

Họ, tên thí sinh:..... Số BD

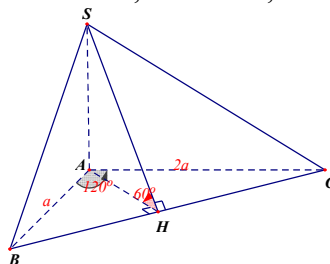
Câu 1: Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ đạt cực tiểu tại $M(x_1; y_1)$. Khi đó giá trị của tổng $x_1 + y_1$ bằng?

- A. 6. B. 7. C. -13 D. -11

Câu 2: Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 10. B. 12. C. 8. D. 20.

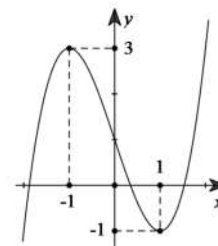
Câu 3: Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $SA \perp (ABC)$, góc giữa (SBC) và (ABC) là 60° .



- A. $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$. B. $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$. C. $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$. D. $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$.

Câu 4: Cho biết đồ thị sau là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, D. Đó là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$
B. $y = 2x^3 - 6x + 1$
C. $y = x^3 - 3x + 1$
D. $y = -x^3 + 3x - 1$



Câu 5: Cho hàm số $f(x) = (x^3 - x + 3)(x + 2)^2$. Mệnh đề nào đúng?

A. $f'(2) - 5f'(-2) = 32$

B. $\frac{5f'(2) + f'(-1)}{3} = 12$

C. $3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742$

D. $5f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-2) = 302$

Câu 6: Hàm số $y = \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 2

B. 1

C. 4

D. 3

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.

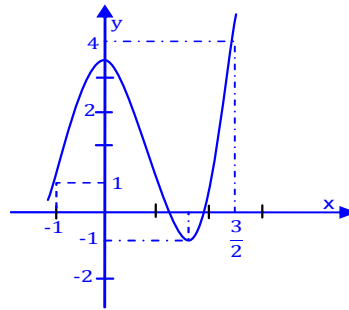
Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là:

A. $M + m = \frac{7}{2}$.

B. $M + m = -3$

C. $M + m = \frac{5}{2}$

D. $M + m = 3$



Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$, tính khoảng cách từ O đến SC .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 9: Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 3a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2a^3$.

B. $6a^3$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

Câu 11: Giới hạn của $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$ bằng:

A. $-\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{5}{2}$

Câu 12: Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-9} + 4\sqrt{3x+1} = 25$

A. 2 nghiệm

B. 3 nghiệm

C. 4 nghiệm

D. 1 nghiệm

Câu 13: Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

A. Đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ B. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ C. Nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$ D. Đồng biến trên $(-2; 3)$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2019$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

A. 2.

B. 1

C. 0.

D. 4.

Câu 15: Tam giác ABC có $\hat{C} = 150^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = 2$. Tính cạnh AB

A. $\sqrt{13}$.B. $\sqrt{3}$.

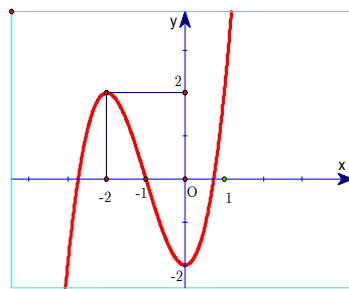
C. 10.

D. 1.

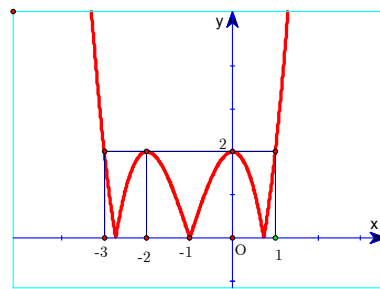
Câu 16: Đồ thị hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị

A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$ B. $y = (x^2 + 2)^2$.C. $y = -x^4 - 3x^2$ D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.

Câu 17: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$. B. $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$. C. $y = |x|^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm nào là hàm số chẵn?

A. $y = 1 - \sin^2 x$.B. $y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ C. $y = x|\sin x|$ D. $y = \sin x + \cos x$.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y = \frac{7-2x}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng?

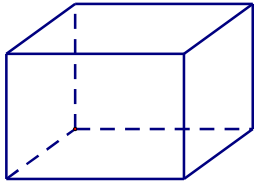
A. $x = -3$.

B. $x = 2$.

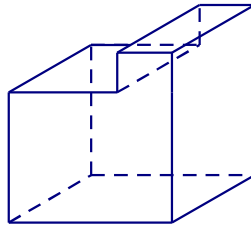
C. $x = -2$.

D. $x = 3$.

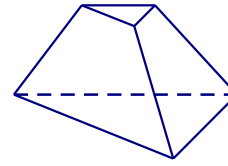
Câu 20: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện.



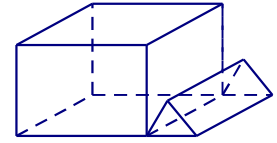
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 4.

B. Hình 3.

C. Hình 2.

D. Hình 1.

Câu 21: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x+3$ là:

A. 2

B. 3

C. 1

D. 0

Câu 22: Cho dãy số $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$. Tính u_{11}

A. $\frac{182}{12}$

B. $\frac{1142}{12}$

C. $\frac{1422}{12}$

D. $\frac{71}{6}$

A.

B.

Câu 23: Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Sau hai năm 3 tháng (tháng thứ 28) người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Hỏi người đó được rút về bao nhiêu tiền?

A. $100 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng.

B. $101 \cdot [(1,01)^{26} - 1]$ triệu đồng.

C. $101 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng.

D. $100 \cdot [(1,01)^6 - 1]$ triệu đồng.

Câu 24: Cho biểu thức $S = 3^{19} C_{20}^0 + 3^{18} C_{20}^1 + 3^{17} C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3} C_{20}^{20}$. Giá trị của $3S$ là

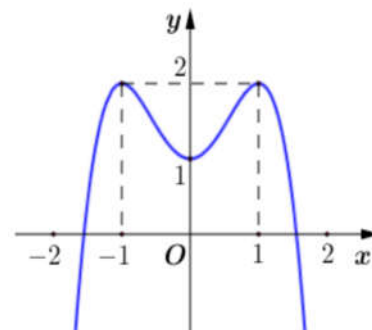
A. 4^{20}

B. $\frac{4^{19}}{3}$

C. $\frac{4^{18}}{3}$

D. $\frac{4^{21}}{3}$

Câu 25: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

B. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

D. $y = x^4 + 3x^2 + 1$

Câu 26: Cho $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $[(12-n)x+1]^n$ thành đa thức.

- A. 90 B. 45 C. 180 D. 2

Câu 27: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng:

- A. 3,5 và 4,5. B. $4 \pm \sqrt{2}$. C. 3 và 5. D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28: Phương trình $\sqrt{x^2+481} - 3\sqrt[4]{x^2+481} = 10$ có hai nghiệm α, β . Khi đó tổng $\alpha + \beta$ thuộc đoạn nào sau đây?

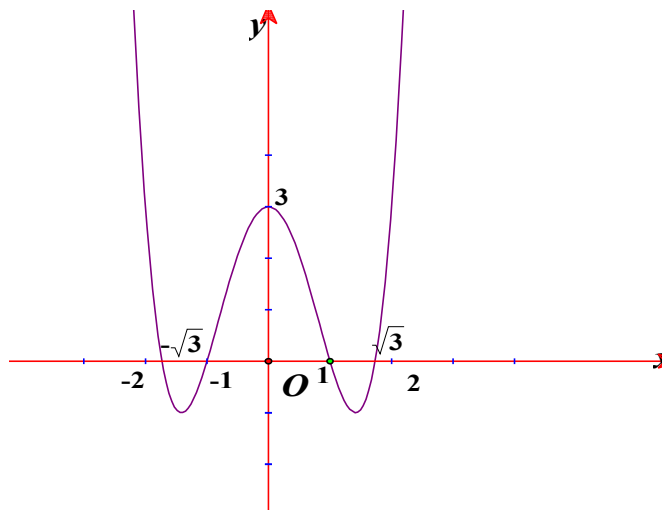
- A. $[2; 5]$. B. $[-1; 1]$. C. $[-10; -6]$. D. $[-5; -1]$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-3	0	$-\infty$

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$ B. $m < -3$ C. $m < -\frac{3}{2}$ D. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 4.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m > -\frac{1}{2}$.

B. $m > -\frac{1}{2}, m \neq 4$.

C. $m > \frac{1}{2}$.

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 32: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

A. $S = 24$.

B. $S = -25$.

C. $S = -24$.

D. $S = 26$.

Câu 33: Phương trình $x^3 - \sqrt{1-x^2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

A. 2.

B. 6.

C. 1.

D. 3.

Câu 34: Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$$

A. $\min P = \frac{17}{3}$.

B. $\min P = 5$.

C. $\min P = \frac{115}{3}$.

D. $\min P = \frac{7}{3}$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 2 = 0$ là

A. $y = 3x + 5, y = 3x - 8$

B. $y = 3x + 14$

C. $y = 3x - 8$

D. $y = 3x + 14, y = 3x + 2$

Câu 36: Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc hợp bởi hai mặt phẳng (MBC) và (ABC) là:

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37: Tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \leq 0 \\ x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0 \end{cases}$ là

A. $(-\infty; -4)$.

B. $[-4; -1]$.

C. $[-4; 1]$.

D. $[-1; +\infty)$.

Câu 38: Cho hai điểm $A(3; 0)$, $B(0; 4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là

A. $x^2 + y^2 = 1$.

B. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0$.

D. $x^2 + y^2 = 2$.

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5 ?

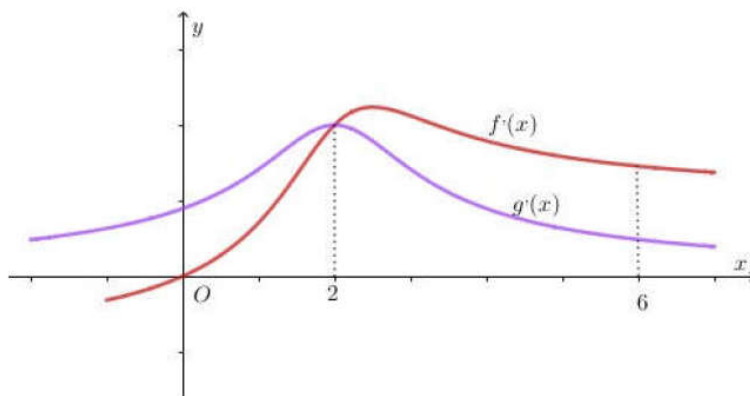
A. $1 + 2C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + 2A_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4$.

B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.

C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.

D. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.

Câu 40: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là:

A. $h(2), h(6)$.

B. $h(6), h(2)$.

C. $h(0), h(2)$.

D. $h(2), h(0)$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Tiếp tuyến Δ của (C) tại M cắt các đường tiệm cận tại A và B sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng nào ?

A. $(29; 30)$.

B. $(27; 28)$.

C. $(26; 27)$.

D. $(28; 29)$.

Câu 42: Giải phương trình: $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ ta được một nghiệm $x = \frac{a + \sqrt{b}}{c}$, $a, b, c \in \mathbb{N}, b < 20$.

Tính giá trị biểu thức $P = a^3 + 2b^2 + 5c$.

A. $P = 61$.

B. $P = 109$.

C. $P = 29$.

D. $P = 73$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 12.

B. 8.

C. 10.

D. 6.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = SA = a$, $AD = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC , gọi I là giao điểm của BM và AC . Tỷ số $\frac{V_{AMNI}}{V_{SABCD}}$ là ?

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{24}$

Câu 45: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O , $ABCD$ không là hình thoi. Trên đường chéo BD lấy 2 điểm M, N sao cho $BM = MN = ND$. Gọi P, Q là giao điểm của AN và CD ; CM và AB . Tìm mệnh đề **sai**:

A. M là trọng tâm tam giác ABC B. P và Q đối xứng qua O C. M và N đối xứng qua O D. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$, có $AB = 5(\text{cm})$, $BC = 6(\text{cm})$, $AC = 7(\text{cm})$. Các mặt bên tạo với đáy 1 góc 60° . Thể tích của khối chóp bằng:

A. $\frac{105\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$.

B. $24\sqrt{3}(\text{cm}^3)$.

C. $8\sqrt{3}(\text{cm}^3)$.

D. $\frac{35\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$.

Câu 47: Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ có đồ thị (C) và điểm $A(1; a)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để có đúng hai tiếp tuyến của (C) đi qua A ?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	3	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right| \text{ trên } [1; 2] \text{ bằng } 2. \text{ Số phần tử của } S \text{ là}$$

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 50: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 & (1) \\ x^2 + \sqrt{1-x^2} - 3\sqrt{2y-y^2} + m = 0 & (2) \end{cases}$$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hệ phương trình trên có nghiệm

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

----- HẾT -----

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (58%)	Chương 1: Hàm Số	C1,C4,C6,C7,C13, C14,C16,C17,C19	C21,C25,C29,C30,C31,C35	C40,C41	C47, C48,C49
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit				
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng				
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>	C2,C3,C8,C10, C15,C20		C36,C44	C46
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian				

Đại số					
Lớp 11 (24%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác	C18			
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất		C23,C26	C39,C43	
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân		C22,C24,C32		
	Chương 4: Giới Hạn	C11			
	Chương 5: Đạo Hàm	C5			
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song	C9		C45	
	Chương 3: Vector trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (18%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.	C12	C28,C33,C34	C42	C50
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình			C37	
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				

Hình học					
	Chương 1: Vector				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng		C27	C38	
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng				
Tổng số câu		20	15	10	5
Điểm		4,0	3,0	2,0	1,0

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI

+ **Mức độ đề thi:** **KHÁ**

+ **Đánh giá sơ lược:**

Kiến thức bao phủ cả 3 khối 10-11-12.

Khối 10-11 các câu hỏi có cả các mức cao không chỉ là nhận biết hay kiến thức cơ bản

Phần lớp 12 kiến thức chủ yếu ở ở học kì 1. Phần hàm số và khối đa diện

Phần lớn lớp 12 câu hỏi ở mức TB.

Đánh giá chung đề phân loại học sinh mức c TB

ĐÁP ÁN

1-D	2-B	3-C	4-C	5-C	6-A	7-D	8-B	9-A	10-D
11-D	12-D	13-C	14-C	15-A	16-A	17-B	18-A	19-B	20-A
21-A	22-D	23-B	24-A	25-C	26-C	27-A	28-B	29-A	30-B
31-B	32-A	33-C	34-D	35-B	36-C	37-B	38-B	39-A	40-B
41-B	42-A	43-A	44-D	45-D	46-B	47-C	48-D	49-D	50-D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án là D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12 = 0 \Leftrightarrow 12(x+1)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -10 \\ x = 1 \Rightarrow y = 6 \end{cases}.$$

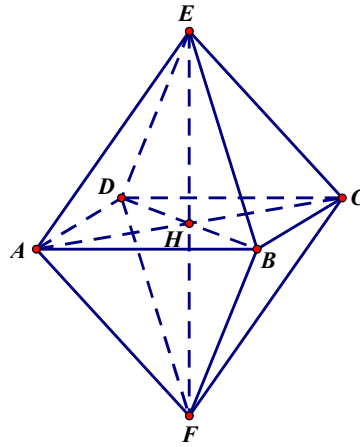
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$		
y	$+\infty$							$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $M(-1; -10)$.

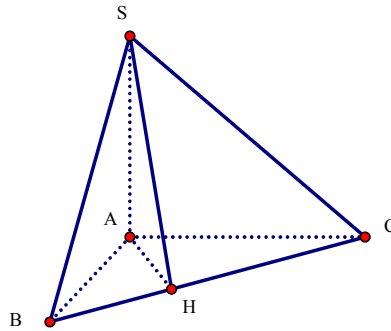
$$\text{Vậy: } x_1 + y_1 = -1 - 10 = -11.$$

Câu 2: Đáp án là B



Hình bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 3: Đáp án là C



Gọi H là điểm chiếu của A lên BC

$$\text{Có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC); (ABC)} \right) = \widehat{SHA} = 60^\circ$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 7a^2$$

$$\Rightarrow BC = a\sqrt{7}$$

$$\text{Có } dt(ABC) = \frac{1}{2} AB.AC \sin BAC = \frac{1}{2} AH.BC \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{Có } \Delta SAH \text{ vuông tại } A \text{ có } SA = 2AH. \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{7}}{7}, \text{ có } dt(ABC) = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$\text{Nên } V = \frac{1}{3} SA.dt(ABC) = \frac{\sqrt{21}a^3}{14}$$

Câu 4: Đáp án là C

Trắc nghiệm:

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có hệ số $a > 0$ nên loại D.

Điểm cực tiểu $(1; -1)$ nên loại A và B.

Tư luận:

$$+ y = 2x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \text{ (loại A)}$$

$$+ y = 2x^3 - 6x + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 - 6, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow 5$	$\searrow -3$	$\nearrow +\infty$	

(loại B)

$$+ y = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$	

(nhận C)

$$+ y = -x^3 + 3x - 1 \text{ có } a = -1 < 0 \text{ (loại D)}$$

Câu 5: Đáp án là C

Cách 1:

$$\text{Ta có : } f'(x) = (x^3 - x + 3).2(x+2) + (3x^2 - 1)(x+2)^2 = (x+2)(5x^3 + 6x^2 - 3x + 4)$$

$$\Rightarrow f'(-2) = 0; f'(-1) = 8; f'(2) = 248.$$

$$\text{Khi đó: } f'(2) - 5f'(-2) = 248; \frac{5f'(2) + f'(-1)}{3} = 416; 3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742;$$

$$5f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-2) = 40.$$

Cách 2: Dùng Casio tính được $f'(-2) = 0; f'(-1) = 8; f'(2) = 248$.

$$\text{Khi đó: } f'(2) - 5f'(-2) = 248; \frac{5f'(2) + f'(-1)}{3} = 416; 3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742;$$

$$5f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-2) = 40.$$

Câu 6: Đáp án là A

Tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 \left(\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}} \right)}{x^3 \left(1 + \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}}}{1 + \frac{1}{x}} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}} \right)}{x^3 \left(1 + \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}}}{1 + \frac{1}{x}} = 0.$$

Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của hàm số.

$$\text{Ta lại có: } \lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} = -\infty.$$

Đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của hàm số.

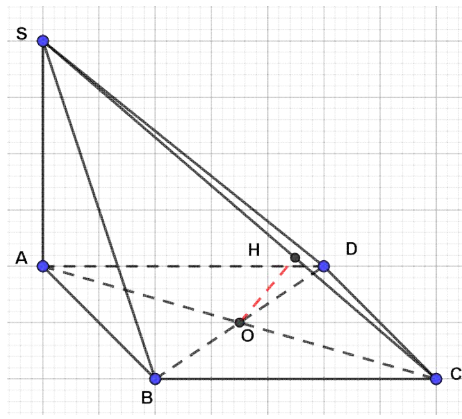
Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 7: Đáp án là D

$$\text{Max } f(x) = 4; \text{Min } f(x) = -1$$

$$\left[-1; \frac{3}{2} \right] \quad \left[-1; \frac{3}{2} \right]$$

Câu 8: Đáp án là B



Kẻ $OH \perp SC \Rightarrow d(O, SC) = OH$.

$$OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$$

$$\Delta OHC \approx \Delta SAC \Rightarrow \frac{OH}{OC} = \frac{SA}{SC} \Rightarrow OH = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{a\sqrt{2} \cdot 2a}{2a\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

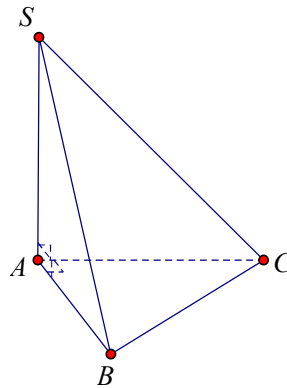
Câu 9: Đáp án là A

B sai vì chúng có thể chéo nhau hoặc cắt nhau.

C sai vì nó và đường thẳng còn lại có thể chéo nhau hoặc cắt nhau.

D sai vì chúng có thể song song với nhau.

Câu 10: Đáp án là D



Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} 2a \cdot 3a = 3a^2$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot a = a^3.$$

Câu 11: Đáp án là D

$$I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-4}{x-1} = \frac{5}{2}.$$

Câu 12: Đáp án là D

Đặt $f(x) = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-9} + 4\sqrt{3x+1}$.

Tập xác định của hàm số $D = \left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+4}} + \frac{1}{\sqrt{2x-9}} + \frac{6}{\sqrt{3x+1}} > 0, \forall x \in \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Lại có hàm số f liên tục trên $\left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$, nên hàm số f đồng biến trên $\left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Do đó trên $\left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$, phương trình $f(x) = 25$ có tối đa một nghiệm.

Vì $x = 5$ thỏa mãn phương trình nên $x = 5$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Câu 13: Đáp án là C

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 6$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$.

BBT:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-2; 3)$.

Câu 14: Đáp án là C

Từ bảng biến thiên ta suy ra đường thẳng $y = 2019$ không cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 15: Đáp án là A

Theo định lí cosin trong $\triangle ABC$ ta có:

$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB.\cos \hat{C} = 13 \Rightarrow AB = \sqrt{13}$. Chọn A.

Câu 16: Đáp án là A

Hàm bậc ba chỉ có tối đa 2 điểm cực trị $\Rightarrow$ loại D

Hàm bậc trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow a.b < 0$. Chọn A.

Câu 17: Đáp án là B

Nhận xét đồ thị Hình 2 gồm :

+ Phần đồ thị Hình 1 nằm phía trên trục Ox .

+ Đối xứng phần đồ thị Hình 1 nằm phía dưới trục Ox qua trục Ox .

$$\Rightarrow \text{Đồ thị Hình 2 là của hàm số } y = |x^3 + 3x^2 - 2|.$$

Câu 18: Đáp án là A

Nhận xét : Ta nhận thấy tập xác định của bốn hàm số đã cho đều là $\mathbb{R}$ nên $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

* Xét $y = 1 - \sin^2 x$ có $y(-x) = 1 - \sin^2(-x) = 1 - \sin^2 x = y(x)$.

Vậy hàm số $y = 1 - \sin^2 x$ là hàm số chẵn.

* Xét $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ có $y(-x) = \cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} y(-x) \neq y(x) \\ y(-x) \neq -y(x) \end{cases}$.

Nên hàm số $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ không là hàm số chẵn, cũng không là hàm số lẻ.

* Xét $y = x|\sin x|$ có $y(-x) = (-x)|\sin(-x)| = -x|-\sin x| = -x|\sin x| = -y(x)$.

Nên hàm số $y = x|\sin x|$ là hàm số lẻ.

* Xét $y = \sin x + \cos x$ có $y(-x) = \sin(-x) + \cos(-x) = -\sin x + \cos x \Rightarrow \begin{cases} y(-x) \neq y(x) \\ y(-x) \neq -y(x) \end{cases}$.

Nên hàm số $y = \sin x + \cos x$ không là hàm số chẵn, cũng không là hàm số lẻ.

Câu 19: Đáp án là B

Ta có : $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{7-2x}{x-2} = +\infty$, nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số trên là $x = 2$.

Câu 20: Đáp án là A

Theo khái niệm:

Hình **đa diện** gồm một số hữu hạn đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện:

a) Hai đa giác bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

b) Mỗi cạnh của một đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Theo khái niệm trên thì hình 1, hình 2, hình 3 là các hình đa diện; hình 4 không phải hình đa diện (Có cạnh là cạnh chung của 3 đa giác).

Câu 21: Đáp án là A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-1} = 2x+3$

$\Leftrightarrow 2x+1 = (2x+3)(x-1)$ (do $x=1$ không là nghiệm của phương trình)

$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{1-\sqrt{33}}{4} \end{cases}$.

Câu 22: Đáp án là D

$$\text{Ta có: } u_{11} = \frac{11^2 + 2 \cdot 11 - 1}{11 + 1} = \frac{71}{6}.$$

Câu 23 : Đáp án là B

Gọi a là số tiền cứ đầu mỗi tháng gửi tiết kiệm ngân hàng, r là lãi suất kép trên tháng

T_n là số tiền thu được cả gốc lẫn lãi sau n tháng

Cuối tháng thứ 1 : $a(1+r)$

Cuối tháng thứ 2 : $a(1+r) + a(1+r)^2$

Cuối tháng thứ 3 : $a(1+r) + a(1+r)^2 + a(1+r)^3$

.....

Cuối tháng thứ n : $T_n = a(1+r) + a(1+r)^2 + a(1+r)^3 + \dots + a(1+r)^n$

$$\Rightarrow T_n = a \left[(1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^n \right] = a(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\Rightarrow T_n = \frac{a}{r} (1+r) \left[(1+r)^n - 1 \right]$$

$$\text{Áp dụng công thức: } T_n = \frac{a}{r} (1+r) \left[(1+r)^n - 1 \right] = \frac{1}{0,01} (1,01) \left[(1,01)^{27} - 1 \right] = 101 \left[(1,01)^{27} - 1 \right]$$

Câu 24 : Đáp án là A

$$\text{Ta có : } S = 3^{19} C_{20}^0 + 3^{18} C_{20}^1 + 3^{17} C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3} C_{20}^{20}$$

$$3S = 3^{20} C_{20}^0 + 3^{19} C_{20}^1 + 3^{18} C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20}$$

$$\text{Xét khai triển : } (3+1)^{20} = C_{20}^0 3^{20} 1^0 + C_{20}^1 3^{19} 1^1 + C_{20}^2 3^{18} 1^2 + \dots + C_{20}^{20} 3^0 1^{20}$$

$$\Rightarrow (3+1)^{20} = C_{20}^0 3^{20} + C_{20}^1 3^{19} + C_{20}^2 3^{18} + \dots + C_{20}^{20} \Leftrightarrow 3S = 4^{20}$$

Câu 25: Đáp án là C

Nhìn từ trái sang phải nhánh cuối cùng của đồ thị đi xuống nên $a < 0$, loại đáp án A, D.

Điểm $A(1;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số ở đáp án B không đi qua $A(1;2)$ vì $x=1 \Rightarrow y=3$.

Đồ thị hàm số ở đáp án C đi qua $A(1;2)$. Chọn C.

Câu 26: Đáp án là C

$$\text{Ta có: } C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023 \Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1024 \Leftrightarrow 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10$$

$$\text{Do đó } \left[(12-n)x + 1 \right]^n = (2x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^k (1)^{10-k} = \sum_{k=0}^{10} C_k^{10} 2^k x^k.$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $(2x+1)^{10}$ thành đa thức là $C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^k$

Vậy hệ số của x^2 là $C_{10}^2 \cdot 2^2 = 180$.

Câu 27: Đáp án là A

Giả sử phương trình $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) Ta có : $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c^2 = a^2 - b^2 = 4 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 2 \end{cases}$$

Gọi F_1, F_2 lần lượt là hai tiêu điểm của Elip (E) , $M(1; y_M) \in (E)$, ta có :

$$\begin{cases} MF_1 = a + \frac{c}{a} x_M = 4 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 4,5 \\ MF_2 = a - \frac{c}{a} x_M = 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 = 3,5 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 28: Đáp án là B

Đặt $t = \sqrt[4]{x^2 + 481}$, $t \geq \sqrt[4]{481}$. Phương trình đã cho trở thành :

$$t^2 - 3t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -2 \end{cases} \text{ .Đổi chiếu điều kiện, loại } t = -2 \text{ .}$$

$$\text{Với } t = 5 \Rightarrow \sqrt[4]{x^2 + 481} = 5 \Leftrightarrow x^2 = 144 \Leftrightarrow x = \pm 12 \Rightarrow \alpha = 12, \beta = -12$$

Do đó : $\alpha + \beta = 0 \in [-1; 1]$. Chọn B.

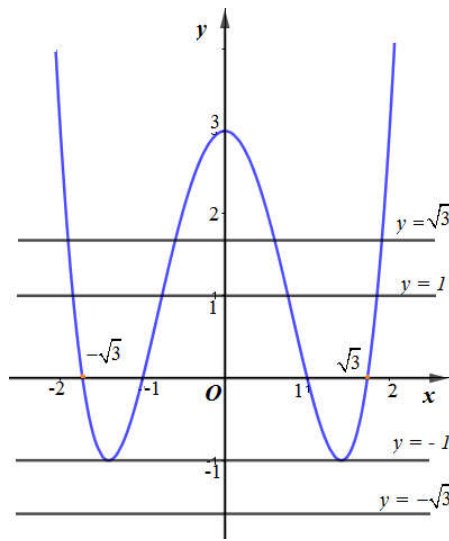
Câu 29: Đáp án là A

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2} f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m \quad (*)$$

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy, đề phương trình $(*)$ có đúng hai

$$\text{nghiệm phân biệt thì } \begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 30: Đáp án là B



Quan sát đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$, ta thấy:

$$(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 4x^2 + 3 = 1 & (1) \\ x^4 - 4x^2 + 3 = \sqrt{3} & (2) \\ x^4 - 4x^2 + 3 = -1 & (3) \\ x^4 - 4x^2 + 3 = -\sqrt{3} & (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình (4) vô nghiệm.

Dễ dàng chỉ ra rằng: 10 nghiệm của cả 4 phương trình trên là phân biệt

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm thực phân biệt.

Câu 31: Đáp án là B

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^3 - (2+m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2 + 2x - m) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 + 2x - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ 2x^2 + 2x - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Để đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương

trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác 1. Tức là $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2m > 0 \\ 4-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 4 \end{cases}$.

Câu 32: Đáp án là A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là: $S_{16} = 16 \cdot (-21) + \frac{16 \cdot 15}{2} \cdot 3 = 24$.

Câu 33: Đáp án là C

ĐK: $1-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

$$pt \Leftrightarrow x^3 = \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^6 + x^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

Đặt $t = x^2 \Rightarrow 0 \leq t \leq 1$. PT trở thành $t^3 + t - 1 = 0$ (*).

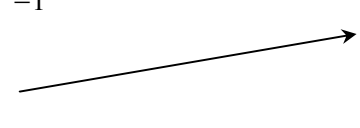
Nhận xét: Mỗi giá trị của t thuộc đoạn $[0;1]$ cho ta một nghiệm $x \in [0;1]$

Xét $f(t) = t^3 + t - 1$ với $t \in [0;1]$

$$f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 \forall t \in [0;1].$$

Ta có BBT:

t	0	1
$f'(t)$		+
$f(t)$	-1	1



Từ BBT, ta thấy phương trình (*) có một nghiệm $t \in [0;1]$.

Nên phương trình đã cho có một nghiệm.

(**Chú ý:** Ta có thể xét hàm số $f(x) = x^6 + x^2 - 1$ trên đoạn $[0;1]$)

Câu 34: Đáp án là D

Ta có: $x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x$.

Do đó $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (2-x)^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5$.

Từ giả thiết ta có $x, y \in [0;2]$.

Đặt $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5$ với $x \in [0;2]$.

$$f'(x) = x^2 + 4x - 5.$$

Ta có: $\begin{cases} f'(x) = 0 \\ 0 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

$$f(0) = 5.$$

$$f(1) = \frac{7}{3}.$$

$$f(2) = \frac{17}{3}.$$

$$\Rightarrow \min_{x \in [0;2]} f(x) = \frac{7}{3}. \text{ Vậy } \min P = \frac{7}{3}.$$

Câu 35: Đáp án là B

$$y' = \frac{3}{(x+2)^2}.$$

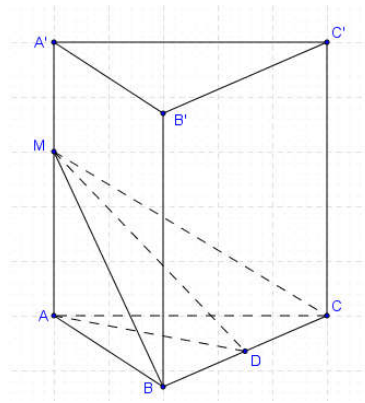
Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

$$\text{Để tiếp tuyến song song với } \Delta \text{ thì } y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -3 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} M(-1; -1) \\ M(-3; 5) \end{cases}.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(-1; -1)$ là: $y = 3x + 2$, (loại vì trùng với Δ).

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(-3; 5)$ là $y = 3x + 14$ (nhận).

Câu 36: Đáp án là C

Gọi D là trung điểm của BC .

Ta có $(MBC) \cap (ABC) = BC$.

$$\text{Và } \begin{cases} BC \perp AD \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMD).$$

Do đó $\alpha = \left(\widehat{(MBC), (ABC)} \right) = \widehat{(DM, AD)} = \widehat{MDA}$, (vì tam giác MAD vuông tại A).

$$\text{Vậy } \tan \alpha = \frac{AM}{AD} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 37: Đáp án là B

Ta có

$$\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \leq 0 & (1) \\ x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0 & (2) \end{cases}$$

Giải (1) ta được $-4 \leq x \leq -1$

Giải(2). Đặt $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$. Vì $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; -1]$ và $\max_{[-4; -1]} f(x) = 17$;

$$\min_{[-4; -1]} f(x) = 1 \text{ nên } f(x) > 0 \quad \forall x \in [-4; -1].$$

Nghiệm của hệ đã cho là nghiệm chung của (1) và (2).

Do đó nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = [-4; -1]$.

Câu 38: Đáp án là B

Ta có $OA = 3, OB = 4, AB = 5$.

Gọi $I(x_I; y_I)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

Từ hệ thức $AB \cdot \overrightarrow{IO} + OB \cdot \overrightarrow{IA} + OA \cdot \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ (Chứng minh) ta được

$$\begin{cases} x_I = \frac{AB \cdot x_O + OB \cdot x_A + OA \cdot x_B}{AB + OB + OA} = \frac{4 \cdot 3}{5 + 4 + 3} = 1 \\ y_I = \frac{AB \cdot y_O + OB \cdot y_A + OA \cdot y_B}{AB + OB + OA} = \frac{3 \cdot 4}{5 + 4 + 3} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1; 1)$$

Mặt khác tam giác OAB vuông tại O với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác thì

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2} OA \cdot OB}{\frac{OA + OB + AB}{2}} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4 + 5} = 1 \quad (S, p \text{ lần lượt là diện tích và nửa chu vi tam giác}).$$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

hay $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

Câu 39: Đáp án là A

Gọi a là số thỏa mãn yêu cầu của bài toán. Như vậy các chữ số của a thỏa mãn các trường hợp sau:

a chứa năm chữ số 1 và 2013 chữ số 0: C_{2017}^4

a chứa ba chữ số 1, một chữ số 2 và 2014 chữ số 0: $C_{2017}^3 + 2015 C_{2017}^2$

a chứa hai chữ số 1, một chữ số 3 và 2015 chữ số 0: $C_{2017}^2 + A_{2017}^2$

a chứa một chữ số 1, một chữ số 4 và 2016 chữ số 0: $2C_{2017}^1$

a chứa một chữ số 5 và 2017 chữ số 0: 1

a chứa một chữ số 1, hai chữ số 2 và 2015 chữ số 0: $C_{2017}^2 + A_{2017}^2$

a chứa một chữ số 2, một chữ số 3 và 2016 chữ số 0: $2C_{2017}^1$

Vậy có $1 + 4C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4 + 2A_{2017}^2$

Câu 40: Đáp án là B

Có $h'(x) = f'(x) - g'(x)$

Từ đồ thị đã cho ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ trên $[0; 6]$

x	0	2	6
$h'(x)$		- 0 +	
$h(x)$	$h(0)$	$h(2)$	$h(6)$

$$\text{Do đó } \min_{[0;6]} h(x) = h(2)$$

$$\text{Giả thiết ta có } f(0) - g(0) < f(6) - g(6) \Leftrightarrow h(0) < h(6)$$

$$\text{Vậy } \max_{[0;6]} h(x) = h(6)$$

Câu 41: Đáp án là B

Ta có $IA \cdot IB = 6$

Tam giác IAB vuông tại $I \Rightarrow$ bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có

$$R = \frac{1}{2} AB$$

$$R = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{IA^2 + IB^2} \geq \frac{1}{2} \sqrt{2IA \cdot IB} = \sqrt{3}$$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi $R_{\min} \Leftrightarrow IA = IB$ khi và chỉ khi hệ số góc của tiếp tuyến bằng ± 1 .

$$\text{Hệ số góc } k = \frac{-3}{(x-2)^2} = -1 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 2 + \sqrt{3}$ là

$$y = -(x - 2 - \sqrt{3}) + \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -x + 2\sqrt{3} + 4 (\Delta_1)$$

Diện tích tam giác tạo bởi 2 trục tọa độ tiếp tuyến (Δ_1) là $\frac{|2\sqrt{3} + 4|^2}{2} \approx 27,86$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 2 - \sqrt{3}$ là

$$y = -(x - 2 + \sqrt{3}) + \frac{3 - 2\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = -x - 2\sqrt{3} + 4 (\Delta_2)$$

Diện tích tam giác tạo bởi 2 trục tọa độ tiếp tuyến (Δ_2) là $\frac{|-2\sqrt{3} + 4|^2}{2} \approx 0,26$

Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng $(27; 28)$.

Câu 42: Đáp án là A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x - \frac{1}{x} \geq \\ 1 - \frac{1}{x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x-1)(x+1)}{x} \geq 0 \\ \frac{x-1}{x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow x < \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$$

$$\text{Xét } x \geq 1 \quad x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \Leftrightarrow x - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \sqrt{x - \frac{1}{x}} \Leftrightarrow x^2 + 1 - \frac{1}{x} - 2\sqrt{x^2 - x} = x - \frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2\sqrt{x^2 - x} + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2 - x} - 1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} (tm) \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} (l) \end{cases}$$

$$a = 1, b = 5, c = 2 \Rightarrow P = a^3 + 2b^2 + 5c = 61$$

Câu 43: Đáp án là A

Điều kiện: $k \in \mathbb{N}, k \leq 12$

$C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng ta có

$$C_{14}^k + C_{14}^{k+2} = 2C_{14}^{k+1} \Leftrightarrow \frac{14!}{k!(14-k)!} + \frac{14!}{(k+2)!(12-k)!} = 2 \frac{14!}{(k+1)!(13-k)!}$$

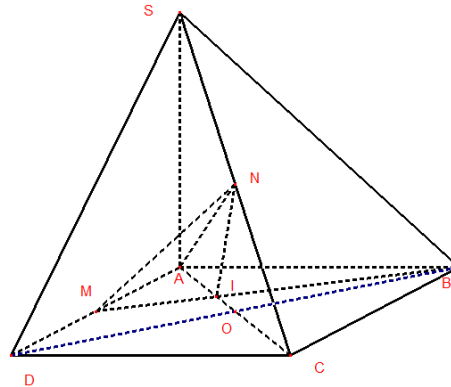
$$\Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{2}{(k+1)(13-k)}$$

$$\Leftrightarrow (14-k)(13-k) + (k+1)(k+2) = 2(14-k)(k+2)$$

$$\Leftrightarrow k^2 - 12k + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \text{ (tm)} \\ k = 8 \text{ (tm)} \end{cases}.$$

Có $4 + 8 = 12$.

Câu 44: Đáp án là D



Coi hình chóp $AMNI$ với điểm N làm đỉnh và AMI làm đáy.

+) Từ N là trung điểm của SC nên đường cao $h_{AMNI} = \frac{1}{2} h_{SABCD}$.

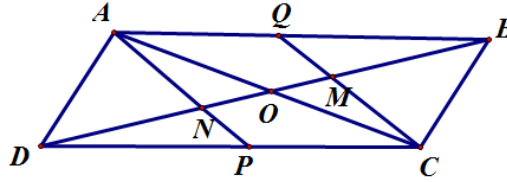
+) Lấy O là tâm hình chữ nhật ta có $BM; AO$ là các trung tuyến nên I là trọng tâm tam giác

$$ABD \text{ nên } \frac{S_{AIM}}{S_{ABD}} = \frac{h_I \cdot AM}{h_B \cdot AD} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{S_{AIM}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{12}$$

$$\text{+) Suy ra } \frac{V_{AMNI}}{V_{SABCD}} = \frac{h_{AMNI}}{h_{SABCD}} \cdot \frac{S_{AIM}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$$

Câu 45: Đáp án là D

Vì nếu M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác suy ra $MA=MC$ nên tam giác MAC cân tại M suy ra MO vuông góc AC suy ra ABCD là hình thoi (vô lý)



Câu 46: Đáp án là B

Gọi I là hình chiếu vuông góc của S trên mp(ABC).

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của I trên AB, BC, AC.

Vì Các mặt bên cùng tạo với đáy một góc bằng

$$60^\circ \Rightarrow \widehat{SMI} = \widehat{SNI} = \widehat{SPI} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ISM = \triangle ISN = \triangle ISP \\ \Rightarrow IM = IN = IP$$

Suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

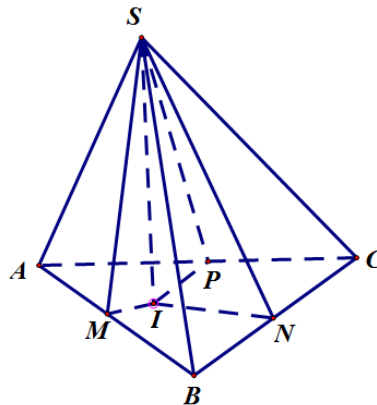
Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC

$$IM = r = \frac{S_{ABC}}{p}, p = \frac{a+b+c}{2} = 9, S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow SI = IM \cdot \tan \widehat{SMI} = \frac{6\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = 24\sqrt{3}$$

Suy ra đáp án B.



Câu 47: Đáp án là C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Giả sử k là hệ số góc của đường thẳng (d) qua A . Khi đó phương trình (d) có dạng:

$$y = k(x-1) + a.$$

(d) là tiếp tuyến của (C) khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 3} = k(x-1) + a \\ \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = k \end{cases}$$

$$\text{Từ hệ ta được: } \sqrt{x^2 - 2x + 3} = \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} + a \Leftrightarrow a = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} (*)$$

+ TH1: Nếu $a \leq 0$ thì $(*)$ vô nghiệm.

$$+ \text{ TH2: Nếu } a > 0 \text{ thì } (*) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 - \frac{4}{a^2} = 0 (**).$$

Để có đúng hai tiếp tuyến của (C) đi qua A thì $(**)$ phải có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 1 - 3 + \frac{4}{a^2} > 0 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} > 2 \Leftrightarrow a^2 < 2 \Rightarrow 0 < a < \sqrt{2} \text{ (do đang xét } a > 0 \text{)}.$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của a để thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Đáp án là D

$$\text{Ta có } 2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2} \quad (1)$$

Dựa vào BBT ta suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $x_1; x_2; x_3; x_4$ (với

$$x_1 < -2 < x_2 < 1 < x_3 < 2 < x_4).$$

Mặt khác hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5} = g(x)$ có tử thức là hằng số nên ta suy ra đồ thị hàm số

$y = g(x)$ có 4 tiệm cận đứng.

Câu 49: Đáp án là D

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x+1}$ trên $[1; 2]$. Ta có $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [1; 2]. \text{ Suy ra } f(x) \text{ đồng biến trên } [1; 2]. \text{ Do đó}$$

$$\max_{[1; 2]} f(x) = f(2) = \frac{3m+4}{3}, \quad \min_{[1; 2]} f(x) = f(1) = \frac{2m+1}{2}.$$

TH1: $\frac{2m+1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$. Trong trường hợp này ta có $\max_{[1; 2]} |f(x)| = \frac{3m+4}{3}$. Theo yêu cầu

bài toán ta có $\frac{3m+4}{3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$ (thỏa mãn).

TH2: $\frac{3m+4}{3} \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{4}{3}$. Trong trường hợp này ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{-2m-1}{2}$. Theo yêu cầu

bài toán ta có $\frac{-2m-1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$ (thỏa mãn).

TH3: $\frac{2m+1}{2} < 0 < \frac{3m+4}{3} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < m < -\frac{1}{2}$.

+) Nếu $\frac{-2m-1}{2} \leq \frac{3m+4}{3} \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \leq m < -\frac{1}{2}$ thì $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{3m+4}{3}$. Theo yêu cầu bài toán ta

có $\frac{3m+4}{3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$ (không thỏa mãn).

+) Nếu $\frac{-2m-1}{2} \geq \frac{3m+4}{3} \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \geq m > -\frac{4}{3}$ thì $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{-2m-1}{2}$. Theo yêu cầu bài toán ta

có $\frac{-2m-1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$ (không thỏa mãn).

Vậy $S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{2} \right\} \Rightarrow |S| = 2$.

Câu 50: Đáp án là D

Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$. Pt (1) $\Leftrightarrow (x+1)^3 - 3(x+1)^2 = y^3 - 3y^2$ (3). Do $-1 \leq x \leq 1$ nên $0 \leq x+1 \leq 2$

Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3t^2$ trên $[0; 2]$, ta có $f'(t) = 3t^2 - 6t \geq 0, \forall t \in [0; 2]$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại $t = 0$ hoặc $t = 2$). Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $[0; 2]$. Suy ra pt

(3) $\Leftrightarrow f(x+1) = f(y) \Leftrightarrow y = x+1$.

Thay vào pt(2) ta được $x^2 - 2\sqrt{1-x^2} + m = 0 \Leftrightarrow (1-x^2) + 2\sqrt{1-x^2} = m+1$ (*). Đặt

$t = \sqrt{1-x^2}, (0 \leq t \leq 1)$

Ycbt: Tìm m để pt $t^2 + 2t = m+1$ có nghiệm $t \in [0; 1]$. Ta có hàm $f(t) = t^2 + 2t$ đồng biến trên $[0; 1]$ nên pt có nghiệm trên $[0; 1]$ khi và chỉ khi $0 \leq m+1 \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$. Vậy có 4 giá trị nguyên.