

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Cho cung lượng giác có số đo x thỏa mãn $\tan x = 2$. Giá trị của biểu thức

$$M = \frac{\sin x - 3\cos^2 x}{5\sin^3 x - 2\cos x} \text{ bằng}$$

- A. $\frac{7}{30}$. B. $\frac{7}{33}$. C. $\frac{7}{32}$. D. $\frac{7}{31}$.

Câu 2: Biết n là số tự nhiên thỏa mãn $1.2C_n^1 + 2.3C_n^2 + \dots + n.(n+1)C_n^n = 180.2^{n-2}$. Số hạng có hệ số lớn nhất trong khai triển $(1+x)^n$ là

- A. $925x^5$. B. $924x^6$. C. $923x^4$. D. $926x^7$.

Câu 3: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 8$, $AD = 5$. Tích $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 62$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -64$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -62$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 64$.

Câu 4: Hàm số $y = -x^3 + 6x^2 + 2$ luôn đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 4)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 5: Tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $\sin^3 x - \cos^3 x = 1$ bằng

- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. $\frac{7\pi}{2}$. C. 2π . D. $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm của AD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$. B. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.
C. $\overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$. D. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M(0;4)$ đến đường thẳng $\Delta: x \cos \alpha + \sin \alpha + 4(2 - \sin \alpha) = 0$ bằng

- A. $\sqrt{8}$. B. $4 \sin \alpha$. C. $\frac{4}{\cos \alpha + \sin \alpha}$. D. 8.

Câu 8: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập R

- A. $y = \log_{\sqrt{10}-3} x$. B. $y = \log_2(x^2 - x)$. C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{2x}$. D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Câu 9: Cho tứ diện ABCD có $A(0;1;-1), B(1;1;2), C(1;-1;0), D(0;0;1)$. Tính độ dài đường cao AH của hình chóp ABCD.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 10: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt đáy (ABCD), $AB = a, AD = 2a$. Góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng (ABCD) bằng 45° . Thể tích hình chóp S.ABCD bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 11: Ba mặt phẳng $x + 2y - z = 0, 2x - y + 3z + 13 = 0, 3x - 2y + 3z + 16 = 0$ cắt nhau tại điểm A. Tọa độ của A là:

- A. $A(-1;2;-3)$. B. $A(1;-2;3)$. C. $A(-1;-2;3)$. D. $A(1;2;3)$.

Câu 12: Tất cả các giá trị của m để phương trình $9^{|\cos x|} - (m-1)3^{|\cos x|} - m - 2 = 0$ có nghiệm thực là:

- A. $m \geq \frac{5}{2}$. B. $m \leq 0$. C. $0 < m < \frac{5}{2}$. D. $0 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Câu 13: Bất phương trình $6.4^x - 13.6^x + 6.9^x > 0$ có tập nghiệm là?

- A. $S = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 14: Số các số hạng có hệ số là số hữu tỉ trong khai triển $\left(\sqrt[3]{3} + \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^{15}$ là:

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x)dx = 7, \int_3^{10} f(x)dx = 8, \int_3^6 f(x)dx = 9$.

Giá trị của $I = \int_0^{10} f(x)dx$ bằng

A. $I = 5$.

B. $I = 6$.

C. $I = 7$.

D. $I = 8$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để tích phân $\int_1^{1+a} \frac{dx}{x(x-5)(x-4)}$ tồn tại ta được

A. $-1 < a < 3$.

B. $a < -1$.

C. $a \neq 4, a \neq 5$.

D. $a < 3$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $3\sqrt{x-1} - m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1}$ có nghiệm là

A. $m < -\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{1}{3} < m \leq 1$.

C. $-\frac{1}{3} \leq m < 1$.

D. $-\frac{1}{3} < m < 1$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$. Khi đó $4M - 2m$ bằng

A. 10.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Câu 19: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BCD')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích hình hộp theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{7}$.

D. $V = a^3$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2(m-1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác vuông.

A. $m = -1$.

B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Câu 21: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x - 11$ giá trị cực tiểu của hàm số là

A. 2.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{5}{3}$.

D. -1.

Câu 22: Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình chữ nhật có $AB = a$. Biết $SA = a$ và vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng φ , với $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{5}}$. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD

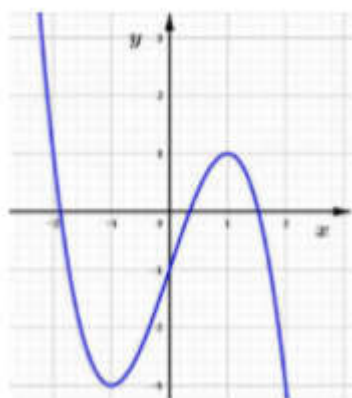
A. $\frac{4}{3}a^3$.

B. $\frac{2}{3}a^3$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$, có đạo hàm là $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 24: Cho tứ diện ABCD có ABC và DBC là hai tam giác đều cạnh chung $BC = 2$. Gọi I là trung điểm của BC, $\widehat{AID} = 2\alpha$ mà $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$. Hãy xác định tâm O của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

A. O là trung điểm của AD.

B. O là trung điểm của BD.

C. O thuộc mặt phẳng (ADB).

D. O là trung điểm của AB.

Câu 25: Với các số thực dương x, y . Ta có $8^x, 4^4, 2$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân và các số $\log_2 45, \log_2 y, \log_2 x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Khi đó y bằng:

A. 225.

B. 15.

C. 105.

D. $\sqrt{105}$.

Câu 26: Hàm số $F(x) = x^2 \ln(\sin x - \cos x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x) = \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.

B. $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.

C. $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2(\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}$.

D. $f(x) = \frac{x^2(\sin x + \cos x)}{\sin x - \cos x}$.

Câu 27: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a . Khi đó thể tích của hình trụ bằng

A. Sa .

B. $\frac{1}{2}Sa$.

C. $\frac{1}{3}Sa$.

D. $\frac{1}{4}Sa$.

Câu 28: Cho hàm số $y = 2\cos^3 x - 3\cos^2 x - m\cos x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \in \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $m \in \left(-2; \frac{3}{2}\right)$.

C. $m \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

D. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có 4 đường thẳng tiệm cận.

A. $1 < m < 5$.

B. $-1 < m < 2$.

C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$.

Câu 30: Cho hàm số $f'(x) = (x-2)^2(x^2 - 4x + 3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^2 - 10x + m + 9)$ có 5 điểm cực trị?

A. 17.

B. 18.

C. 15.

D. 16.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - xf(x) = 0, f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Giá trị của $f(1)$ bằng?

A. $\frac{1}{\sqrt{e}}$.

B. $\frac{1}{e}$.

C. $\sqrt{e}$.

D. e .

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x) = \log_3 \left(\frac{e^{x^2} - x}{2018} \right)$. Khi đó $f'(1)$ bằng

- A. $\frac{1}{(e-1)\ln 3}$. B. $\frac{2e-1}{(e-1)\ln 3}$. C. $\frac{4e-1}{(e-1)\ln 3}$. D. $\frac{2}{(e-1)\ln 3}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là đường cong (C). Tổng hoành độ của các điểm có tọa độ nguyên nằm trên (C) bằng

- A. 7. B. -4. C. 5. D. 6.

Câu 34: Số thực x thỏa mãn $\log_2(\log_4 x) = \log_4(\log_2 x) - a, a \in \mathbb{R}$. Giá trị của $\log_2 x$ bằng bao nhiêu?

- A. $\left(\frac{1}{2}\right)^a$. B. a^2 . C. 2^{1-a} . D. 4^{1-a} .

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \sin x$. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm $f(x)$.

- A. $y = \frac{4}{3} \cos^3 x - \frac{4}{5} \sin^5 x + C$. B. $y = -\frac{4}{3} \cos^3 x + \frac{4}{5} \cos^5 x + C$
C. $y = \frac{4}{3} \sin^3 x - \frac{4}{5} \cos^5 x + C$ D. $y = -\frac{4}{3} \sin^3 x + \frac{4}{5} \sin^5 x + C$

Câu 36: Cho $a, b > 0, \log_3 a = p, \log_3 b = q$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r + p.m - q.d$. B. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r + p.m + q.d$
C. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r - p.m - q.d$. D. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = r - p.m + q.d$.

Câu 37: Cho các số thực không âm x, y thay đổi. M, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x-y)(1-xy)}{(x+1)^2(y+1)^2}$. Giá trị của $8M + 4n$ bằng:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 38: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 khi và chỉ khi đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0 .
- B.** Nếu $f'(x) = 0$ và $f''(x) < 0$ thì x_0 là cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.
- C.** Nếu $f'(x) = 0$ và $f''(x) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số đã cho.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

Câu 39: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BD.

- A.** $d = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $d = a$.

Câu 40: Cho khối chóp S.ABC. Trên các đoạn SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' ; sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA, SB' = \frac{1}{3}SB, SC' = \frac{1}{4}SC$. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'$ và S.ABC bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x}}{x - 1}$. Tất cả các đường thẳng là đường tiệm cận của đồ thị hàm số trên là

- A.** $x = 1; y = 0; y = 2; y = 1$. **B.** $x = 1; y = 2; y = 1$.
- C.** $x = 1; y = 0; y = 1$. **D.** $x = 1; y = 0$.

Câu 42: Tích phân $\int_0^{\pi^2} (\sin \sqrt{x} - \cos \sqrt{x}) dx = A + B\pi$. Tính $A + B$ bằng

- A.** 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 43: Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng (P); (Q) có các véc tơ pháp tuyến là $\vec{a}(a_1; b_1; c_1); \vec{b}(a_2; b_2; c_2)$. Góc α là góc giữa hai mặt phẳng đó. $\cos \alpha$ là biểu thức nào sau đây

- A.** $\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{|\vec{a}||\vec{b}|}$. **B.** $\frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$.
- C.** $\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{[\vec{a}; \vec{b}]}$. **D.** $\frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$.

Câu 44: Một hộp đựng tám thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Một bạn rút ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ. Tính xác suất để tổng 3 số ghi trên thẻ được rút chia hết cho 3.

- A. $\frac{5}{14}$. B. $\frac{9}{14}$. C. $\frac{3}{14}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 45: Cho hình nón có chiều cao h và góc ở đỉnh bằng 90° . Thể tích của khối nón xác định bởi hình nón trên:

- A. $\frac{2\pi h^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}\pi h^3}{3}$. C. $\frac{\pi h^3}{3}$. D. $2\pi h^3$.

Câu 46: Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình thang cân đáy lớn AD. Gọi M, N lần lượt là hai trung điểm của AB, CD. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là:

- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. hình thang. D. Hình vuông.

Câu 47: Cho phương trình $4^x - (10m+1).2^x + 32 = 0$ biết rằng phương trình này có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1 x_2} = 1$. Khi đó, khẳng định nào sau đây về m là đúng?

- A. $0 < m < 1$. B. $2 < m < 3$. C. $-1 < m < 0$. D. $1 < m < 2$.

Câu 48: Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(\sqrt{10}+1)^x - m(\sqrt{10}-1)^x > 3^{x+1}$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. $m < -\frac{7}{4}$. B. $m < -\frac{9}{4}$. C. $m < -2$. D. $m < -\frac{11}{4}$.

Câu 49: Tìm giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x} \right)$. Ta được M bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 50: Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $(2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x = 4$. Khi đó $x_1^2 + 2x_2^2$ bằng

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (78%)	Chương 1: Hàm Số	C4 C21	C18 C23 C33	C12 C17 C20 C28 C29 C38 C41	C30 C37
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C8	C13 C36	C34 C47 C48 C50	
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng		C15 C16 C26	C31 C35 C42	
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>		C10 C19 C24	C22 C39 C40	
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C27	C45		
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	C6 C11 C43	C9		
Đại số					
Lớp 11 (16%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác		C5		
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất		C14	C2 C44	

	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân			C25	
	Chương 4: Giới Hạn			C49	
	Chương 5: Đạo Hàm		C32		
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song			C46	
	Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (6%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác	C1			
Hình học					
	Chương 1: Vectơ	C3			

	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng	C7			
Tổng số câu		10	16	22	2
Điểm		2	3.2	4.4	0.4

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI

+ Mức độ đề thi: KHÁ

+ Đánh giá sơ lược:

Kiến thức chủ đạo là lớp 12 có một số ít câu lớp 10+11 tuy nhiên kiến thức được hỏi chỉ là nhân biết không khó để lấy điểm.

Phần lớp 12 đã phủ gần hết chương trình. Cách hỏi đòi hỏi học sinh hiểu bản chất vấn đề chứ không đơn thuần là giải toán.

Phân bố câu hỏi theo mức độ khá hợp lý giúp phổ điểm trải đều từ yếu đến giỏi .

Không có câu hỏi khó trong đề

ĐÁP ÁN

1-A	2-B	3-B	4-C	5-D	6-B	7-D	8-D	9-D	10-A
11-A	12-D	13-B	14-C	15-B	16-A	17-C	18-B	19-B	20-D
21-C	22-B	23-C	24-A	25-B	26-C	27-A	28-D	29-A	30-D
31-C	32-B	33-B	34-D	35-B	36-C	37-B	38-A	39-C	40-C
41-D	42-B	43-D	44-D	45-C	46-C	47-D	48-B	49-C	50-D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Chọn A.

Do $\tan x = 2 \Rightarrow \cos x \neq 0$.

$$\text{Ta có: } M = \frac{\sin x - 3 \cos^3 x}{5 \sin^3 x - 2 \cos x} = \frac{\tan x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - 3}{5 \tan^3 x - \frac{2}{\cos^2 x}} = \frac{\tan x (1 + \tan^2 x) - 3}{5 \tan^3 x - 2(1 + \tan^2 x)} = \frac{7}{30}.$$

Câu 2: Chọn B.

$$\text{Đặt } f(x) = x \cdot (1+x)^n, n \in \mathbb{N} \Rightarrow f(x) = C_n^0 x + C_n^1 x^2 + C_n^2 x^3 + \dots + C_n^n x^{n+1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x) = (1+x)^n + n \cdot x \cdot (1+x)^{n-1} \\ f'(x) = C_n^0 + 2C_n^1 x + 3C_n^2 x^2 + \dots + (n+1)C_n^n x^n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f''(x) = n(1+x)^{n-1} + n \cdot (1+x)^{n-1} + n \cdot (n-1) \cdot x \cdot (1+x)^{n-2} = 2n \cdot (1+x)^{n-1} = n \cdot (n-1) \cdot x \cdot (1+x)^{n-2} \\ f'(x) = 1 \cdot 2C_n^1 + 2 \cdot 3C_n^2 x + \dots + n \cdot (n+1)C_n^n x^{n-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f''(1) = 2n \cdot (1+1)^{n-1} + n \cdot (n-1) \cdot (1+1)^{n-2} = (n^2 + 3n) \cdot 2^{n-2} \\ f'(1) = 1 \cdot 2C_n^1 + 2 \cdot 3C_n^2 + \dots + n \cdot (n+1)C_n^n \end{cases}$$

$$\text{Từ giả thiết suy ra: } (n^2 + 3n) \cdot 2^{n-2} = 180 \cdot 2^{n-2} \Leftrightarrow n^2 + 3n - 180 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12(TM) \\ n = -15(L) \end{cases}$$

Vậy số hạng của khai triển $(1+x)^{12}$ có hệ số lớn nhất $C_{12}^6 x^6 = 924 x^6$.

Cách 2:

Xét khai triển

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$$

$$\Rightarrow x \cdot (1+x)^n = x C_n^0 + C_n^1 x^2 + C_n^2 x^3 + \dots + C_n^n x^{n+1} \quad (1).$$

Lấy đạo hàm 2 vế của (1) ta được

$$(1+x)^n + n \cdot x \cdot (1+x)^{n-1} = C_n^0 + 2C_n^1 x + 3C_n^2 x^2 + \dots + (n+1)C_n^n x^n \quad (2).$$

Lấy đạo hàm hai vế của (2) ta được

$$n.(x+1)^{n-1} + n.(1+x)^{n-1} + n.(n-1).x.(1+x)^{n-2} = 1.2C_n^1 + 2.3C_n^2x + \dots + n.(n+1)C_n^n x^{n-1} \quad (3).$$

Theo giả thiết ta có:

$$n.2^{n-1} + n.2^{n-1} + n.(n-1).2^{n-2} = 180.2^{n-2} \Leftrightarrow 2n.2^{n-1} + n(n-1).2^{n-2} = 180.2^{n-2}$$

$$\Leftrightarrow 4n.2^{n-2} + n(n-1).2^{n-2} = 180.2^{n-2} \Leftrightarrow n^2 + 3n = 180 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12(N) \\ n = -15(L) \end{cases}$$

Xét số hạng tổng quát của khai triển $(1+x)^{12}$

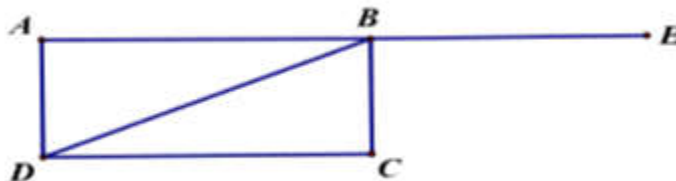
$$T_{k+1} = C_{12}^k x^k \text{ với } \begin{cases} 0 \leq k \leq 12 \\ k \in \mathbb{N} \end{cases} (*)$$

Xét $C_{12}^k \leq C_{12}^{k+1} \Leftrightarrow k \leq \frac{11}{2}$, dấu “=” không xảy ra do (*)

Vậy $C_{12}^0 < C_{12}^1 < \dots < C_{12}^6 > C_{12}^7 > \dots > C_{12}^{12}$, vậy C_{12}^6 là giá trị lớn nhất.

Vậy số hạng của khai triển $(1+x)^{12}$ có hệ số lớn nhất $C_{12}^6 x^6 = 924x^6$.

Câu 3: Chọn B.



Giả sử E là điểm đối xứng với A qua B ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$

Xét tam giác ABD có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{89}$

Xét tam giác ABD có $\cos ABD = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{\sqrt{89}}$ suy ra $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BD}) = \cos DBE = -\cos ABD = -\frac{8}{\sqrt{89}}$

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BD}) = 8 \cdot \sqrt{89} \cdot \left(\frac{-8}{\sqrt{89}}\right) = -64$.

Câu 4: Chọn C.

Ta có: $y = -x^3 + 6x^2 + 2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 12x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng (0;4).

Câu 5: Chọn D.

$$\sin^3 x - \cos^3 x = 1 \Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x) = 1 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right), -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}.$$

$$\text{Có } t^2 = 1 - 2 \sin x \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2}(1 - t^2).$$

$$(1) \text{ Trở thành: } t \left[1 + \frac{1}{2}(1 - t^2) \right] = 1 \Leftrightarrow t^3 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(t^2 + t - 2) = 0.$$

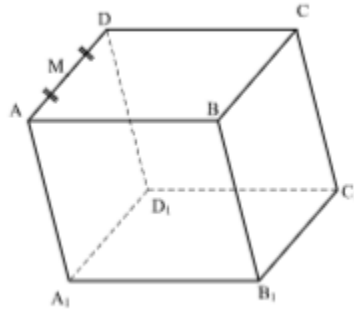
$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2(L) \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + l2\pi \end{cases} \quad k, l \in \mathbb{Z}.$$

Có $x \in [0; 2\pi]$ nên ta có các nghiệm $x = \pi; x = \frac{\pi}{2}$.

Vậy tổng các nghiệm $x \in [0; 2\pi]$ của phương trình đã cho là $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 6: Chọn B.



Ta có: $\overrightarrow{C_1A} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1B_1}$.

Mà $\overrightarrow{C_1A} = \overrightarrow{C_1M} + \overrightarrow{MA}$; $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{C_1M} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1B_1}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

Câu 7: Chọn D.

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|0 \cdot \cos \alpha + 4 \cdot \sin \alpha + 4(2 - \sin \alpha)|}{\sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}} = 8$.

Câu 8: Chọn D.

Hàm số $y = \log_{\sqrt{10}-3} x$ có cơ số $a = \sqrt{10}-3$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Hàm số $y = \log_2(x^2 - x)$ có tập xác định $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{2x}$ có $\frac{e}{3} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có $\frac{\pi}{3} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9: Chọn D.

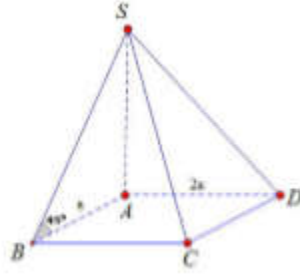
Ta có $\overrightarrow{BA} = (-1; 0; -3)$; $\overrightarrow{BC} = (0; -2; -2)$; $\overrightarrow{BD} = (-1; -1; -1)$.

$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (0; -2; -2) \Rightarrow [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA} = 6$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA} \right| = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1 \text{ (đvdt)}$$

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{BCD} \Rightarrow AH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 10: Chọn A.



$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = a \cdot 2a = 2a^2.$$

$(\angle SB, (ANCD)) = \angle SBA = 45^\circ$. Do tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA = AB = a$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} 2a^2 \cdot a = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 11: Chọn A.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z + 13 = 0 \\ 3x - 2y + 3z + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 2; -3).$$

Câu 12: Chọn D.

Đặt $t = 3^{|\cos x|}$, $(1 \leq t \leq 3)$. Phương trình đã cho trở thành:

$$t^2 - (m-1)t - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m(1+t) = t^2 + t - 2 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + t - 2}{t+1} = f(t), t \in [1; 3] \quad (1)$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm thực thuộc $[1; 3]$.

$$\Leftrightarrow \min_{[1; 3]} f(t) \leq m \leq \max_{[1; 3]} f(t).$$

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 2t + 3}{(t+1)} > 0, \forall t \in [1; 3]$.

Và $f(1) = 0; f(3) = \frac{5}{2}$.

Vậy $0 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Câu 13: Chọn B.

Chia cả hai vế của bất phương trình cho 9^x ta được $6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 13 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 6 > 0$.

Đặt $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t (t > 0)$. Ta được bất phương trình mới:

$$6t^2 - 13t + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < \frac{3}{2} \\ t > \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{2}{3} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 14: Chọn C.

Ta có: $\left(\sqrt[3]{3} + \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \left(\sqrt[3]{3}\right)^{15-k} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k 3^{5-\frac{k}{3}} 2^{\frac{-k}{2}} x^k$.

Hệ số của số hạng thứ $k + 1$ là: $a_{k+1} = C_{15}^k 3^{5-\frac{k}{3}} 2^{\frac{-k}{2}}$

$$a_{k+1} \text{ là số hữu tỉ thì } \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - \frac{k}{3} \in \mathbb{Z} \\ \frac{-k}{2} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k : 6 \Leftrightarrow k = 6t, (t \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Mà } 0 \leq k \leq 15 \Leftrightarrow 0 \leq 6t \leq 15 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq \frac{15}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=1 \\ t=2 \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị của t , tức là có 3 số hạng có hệ số là số hữu tỷ.

Câu 15: Chọn B.

$$\text{Ta có: } \int_3^{10} f(x) dx = \int_3^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx \Leftrightarrow \int_6^{10} f(x) dx = \int_3^{10} f(x) dx - \int_3^6 f(x) dx = 8 - 9 = -1$$

$$\text{Khi đó: } I = \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = 7 - 1 = 6.$$

Câu 16: Chọn A.

Để tích phân $\int_1^{1+a} \frac{dx}{x(x-5)(x-4)}$ tồn tại $\Leftrightarrow$ hàm số $y = \frac{1}{x(x-5)(x-4)}$ liên tục trên $[1; 1+a]$ hoặc $[1+a; a]$

Mà hàm số $y = \frac{1}{x(x-5)(x-4)}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 0); (0; 4); (4; 5); (5; +\infty)$

Nên hàm số liên tục trên $[1; 1+a]$ hoặc $[1+a; 1] \Leftrightarrow 0 < 1+a < 4 \Leftrightarrow -1 < a < 3$.

Vậy $-1 < a < 3$.

Câu 17: Chọn C.

ĐK: $x \geq 1$.

$$3\sqrt{x-1} - m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1} \Leftrightarrow m = \frac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} - \frac{2\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt{x+1}} = 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}$$

Đặt $t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}, (0 \leq t < 1)$, (vì $\frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$ mà $0 < \frac{2}{x+1} \leq 1, \forall x \geq 1$ nên $0 \leq \frac{x-1}{x+1} < 1$)

Ta được $m = 3t^2 - 2t = f(t), (0 \leq t < 1)$

$$f'(t) = 6t - 2, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m < 1$.

Câu 18: Chọn B.

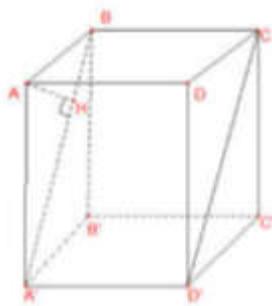
Ta có $y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2$.

Do đó hàm số đồng biến trên $[0; 2]$.

Suy ra $m = y(0) = -\frac{1}{2}; M = y(2) = -\frac{5}{4}$.

Do đó $4M - 2m = 6$.

Câu 19: Chọn B.



Kẻ $AH \perp A'B$ (1).

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} A'D' \perp A'B' \\ A'D' \perp AA' \\ AA' \cap A'B' = A' \end{array} \right\} \Rightarrow A'D' \perp (ABB'A') \Rightarrow A'D' \perp AH \quad (2)$$

$$A'B \cap A'D' = A' \quad (3)$$

Từ (1),(2),(3) $\Rightarrow AH \perp (A'BCD')$ do đó AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BCD')$

Xét tam giác $A'AB$ vuông tại A ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AA'^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{AB^2 - AH^2}{AB^2 \cdot AH^2} = \frac{a^2 - \frac{3a^2}{4}}{a^2 \cdot \frac{3a^2}{4}} = \frac{1}{3a^2} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}.$$

Câu 20: Chọn D.

$$y = f(x) = x^4 - 2(m-1)x^2 + 1. \text{ TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

$$y' = 4x^3 - 4(m-1)x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1 (*)$.

3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;1), B(\sqrt{m-1}; 2m-m^2), C(-\sqrt{m-1}; 2m-m^2)$.

Hàm số đã cho là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng

$\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A $\Rightarrow \triangle ABC$ vuông khi $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

$$\overrightarrow{AB} = (\sqrt{m-1}; 2m-m^2-1), \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m-1}; 2m-m^2-1).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -(m-1) + (2m-m^2-1)^2 = 0 \Leftrightarrow (m-1)^4 - (m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $(*) \Rightarrow m = 2$.

Làm theo bài toán trắc nghiệm như sau:

Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị khi $ab < 0 \Leftrightarrow -(m-1) < 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Câu 21: Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 - 1.$$

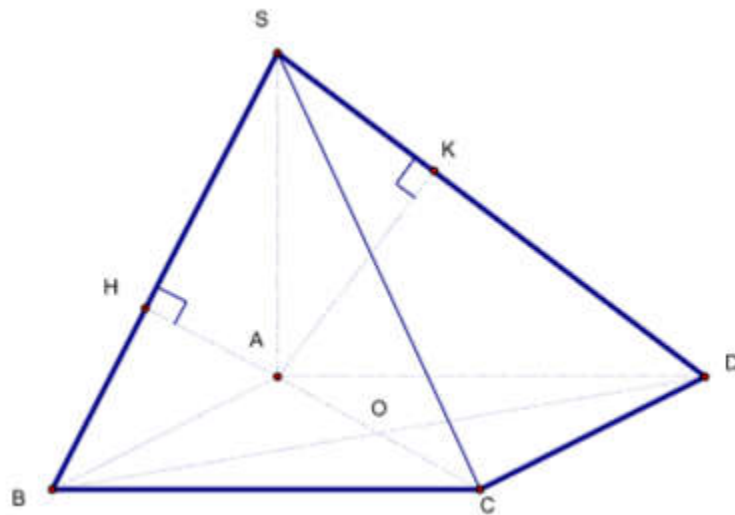
$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow \frac{-1}{3}$	$\searrow \frac{-5}{3}$	$\nearrow +\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{-5}{3}$.

Câu 22: Chọn B.



+) Gọi $AD = x$ ($x > 0$)

+ kẻ $AH \perp SB, AK \perp SD$ dễ dàng chứng minh được $AH \perp (SBC), AK \perp (SCD)$

$$\Rightarrow ((SBC), (SCD)) = (AH, AK)$$

Trong tam giác SBC ta có $\cos BSD = \frac{SB^2 + SD^2 - BD^2}{2SB.SD} = \frac{2a^2 + (a^2 + x^2) - (a^2 + x^2)}{2.a\sqrt{2}.\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{a}{\sqrt{2}\sqrt{a^2 + x^2}}$

Trong tam giác SAD có $SK = \frac{SA^2}{SD} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}$

Xét tam giác AHK có

$$\begin{aligned} HK^2 &= SH^2 + SK^2 - 2SH.SK.\cos BSD \\ &= \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{a^4}{a^2 + x^2} - 2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}\sqrt{a^2 + x^2}} \\ &= \frac{a^2}{2} \Rightarrow AH = \frac{a}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Xét tam giác AHK có $AK = \frac{SA.AD}{SD} = \frac{a.x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$

$$\begin{aligned} \cos HAK &= \frac{AH^2 + AK^2 - HK^2}{2AH.AK} \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{5}} &= \frac{\frac{2a^2}{4} + \frac{a^2x^2}{a^2 + x^2} - \frac{a^2}{2}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}} \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{5}} &= \frac{x}{\sqrt{2}\sqrt{a^2 + x^2}} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x^2}{2a^2 + 2x^2} \Rightarrow x = 2a \end{aligned}$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a.2a.a = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 23: Chọn C.

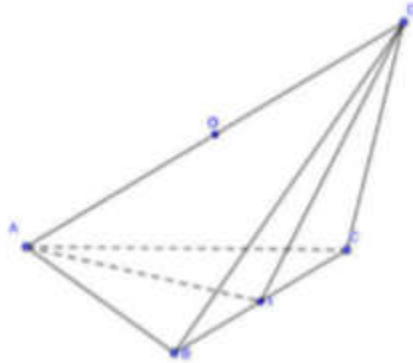
Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = b \\ x = c \end{cases}$ (Trong đó $-2 < a < 0 < b < c < 2$)

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 3 cực trị.

Câu 24: Chọn A.



$$AI = DI = \sqrt{3} \text{ và } \cos \widehat{AID} = -\frac{1}{3} \text{ nên } AD^2 = AI^2 + DI^2 - 2 \cdot AI \cdot DI \cdot \cos \widehat{AID} = 8.$$

Pitago đảo dễ dàng suy ra tam giác ACD và tam giác ABD vuông có chung cạnh huyền AD.

Vậy tâm cầu ngoại tiếp tứ diện là trung điểm O của AD.

Câu 25: Chọn B.

Từ $8^x, 4^4, 2$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên công bội $q = \frac{2}{4^4} = \frac{1}{2^7}$

$$\text{Suy ra } 4^4 = 8^x \cdot \frac{1}{2^7} \Rightarrow x = 5.$$

Mặt khác $\log_2 45, \log_2 y, \log_2 x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng suy ra

$$\log_2 y = (\log_2 45 + \log_2 x) : 2 \Leftrightarrow \log_2 y = (\log_2 45 + \log_2 5) : 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 y = \log_2 \sqrt{225} \Leftrightarrow y = 15.$$

Câu 26: Chọn C.

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên

$$f(x) = F'(x) = 2x \cdot \ln(\sin x - \cos x) + x^2 \cdot \frac{(\sin x - \cos x)'}{\sin x - \cos x} = 2x \cdot \ln(\sin x - \cos x) + x^2 \cdot \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}.$$

Câu 27: Chọn A.

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ

Theo bài ra ta có
$$\begin{cases} S = 2\pi rh \\ \pi r^2 = 4\pi a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2a \\ h = \frac{S}{4\pi a} \end{cases}.$$

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4a^2 \cdot \frac{S}{4\pi a} = Sa.$

Câu 28: Chọn D.

Cách 1:

$$y' = -6\cos^2 x \sin x + 6\cos x \sin x + m \sin x = \sin x (-6\cos^2 x + 6\cos x + m)$$

Hàm số $y = 2\cos^3 x - 3\cos^2 x - m\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

$$\Leftrightarrow \sin x (-6\cos^2 x + 6\cos x + m) \leq 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{vì } \sin x > 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right))$$

$$\Leftrightarrow (-6\cos^2 x + 6\cos x + m) \leq 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -6\cos^2 x + 6\cos x \leq -m \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \quad (1)$$

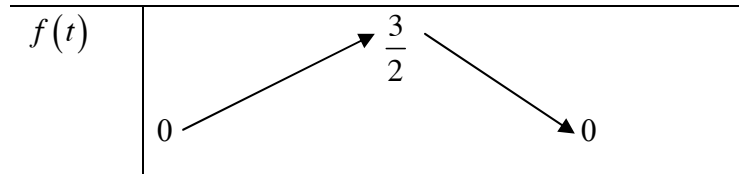
Xét $f(x) = -6\cos^2 x + 6\cos x \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Đặt $t = \cos x$. Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x \in (0; 1)$

Ta có: $f(t) = -6t^2 + 6t \forall t \in (0; 1)$ là Parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và hệ số $a < 0$ nên có giá trị lớn

nhất là $\frac{3}{2}$ tại $t = \frac{1}{2}$

t	0	$\frac{1}{2}$	1
$f'(t)$	+	0	-



$$\text{Đề (1) xảy ra} \Leftrightarrow \max_{(0;1)} f(x) \leq -m \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq -m \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$$

Cách 2:

$$\text{Đặt } t = \cos x. \text{ Vì } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x \in (0;1)$$

$$\text{Ta có: } y = 2t^3 - 3t^2 - mt \Leftrightarrow y' = 6t^2 - 6t - m$$

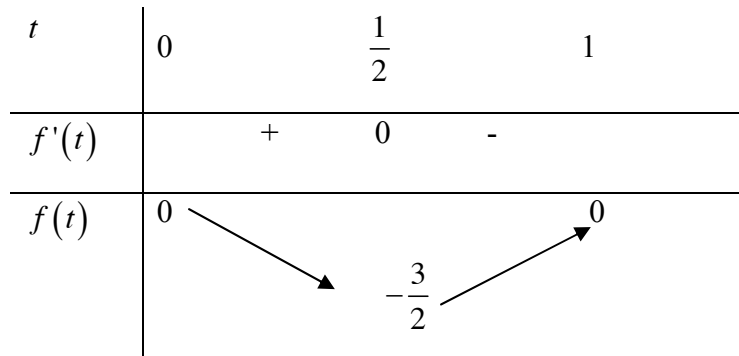
Hàm số $y = 2\cos^3 x - 3\cos^2 x - m\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $y = 2t^3 - 3t^2 - mt$

$$\text{đồng biến trên khoảng } (0;1) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow 6t^2 - 6t - m \geq 0 \forall t \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow f(t) = 6t^2 - 6t \geq m \forall t \in (0;1)$$

$$\text{Xét } f(t) = 6t^2 - 6t \forall t \in (0;1)$$

$$f'(t) = 12t^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$



Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 29: Chọn A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}} = 0$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 3x^2 + m - 1 = -\infty \text{ nên không tồn tại giới hạn } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}.$$

Do vậy đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận thì phương trình $x^3 - 3x^2 + m - 1 = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt.

$$(1) \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 1 - m \quad (2).$$

Số nghiệm của (2) là giao điểm của đường thẳng $y = 1 - m$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

$$\text{Xét hàm số } y = x^3 - 3x^2. \text{ Ta có } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			0		-4		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy (2) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4 < 1 - m < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Câu 30: Chọn D.

Ta có

$$\left[f(x^2 - 10x + m + 9) \right] = (2x - 10)(x^2 - 10x + m + 7)^2 (x^2 - 10x + m + 8)(x^2 - 10x + m + 6)$$

Để $y = f(x^2 - 10x + m + 9)$ có 5 điểm cực trị điều kiện là các phương trình:

$x^2 - 10x + m + 8 = 0$ (1) và $x^2 - 10x + m + 6 = 0$ (2) đều có hai nghiệm phân biệt khác 5, hay điều kiện là:

$$\begin{cases} \Delta'_1 > 0 \\ \Delta'_2 > 0 \\ 25 - 50 + m + 8 \neq 0 \\ 25 - 50 + m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17 - m > 0 \\ 19 - m > 0 \\ m \neq 17 \\ m \neq 19 \end{cases} \Leftrightarrow m < 17.$$

Vậy chọn đáp án D.

Câu 31: Chọn C.

$$\text{Từ giả thiết ta có: } \frac{f'(x)}{f(x)} = x \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int x dx$$

$$\Rightarrow \ln[f(x)] = \frac{1}{2}x^2 + C. \text{ (do } f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \text{)}$$

$$\text{Do đó } \ln[f(0)] = \frac{1}{2} \cdot 0^2 + C \Rightarrow C = 0 \Rightarrow \ln f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

$$\Rightarrow f(x) = e^{\frac{1}{2}x^2} \Rightarrow f(1) = \sqrt{e}.$$

Câu 32: Chọn B.

$$\text{Ta có: } f(x) = \log_3 \left(\frac{e^{x^2} - x}{2018} \right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\frac{e^{x^2} - x}{2018} \cdot \ln 3} \cdot \frac{2x \cdot e^{x^2} - 1}{2018} = \frac{2x \cdot e^{x^2} - 1}{(e^{x^2} - x) \cdot \ln 3}$$

$$\text{Suy ra } f'(x) = \frac{2 \cdot 1 \cdot e^1 - 1}{(e^1 - 1) \cdot \ln 3} = \frac{2e - 1}{(e - 1) \cdot \ln 3}.$$

Câu 33: Chọn B.

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$\text{Ta có } y = \frac{2x-1}{x+1} = 2 - \frac{3}{x+1} \text{ nên điểm } M(x; y) \in (C) \text{ có tọa độ nguyên khi và chỉ khi}$$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 3 : (x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ (x+1) \in \{-3; -1; 1; 3\} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-4; -2; 0; 2\}.$$

Vậy tổng hoành độ của các điểm có tọa độ nguyên nằm trên (C) là $-4 + (-2) + 0 + 2 = -4$.

Câu 34: Chọn D.

$$\log_2(\log_4 x) = \log_4(\log_2 x) - a \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) = \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) - a$$

$$\Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) - 1 = \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) - a \Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) = 2 - 2a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x = 2^{2-2a} = 4^{1-a}.$$

Câu 35: Chọn B.

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \sin^2 2x \cdot \sin x dx = 4 \int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx \\ &= -4 \int \sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot d(\cos x) = -4 \int (1 - \cos^2 x) \cdot \cos^2 x \cdot d(\cos x) \\ &= -4 \int (\cos^2 x - \cos^4 x) \cdot d(\cos x) = -\frac{4}{3} \cos^3 x + \frac{4}{5} \cos^5 x + C. \end{aligned}$$

Câu 36: Chọn C.

$$\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) = \log_3 3^r - \log_3 (a^m b^d) = r - \log_3 a^m - \log_3 b^d = r - m \log_3 a - d \log_3 b$$

Câu 37: Chọn B.

Ta có

$$P = \frac{(x-y)(1-xy)}{(x+1)^2 (y+1)^2} = \frac{x-y-x^2y+xy^2}{(x+1)^2 (y+1)^2} = \frac{x+xy^2+2xy-(y+x^2y+2xy)}{(x+1)^2 (y+1)^2} = \frac{x(y+1)^2 - y(1+x)^2}{(x+1)^2 (y+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{x}{(x+1)^2} - \frac{y}{(y+1)^2}$$

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{1}{(t+1)^2} \text{ với } t \geq 0. \Rightarrow f'(t) = \frac{1-t^2}{(1+t)^4}.$$

Ta có bảng biến thiên:

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$		$\frac{1}{4}$	

	0	0
--	---	---

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy GTLN của $f(t) = \frac{1}{4}$ khi $t = 1$, GTNN của $f(t) = 0$ khi $t = 0$.

Vậy GTLN của $M = \max_{t \in [0; +\infty)} f(t) - \min_{t \in [0; +\infty)} f(t) = \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{4}$ đạt được khi $x = \frac{1}{4}, y = 0$.

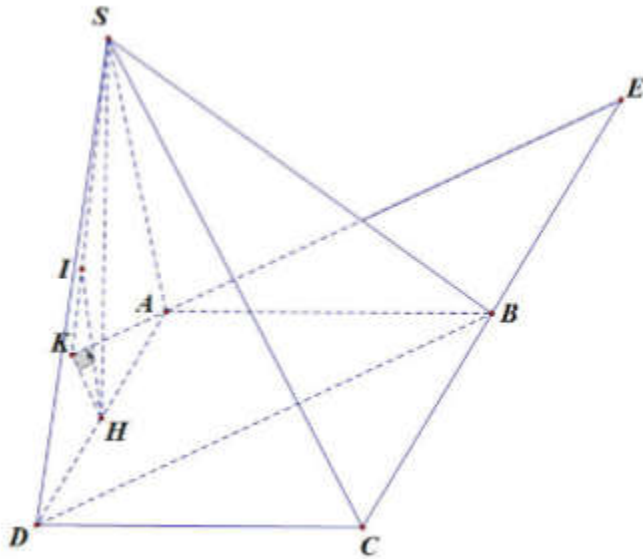
Vậy GTNN của $m = \min_{t \in [0; +\infty)} f(t) - \max_{t \in [0; +\infty)} f(t) = 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$ đạt được khi $x = 0, y = \frac{1}{4}$.

Vậy: $8M + 4m = 8 \cdot \frac{1}{4} + 4 \left(-\frac{1}{4} \right) = 2 - 1 = 1$.

Câu 38: Chọn A.

Theo định nghĩa.

Câu 39: Chọn C.



Gọi H là trung điểm AD suy ra $SH \perp (ABCD)$ vì $(SAD) \perp (ABCD)$ và tam giác SAD đều.

Dựng hình bình hành ADBE khi đó $BD \parallel (SAE)$ do đó

$$d(SA, BD) = d(D; (SAE)) = 2d(H; (SAE)).$$

Gọi K là hình chiếu của H trên AE và I là hình chiếu của H trên SK.

Ta có $HI = d(H; (SAE))$.

Do tam giác SAD đều và ABCD là hình vuông cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $HK = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Do đó ta tính được $HI = a\sqrt{\frac{3}{28}}$, suy ra $d(SA; BD) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 40: Chọn C.

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$$

Câu 41: Chọn D.

Ta có tập xác định của hàm số $D = (-\infty; 0] \cup (1; +\infty)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x}}{x - 1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường TCD của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x + 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})} = 0 \text{ nên đường thẳng } y = 0$$

là TCN của đồ thị hàm số

Câu 42: Chọn B.

$$\text{Đặt } y = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2tdt = dx.$$

$$\begin{aligned} \text{Đổi cận} \quad x = 0 &\Rightarrow t = 0 \\ x = \pi^2 &\Rightarrow t = \pi \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } I = 2 \int_0^\pi (\sin t - \cos t) t dt.$$

$$\text{Đặt } u = t; dv = (\sin t - \cos t) dt \Rightarrow du = dt; v = -\cos t - \sin t.$$

$$I = 2 \left[t(-\cos t - \sin t) \Big|_0^\pi + \int_0^\pi (\cos t + \sin t) dt \right] = 2 \left[\pi + (\sin t - \cos t) \Big|_0^\pi \right] = 4 + 2\pi.$$

$$\text{Nên } A = 4; B = 2 \Rightarrow A + B = 6.$$

Câu 43: Chọn D.

Theo công thức góc giữa hai mặt phẳng ta có

$$\cos \alpha = \left| \cos(\vec{a}; \vec{b}) \right| = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{|\vec{a}| |\vec{b}|}.$$

Câu 44: Chọn A.

+Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ trong một hộp đựng 9 tấm thẻ” .

+Gọi là biến cố “Rút được 3 tấm thẻ có tổng 3 số ghi trên 3 thẻ là số chia hết cho 3”.

Trong 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9 có:

3 tấm thẻ ghi số chia cho 3 dư 1 là (1;4;7);

3 tấm thẻ ghi số chia cho 3 dư 2 là (2;5;8);

3 tấm thẻ ghi số chia hết cho 3 là (3; 6; 9).

Ta có các trường hợp sau để rút được 3 thẻ có tổng 3 số ghi trên thẻ là số chia hết cho 3:

TH 1: Lấy được 3 thẻ ghi số chia hết cho 3, có $C_3^3 = 1$ cách.

TH 2: Lấy được 3 thẻ ghi số chia cho 3 dư 1, có $C_3^3 = 1$ cách.

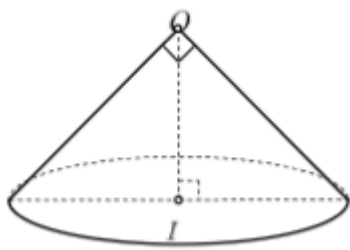
TH 3: Lấy được 3 thẻ ghi số chia cho 3 dư 2, có $C_3^3 = 1$ cách.

TH 4: Lấy được 3 thẻ trong đó có 1 thẻ ghi số chia cho 3 dư 1, 1 thẻ ghi số chia cho 3 dư 2, 1 thẻ ghi số chia hết cho 3, có $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 = 27$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = 1 + 1 + 1 + 27 = 30$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}.$$

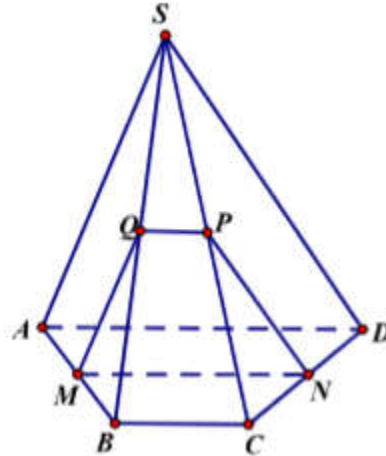
Câu 45: Chọn C.



Từ giả thiết suy ra bán kính nón $r = h$.

Vậy thể tích khối nón tương ứng là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi h^3}{3}$.

Câu 46: Chọn C.



-Giả sử mặt phẳng (P) cắt (SBC) theo giao tuyến PQ.

Khi đó do $MN \parallel BC$ nên theo định lý ba giao tuyến song song hoặc đồng quy áp dụng cho ba mặt phẳng (P);(SBC);(ABCD) thì ta được ba giao tuyến $MN;BC;PQ$ đôi một song song. Do đó thiết diện là một hình thang.

Câu 47: Chọn D.

Đặt $2^x = t (t > 0)$. Khi đó phương trình trở thành $t^2 - (10m + 1).t + 32 = 0 (*)$.

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm x_1, x_2

$$\Leftrightarrow (*) \text{ có hai nghiệm dương phân biệt } \Leftrightarrow \begin{cases} (10m+1)^2 - 4.32 > 0 \\ (10m+1) > 0 \\ 32 > 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó theo định lý Viet ta có } \begin{cases} t_1 + t_2 = 10m + 1 \\ t_1 t_2 = 32 \end{cases}$$

$$\text{Với } t_1.t_2 = 32 \Rightarrow 2^{x_1+x_2} = 32 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 5.$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1 x_2} = 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 1 = x_1 x_2 \text{ nên } x_1 x_2 = 6.$$

Khi đó ta có x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $X^2 - 5X + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = 2 \Rightarrow t_1 = 4 \\ X = 3 \Rightarrow t_2 = 8 \end{cases}$.

Mặt khác $t_1 + t_2 = 10m + 1 \Leftrightarrow 12 = 10m + 1 \Leftrightarrow m = \frac{11}{10}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $1 < m < 2$.

Câu 48: Chọn B.

Xét bất phương trình $(\sqrt{10} + 1)^8 - m(\sqrt{10} - 1)^8 > 3^{x+1} \quad (1)$.

$$(1) \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3} \right)^x - m \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3} \right)^x > 3.$$

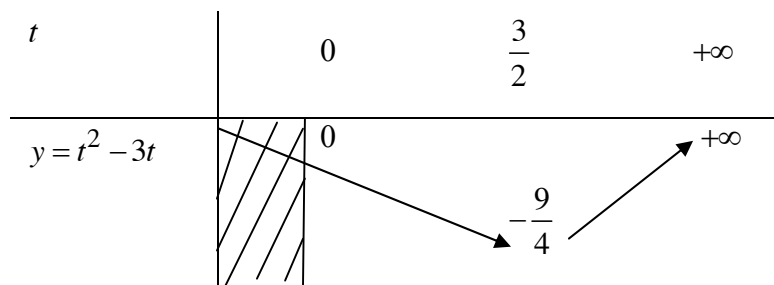
$$\text{Nhận xét } \frac{\sqrt{10} + 1}{3} \cdot \frac{\sqrt{10} - 1}{3} = 1 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3} \right) = \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3} \right)^{-1}.$$

$$\text{Do đó } (1) \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3} \right)^x - m \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3} \right)^{-x} > 3.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3} \right)^x, t > 0$$

$$\text{Khi đó } (1) \text{ trở thành: } t - \frac{m}{t} > 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t > m \quad (2).$$

Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có $m < -\frac{4}{9}$.

Câu 49: Chọn C.

$$\text{Ta có: } M = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{x^2 - x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{|x| \left(\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{3}{2}.$$

Câu 50: Chọn D.

$$\left(2 - \sqrt{3}\right)^x + \left(2 + \sqrt{3}\right)^x - 4 \Leftrightarrow \left(2 - \sqrt{3}\right)^x + \frac{1}{\left(2 - \sqrt{3}\right)^x} = 4 \Leftrightarrow \left(2 - \sqrt{3}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right)^x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(2 - \sqrt{3}\right)^x = 2 + \sqrt{3} = \left(2 - \sqrt{3}\right)^{-1} \\ \left(2 - \sqrt{3}\right)^x = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } x_1^2 + 2x_2^2 = |x_1|^2 + 2|x_2|^2 = 1 + 2 = 3.$$