

$$OA^2 + OB^2 = 2, \quad O \text{ là gốc tọa độ. Khi đó } m \text{ thuộc khoảng}$$

- A. $(-\infty; 2 - 2\sqrt{2})$. B. $(0; 2 + 2\sqrt{2})$.
C. $(2 + \sqrt{2}; 2 + 2\sqrt{2})$. D. $(2 + 2\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều. Gọi M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = x, x \in (0; a)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với (SAB) lần lượt cắt các cạnh CB, CS, SD tại N, P, Q . Tìm x để diện tích tứ giác $MNPQ$ bằng

$$\frac{2a^2\sqrt{3}}{9}.$$

- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{a}{4}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a}{3}$.

----- **HẾT** -----

(Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

TRƯỜNG THPT SƠN TÂY

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (58%)	Chương 1: Hàm Số	C2 C5 C16 C17 C24 C26	C14 C21 C22 C28	C33 C34 C37 C39 C41 C43 C49	C45
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C18	C29		
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng				
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>	C10 C23	C3 C7 C27	C35 C38 C40 C42 C47	C50
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian				
Đại số					
Lớp 11 (42%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác	C1	C4	C46	
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất	C8 C15	C30 C32	C36 C44	

	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân	C11	C31		
	Chương 4: Giới Hạn	C12 C19			
	Chương 5: Đạo Hàm	C13		C48	
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng	C25			
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song	C9			
	Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian	C6 C20			
Đại số					
Lớp 10 (0%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vectơ				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng				

	<i>Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng</i>				
Tổng số câu	20	12	16	2	
Điểm	4	2.4	3.2	0.4	

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI

+ **Mức độ đề thi:** **KHÁ**

+ **Đánh giá sơ lược:**

Kiến thức tập trung trong 2 khối 11+12

Cả 2 khối đều có các câu hỏi vận dụng nhằm phân loại học sinh .

Khá nhiều câu hỏi hàm số đòi hỏi học sinh cần nắm chắc kiến thức nếu không rất dễ nhầm lẫn.

Mức độ phân loại tốt.

ĐÁP ÁN

1-D	2-C	3-A	4-C	5-C	6-C	7-C	8-B	9-A	10-C
11-B	12-B	13-C	14-D	15-D	16-C	17-D	18-A	19-B	20-C
21-B	22-B	23-B	24-D	25-D	26-D	27-B	28-D	29-C	30-C
31-D	32-C	33-A	34-B	35-C	36-C	37-B	38-D	39-B	40-D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn D.

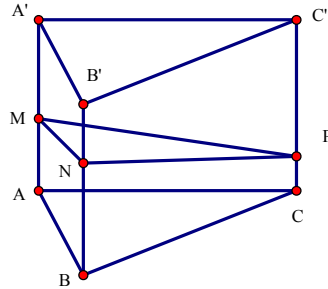
Ta có $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2.

Chọn C

Ta có: $f'(x) = x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3.



Chọn A

Có ΔABC là hình chiếu của ΔMNP lên mặt phẳng (ABC) .

Theo công thức diện tích hình chiếu có

$$S' = S \cos \varphi, \text{ với } S' = dt(ABC); S = dt(MNP); \varphi = ((ABC); (MNP))$$

$$\text{Suy ra } \cos \varphi = \frac{S'}{S} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}. \text{ Suy ra } \varphi = 60^\circ. \text{ Chọn A}$$

Câu 4: Chọn C

Ta thấy 2 điểm M và N là các giao điểm của đường thẳng vuông góc với trục tung tại điểm $\frac{1}{2}$ với đường tròn lượng giác $\Rightarrow$ M và N là các điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 \sin x = 1 \Rightarrow \text{Đáp án. C.}$$

Câu 5: Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow y' > 0, \forall x \in D.$$

$$y(2) = \frac{2}{3}; \quad y(3) = \frac{3}{4}.$$

$$\max_{[2;3]} y = \frac{3}{4}.$$

Câu 6: Chọn C

+) Trong không gian có vô số đường thẳng qua M và vuông góc với đường thẳng a .

+) **Chú ý:** Tập hợp các đường thẳng thỏa mãn đi qua M và vuông góc với đường thẳng a là mặt phẳng (P) chứa M và vuông góc đường thẳng a .

Câu 7. Chọn C

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA = SB = SC = SD$ có hai mặt đối xứng đó là mặt phẳng (SMN) và (SPQ) trong đó M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh đáy AB, CD, BC, AD .

Câu 8. Chọn B

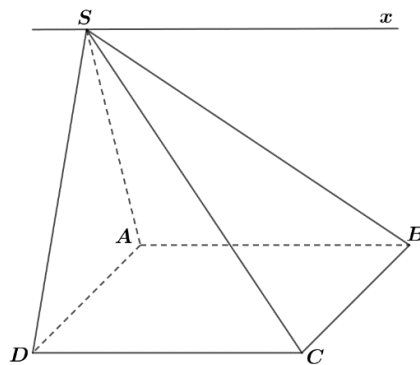
Phép thử là “lấy ngẫu nhiên một thẻ từ 20 thẻ” nên $n(\Omega) = 20$.

Gọi A là biến cố “lấy được thẻ ghi số chia hết cho 3”.

Tập các số tự nhiên từ 1 đến 20 và chia hết cho 3 là $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ nên $n(A) = 6$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

Câu 9. Chọn A



Ta có:
$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx // AB // CD.$$

Câu 10.

Chọn C

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} . 8.6 = 16$.

Câu 11.

Chọn B

Ta thấy, với $\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ dãy số $(u_n) = 2^n$ có tính chất: $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{2^n}{2^{n-1}} = 2$ nên là cấp số nhân với công

bội $q = 2, u_1 = 2$.

Câu 12.

Chọn B

Dùng tính chất giới hạn: cho dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ trong đó a hữu hạn thì

$$\lim \frac{u_n}{v_n} = 0.$$

Câu 13.**Chọn C**

Áp dụng công thức tính đạo hàm của một tích $(u.v)' = u'v + v'u$ ta có

$$(x \sin x)' = (x)' \sin x + x(\sin x)' = \sin x + x \cos x$$

$$\text{Vậy } y = x \sin x \Rightarrow y' = \sin x + x \cos x$$

Câu 14.**Chọn D**

Gọi $M(a; a^3 + 1)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 1(C)$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là:

$$y = 3a^2(x - a) + a^3 + 1 \Leftrightarrow y = 3a^2x - 2a^3 + 1(\Delta).$$

$$\Delta // d \Leftrightarrow \begin{cases} 3a^2 = 3 \\ -2a^3 + 1 \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 1 \\ a \neq 1 \end{cases} \Rightarrow a = -1.$$

Vậy, có duy nhất điểm M thỏa mãn yêu cầu là $M(-1; 0)$.

Câu 15.**Chọn D**

Vì hai biến cố A và B xung khắc nên $A \cap B = \emptyset$. Theo công thức cộng xác suất ta

$$\text{có } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Câu 16.**Chọn C****Tự luận**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-1		0		-1		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Trắc nghiệm

Hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a.b < 0$ thì sẽ có 3 điểm cực trị.

Vậy chọn ngay đáp án C.

Câu 17.

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$.

Do đó tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là: $y = 2$.

Câu 18.

Chọn A

$a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a} = a^{\frac{3}{2018}} \cdot a^{\frac{1}{2018}} = a^{\frac{4}{2018}} = a^{\frac{2}{1009}}$. Vậy số mũ của biểu thức rút gọn bằng $\frac{2}{1009}$.

Câu 19.

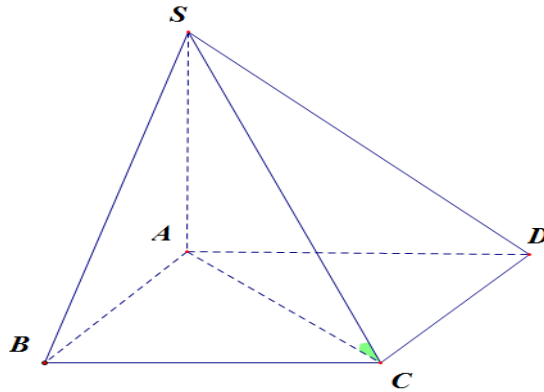
Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x + 1)^{2019}} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{\left[x \left(2 + \frac{1}{x} \right) \right]^{2019}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \cdot x \cdot \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x^{2019} \left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2019}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{\left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2019}} = \frac{\sqrt{4 + 0}}{(2 + 0)^{2019}} = \frac{2}{2^{2019}} = \frac{1}{2^{2018}} \end{aligned}$$

Câu 20.

Chọn C



Từ giả thiết ta có $SA \perp (ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$.

Câu 21.

Chọn B

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ (hình vẽ) ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-3	-1	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$									

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-3; 3]$ tại $x_0 = 1$.

Câu 22. Chọn B

Ta tính $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

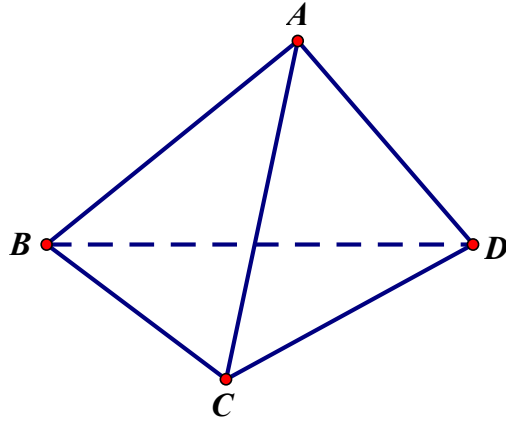
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số là 2 .

Câu 23.

Chọn B



Câu 24.

Chọn D

- Nhánh cuối của đồ thị là đường đi lên nên $a > 0$.
- Dựa vào đồ thị ta có hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x = -1$; $x = 1 \Rightarrow$ phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt là $x = \pm 1$.

Câu 25: Chọn D

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của $M(1; 2)$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (2; 1)$, khi đó theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ ta có

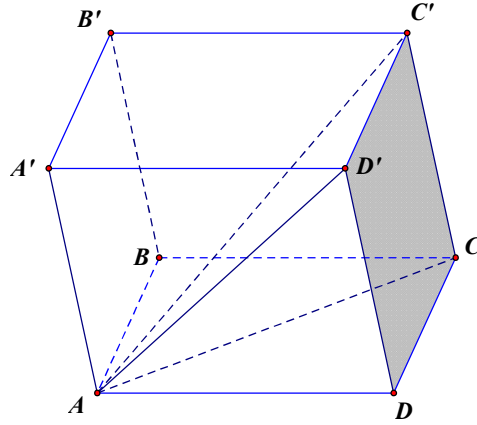
$$\begin{cases} x' = 1 + 2 \\ y' = 2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 3 \\ y' = 3 \end{cases} \Rightarrow M'(3; 3).$$

Câu 26: Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 27: Chọn B



Ta có $V = V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{CC'D'D} \cdot d(A, (CC'D'D))$.

$$V_{ACC'D'D} = \frac{1}{3} S_{CC'D'D} \cdot d(A, (CC'D'D)) = \frac{1}{3} V = \frac{V}{3}.$$

Câu 28.

Chọn D

Câu 29: Chọn C

$$\begin{cases} 0 < \sqrt{5} - 2 < 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5} - 2)^{2018} > (\sqrt{5} - 2)^{2019} \Rightarrow C \text{ đúng.}$$

$$\begin{cases} \sqrt{5} + 2 > 1 \\ -2017 > -2018 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5} + 2)^{-2017} > (\sqrt{5} + 2)^{-2018} \Rightarrow A \text{ sai}$$

$$\begin{cases} \sqrt{5} + 2 > 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5} + 2)^{2018} < (\sqrt{5} + 2)^{2019} \Rightarrow B \text{ sai}$$

$$\begin{cases} 0 < \sqrt{5} - 2 < 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5} - 2)^{2018} > (\sqrt{5} - 2)^{2019} \Rightarrow D \text{ sai.}$$

Câu 30: Chọn C

Câu 31.

Chọn D

Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q .

Do $S_n = 6^n - 1$ nên $q \neq 1$. Khi đó $S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q} = 6^n - 1$.

Ta có : $S_1 = \frac{u_1(1-q)}{1-q} = 6-1 \Leftrightarrow u_1 = 5$.

$$S_2 = \frac{u_1(1-q^2)}{1-q} = 6^2 - 1 \Leftrightarrow q = 6.$$

Vậy $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 5 \cdot 6^4 = 6480$.

Câu 32.

Chọn C

$$C_n^3 C_n^{n-3} + 2C_n^3 C_n^4 + C_n^4 C_n^{n-4} = 1225 \Leftrightarrow C_n^3 C_n^3 + 2C_n^3 C_n^4 + C_n^4 C_n^4 = 1225 \Leftrightarrow (C_n^3 + C_n^4)^2 = 1225$$

Ta có
$$\Leftrightarrow C_n^3 + C_n^4 = 35 \Leftrightarrow n^4 - 2n^3 - n^2 + 2n - 840 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -5(l) \end{cases} \Leftrightarrow n = 6$$

Xét số hạng thứ $k+1$ trong khai triển: $T_{k+1} = C_6^k (2x)^{6-k} \left(\frac{-1}{x}\right)^k = C_6^k \cdot 2^{6-k} (-1)^k \cdot x^{6-2k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển thì $6-2k=0 \Leftrightarrow k=3$. Vậy số hạng cần tìm là

$$C_6^3 \cdot 2^3 (-1)^3 = -160$$

Câu 33.

Chọn A

Đặt $y = \frac{x^3 - 5x^2 + 2018x + m}{x} = \frac{u(x)}{v(x)}$ (Với $u(x) = x^3 - 5x^2 + 2018x + m, v(x) = x, x \neq 0$).

Ta có $y' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - v'(x) \cdot u(x)}{v^2(x)}$.

Gọi $M(x_0, y_0)$ là điểm cực trị. Khi đó $y'(x_0) = 0$

Suy ra $u'(x_0) \cdot v(x_0) - v'(x_0) \cdot u(x_0) = 0$. Từ đó $y_0 = \frac{u(x_0)}{v(x_0)} = \frac{u'(x_0)}{v'(x_0)} = 3x_0^2 - 10x_0 + 2018$

Điều này có nghĩa $M \in (P): y = 3x^2 - 10x + 2018$.

Vì parabol đi qua 3 điểm là duy nhất nên (P) chính là parabol cần tìm.

Do vậy: $T = 3 \cdot 3 - 2(-10) - 2018 = -1989$.

Câu 34. Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}$

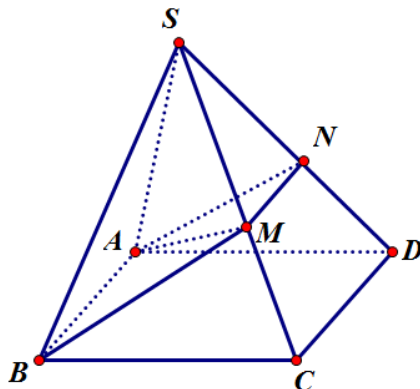
$$y = x^3 + ax^2 + bx + c; y' = 3x^2 + 2ax + b.$$

Đồ thị hàm số qua điểm $(0;1)$ nên $c=1$

$$\text{Đồ thị hàm số có điểm cực trị } (-2;0) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3b > 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3b > 0 \\ -8 + 4a - 2b + c = 0 \\ 12 - 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{4} \\ b = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó: } T = 4a + b + c = 4 \cdot \frac{17}{4} + 5 + 1 = 23.$$

Câu 35. Chọn C



Ta có: $(\alpha) \cap (SCD) = NM \Rightarrow NM \parallel CD$. Do đó (α) là $(ABMN)$.

Mặt phẳng (α) chia khối chóp thành 2 phần có thể tích bằng nhau là

$$V_{S.ABMN} = V_{ABCDNM} \Rightarrow V_{S.ABMN} = \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD}$$

$$\text{Đặt } \frac{SN}{SD} = x \text{ với } (0 < x < 1), \text{ khi đó theo Ta-let ta có } \frac{SN}{SD} = \frac{SM}{SC} = x.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = x \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{x}{2} \cdot V_{S.ABCD}$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = x^2 \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{x^2}{2} \cdot V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \left(\frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} \right) \cdot V_{S.ABCD} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

Đổi chiều điều kiện của x ta được $\frac{SN}{SD} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 36. Chọn C

Giả sử trồng được n hàng cây ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$).

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết:

$$S_n = 3240 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = 3240 \Leftrightarrow n(n+1) = 6480 \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -81 \end{cases}$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 80$.

Vậy có tất cả 80 hàng cây.

Câu 37.

Chọn B

Giả sử $M \in d: y = x + 1$, ta gọi $M(a; a+1)$. Đường thẳng Δ đi qua $M(a; a+1)$ có hệ số góc k có phương trình là: $y = k(x-a) + a+1$.

Đường thẳng Δ tiếp xúc với (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^3 + 1 = k(x-a) + a+1 \\ 3x^2 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = 2x^3 - 3ax^2 + a = 0 \\ 3x^2 = k \end{cases} \quad (*)$$

Từ M kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến (C) khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ hàm số $y = g(x) = 2x^3 - 3ax^2 + a$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $g(x_1) = 0$ hoặc $g(x_2) = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 6x^2 - 6ax = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $g(x_1) = 0$ hoặc $g(x_2) = 0$.

$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 6ax = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \end{cases}.$$

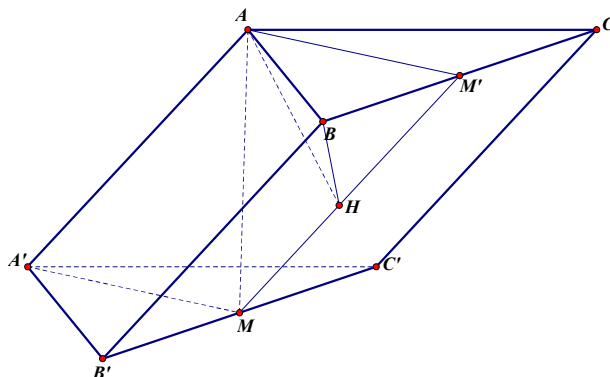
$$\text{Ta có: } \begin{cases} a \neq 0 \\ g(0) = 0 \\ g(a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ -a = 0 \\ -a^3 + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 1 \end{cases}.$$

Suy ra: $M_1(-1; 0)$ và $M_2(1; 2)$.

Vậy: $S = \frac{3}{5}(y_1^2 + y_2^2 + y_1 y_2) + \frac{1}{3} = \frac{3}{5}(0 + 2^2 + 0.2) + \frac{1}{3} = \frac{41}{15}$.

Câu 38.

Chọn D



Kéo dài MH cắt BC tại M' . Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'MM') \Rightarrow \begin{cases} BC \perp A'M \\ BC \perp MM' \end{cases}$.

Lại có: $AM \perp (A'B'C') \Rightarrow AM \perp (ABC) \Rightarrow AM \perp AM'$ nên $\triangle AMM'$ vuông tại A

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AM'^2} \Rightarrow \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AM'^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{3a^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Do $\begin{cases} BB' \parallel MM' \\ MM' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BB' \perp BC$ nên tứ giác $BB'C'C$ là hình chữ nhật.

Do đó: $d(BB', CC') = B'C' = 2a$.

$$\text{Vậy: } V = S_{\triangle A'B'C'} \cdot AM = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}.$$

Câu 39.

Chọn B

Điều kiện xác định của $g(x)$: $\begin{cases} x \geq 1 \\ f^2(x) - 9f(x) \neq 0 \end{cases}$.

Xét phương trình $f^2(x) - 9f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 9 \end{cases}$.

Với $f(x) = 0$ ta có nghiệm là $x = \pm 1, x = \pm 3$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = 9$ có một nghiệm $x_0 > 3$.

Tập xác định của hàm số $y = g(x)$ là $D = [1; +\infty) \setminus \{1; 3; x_0\}$.

➤ Tiệm cận ngang:

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ nên đồ thị hàm số $y = g(x)$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

➤ Tiệm cận đứng:

$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = +\infty$. Suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng.

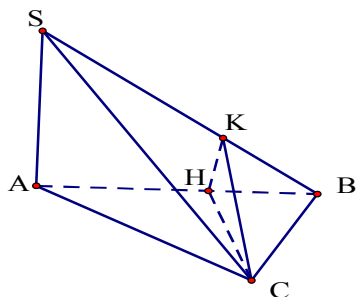
$\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = -\infty$. Suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = +\infty$. Suy ra đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x)$ có tất cả 4 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Câu 40.

Chọn D



Từ C kẻ $CH \perp AB$ tại H . Từ H kẻ $HK \perp SB$ tại K .

+ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAB) là SB .

$$+ \begin{cases} HK \in (SAB) \\ HK \perp SB \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} HK \perp SB \\ CH \perp SB \end{cases} \Rightarrow SB \perp CK \text{ mà } CK \in (SBC)$$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAB) là $\widehat{CKH} = 30^\circ$

$$+ \begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SC. \text{ Tam giác } SBC \text{ vuông tại } C \text{ có góc } \widehat{BSC} = 60^\circ \text{ nên } \begin{cases} SC = \frac{a}{\sqrt{3}} \\ SB = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

+ Tam giác SBC vuông tại C có CK là đường cao nên

$$\frac{1}{CK^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CS^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{3}{a^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow CK = \frac{a}{2}.$$

+ Tam giác CKH vuông tại H (vì $CH \perp (SAB)$) và có $\widehat{CKH} = 30^\circ$ nên $CH = CK \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{4}$

+ Tam giác ABC vuông tại C và có CH là đường cao nên

$$\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CA^2} + \frac{1}{CB^2} \Rightarrow \frac{1}{CA^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CB^2} = \frac{16}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{15}{a^2} \Rightarrow CA = \frac{a}{\sqrt{15}}.$$

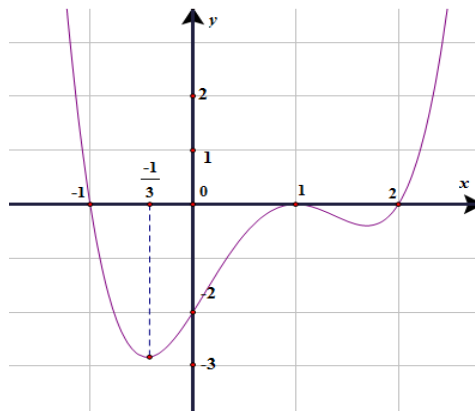
+ Tam giác ABC vuông tại C nên $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{4a}{\sqrt{15}}$

+ Tam giác SAB vuông tại A nên $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{3} - \frac{16a^2}{15}} = \frac{2a}{\sqrt{15}}$

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot \frac{2a}{\sqrt{15}} \cdot \frac{a}{\sqrt{15}} \cdot a = \frac{a^3}{45}.$

Câu 41.

Chọn C



Theo đồ thị hàm số trên thì hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị $x = -\frac{1}{3}$, $x = 1$ và $x = a$ ($1 < a < 2$).

Do đó, $f'(x) = 0$ có ba nghiệm $x = -\frac{1}{3}$, $x = 1$ và $x = a$ ($1 < a < 2$).

Ta có: $g'(x) = f'(x) \cdot f'(f(x) - 1)$

$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 & (1) \\ f'(f(x) - 1) = 0 & (2) \end{cases}$$

Phương trình (1) có ba nghiệm $x = -\frac{1}{3}$, $x = 1$ và $x = a$ ($1 < a < 2$)

$$\text{Phương trình (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)-1=-\frac{1}{3} \\ f(x)-1=1 \\ f(x)-1=a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=\frac{2}{3} & (3) \\ f(x)=2 & (4) \\ f(x)=a+1 & (5) \end{cases}$$

Theo đồ thị, ta thấy $f(x)=\frac{2}{3}$ có hai nghiệm phân biệt và $f(x)=2$ cũng có hai nghiệm phân biệt.

Đặt $b=a+1$

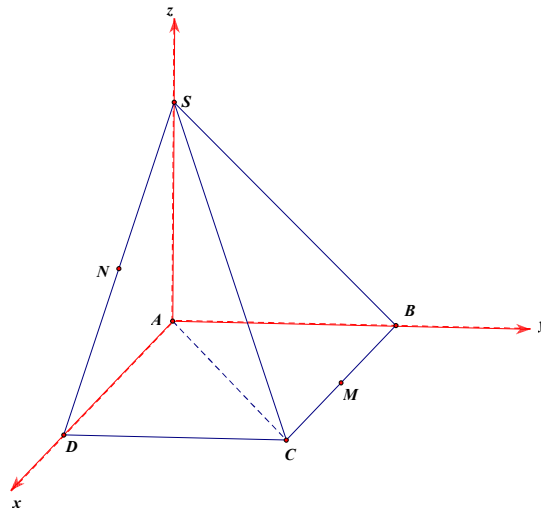
Do $1 < a < 2$ nên $2 < b < 3$

Xét phương trình $f(x)=b$ ($2 < b < 3$). Đường thẳng $y=b$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình (5) có hai nghiệm phân biệt.

Xét thấy các nghiệm của phương trình (1), (3), (4) và (5) là các nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 9 nghiệm phân biệt.

Câu 42.

Chọn A.



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó ta có:

$$A(0;0;0) \quad B(0;a;0) \quad C(a;a;0) \quad D(a;0;0) \quad S(0;0;a)$$

$$M \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow M\left(\frac{a}{2}; a; 0\right)$$

$$N \text{ là trung điểm của } SD \Rightarrow N\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right) \Rightarrow \overline{MN}\left(0; -a; \frac{a}{2}\right)$$

Do $ABCD$ là hình vuông nên $AC \perp BD$.

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BD.$$

Ta có: $\left. \begin{array}{l} AC \perp BD \\ SA \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow \overrightarrow{BD} = (a; -a; 0)$ là một pháp tuyến của (SAC) .

$$\text{Khi đó ta có: } \sin \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}) \right| = \left| \frac{\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BD}}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{BD}|} \right| = \frac{a^2}{\frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Leftrightarrow \frac{25}{10} = 1 + \cot^2 \alpha \Leftrightarrow \cot^2 \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \text{ (do } 0 < \alpha \leq 90^\circ \text{)}.$$

$$\text{Lại có } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 43.

Chọn B

$$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - (2m+1)x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - 2mx - (2m+1)$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 5) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (0; 5)$

Do hàm số liên tục trên $[0; 5]$ nên $y' \leq 0, \forall x \in [0; 5]$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx - (2m+1) \leq 0, \forall x \in [0; 5] \Leftrightarrow (x+1)(x-2m-1) \leq 0, \forall x \in [0; 5]$$

$$\Leftrightarrow x - 2m - 1 \leq 0, \forall x \in [0; 5] \Leftrightarrow 2m + 1 \geq x, \forall x \in [0; 5] \Leftrightarrow 2m + 1 \geq 5 \Leftrightarrow m \geq 2$$

Vì $m \in [-10; 10]$ nên $m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Vậy có 9 giá trị nguyên m thỏa mãn đề bài.

Câu 44.

Chọn B

Không gian mẫu Ω có số phần tử là $n(\Omega) = 9^4$.

Gọi A là biến cố “chọn được số có 4 chữ số chia hết cho 6”

Số được chọn có dạng $\overline{abcd}$.

Số được chọn chia hết cho 6 $\Leftrightarrow$ nó chia hết cho 2 và 3, nên $d \in \{2; 4; 6; 8\} \Rightarrow$ có 4 cách chọn d

Ta thấy $\overline{abcd}$ chia hết cho 3 $\Leftrightarrow (a+b+c+d)$ phải chia hết cho 3, xét các trường hợp xảy ra

TH1: Nếu $a+b+d$ chia hết cho 3 thì c chia hết cho 3 nên $c \in \{3; 6; 9\}$, c có 3 cách chọn.

TH2: Nếu $a+b+d$ chia cho 3 dư 1 thì c chia 3 dư 2, nên $c \in \{2; 5; 8\}$, c có 3 cách chọn

TH3: Nếu $a+b+d$ chia cho 3 dư 2 thì c chia 3 dư 1, nên $c \in \{1, 4, 7\}$, c có 3 cách chọn

Trong mọi trường hợp thì c luôn có 3 cách chọn; a và b có 9 cách chọn; d có 4 cách chọn.

Vậy : $n(A) = 4.3.9.9$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{4.3.9.9}{9^4} = \frac{4}{27}$.

Câu 45.

Chọn B

Ta có $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x) = (x-1)^2 x(x-3)$

$$\begin{aligned} g'(x) &= (2x-10)f'(x^2-10x+m^2) \\ &= (2x-10)(x^2-10x+m^2-1)^2(x^2-10x+m^2)(x^2-10x+m^2-3) \end{aligned}$$

Ta thấy: $g'(x) = 0$ luôn có 1 nghiệm $x = 5$; hai phương trình $x^2 - 10x + m^2 = 0$

và $x^2 - 10x + m^2 - 3 = 0$ không có nghiệm chung; phương trình: $(x^2 - 10x + m^2 - 1)^2 = 0$ hoặc vô nghiệm hoặc có các nghiệm bội chẵn.

Hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow g'(x)$ đổi dấu 5 lần $\Leftrightarrow g'(x) = 0$ có 5 nghiệm bội lẻ khi và chỉ khi hai phương trình: $x^2 - 10x + m^2 = 0$ và $x^2 - 10x + m^2 - 3 = 0$ mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 5

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25 - m^2 > 0 \\ -25 + m^2 \neq 0 \\ 28 - m^2 > 0 \\ -28 + m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m \neq \pm 5 \\ m^2 \neq 28 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m < 5$$

Mà m lại nguyên $\Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$ có 9 giá trị nguyên của m .

Câu 46.

Chọn D

$$2 \sin 3x - \sqrt{3} \cos x = \sin x \Leftrightarrow 2 \sin 3x = \sin x + \sqrt{3} \cos x$$

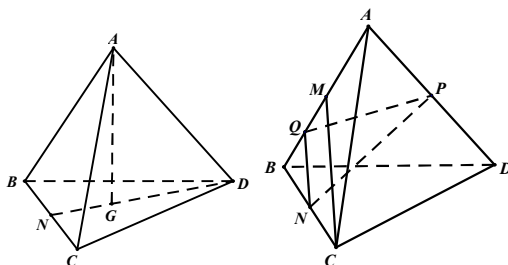
$$\Leftrightarrow \sin 3x = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi - \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x = \frac{\pi}{6} + k \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k \frac{2\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$ nên ta có 4 điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác. (Áp dụng $x = a + k \frac{2\pi}{n} (k \in \mathbb{Z})$ có n điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác).

Câu 47.

Chọn B



$$\text{Có } DN = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow DG = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AG = \frac{\sqrt{6}}{3}, S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} AG \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Gọi Q là trung điểm $BM \Rightarrow NQ \parallel MC \Rightarrow MC \parallel (NPQ)$

$$\Rightarrow d(MC, NP) = d(MC, (NPQ)) = d(M, (NPQ)) = \frac{1}{3} d(A, (NPQ)).$$

$$\text{Có } V_{ANQP} = \frac{AQ}{AB} \cdot \frac{AP}{AD} \cdot V_{ANBD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} V_{ANBD} = \frac{3}{8} V_{ANBD} = \frac{3}{16} V_{ABCD} = \frac{3}{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{64}.$$

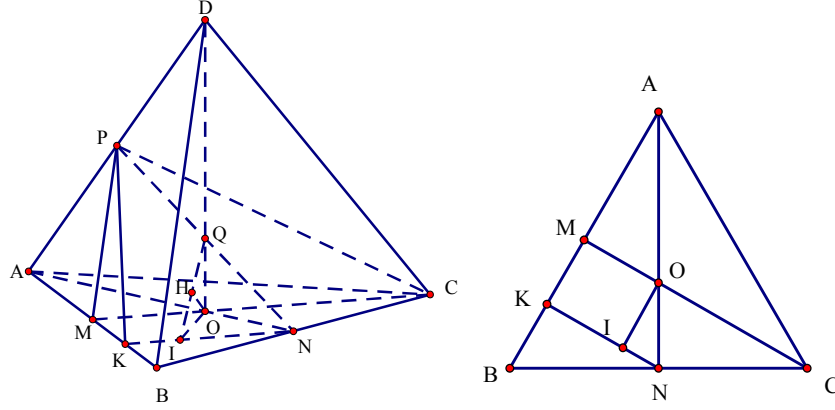
$$\text{Ta lại có: } NQ = \frac{1}{2} MC = \frac{\sqrt{3}}{4}, PQ = \sqrt{AQ^2 + AP^2 - 2AQ \cdot AP \cdot \cos 60^\circ} = \frac{\sqrt{7}}{4},$$

$$NP = \sqrt{DN^2 - DP^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Suy ra } S_{NPQ} = \frac{\sqrt{5}}{16}.$$

$$\text{Có } V_{ANPQ} = \frac{1}{3} d(A, (NPQ)) \cdot S_{NPQ} \Rightarrow d(A, (NPQ)) = \frac{3V_{ANPQ}}{S_{NPQ}} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{64}}{\frac{\sqrt{5}}{16}} = \frac{3\sqrt{10}}{20}$$

$$\text{Vậy } d(MC, NP) = \frac{1}{3} d(A, (NPQ)) = \frac{\sqrt{10}}{20}.$$

Cách khác



Gọi O là tâm của đáy, K là trung điểm của BM ta có $NK \parallel (CMP)$ nên

$$d(CM, NP) = d(CM, (PNK)) = d(O, (PNK))$$

Từ O dựng $OI \perp NK$ do $ABCD$ là tứ diện đều nên $DO \perp NK \Rightarrow NK \perp (DOI) \Rightarrow (PNK) \perp (DOI)$ mà $(PNK) \cap (DOI) = IQ$, Q là giao điểm của DO và PN nên từ O dựng OH vuông góc với IQ tại H thì $OH \perp (PNK) \Rightarrow OH = d(O, (PNK))$. Xét tam giác vuông OIQ ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OQ^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2} \text{ trong đó } OI = MK = \frac{1}{4}$$

$$OQ = \frac{1}{4}OD; OD = \sqrt{DA^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ suy ra } \frac{1}{OH^2} = 40 \Rightarrow OH = \frac{1}{2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{20}$$

$$\Rightarrow d(CM, NP) = \frac{\sqrt{10}}{20}.$$

Câu 48.

Chọn B

$$\text{Ta có: } \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x; \tan 2x + \cot 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} + \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{2}{\sin 4x}.$$

$$\text{Do đó } y = \frac{4\left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right) - 3}{\frac{2}{\sin 4x}} = (1 - 2 \sin^2 2x) \cdot \frac{\sin 4x}{2} = \frac{1}{2} \cos 4x \cdot \sin 4x = \frac{1}{4} \sin 8x.$$

$$\text{Có: } y' = \frac{1}{4} \cdot 8 \cdot \cos 8x = 2 \cos 8x; y'' = -8 \cdot 2 \cdot \sin 8x = -16 \sin 8x.$$

Câu 49.

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = x + m$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$:

$$x + m = \frac{x-1}{x+1} \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + mx + m + 1 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + mx + m + 1 = 0 \quad (\text{vì } x = -1 \text{ không là nghiệm của phương trình (2)})$$

Để d cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại 2 điểm phân biệt A, B thì phương trình (2) phải có 2 nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có } \Delta = m^2 - 4m - 4 \text{ nên (2) có 2 nghiệm phân biệt khi } \begin{cases} m > 2 + 2\sqrt{2} \\ m < 2 - 2\sqrt{2} \end{cases} \quad (*)$$

Gọi $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$ là các giao điểm của d và đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$

$$\text{Ta tính được } AB = \sqrt{1+1^2} \cdot |x_B - x_A| = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow AB^2 = 2(m^2 - 4m - 4)$$

Gọi I là trung điểm của AB thì $I(-\frac{m}{2}; \frac{m}{2})$

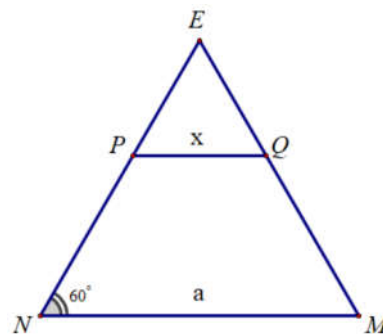
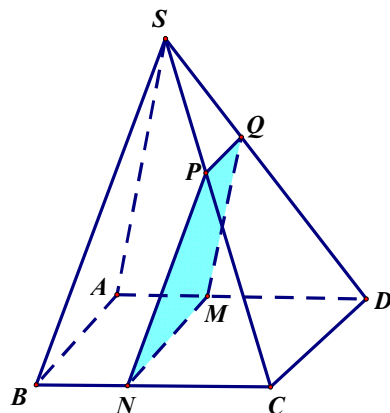
$$\text{Ta có } OA^2 + OB^2 = 2OI^2 + \frac{AB^2}{2} \text{ nên } OA^2 + OB^2 = 2 \Leftrightarrow OI^2 + \frac{AB^2}{4} = 1$$

$$\text{Suy ra } \frac{m^2}{4} + \frac{m^2}{4} + \frac{m^2 - 4m - 4}{2} = 1 \text{ hay } \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta chọn $m = -1$

Câu 50.

Chọn D



Kẻ đường thẳng qua M và $// AB$, cắt BC tại N .

Kẻ đường thẳng qua N và $// SB$, cắt SB tại P .

Kẻ đường thẳng qua M và $// SA$, cắt SD tại Q .

Suy ra tứ giác $MNPQ$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (α) .

$$\text{Có } \begin{cases} (\alpha) \cap (SCD) = PQ \\ (SCD) \cap (ABCD) = CD \Rightarrow PQ, CD, MN \text{ hoặc đôi một song song, hoặc đồng quy.} \\ (ABCD) \cap (\alpha) = MN \end{cases}$$

Mà $CD // MN \Rightarrow PQ // CD$. ($PQ < CD$), (1).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mp $(ABCD)$.

Ta có $SA = SB \Rightarrow HA = HB$. Suy ra H thuộc đường trung trực đoạn AB

$$\Rightarrow HC = HD \Rightarrow SC = SD \Rightarrow \triangle SBC = \triangle SAD, (\text{c.c.c})$$

$$\Rightarrow \widehat{PCN} = \widehat{QDM} \Rightarrow \triangle PCN = \triangle QDM, (\text{c.g.c}) \Rightarrow PN = QM, (2)$$

Từ (1) và (2) ta có tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân.

$$\text{Ta có: } \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow PQ = AM = x.$$

Gọi $E = PN \cap QM \Rightarrow \triangle ENM$ cân tại E .

$$\text{Mà } \widehat{(PN, NM)} = \widehat{(SB, AB)} = 60^\circ.$$

$\Rightarrow \triangle ENM$ là tam giác đều cạnh a và $\triangle EPQ$ là tam giác đều cạnh x .

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = S_{\triangle ENM} - S_{\triangle EPQ} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Ta có: } S_{MNPQ} = \frac{2a^2 \sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2a^2 \sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}.$$