

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

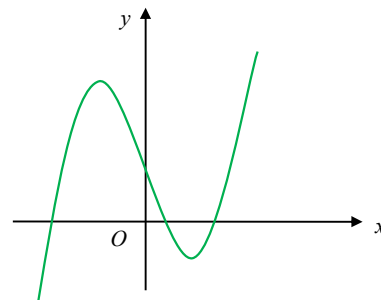
Câu 1 (NB): Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$



Câu 2 (TH): Nghiệm các phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là:

A. $x = 4$

B. $x = \frac{7}{2}$

C. $x = \frac{9}{2}$

D. $x = 5$

Câu 3(TH): Cho khối nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$

B. $2\pi a^3$

C. $\frac{2\pi a^3}{3}$

D. $4\pi a^3$

Câu 4 (TH): Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(2;3;-1)$ và $B(0;-1;1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là:

A. $(1;1;0)$

B. $(2;2;0)$

C. $(-2;-4;2)$

D. $(-1;-2;1)$

Câu 5 (TH): Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $\frac{2a^3}{3}$

Câu 6 (NB): Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				2		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 $+\infty$ -1 $-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 1)$ B. $(-1; 2)$ C. $(3; +\infty)$ D. $(1; 3)$

Câu 7 (TH): Với các số thực $a, b > 0, a \neq 1$ tùy ý, biểu thức $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng:

- A. $\frac{1}{2} + 4\log_a b$ B. $2 + 4\log_a b$ C. $\frac{1}{2} + \log_a b$ D. $2 + \log_a b$

Câu 8 (NB): Trong không gian Oxyz, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2y - 3z + 1 = 0$?

- A. $\vec{u}_1 = (2; 0; -3)$ B. $\vec{u}_2 = (0; 2; -3)$ C. $\vec{u}_3 = (2; -3; 1)$ D. $\vec{u}_4 = (2; -3; 0)$

Câu 9 (TH): Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là:

- A. $x^3 + \cos x + C$ B. $6x + \cos x + C$ C. $x^3 - \cos x + C$ D. $6x - \cos x + C$

Câu 10 (TH): Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a + 6i = 2 - 2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. -1 B. 1 C. -4 D. 5

Câu 11 (TH): Một lớp học có 15 bạn nam và 10 bạn nữ. Số cách chọn hai bạn trực nhật sao cho có cả nam và nữ là:

- A. 300 B. 25 C. 150 D. 50

Câu 12 (NB): Với hàm số $f(x)$ tùy ý liên tục trên $\mathbb{R}, a < b$, diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$ được xác định theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ D. $S = \left| \pi \int_a^b f(x) dx \right|$

Câu 13 (TH): Trong không gian Oxyz, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$?

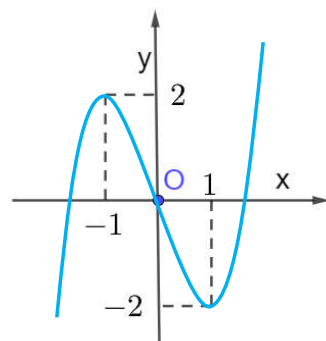
- A. $Q(-2; 1; -3)$ B. $P(2; -1; 3)$ C. $M(-1; 1; 2)$ D. $N(1; -1; 2)$

Câu 14 (TH): Cho (u_n) là một cấp số cộng thỏa mãn $u_1 + u_3 = 8$ và $u_4 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

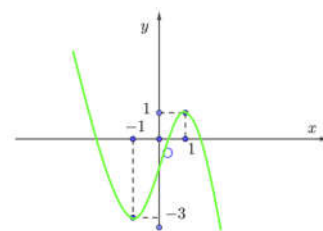
- A. 3 B. 6
C. 2 D. 4

Câu 15 (NB): Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị. Hàm số đã cho đạt cực đại

- A. $x = -1$
B. $x = 2$
C. $x = 1$
D. $x = -2$



Câu 16 (TH): Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 5 = 0$ là



- A. 3
- B. 5
- C. 4
- D. 6

Câu 17 (NB): Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	2	-	+	0	-
$f(x)$				5	

Diagram illustrating the behavior of the function $f(x)$ and its derivative $f'(x)$ across different intervals of x .

The horizontal axis represents x , with critical points at $-\infty$, -2 , 2 , and $+\infty$.

The vertical axis represents the function value $f(x)$.

The derivative $f'(x)$ is positive (2) for $x < -2$, negative (-) for $-2 < x < 2$, positive (+) for $x > 2$, and zero (0) at $x = 2$.

The function $f(x)$ has a local minimum at $x = -2$ with value 1, and a local maximum at $x = 2$ with value 5. The function approaches $-\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $x \rightarrow +\infty$.

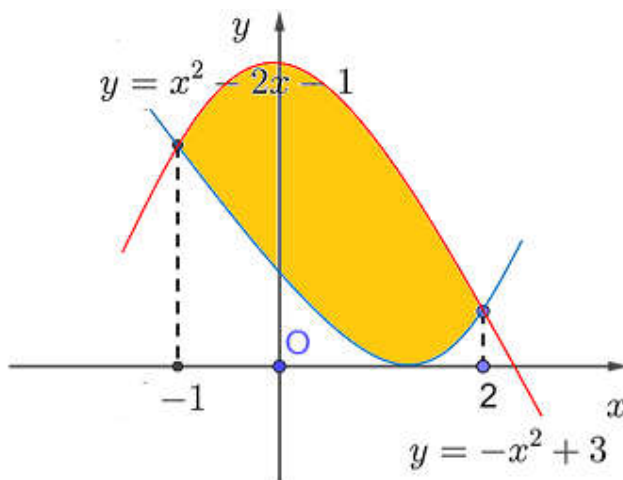
Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4
- B. 2
- C. 3
- D. 1

Câu 18 (TH): Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 3; 0)$. Mặt phẳng trung trực của đường thẳng AB có phương trình là

- A. $x + y - z - 2 = 0$
- B. $x + y - z + 2 = 0$
- C. $x + 2y - z - 3 = 0$
- D. $x + 2y - z + 3 = 0$

Câu 19 (TH): Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong trong hình vẽ dưới đây được xác định theo công thức



- A. $\int_{-1}^2 (2x^3 - 2x - 4) dx$
- B. $\int_{-1}^2 (2x^3 + 2x - 4) dx$
- C. $\int_{-1}^2 (-2x^3 + 2x + 4) dx$
- D. $\int_{-1}^2 (-2x^3 - 2x + 4) dx$

Câu 20 (TH): Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z+4-3i=13+4i$. Mô đun của z bằng

- A. 20 B. 4 C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{10}$

Câu 21 (TH): Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{2}}$ là:

- A. $(0;+\infty)$ B. $[1;+\infty)$ C. $(1;+\infty)$ D. $(-\infty;+\infty)$

Câu 22 (VD): Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|(1+i)z-5+i|=2$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là:

- A. $I(2;-3), R=\sqrt{2}$ B. $I(2;-3), R=2$ C. $I(-2;3), R=\sqrt{2}$ D. $I(-2;3), R=2$

Câu 23 (VD): Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x}-2.3^{x+2}+27=0$ bằng

- A. 9 B. 18 C. 3 D. 27

Câu 24 (TH): Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2+b^2=6ab$, biểu thức $\log_2(a+b)$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}(3+\log_2 a+\log_2 b)$ B. $\frac{1}{2}(1+\log_2 a+\log_2 b)$
C. $1+\frac{1}{2}(\log_2 a+\log_2 b)$ D. $2+\frac{1}{2}(\log_2 a+\log_2 b)$

Câu 25 (TH): Cho khối trụ (T). Biết rằng một mặt phẳng chứa trục của (T) cắt (T) theo thiết diện là một hình vuông cạnh $4a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng:

- A. $8\pi a^3$ B. $64\pi a^3$ C. $32\pi a^3$ D. $16\pi a^3$

Câu 26 (TH): Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2-8x}{x+1}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

- A. $-\frac{15}{4}$ B. $-\frac{7}{2}$ C. -3 D. -4

Câu 27 (VD): Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ B. a C. $\sqrt{3}a$ D. $2a$

Câu 28 (VD): Cho tứ diện ABCD có $AB=CD=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết $MN=\frac{\sqrt{3}a}{2}$, góc giữa đường thẳng AD và BC bằng:

- A. 45° B. 90° C. 60° D. 30°

Câu 29 (VD): Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3x^2-2x$. Giá trị của $x_1^2+x_2^2$ bằng:

- A. 13 B. 32 C. 4 D. 36

Câu 30 (VD): Trong không gian Oxyz, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$ cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

- A. $A(2;-1;1)$ B. $Q(0;-1;1)$ C. $N(0;-1;2)$ D. $M(-1;-1;1)$

Câu 31 (VD): Tìm m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm M, N sao cho độ dài MN nhỏ nhất:

- A. 3 B. -1 C. 2 D. 1

Câu 32 (VD): Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 5 B. 3 C. 1 D. vô số

Câu 33 (VD): Cho khối chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a, \angle BAD = 60^\circ, SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

Câu 34 (VD): Cho các số thực dương $x, y \neq 1$ và thỏa mãn $\log_x y = \log_y x, \log_x (x - y) = \log_y (x + y)$. Giá trị của $x^2 + xy - y^2$ bằng:

- A. 0 B. 3 C. 1 D. 2

Câu 35 (VD): Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+3}{x^2+3x+2}$ là:

- A. $\ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C$ B. $2\ln|x+1| + \ln|x+2| + C$
C. $2\ln|x+1| - \ln|x+2| + C$ D. $-\ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C$

Câu 36 (VD): Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + 3x - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

- A. $(-3; 3)$ B. $[-3; 3]$ C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left[\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$

Câu 37 (VD): Xét số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng:

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

Câu 38 (VD): Gieo con xúc xắc được chế tạo cân đối và đồng chất 2 lần. Gọi a là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ nhất, b là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai. Xác suất để phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm bằng

- A. $\frac{17}{36}$ B. $\frac{19}{36}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{4}{9}$

Câu 39 (VD): Biết rằng tồn tại duy nhất bộ các số nguyên a, b, c sao cho $\int_2^3 (4x+2)\ln x dx = a + b\ln 2 + c\ln 3$. Giá trị của $a + b + c$ bằng:

- A. 19 B. -19 C. 5 D. -5

Câu 40 (VD): Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + (m^2-2)x - m^2 + 3$ có hai điểm cực trị và hai điểm cực trị đó nằm về hai phía khác nhau đối với trục hoành?

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

Câu 41 (VD): Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng $2a$. Hai đường tròn đáy của (T) có tâm lần lượt là O và O_1 và bán kính bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy O_1 lấy điểm B sao cho $AB = \sqrt{5}a$. Thể tích khối tứ diện OO_1AB bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 42 (TH): Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(-1;2;1), B(2;-1;4), C(1;1;4)$. Đường thẳng nào dưới đây vuông góc với mặt phẳng (ABC)?

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$

B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$

Câu 43 (VDC): Cho hàm số $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, $f(0) = 1$ và $f(x) = \sqrt{x+1}f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $4 < f(3) < 6$

B. $f(3) < 2$

C. $2 < f(3) < 4$

D. $f(3) > 6$

Câu 44 (VDC): Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	1	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$

B. $(-2;-1)$

C. $(-2;1)$

D. $(-4;-3)$

Câu 45 (VDC): Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 + z_1z_2z_3 = 0$. Đặt $z = z_1 + z_2 + z_3$, giá trị của $|z|^3 - 3|z|^2$ bằng:

A. -2

B. -4

C. 4

D. 2

Câu 46 (VDC): Trong không gian Oxyz, tập hợp các điểm thỏa mãn $|z| + |y| + |x| \leq 2$ và $|x-2| + |y| + |z| \leq 2$ là một khối đa diện có thể tích bằng:

A. 3

B. 2

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{4}{3}$

Câu 47 (VD): Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P). Xét các điểm A, B thuộc (P) sao cho tiếp tuyến tại A và

B của (P) vuông góc với nhau, diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB bằng $\frac{9}{4}$. Gọi

x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B. Giá trị của $(x_1 + x_2)^2$ bằng:

A. 7

B. 5

C. 13

D. 11

Câu 48 (VDC): Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$, $SA = SB = \sqrt{2}a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng a . Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

C. $2\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 49 (VDC): Cho số thực α sao cho phương trình $2^x - 2^{-x} = 2\cos(\alpha x)$ có đúng 2019 nghiệm thực. Số nghiệm của phương trình $2^x + 2^{-x} = 4 + 2\cos(\alpha x)$ là:

A. 2019

B. 2018

C. 4037

D. 4038

Câu 50 (VDC): Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(3;1;-3), B(0;-2;3)$ và mặt cầu (S): $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$. Xét điểm M thay đổi luôn thuộc mặt cầu (S), giá trị lớn nhất của $MA^2 + 2MB^2$ bằng:

A.

B.

C. 82

D. 52

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (94%)	Chương 1: Hàm Số	C1 C6 C15	C16 C17 C26 C29	C31 C32 C36 C40 C44	C49
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C2 C21	C7 C23 C24	C34	
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng	C12	C9 C19	C35 C39 C47	C43
	Chương 4: Số Phức	C10	C20	C22 C37 C50	C45 C46
	Hình học				
	Chương 1: Khối Đa Diện		C5	C27 C28 C33 C48	
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C3	C25	C41	
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	C4 C8 C13	C18 C42	C30	
Đại số					
Lớp 11 (6%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác				
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất		C11	C38	
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân		C14		
	Chương 4: Giới Hạn				
	Chương 5: Đạo Hàm				

Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song				
	Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (0%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vectơ				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vectơ Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng				
Tổng số câu		11	16	19	4
Điểm		2.2	3.2	3.8	0.8

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI:

+) Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm với kiến thức tổng hợp của lớp 11 và lớp 12 ở các mức độ từ TH đến VDC giúp các em có thể ôn thi một cách tổng quát.

+) Đề thi có các câu VDC 45, 46, 47, 49, các em cần chú ý đọc kỹ bài để có thể xác định đúng hướng làm bài và không bị nhầm lẫn.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.C	2.D	3.C	4.A	5.B	6.D	7.C	8.B	9.C	10.A
11.C	12.A	13.D	14.A	15.A	16.C	17.B	18.C	19.C	20.D
21.C	22.A	23.C	24.A	25.D	26.B	27.C	28.C	29.C	30.B
31.A	32.B	33.A	34.D	35.C	36.B	37.B	38.B	39.C	40.B
41.C	42.D	43.D	44.B	45.A	46.D	47.B	48.D	49.D	50.C

Câu 1:

Phương pháp: Quan sát đồ thị hàm số, loại trừ từng phương án.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên loại đáp án A và B.

Đồ thị hàm số có nét cuối cùng đi lên nên $a > 0 \Rightarrow$ loại đáp án D.

Chọn C.

Câu 2:

Phương pháp:

+) Tìm điều kiện xác định của phương trình.

+) Giải phương trình logarit: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$

Cách giải:

Điều kiện: $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

$\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3^2 = 9 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5(\text{tm})$

Vậy $x = 5$ là nghiệm của phương trình.

Chọn D

Câu 3:

Phương pháp:

Thể tích khối nón tròn xoay có bán kính đáy r , đường cao h , thể tích V được tính bởi công thức:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$$

Thay các giá trị đề bài cho vào công thức ta tìm được thể tích khối nón đã cho.

Cách giải:

$$\text{Thể tích khối nón là: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot 2a = \frac{2\pi a^3}{3}$$

Chọn C

Câu 4:

Phương pháp:

Trong hệ trục tọa độ Oxyz, $A(x_1; y_1; z_1); B(x_2; y_2; z_2)$, M là trung điểm của AB .

$$\Rightarrow M \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

Cách giải:

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow M = \left(\frac{2+0}{2}; \frac{3-1}{2}; \frac{-1+1}{2} \right) = (1; 1; 0)$$

Chọn A

Câu 5:

Phương pháp:

Tính độ dài cạnh BC , tính diện tích tam giác ABC . Sau đó tính thể tích khối chóp $S.ABC$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ có chiều cao } h \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h$$

Cách giải:

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là: } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3$$

Chọn B

Câu 6:

Phương pháp:

Quan sát bảng biến thiên và kiến thức đã học về hàm số, đồ thị hàm số. Trong một khoảng xác định, chiều biến thiên đi lên từ trái sang phải thì hàm số đồng biến.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$

Chọn D.

Câu 7:

Phương pháp:

Áp dụng công thức: $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b (a, b > 0, a \neq 1, n \neq 0)$ và $\log_a b^n = n \cdot \log_a b (a, b > 0; a \neq 1)$

Lưu ý: $\log_a a = 1 (a > 0; a \neq 1)$

Cách giải:

$$\log_{a^2} (ab^2) = \log_{a^2} a + \log_{a^2} b^2 = \frac{1}{2} \log_a a + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \log_a b = \frac{1}{2} + \log_a b$$

Chọn C

Câu 8:

Phương pháp:

Trong không gian Oxyz, phương trình mặt phẳng (P): $ax + by + cz + d = 0$

$\Rightarrow \vec{n}(a; b; c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

Cách giải:

(P): $2y - 3z + 1 = 0 \Rightarrow$ VTPT của (P) là: $\vec{n} = (0; 2; -3)$

Chọn B

Câu 9:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính nguyên hàm cơ bản:

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int x^n dx = n \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C (C = \text{const})$$

Cách giải:

$$\int (3x^2 + \sin x) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - \cos x + C = x^3 - \cos x + C$$

Chọn C

Câu 10:

Phương pháp:

Hai số phức bằng nhau, phần thực bằng phần thực, phần ảo bằng phần ảo.

Tìm a, b rồi tính $a + b$

Cách giải:

$$\text{Ta có } a + 6i = 2 - 2bi \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 6 = -2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

Chọn A.

Câu 11:

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc nhân.

Để chọn được nhóm có một bạn nam và một bạn nữ ta làm như sau:

Chọn 1 bạn nam trong tổng số 15 bạn nam $\Rightarrow$ có 15 cách chọn bạn nam

Chọn 1 bạn nữ trong tổng số 10 bạn nữ $\Rightarrow$ có 10 cách chọn bạn nữ

Sau đó nhân lại với nhau.

Cách giải:

Ta có 15 bạn nam và 10 bạn nữ.

Có $C_{15}^1 = 15$ cách chọn 1 bạn nam.

Có $C_{10}^1 = 10$ cách chọn 1 bạn nữ.

Khi đó, số cách chọn hai bạn sao cho có một bạn nam và một bạn nữ là: $C_{15}^1.C_{10}^1 = 15.10 = 150$ (cách).

Chọn C.

Câu 12:

Phương pháp:

Lý thuyết tính diện tích hình phẳng: Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $y = 0, x = a, x = b (a < b)$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ là: $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Cách giải:

Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $y = 0, x = a, x = b (a < b)$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ là: $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Chọn A.

Câu 13:

Phương pháp:

Thay các điểm đã cho vào phương trình đường thẳng, điểm nào thỏa mãn phương trình đường thẳng thì điểm đó thuộc đường thẳng.

Cách giải:

Dựa vào phương trình đường thẳng ta thấy đường thẳng đã cho đi qua điểm $N(1; -1; 2)$.

Chọn D.

Câu 14:

Phương pháp:

Nhớ lại: Cho dãy (u_n) là một cấp số cộng có công sai d

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d$

Dựa vào đề bài cho, biến đổi hệ thành hệ phương trình bậc nhất hai ẩn $u_1; d$

Giải hệ và tìm ra d

Cách giải:

Gọi công sai của cấp số cộng là d .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_3 = 8 \\ u_4 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 15:

Phương pháp:

Quan sát đồ thị hàm số đã cho để kết luận.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$

Chọn A.

Câu 16:

Phương pháp:

Tìm $|f(x)|$ rồi tìm $f(x)$. Số nghiệm của phương trình là số nghiệm của phương trình đường thẳng $f(x) = \pm a$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$

Cách giải:

$$2|f(x)| - 5 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{5}{2} (1) \\ f(x) = -\frac{5}{2} (2) \end{cases}$$

Số nghiệm của phương trình đã cho là tổng số nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2).

Số nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ và đường thẳng $y = -\frac{5}{2}$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$

Như vậy, dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn C.

Câu 17:

Phương pháp:

Quan sát đồ thị hàm số đã cho và dựa vào những kiến thức đã học về đồ thị hàm số để kết luận.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2$ và tiệm cận ngang $y = 2$

Chọn B.

Câu 18:

Phương pháp:

Tìm trung điểm M của đoạn thẳng AB.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua điểm M và nhận $\overline{AB}$ làm VTPT.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ nhận $\vec{n}(A; B; C)$ làm VTPT có dạng:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

Thay tọa độ điểm M tìm được và tọa độ VTPT ta viết được phương trình mặt phẳng trung trực của AB.

Cách giải:

Ta có: $A(1; -1; 2); B(3; 3; 0) \Rightarrow \overline{AB} = (2; 4; -2)$

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó: $M(2; 1; 1)$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua điểm M và nhận $\overline{AB}$ làm VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là:

$$2(x - 2) + 4(y - 1) - 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4 + 4y - 4 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z - 3 = 0$$

Chọn C.

Câu 19:

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng giới hạn đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b (a < b)$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy công thức tính diện tích hình phẳng cần tính là:

$$\int_{-1}^2 (-x^2 + 3 - x^2 + 2x + 1) dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$$

Chọn C.

Câu 20:

Phương pháp:

Biến đổi phương trình đã cho, tìm z .

Mô-đun của số phức $z = a + bi$ là: $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Cách giải:

$$(2 + 3i)z + 4 - 3i = 13 + 4i \Leftrightarrow (2 + 3i)z = 13 + 4i - 4 + 3i$$

$$\Leftrightarrow (2 + 3i)z = 9 + 7i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{9 + 7i}{2 + 3i} \Leftrightarrow z = \frac{(9 + 7i)(2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{18 - 21i^2 + 14i - 27i}{2^2 + 3^2}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{39 - 13i}{13} \Leftrightarrow z = 3 - i$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$

Chọn D.

Câu 21:

Phương pháp:

Tập xác định của hàm số lũy thừa $y = x^n$ phụ thuộc vào giá trị của n như sau:

$$+) n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow D = \mathbb{R}$$

$$+) n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$+) n \notin \mathbb{Z}^+ \Rightarrow D = (0; +\infty)$$

Cách giải:

$$\text{Do } \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

Vậy tập xác định của hàm số là $(1; +\infty)$

Chọn C.

Câu 22:

Phương pháp:

+) Gọi số phức $z = x + yi$

+) Modun của số phức $z = x + yi$ là $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

+) Phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$, bán kính R có dạng: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

Cách giải:

Gọi số phức $z = x + yi$

$$|(1+i)z - 5 + i| = 2 \Leftrightarrow |(1+i)(x + yi) - 5 + i| = 2$$

$$\Leftrightarrow |(x - y - 5) + (x + y + 1)i| = 2$$

$$\Leftrightarrow (x - y - 5)^2 + (x + y + 1)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 - 10(x - y) + 25 + (x + y)^2 + 2(x + y) + 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 8x + 12y + 22 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 2$$

Vậy đường tròn biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện bài toán có tâm $I(2; -3)$, $R = \sqrt{2}$

Chọn A.

Câu 23:

Phương pháp:

Giải phương trình mũ sau đó áp dụng công thức $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ để tính tổng ham nghiệm của phương trình.

Cách giải:

$$3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 2 \cdot 9 \cdot 3^x + 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3^{2x} - 18 \cdot 3^x + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x_1} = 9 + 3\sqrt{6} \\ 3^{x_2} = 9 - 3\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = (9 + 3\sqrt{6})(9 - 3\sqrt{6})$$

$$\Leftrightarrow 3^{x_1+x_2} = 9^2 - (3\sqrt{6})^2 = 27$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = 3$$

Chọn C.

Câu 24:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức: $\log_a b^n = n \log_a b$; $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 = 6ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 8ab$$

$$\Rightarrow \log_2 (a + b)^2 = \log_2 8ab$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2 (a + b) = \log_2 8 + \log_2 a + \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (a + b) = \frac{1}{2} (3 + \log_2 a + \log_2 b)$$

Chọn A.

Câu 25:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R là: $V = \pi R^2 h$

Cách giải:

Thiết diện của hình trụ (T) qua trục là hình vuông cạnh $4a \Rightarrow$ hình trụ có chiều cao là $h = 4a$ và bán kính đáy $R = \frac{1}{2} \cdot 4a = 2a$

$$\Rightarrow V = \pi R^2 h = \pi \cdot 4a^2 \cdot 4a = 16\pi a^3$$

Chọn D.**Câu 26:****Phương pháp:**

Tìm tập xác định của hàm số. Sử dụng chức năng MODE 7 để bấm máy và tính nhanh GTLN của hàm số.

Cách giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\text{Ta có: } x = -1 \notin [1; 3]$$

Sử dụng MTCT để làm bài toán:

Bước 1: Bấm MODE 7 và nhập hàm $f(x) = \frac{x^2 - 8x}{x + 1}$ vào máy tính.

$$\text{Bước 2: Start} = 1; \text{End} = 3; \text{Step} = \frac{3-1}{19} = \frac{2}{19}$$



Ta được kết quả:

$$\text{Ta thấy GTLN của hàm số là } y_{\max} = -\frac{7}{2} \text{ khi } x = 1$$

Chọn B.

Chú ý khi giải: Với các bài toán có hàm số ở dạng phân thức, khi bấm máy tính, ta chú ý tập xác định của hàm số.

Câu 27:**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích của khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy S_d : $V = \frac{1}{3} S_d \cdot h$

$$\text{Khi đó } \Rightarrow S_d = \frac{3V}{h}$$

Cách giải:

$$\text{Ta có } V_{SABCD} = \frac{1}{3} h S_d = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$$

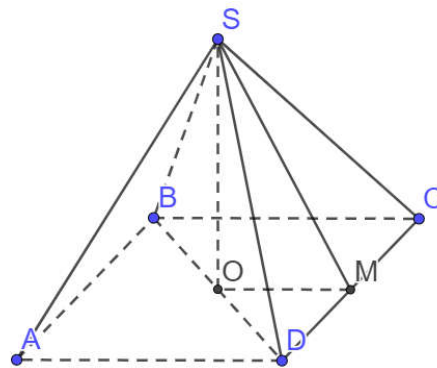
$$\Rightarrow V_{SACD} = \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

Gọi M là trung điểm của CD.

$$\Rightarrow SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$$

$$\Rightarrow S_{SCD} = \frac{1}{2} SM \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2$$

$$\Rightarrow d(A; (SCD)) = \frac{3V_{SACD}}{S_{SCD}} = \frac{3 \cdot \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}}{3 \cdot 2a^2} = a\sqrt{3}$$



Chọn C.

Câu 28:

Phương pháp:

Góc giữa hai đường thẳng a, b là góc giữa hai đường thẳng a', b' với $a // a', b // b'$

Công thức định lý hàm số cos trong ΔABC với các cạnh a, b, c là: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

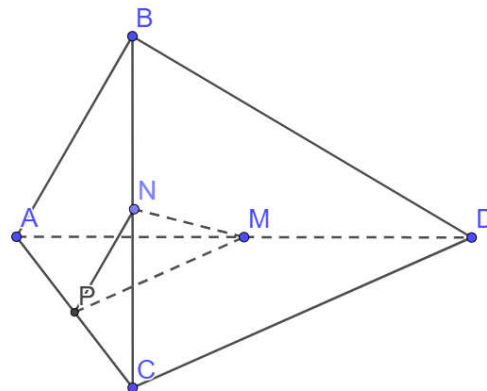
Cách giải:

Gọi P là trung điểm của AC ta có: $PM // CD$ và $PN // AB$

$$\Rightarrow \angle(AB; CD) = \angle(PM; PN)$$

Do PM, PN lần lượt là đường trung bình của tam giác ACD và tam giác ABC

$$\Rightarrow PM = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}; PN = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$$



$$\text{Xét tam giác PMN có: } \cos \angle MPN = \frac{PM^2 + PN^2 - MN^2}{2 \cdot PM \cdot PN} = \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \angle MPN = 120^\circ$$

$$\text{Vậy } \angle(PM; PN) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Chọn C.

Câu 29:

Phương pháp:

Điểm $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow f'(x_0) = 0$

Biến đổi biểu thức cần tính và sử dụng định lý Vi-ét để tính toán.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } f'(x) = x^2 - 6x - 2 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 2 = 0 (*)$$

Có x_1, x_2 là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x) \Rightarrow x_1, x_2$ là hai nghiệm của phương trình (*).

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6^2 - 2 \cdot (-2) = 40$$

Chọn C.

Câu 30:

Phương pháp:

+) Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng $d_1 \Rightarrow \vec{n}_\alpha = \vec{u}_1$.

+) Đường thẳng d cắt và vuông góc với $d_1 \Rightarrow d \subset (\alpha)$

+) Gọi M_0 là giao điểm của d_1 và $(\alpha) \Rightarrow M \in d$

+) Lập phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, M_0 .

Cách giải:

Ta có: d_1 đi qua $M(1; 0; 5)$ và có VTPT: $\vec{u}_1 = (1; 1; -2)$

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 5 - 2t \end{cases} \Rightarrow M_0(1 + t; t; 5 - 2t) \in (d_1)$$

Đường thẳng $d \perp d_1 \Rightarrow \vec{u}_2 \perp \vec{u}_1$

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với d_1 là:

$$x - 1 + y - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z + 3 = 0$$

Gọi $M_0(1 + t; t; 5 - 2t)$ là giao điểm của đường thẳng d_1 và mặt phẳng (α)

$$\Rightarrow 1 + t + t - 2(5 - 2t) + 3 = 0 \Leftrightarrow 6t = 6 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow M_0(2; 1; 3).$$

$\Rightarrow d$ là đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 0; 2)$ và $M_0(2; 1; 3)$.

$$\Rightarrow \vec{u}_2 = \vec{AM} = (1; 1; 1)$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Thử các đáp án, chỉ có điểm $Q(0; -1; 1)$ thuộc đường thẳng d khi $t = -1$

Chọn B.

Câu 31:

Phương pháp:

+) Tìm điều kiện của m để hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

+) Gọi $M(x_1; 2x_1 + m), N(x_2; 2x_2 + m)$ là hai giao điểm của 2 đồ thị hàm số.

$$+) \text{ Khi đó: } MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$$

+) Sử dụng định lý Vi-et để tìm giá trị của m để độ dài MN đạt giá trị nhỏ nhất.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số là:

$$2x + m = \frac{x+3}{x+1} (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 + (m+1)x + m - 3 = 0 (*)$$

$$\text{Ta có: } \Delta = (m+1)^2 - 8(m-3) = m^2 - 6m + 25 = (m-3)^2 + 16 > 0 \forall m$$

$\Rightarrow (*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{m+1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{2} \end{cases}$$

Gọi $M(x_1; 2x_1 + m), N(x_2; 2x_2 + m)$ là hai giao điểm của 2 đồ thị hàm số.

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} MN^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (2x_2 - 2x_1)^2 = 5(x_2 - x_1)^2 \\ &= 5 \left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \right] = 5 \left[\frac{(m+1)^2}{4} - 4 \cdot \frac{m-3}{2} \right] \\ &= \frac{5}{4} (m^2 + 2m + 1 - 8m + 24) = \frac{5}{4} (m^2 - 6m + 25) \\ &= \frac{5}{4} (m-3)^2 + 20 \geq 20 \forall m \end{aligned}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow m-3=0 \Leftrightarrow m=3$$

Chọn A.

Câu 32:

Phương pháp:

+) Để đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm về 2 phía của trục Ox .

+) Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm về 2 phía của trục $Ox \Leftrightarrow y_1, y_2 < 0$

Cách giải:

Hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = x^3 - 3x + m$ có 2 cực trị nằm về hai phía của trục Ox .

$$\text{Ta có: } y' = x^3 - 3x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -2 + m \\ x = -1 \Rightarrow y = 2 + m \end{cases}$$

$$\text{Hai điểm cực trị nằm về 2 phía trục } Ox \Leftrightarrow (-2+m)(2+m) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Kết hợp điều kiện $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn ycbt.

Chọn B.

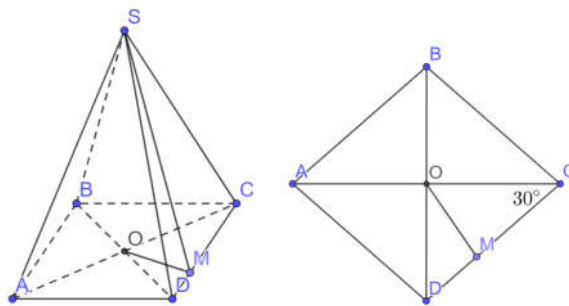
Câu 33:

Phương pháp:

$$\text{+) Diện tích tam giác đều cạnh } a: S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

+) Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S_d và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}S_d h$

Cách giải:



Ta có: $\angle DAB = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow BD = a$

$$\Rightarrow S_{ABD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

Kẻ $SM \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OM$

$$\Rightarrow \angle((SCD), (ABCD)) = \angle(OM, SM) = \angle SMO = 60^\circ$$

$$\text{Xét } \triangle OMD \text{ vuông tại D ta có: } \sin \angle ODM = \frac{OM}{OD} \Rightarrow OM = OD \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Xét } \triangle SOM \text{ vuông tại M ta có: } SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{4}$$

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$$

Chọn A.

Câu 34:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp thế hoặc cộng đại số để giải hệ phương trình logarit sau đó tính giá trị biểu thức đề bài yêu cầu.

Cách giải:

ĐK: $x > y > 0, x, y \neq 1$

Ta có:

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} \log_x y = \log_y x \\ \log_x (x-y) = \log_y (x+y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x y = \frac{1}{\log_x y} \\ \log_x (x-y) = \log_y (x+y) \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x y = \pm 1 \\ \log_x (x-y) = \log_y (x+y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x(\text{ktm}) \\ y = \frac{1}{x} \\ \log_x (x-y) = \log_y (x+y) \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ \log_x (x-y) = \log_{x^{-1}} (x+y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ \log_x (x-y) + \log_x (x+y) = 0 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ \log_x (x^2 - y^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1 \\ x^2 - y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + xy - y^2 = 1 + 1 = 2
\end{aligned}$$

Chọn D.

Câu 35:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp tính nguyên hàm hữu tỷ và công thức nguyên hàm cơ bản để làm bài toán.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}
I &= \int f(x) dx = \int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = \int \frac{x+3}{(x+1)(x+2)} dx \\
&= \int \left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = 2 \ln|x+1| - \ln|x+2| + C
\end{aligned}$$

Chọn C.

Câu 36:

Phương pháp:

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải:

$$Ta \text{ có: } y' = 3x^2 - 2mx + 3$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$$

Chú ý: Chỉ kết luận $\Delta' > 0$ là chưa đủ, học sinh có thể thử lại khi $m = \pm 3$ để chắc chắn.

Chọn B.

Câu 37:

Phương pháp:

Gọi $z = a + bi$, đưa số phức $\frac{z+2}{z-2i} = A + Bi$, khi đó $\frac{z+2}{z-2i} = A + Bi$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow A = 0$. Từ đó suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z .

Cách giải:

Gọi $z = a + bi$ ta có:

$$\begin{aligned}\frac{z+2}{z-2i} &= \frac{(a+2)+bi}{a+(b-2i)i} = \frac{[(a+2)+bi][a-(b-2)i]}{[a+(b-2)i][a-(b-2)i]} \\ &= \frac{(a+2)a - (a+2)(b-2)i + abi + b(b-2)}{a^2 + (b-2)^2} \\ &= \frac{a^2 + 2a + b^2 - 2b}{a^2 + (b-2)^2} - \frac{(a+2)(b-2) - ab}{a^2 + (b-2)^2}i\end{aligned}$$

Để số trên là số thuần ảo $\Rightarrow$ có phần thực bằng 0 $\Rightarrow a^2 + 2a + b^2 - 2b = 0$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 - 0} = \sqrt{2}$

Chọn B.

Câu 38:

Phương pháp:

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$

Cách giải:

Gieo một con xúc xắc 2 lần $\Rightarrow n(\Omega) = 6^2 = 36$

Để phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = a^2 - 4b \geq 0 \Leftrightarrow b \leq \frac{a^2}{4}$ với $a, b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

TH1: $a = 1 \Rightarrow b \leq \frac{1}{4} \Rightarrow$ Không có b thỏa mãn.

TH2: $a = 2 \Rightarrow b \leq \frac{2^2}{4} = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow$ có 1 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH3: $a = 3 \Rightarrow b \leq \frac{3^2}{4} = 2,25 \Rightarrow b \in \{1; 2\} \Rightarrow$ có 2 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH4: $a = 4 \Rightarrow b \leq \frac{4^2}{4} = 4 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$ có 4 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH5: $a = 5 \Rightarrow b \leq \frac{5^2}{4} = 6,25 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 6 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH6: $a = 6 \Rightarrow b \leq \frac{6^2}{4} = 9 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 6 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

Gọi A là biến cố: “Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm” $\Rightarrow n(A) = 1 + 2 + 4 + 6 + 6 = 19$

Vậy $P(A) = \frac{19}{36}$

Chọn B.

Câu 39:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp tính tích phân từng phần.

Cách giải:

$$\text{Đặt } I = \int_2^3 (4x+2) \ln x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (4x+2)dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = 2x^2 + 2x = 2x(x+1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = [2x(x+1) \ln x]_2^3 - \int_2^3 \frac{2x(x+1)dx}{x}$$

$$I = 24 \ln 3 - 12 \ln 2 - 2 \int_2^3 (x+1)dx$$

$$I = 24 \ln 3 - 12 \ln 2 - 2 \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_2^3$$

$$I = 24 \ln 3 - 12 \ln 2 - 2 \left(\frac{15}{2} - 4 \right)$$

$$I = 24 \ln 3 - 12 \ln 2 - 7 = a + b \ln 2 + c \ln 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = -12 \\ c = 24 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -7 - 12 + 24 = 5$$

Chọn C.

Câu 40:

Phương pháp:

+) Tìm điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị phân biệt, suy ra điều kiện cần của m.

+) Thay các giá trị m nguyên vừa tìm được vào hàm số, nhận những giá trị m mà khi đó đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox.

Cách giải:

$$y = x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 - 2)x - m^2 + 3$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2$$

Để hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 3(m^2 - 2) > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2m + 7 > 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{15}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\}$$

Thử lại:

$$\text{+) Với } m = -1 \text{ ta có } y = x^3 - x^2 - x + 2. \text{ Khi đó } y' = 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = \frac{-1}{3} \Rightarrow y = \frac{59}{27} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

+) Với $m = 0$ ta có $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$. Khi đó

$$y' = 3x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{7}}{3} \Rightarrow y = \frac{61-14\sqrt{7}}{27} > 0 \\ x = \frac{1-\sqrt{7}}{3} \Rightarrow y = \frac{61+14\sqrt{7}}{27} > 0 \end{cases} \quad (\text{ktm})$$

+) Với $m = 1$ ta có $y = x^3 - x^2 - x + 2$. Khi đó

$$y' = 3x^3 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2+\sqrt{7}}{3} \Rightarrow y = \frac{20-14\sqrt{7}}{27} < 0 \\ x = \frac{2-\sqrt{7}}{3} \Rightarrow y = \frac{20+14\sqrt{7}}{27} < 0 \end{cases} \quad (\text{tm})$$

+) Với $m = 2$ ta có $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$. Khi đó

$$y' = 3x^3 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = -\frac{9+2\sqrt{3}}{27} < 0 \\ x = \frac{3-\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{-9+2\sqrt{3}}{9} < 0 \end{cases} \quad (\text{ktm})$$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn là $m = 1$

Chọn B.

Câu 41:

Phương pháp:

Trên (O) lấy điểm B', trên (O₁) lấy điểm A' sao cho AA'//BB'//OO₁. Khi đó ta được hình lăng trụ OAB'.O₁A'B'. Dựa vào hình lăng trụ vừa dựng được, phân chia các khối đa diện và tính thể tích OO₁AB.

Cách giải:

Trên (O) lấy điểm B', trên (O₁) lấy điểm A' sao cho AA'//BB'//OO₁. Khi đó ta được hình lăng trụ OAB'.O₁A'B'.

Ta có $AA' = h = 2a, AB = a\sqrt{5}$

Xét tam giác vuông $AA'B$ có

$$A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{5a^2 - 4a^2} = a$$

Do đó tam giác $O_1A'B$ có $O_1A' = O_1B = A'B = a \Rightarrow \Delta O_1A'B$ đều cạnh a

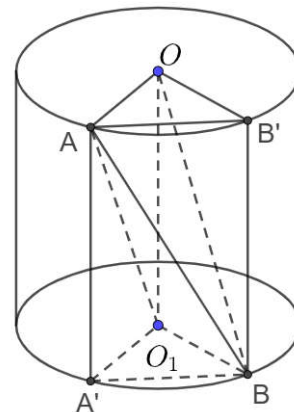
$$\Rightarrow S_{\Delta O_1 A' B} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{OAB'.O_1A'B} = AA'.S_{O_1A'B} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

Ta có $V_{OAB'.O_1A'B} = V_{A.O_1A'B} = V_{OAB'.O_1A'B} + V_{B.OAB'} + V_{OO_1AB}$

$$\text{Mà } V_{A.O_1A'B} = \frac{1}{3} V_{OAB'.O_1A'B}; V_{B.OAB'} = \frac{1}{3} V_{OAB'.O_1AB} \Rightarrow V_{OO_1AB} = \frac{1}{3} V_{OAB'.O_1A'B} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$$

Chọn C.



Câu 42:

Phương pháp:

(d) $\perp (P) \Leftrightarrow \vec{u}_d$ cùng phương với $\vec{n}_p$

Cách giải:

Ta có $\begin{cases} \vec{AB} = (3; -3; 3) / \vec{a} = (1; -1; 1) \\ \vec{AC} = (2; -1; 3) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = [\vec{a}; \vec{AC}] = (-2; -1; 1)$ là 1 VTPT của mặt phẳng (ABC).

Do đó đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có VTPT cùng phương với vector $(-2; -1; 1)$

Dựa vào các đáp án ta thấy ở đáp án D đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ có 1 VTPT là $(-2; 1; 1)$ cùng phương với $(-2; -1; 1)$

Chọn D.

Câu 43:

Phương pháp:

+) Từ giả thiết suy ra $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

+) Sử dụng phương pháp nguyên hàm 2 vế.

Cách giải:

Theo bài ra ta có: $f(x) = \sqrt{x+1} f'(x)$ (*)

Do $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên từ (*) ta có $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

Lấy nguyên hàm 2 vế ta được: $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$

$\Leftrightarrow \ln|f(x)| dx = 2\sqrt{x+1} + C \Leftrightarrow \ln f(x) = 2\sqrt{x+1} + C \Leftrightarrow f(x) = e^{2\sqrt{x+1}+C}$

Ta có $f(0) = 1 \Rightarrow 1 = e^{2+C} \Leftrightarrow 2+C = 0 \Leftrightarrow C = -2$

Do đó $f(x) = e^{2\sqrt{x+1}-2} \Rightarrow f(3) = e^2 \approx 7,4 > 6$

Chọn D.

Câu 44:

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức đạo hàm hàm hợp tính đạo hàm của hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x)$

+) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

+) Dựa vào các đáp án, thay giá trị của x_0 thuộc từng khoảng, tính $g'(x_0)$ và loại đáp án.

Cách giải:

Đặt $g(x) = f(x^2 + 2x)$ ta có $g'(x) = (2x+2)f'(x^2+2x) = 2(x+1)f'(x^2+2x)$

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Xét đáp án A ta có: $g'\left(\frac{1}{2}\right) = 3f'\left(\frac{5}{4}\right) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án A.

Xét đáp án C ta có: $g'\left(\frac{-3}{2}\right) = 2f'(0) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án C.

Xét đáp án D ta có: $g'\left(-\frac{7}{2}\right) = -5f'\left(\frac{21}{4}\right) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án D.

Chọn B.

Câu 45:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp trắc nghiệm, chọn z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$, tính z_3 theo z_1, z_2 đã chọn.

Thường thì ta sẽ chọn các số như $1; -1; i; -i$

Cách giải:

Do các giả thiết đã cho đúng với mọi cặp số phức z_1, z_2, z_3 nên ta chọn $z_1 = z_2 = 1$, kết hợp giả thiết ta có:

$$z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 + z_1 z_2 z_3 = 0 \Leftrightarrow 1 + 1 + z_3^3 + z_3 = 0 \Leftrightarrow z_3^3 + z_3 + 2 = 0 \Leftrightarrow z_3 = -1, \text{ thỏa mãn } |z_3| = 1$$

Khi đó ta có 1 cặp $(z_1, z_2, z_3) = (1; 1; -1)$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán. Khi đó

$$z = z_1 + z_2 + z_3 = 1 + 1 - 1 = 1.$$

$$\Rightarrow |z|^3 - 3|x|^2 = 1 - 3.1 = -2$$

Chọn A.

Câu 46:

Phương pháp:

+) Từ các giả thiết đã cho, xác định các điểm đầu mút.

+) Tính thể tích.

Cách giải:

Có $0 \leq |x| + |y| + |z| \leq 2$ và $0 \leq |x-2| + |y| + |z| \leq 2$ nên tìm các điểm đầu mút.

$$|x| + |y| + |z| = 0 \Rightarrow x = y = z = 0 \Rightarrow O(0; 0; 0)$$

$$|x-2| + |y| + |z| = 0 \Rightarrow x = 2; y = z = 0 \Rightarrow A(2; 0; 0)$$

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} |x| + |y| + |z| = 2 \\ |x-2| + |y| + |z| = 2 \end{cases} \Rightarrow |x| = |x-2| \Leftrightarrow x = 2-x \Leftrightarrow x = 1$$

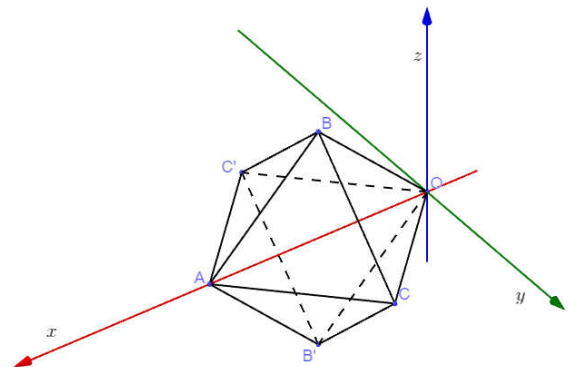
$$\Rightarrow |y| + |z| = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 0; z = \pm 1 \\ y = \pm 1; z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B(1; 0; 1), B'(1; 0; -1), C(1; 1; 0), C'(1; -1; 0)$$

Dựng hình suy ra tập hợp các điểm thỏa mãn là bát diện $BOCAC'.B'$

Ta có $OB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, do đó hình bát diện đều $BOCAC'.B'$ có cạnh bằng $\sqrt{2}$

$$\text{Vậy thể tích của bát diện đều là } V = \frac{(\sqrt{2})^3 \sqrt{2}}{3} = \frac{4}{3}$$



Chọn D.

Câu 47:

Phương pháp:

+) Lập phương trình đường thẳng AB.

+) Hai đường thẳng $y = a_1x + b_1, y = a_2x + b_2$ vuông góc với nhau $\Rightarrow a_1a_2 = -1$

+) Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ và các đồ

thị hàm số $y = f(x), g(x)$ là: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Cách giải:

$$(P): y = \frac{1}{2}x^2$$

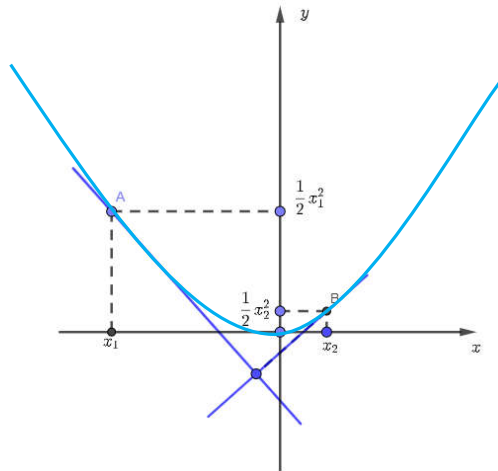
TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x$

Giả sử $A\left(x_1; \frac{1}{2}x_1^2\right); B\left(x_2; \frac{1}{2}x_2^2\right) \in (P) (x_1 \neq x_2)$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A của (P) là $y = x_1(x - x_1) + \frac{1}{2}x_1^2 \Leftrightarrow y = x_1x - \frac{1}{2}x_1^2 (d_1)$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm B của (P) là $y = x_2(x - x_2) + \frac{1}{2}x_2^2 \Leftrightarrow y = x_2x - \frac{1}{2}x_2^2 (d_2)$

Do $(d_1) \perp (d_2)$ nên ta có $x_1x_2 = -1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{-1}{x_1}$



Phương trình đường thẳng AB:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - \frac{1}{2}x_1^2}{\frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}x_1^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x - x_1)(x_2^2 - x_1^2) = \left(y - \frac{1}{2}x_1^2\right)(x_2 - x_1)$$

$$\Leftrightarrow (x - x_1)(x_2 + x_1) = 2y - x_1^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)x - 2y - x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}[(x_1 + x_2)x - x_1x_2] = \frac{1}{2}[(x_1 + x_2)x + 1]$$

Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi AB, (P) là:

$$\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} ((x_1 + x_2)x + 1 - x^2) dx \\
&\Leftrightarrow \frac{9}{4} = \frac{1}{2} \left((x_1 + x_2) \frac{x^2}{2} + x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \\
&\Leftrightarrow \frac{9}{4} = \frac{1}{2} \left[(x_1 + x_2) \left(\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} \right) + (x_2 - x_1) - \frac{x_2^3 - x_1^3}{3} \right] \\
&\Leftrightarrow \frac{9}{4} = \frac{1}{2} (x_1 + x_2)(x_2^2 - x_1^2) + (x_2 - x_1) - \frac{x_2^3 - x_1^3}{3} \\
&\Leftrightarrow 27 = 3(x_1 x_2^2 - x_1^3 + x_2^3 - x_1^2 x_2) + 6(x_2 - x_1) - 2x_2^3 + 2x_1^3 \\
&\Leftrightarrow 27 = 3x_1 x_2^2 - 3x_1 x_2^2 + x_2^3 - x_1^3 + 6(x_2 - x_1) \\
&\Leftrightarrow 27 = -3(x_2 - x_1) + (x_2 - x_1)(x_1^2 + x_2^2 - 1) + 6(x_2 - x_1) \\
&\Leftrightarrow 27 = 3(x_2 - x_1) + (x_2 - x_1)(x_1^2 + x_2^2 - 1) \\
&\Leftrightarrow 27 = (x_2 - x_1)(x_1^2 + x_2^2 + 2) \\
&\Leftrightarrow 27 = (x_2 - x_1)(x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2) \\
&\Leftrightarrow 27 = (x_2 - x_1)(x_2 - x_1)^2 = (x_2 - x_1)^3 \\
&\Leftrightarrow x_2 - x_1 = 3
\end{aligned}$$

Thay $x_2 = \frac{-1}{x_1}$ ta có:

$$\frac{-1}{x_1} - x_1 = 3 \Leftrightarrow -1 - x_1^2 - 3x_1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3 + \sqrt{5}} \\ x_1 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{-2}{-3 + \sqrt{5}} \end{cases} \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 5$$

Chọn B.

Câu 48:

Phương pháp:

+) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD.

+) Dựng $SH \perp EF$, chứng minh $SH \perp (ABCD)$.

+) Dựng $EK \perp (SCD)$. Chứng minh $d(A; (SCD)) = d(E; (SCD))$

+) Dựa vào định lý cosin và định lý Pytago, tính SH và tính $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD}$.

Cách giải:

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD.

ΔSAB có $SA = SB(gt) \Rightarrow SE \perp AB \Rightarrow SE \perp CD$

Ta có $\begin{cases} CD \perp SE \\ CD \perp EF \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SEF)$

Trong (SEF) kẻ $EK \perp SF$ ta có:

$\begin{cases} EK \perp SF \\ EK \perp CD \end{cases} \Rightarrow EK \perp (SCD) \Rightarrow d(E; (SCD)) = EK$

Vì $AB // CD \Rightarrow AB // (SCD) \Rightarrow d(A; (SCD)) = d(E; (SCD)) = a$

Kẻ $SH \perp EF$ ta có $\begin{cases} SH \perp EF \\ CD \perp (SEF) \end{cases} \Rightarrow SH \perp CD \Leftrightarrow SH \perp (ABCD)$

Ta có $S_{\Delta SEF} = \frac{1}{2} SH \cdot EF = \frac{1}{2} EK \cdot SF \Leftrightarrow SH \cdot 2a = a \cdot SF \Rightarrow 2SH = SF$

Đặt $SH = x \Rightarrow SF = 2a$

Ta có $AE = \frac{1}{2} AB = a \Rightarrow SE = \sqrt{SA^2 - AE^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$

Áp dụng định lý Cosin trong tam giác SEF ta có:

$$\cos \angle SEF = \frac{SE^2 + EF^2 - SF^2}{2SE \cdot EF} = \frac{a^2 + 4a^2 - 4x^2}{2 \cdot a \cdot 2a} = \frac{5a^2 - 4x^2}{4a^2}$$

Xét tam giác vuông SHE có $EH = SE \cdot \cos \angle SEF = a \cdot \frac{5a^2 - 4x^2}{4a^2} = \frac{5a^2 - 4x^2}{4a}$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông SHE có:

$$SH^2 + EH^2 = SE^2 \Leftrightarrow x^2 + \left(\frac{5a^2 - 4x^2}{4a} \right)^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow 16a^2x^2 + 25a^4 - 40a^2x^2 + 16x^4 = 16a^4$$

$$\Leftrightarrow 9a^4 - 24a^2x^2 + 16x^4 = 0 \Leftrightarrow (3a^2 - 4x^2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = 3a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2} = SH$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 4a^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

Chọn D.

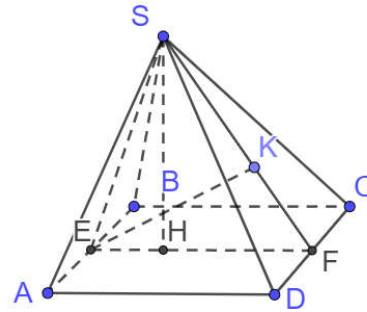
Câu 49:

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức nhân đôi: $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

+) Phương trình $f(x) = 0$ có n nghiệm x thì phương trình $f(t) = 0$ cũng có n nghiệm t.

Cách giải:



Ta có: $2^x + 2^{-x} = 4 + 2\cos(\alpha x) \Leftrightarrow \left(2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}}\right)^2 = 4\cos^2 \frac{\alpha x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = 2\cos \frac{\alpha x}{2} (1) \\ 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = -2\cos \frac{\alpha x}{2} (2) \end{cases}$

Thay $x = 0$ vào phương trình (1) ta có $2^0 - 2^0 = 2\cos 0 \Leftrightarrow 0 = 1$ (Vô lí), kết hợp với giả thiết ta có phương trình (1) có 2019 nghiệm thực khác 0.

Với x_0 là nghiệm của phương trình (1)

$$\Leftrightarrow 2^{\frac{x_0}{2}} - 2^{-\frac{x_0}{2}} = 2\cos \frac{\alpha x_0}{2} \Leftrightarrow 2^{\frac{(-x_0)}{2}} - 2^{-\frac{(-x_0)}{2}} = -2\cos \frac{\alpha(-x_0)}{2} \Rightarrow -x_0 \text{ là nghiệm của phương trình (2).}$$

Thay $x = -x_0$ vào phương trình (1) ta có:

$$\Leftrightarrow 2^{\frac{-x_0}{2}} - 2^{\frac{x_0}{2}} = 2\cos \frac{\alpha(-x_0)}{2} = 2\cos \frac{\alpha x_0}{2} = 2^{\frac{x_0}{2}} - 2^{-\frac{x_0}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2.2^{\frac{x_0}{2}} = 2.2^{-\frac{x_0}{2}} \Leftrightarrow 2^{\frac{x_0}{2}+1} = 2^{\frac{-x_0}{2}+1} \Leftrightarrow \frac{x_0}{1}+1 = -\frac{x_0}{1}+1 \Leftrightarrow x_0 = 0 \text{ (vô lí do } x_0 \neq 0 \text{)}$$

$\Rightarrow -x_0$ không là nghiệm của phương trình (1), điều đó đảm bảo mọi nghiệm của phương trình (2) không trùng với nghiệm của phương trình (1).

Do đó phương trình (2) cũng có 2019 nghiệm.

Vậy phương trình ban đầu có $2019.2 = 4038$ nghiệm

Chọn D.

Câu 50:

Phương pháp:

- +) Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).
- +) Gọi $J(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} = \vec{0}$. Tìm tọa độ điểm J.
- +) Khai triển biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ bằng cách chèn điểm J.
- +) Tìm GTLN của biểu thức.

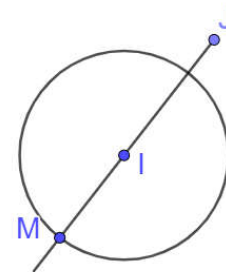
Cách giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 0; 3)$, bán kính $R = 1$

Gọi $J(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} = \vec{0}$

Ta có: $\overrightarrow{JA} = (3-a, 1-b, -3-c)$; $\overrightarrow{JB} = (-a; 2-b; 3-c)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} = (3-3a; -3-3b; 3-3c) = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow J(1; -1; 1)$$



Khi đó ta có:

$$T = MA^2 + 2MB^2 = (\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{JA})^2 + 2(\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{JB})^2$$

$$T = MJ^2 + 2\overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{JA} + JA^2 + 2MJ^2 + 4\overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{JB} + 2JB^2$$

$$T = 3MJ^2 + 2\overrightarrow{MJ} \cdot \underbrace{(\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB})}_0 + \underbrace{JA^2 + 2JB^2}_{const}$$

Do đó $T_{\max} \Leftrightarrow MJ_{\max}$

Ta có: $\vec{IJ} = (2; -1; -2) \Rightarrow IJ = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3 > R = 1 \Rightarrow J$ nằm ở phía ngoài mặt cầu (S). Khi đó

$$MJ_{\max} = IJ + R = 3 + 1 = 4$$

$$\text{Vậy } T_{\max} = 3.4^2 + (2^2 + 2^2 + 4^2) + 2.(1^2 + 1^2 + 2^2) = 3.16 + 24 + 2.6 = 84$$

Chọn C.