

Câu 1 (NB): Hình hộp chữ nhật đứng đáy là hình thoi có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 2 (TH): Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào có giá trị bằng $+\infty$?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 3}{1 - 2n^2}$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 - 4n^2 + 1)$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 2n}{5 + 3^n}$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n}{4n^2 - 5}$

Câu 3 (VD): Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m \in (-\infty; -2]$ B. $m \notin [-2; 2]$ C. $m \in [2; +\infty)$ D. $m \in \{-2; 2\}$

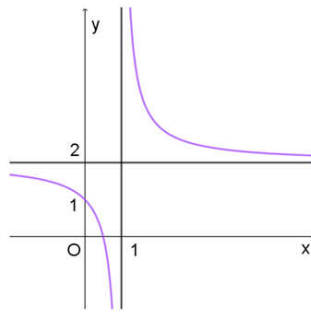
Câu 4 (TH): Trên đồ thị (C): $y = \frac{x+1}{x+2}$ có bao nhiêu điểm M mà tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng d: $x + y = 1$

- A. 0 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 5 (TH): Xác định các hệ số a, b, c để đồ thị hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có

đồ thị hàm số như hình vẽ bên:

- A. $a = 2, b = 2, c = -1$
 B. $a = 2, b = -1, c = 1$
 C. $a = 2, b = 1, c = 1$
 D. $a = 2, b = 1, c = -1$



Câu 6 (TH): Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của x để

$$f\left(\frac{1}{x}\right) < f(1)$$

- A. $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$ B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ C. $(-\infty; 1)$ D. $(0; 1)$

Câu 7 (TH): Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2(x-2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ D. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$

Câu 8 (TH): Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ bảy của cấp số nhân (u_n) ?

- A. 2000000 B. 136250 C. 39062 D. 31250

Câu 9 (VD): Trong không gian Oxyz, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$ đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (Q): $x + y + 3z = 0$, (R): $2x - y + z = 0$ là:

- A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$ B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$
 C. $2x + y - 3z - 14 = 0$ D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$

Câu 10 (NB): Đạo hàm của hàm số $y = \ln(5 - 3x^2)$ là:

- A. $\frac{6}{3x^2 - 5}$ B. $\frac{2x}{5 - 3x^2}$ C. $\frac{6x}{3x^2 - 5}$ D. $\frac{-6x}{3x^2 - 5}$

Câu 11 (TH): Đặt $a = \log_2 5$ và $b = \log_3 5$. Biểu diễn đúng $\log_6 5$ của theo a, b là:

- A. $\frac{1}{a+b}$ B. $a+b$ C. $\frac{ab}{a+b}$ D. $\frac{a+b}{ab}$

Câu 12 (TH): Cho hai góc nhọn a và b thỏa mãn $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a+b$.

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 13 (TH): Một hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 5 B. 3 C. 4 D. 6

Câu 14 (NB): Công thức nào sau đây là sai:

- A. $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$ B. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \cot x + C$ C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$ D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

Câu 15 (TH): Cho hình chóp SABCD, có đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh bên vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm của SA, N là hình chiếu vuông góc của A lên SO. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $AC \perp (SBD)$ B. $DN \perp (SAB)$ C. $AN \perp (SOD)$ D. $AM \perp (SBC)$

Câu 16 (TH): Gọi A, B lần lượt là các giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+m^2+2m}{x-2}$ trên

đoạn $[3;4]$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A+B = \frac{19}{2}$

- A. $m=1; m=-3$ B. $m=-1; m=3$ C. $m=\pm 3$ D. $m=-4$

Câu 17 (TH): Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

- A. Ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một và không nằm trong một mặt phẳng đồng quy.
B. Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì cả ba đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng.
C. Ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một thì cùng nằm trong một mặt phẳng.
D. Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì cả ba đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng.

Câu 18 (TH): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(-2;4)$ và $B(8;4)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Ox, có hoành độ dương sao cho tam giác ABC vuông tại C.

- A. $C(3;0)$ B. $C(1;0)$ C. $C(5;0)$ D. $C(6;0)$

Câu 19 (TH): Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2};4\right]$ bằng:

- A. 24 B. 20 C. 12 D. $\frac{155}{12}$

Câu 20 (TH): Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc hai đáy hình trụ, $AB=4a; AC=5a$. Tính thể tích khối trụ:

- A. $V=8\pi a^3$ B. $V=16\pi a^3$ C. $V=12\pi a^3$ D. $V=4\pi a^3$

Câu 21 (TH): Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}|x|$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.
D. Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 22 (VD): Cho x là số thực dương, khai triển nhị thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ ta có hệ số của số hạng chứa x^m bằng 792. Giá trị của m là:

- A. $m=3$ và $m=9$ B. $m=0$ và $m=9$ C. $m=9$ D. $m=0$

Câu 23 (VD): Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 4$

- A. $S = \{4\}$ B. $S = \{1\}$ C. $S = \{3\}$ D. $S = \{2\}$

Câu 24 (VD): Cho tứ diện ABCD có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Giá trị của x để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$

Câu 25 (VD): Cho khối chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh $\frac{a}{\sqrt{2}}$, ΔSAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp SABCD.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$

Câu 26 (NB): Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + x - 1$ là:

- A. $x^4 + x^2 + x + C$ B. $12x^2 + 1 + C$ C. $x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$ D. $x^4 - \frac{1}{2}x^2 - x + C$

Câu 27 (VD): Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0 \in K$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $f''(x_0) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$
 B. Nếu x_0 thì là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) \neq 0$
 C. Nếu x_0 thì là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f'(x_0) = 0$
 D. Nếu x_0 thì là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) > 0$

Câu 28 (TH): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(\ln x + 2)^2}$

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{\ln x + 2} + C$ B. $\int f(x) dx = \frac{-1}{\ln x + 2} + C$
 C. $\int f(x) dx = \frac{x}{\ln x + 2} + C$ D. $\int f(x) dx = \ln x + 2 + C$

Câu 29 (VD): Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$

- A. 1 B. $\frac{5}{2}$ C. $-\frac{5}{2}$ D. -1

Câu 30 (NB): Cho hai góc lượng giác a và b . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

- A. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ B. $\sin(a - b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
 C. $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ D. $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

Câu 31 (VD): Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; -1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Vectơ $\vec{a}$ không vuông góc với $\vec{b}$ B. Vectơ $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$
 C. $|\vec{a}| = \sqrt{14}$ D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-5; -7; -3)$

Câu 32 (VDC): Cho hình chóp S.ABCD có $SC = x (0 < x < a\sqrt{3})$, các cạnh còn lại đều bằng a . Biết rằng thể tích khối chóp S.ABCD lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{a\sqrt{m}}{n} (m, n \in \mathbb{N}^*)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m + 2n = 10$ B. $2m^2 - 3n < 15$ C. $m^2 - n = 30$ D. $4m - n^2 = -20$

Câu 33 (VDC): Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số: $y = x^8 + (m+1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

- A. Vô số B. 3 C. 2 D. 4

Câu 34 (VD): Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình

$$\left(x + 2 - \sqrt{x^2 + 1}\right)^2 + \frac{18(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}{x + 2 + \sqrt{x^2 + 1}} = m(x^2 + 1) \text{ có nghiệm thực?}$$

A. 25

B. 2019

C. 2018

D. 2012

Câu 35 (VD): Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có đúng bốn nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < \frac{1}{16}$

B. $0 \leq m < \frac{1}{16}$

C. $-\frac{1}{2} < m < 0$

D. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{16}$

Câu 36 (VD): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(-3;0;0); B(0;0;3); C(0;-3;0)$ và mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $|\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC}|$ nhỏ nhất.

A. $M(3;3;-3)$

B. $M(3;-3;3)$

C. $M(-3;3;3)$

D. $M(-3;-3;3)$

Câu 37 (VD): Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log(2x^2+3) < \log(x^2+mx+1)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. Vô số

B. 2

C. 5

D. 0

Câu 38 (VD): Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 6\sqrt{x^2-6x+12} + 6x - x^2 - 4$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x) = M$.

A. -6

B. 3

C. -3

D. 6

Câu 39 (VD): Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ thỏa mãn $F(0) = 5$. Khi đó phương trình $F(x) = 5$ có số nghiệm thực là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 40 (VDC): Cho một tập hợp A gồm 9 phân tử. Có bao nhiêu cặp tập con khác rỗng không giao nhau của tập A?

A. 9330

B. 9586

C. 255

D. 9841

Câu 41 (VD): Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2 - 3x + m^2 + 5m + 6$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên $(3;5)$.

A. $m \in (-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$

B. $m \in (-\infty; -3] \cup [-2; +\infty)$

C. $m \in [-3; -2]$

D. Với mọi $m \in \mathbb{R}$

Câu 42 (VD): Một giải thi đấu bóng đá quốc gia có 12 đội bóng thi đấu vòng tròn hai lượt tính điểm (2 đội bất kì thi đấu với nhau đúng 2 trận). Sau mỗi trận đấu, đội thắng 3 điểm, đội thua 0 điểm, nếu hòa mỗi đội được 1 điểm. Sau giải đấu ban tổ chức thống kê được 60 trận hòa. Hỏi tổng số điểm của tất cả các đội sau giải đấu là

A. 336

B. 630

C. 360

D. 306

Câu 43 (VD): Một hộp sữa hình trụ có thể tích V (không đổi) được làm từ một tấm tôn có diện tích đủ lớn. Nếu hộp sữa chỉ kín một đáy thì để tốn ít vật liệu nhất, hệ thức giữa bán kính đáy R và đường cao h bằng:

A. $h = \sqrt{3}R$

B. $h = \sqrt{2}R$

C. $h = 2R$

D. $h = R$

Câu 44 (VD): Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{4x+7}{\log_{2018}(x^2-2x+m^2-6m+10)}$

xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ là:

A. $(2;4) \setminus \{3\}$

B. $[2;4 \setminus \{3\}]$

C. $[4;+\infty)$

D. $(-\infty;2) \cup (4;+\infty)$

Câu 45 (VDC): Cho tứ diện ABCD có $AD \perp (ABC)$, ABC có tam giác vuông tại B. Biết $BC = 2a, AB = 2a\sqrt{3}, AD = 6a$. Quay tam giác ABC và ABD (bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được hai khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng:

A. $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{2}$

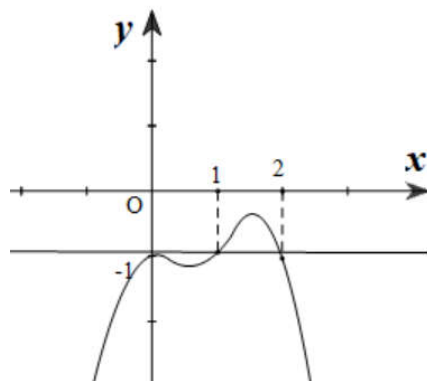
B. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{2}$

C. $\frac{64\sqrt{3}\pi a^3}{2}$

D. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{2}$

Câu 46 (VDC): Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Xác định điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x) + x$.

- A. Không có giá trị
- B. $x = 0$
- C. $x = 1$
- D. $x = 2$



Câu 47 (VDC): Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = x^3 - 2x \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 2$. Tính giá trị của $T = f^2(2)$.

- A. $\frac{268}{15}$
- B. $\frac{160}{15}$
- C. $\frac{268}{30}$
- D. $\frac{4}{15}$

Câu 48 (VD): Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = 2AD = 2DC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60° . Độ dài cạnh SA là:

- A. $a\sqrt{2}$
- B. $2a\sqrt{3}$
- C. $3a\sqrt{2}$
- D. $a\sqrt{3}$

Câu 49 (VDC): Cho hàm số $y = \frac{3x+b}{ax-2}$ ($ab \neq -2$). Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1; -4)$ song song với đường thẳng $d: 7x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a - 3b$ bằng:

- A. -2
- B. 4
- C. 5
- D. -1

Câu 50 (VD): Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0; (Q): x - 2y + z + 8 = 0; (R): x - 2y + z - 4 = 0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba mặt $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C . Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = AB^2 + \frac{144}{AC^2}$

- A. 24
- B. 36
- C. 72
- D. 144

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.C	2.B	3.D	4.A	5.D	6.B	7.D	8.D	9.D	10.C
11.C	12.D	13.C	14.B	15.C	16.A	17.A	18.D	19.B	20.C
21.A	22.A	23.B	24.B	25.A	26.C	27.C	28.B	29.A	30.B
31.C	32.A	33.C	34.D	35.A	36.C	37.D	38.B	39.C	40.A
41.B	42.A	43.D	44.D	45.B	46.D	47.A	48.A	49.A	50.C

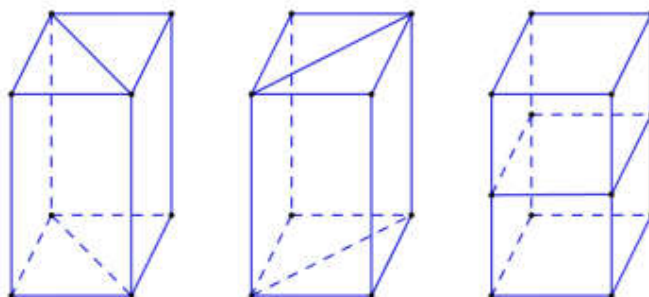
Câu 1:

Phương pháp:

Dựa vào lý thuyết các khối đa diện đều.

Cách giải:

Có 4 mặt phẳng đối xứng như trong hình vẽ dưới đây:



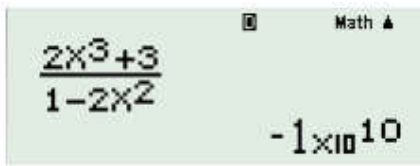
Chọn C.

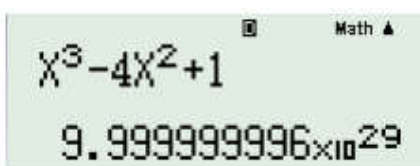
Câu 2:

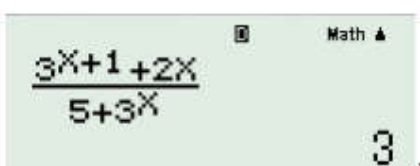
Phương pháp:

Sử dụng MTCT tính giới hạn ở từng đáp án và kết luận.

Cách giải:

Đáp án A:  $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3+3}{1-2n^2} = -\infty$

Đáp án B:  $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 - 4n^2 + 1) = +\infty$

Đáp án C:  $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 2n}{5 + 3^n} = 3$

Đáp án D:  $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n}{4n^2 - 5} = \frac{3}{4}$

Chọn B.

Câu 3:

Phương pháp

+) Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

+) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ sau đó suy ra giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = m$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$. Ta có đồ thị hàm số như hình

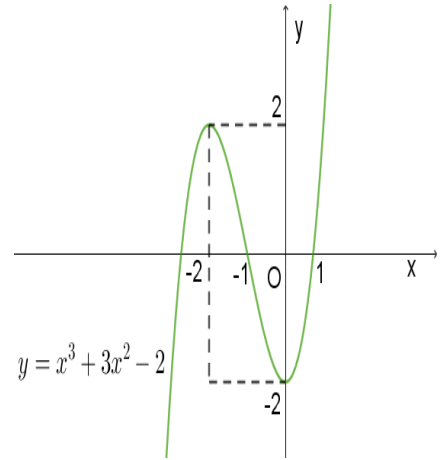
vẽ:

Quan sát đồ thị hàm số ta có: đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số

$y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$

Chọn D.

Chú ý khi giải: Để làm bài nhanh hơn, các em có thể vẽ BBT thay cho đồ thị hàm số.



Câu 4:

Phương pháp:

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = x_0$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song với đường thẳng $y = kx + b$ khi và chỉ khi $f'(x_0) = k$ (Lưu ý: Thử lại để loại trường hợp trùng).

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta có: $y' = \frac{2.1 - 1.1}{(x+2)^2} = \frac{1}{(x+2)^2}$

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0+1}{x_0+2}\right) \in (C)$

Ta có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là:

$$y' = \frac{1}{(x_0+2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0+1}{x_0+2} \quad (d')$$

Để $(d') \parallel (d): x + y = 1 \Leftrightarrow y = -x - 1 \Rightarrow \frac{1}{(x_0+2)^2} = -1$ (vô nghiệm)

$\Rightarrow$ Không có điểm M nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A.

Chú ý: Phải đưa phương trình đường thẳng (d) về dạng $y = kx + b$ và xác định hệ số góc của đường thẳng d cho chính xác, tránh sai lầm khi cho hệ số góc của đường thẳng d trong bài toán này bằng 1.

Câu 5:

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số để nhận xét và đưa ra công thức đúng về đồ thị hàm số, từ đó suy ra các giá trị a , b , c .

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có TCN là: $y = 2 \Rightarrow y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow$ loại đáp án A, B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 1) \Rightarrow -\frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow$ chọn D.

Chọn D.

Câu 6:**Phương pháp:**

Hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Sử dụng khái niệm hàm số đồng biến, với $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Cách giải:

Hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó ta có } f\left(\frac{1}{x}\right) < f(1) \Leftrightarrow \frac{1}{x} < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$$

Chọn B.

Chú ý: Khi giải bất phương trình $\frac{1}{x} < 1$ nhiều HS có cách giải sai như nhau $\frac{1}{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$ và chọn đáp án

C.

Câu 7:**Phương pháp:**

Hàm số đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (a; b)$

Hàm số nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in (a; b)$

Giải phương trình $y' = 0$ và lập BBT, từ đó chọn đáp án đúng.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow x^2(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-

Dựa vào BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên $(2; +\infty)$

Chọn D.**Câu 8:****Phương pháp:**

Sử dụng công thức SHTQ của cấp số nhân $u_n = u_1 q^{n-1}$.

Cách giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho ta có:

$$20u_1 - 10u_2 + u_3 = 20u_1 - 10u_1 q + u_1 q^2$$

$$= 40 - 20q + 2q^2 = 2(q^2 - 10q + 25) - 10$$

$$= 2(q-5)^2 - 10 \geq -10$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow q = 5$$

$$\text{Khi đó số hạng thứ sáu của cấp số nhân trên là } u_7 = u_1 q^6 = 2.5^6 = 31250$$

Chọn D.**Câu 9:****Phương pháp:**

$$\text{Mặt phẳng (P) vuông góc với (Q), (R)} \Rightarrow \vec{n_P} \perp \vec{n_Q}, \vec{n_P} \perp \vec{n_R} \Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}]$$

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$ là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

Cách giải:

$$\text{Mặt phẳng (P) vuông góc với (Q), (R)} \Rightarrow \vec{n_P} \perp \vec{n_Q}, \vec{n_P} \perp \vec{n_R} \Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}]$$

Ta có: $\vec{n_Q} = (1; 1; 3), \vec{n_R} = (2; -1; 1)$

$$\Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}] = (4; 5; -3)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $B(2; 1; -3)$ và có VTPT $\vec{n} = (4; 5; -3)$ là:

$$4(x - 2) + 5(y - 1) - 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$$

Chọn D.

Câu 10:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

Cách giải:

$$[\ln(5 - 3x^2)]' = \frac{-6x}{5 - 3x^2} = \frac{6x}{3x^2 - 5}$$

Chọn C.

Câu 11:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức: $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}; \log_a b + \log_a c = \log_a bc (0 < a, b \neq 1; c > 0)$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \log_5 2 = \frac{1}{\log_2 5} = \frac{1}{a}; \log_5 3 = \frac{1}{\log_3 5} = \frac{1}{b}$$

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a + b}$$

Chọn C.

Câu 12:

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$

Cách giải:

$$\text{Do } 0 < a, b < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < a + b < \pi$$

$$\text{Ta có: } \tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = \frac{\frac{1}{7} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}} = 1 \Leftrightarrow a + b = \frac{\pi}{4}$$

Chọn D.

Câu 13:

Phương pháp:

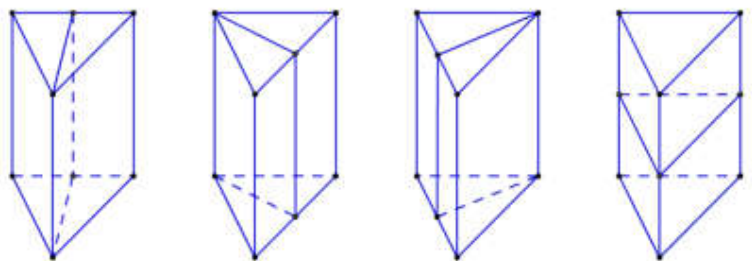
Dựa vào lý thuyết các khối đa diện đều.

Cách giải:

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ bên dưới, trong đó:

+) 3 mặt phẳng tạo bởi 1 cạnh bên và trung điểm của các cạnh đối diện.

+) 1 mặt phẳng tạo bởi trung điểm của 3 cạnh bên.



Chọn C.

Câu 14:

Phương pháp:

Sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản.

Cách giải:

Ta có $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$ do đó đáp án B sai.

Chọn B.

Câu 15:

Phương pháp:

Sử dụng quan hệ vuông góc trong không gian

Cách giải:

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$

Lại có: $BD \perp AC$ (do $ABCD$ là hình vuông)

$\Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AN$

Mà $AN \perp SO$ (gt)

$\Rightarrow AN \perp (SBD) \Rightarrow AN \perp (SOD)$

Chọn C.

Câu 16:

Phương pháp:

Hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất đơn điệu trên từng khoảng xác định của nó.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ta có: $y' = \frac{-2 \cdot 1 - 1 \cdot (m^2 + 2m)}{(x-2)^2} = \frac{-m^2 - 2m - 2}{(x-2)^2} = \frac{-(m+1)^2 - 1}{(x-2)^2} < 0 \forall x \in D$

$\Rightarrow y' < 0 \forall x \in [3; 4] \Rightarrow$ Hàm số đã cho nghịch biến trên $[3; 4]$

$\Rightarrow \min_{[3;4]} y = y(4) = \frac{m^2 + 2m + 4}{2}; \max_{[3;4]} y = y(3) = m^2 + 2m + 3$

$\Rightarrow A = \frac{m^2 + 2m + 4}{2}; B = m^2 + 2m + 3$

Theo bài ra ta có $A + B = \frac{19}{2} \Leftrightarrow \frac{m^2 + 2m + 4}{2} + m^2 + 2m + 3 = \frac{19}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{m^2 + 2m + 4 + 2m^2 + 4m + 6}{2} = \frac{19}{2} \Leftrightarrow 3m^2 + 6m - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$

Chọn A.

Câu 17:

Phương pháp:

Đọc kĩ từng đáp án sau đó loại trừ và chọn đáp án đúng.

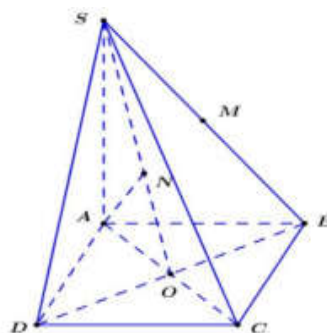
Cách giải:

Xét đáp án A: Giả sử ta có 3 đường thẳng a, b, c và $a \cap b = \{A\}, b \cap c = \{B\}, c \cap a = \{C\}$

Giả sử điểm $A \equiv B$ ta có:

+) Nếu $A \neq C \Rightarrow a \equiv c \Rightarrow$ mâu thuẫn với giả thiết a, c không đồng phẳng.

+) Nếu $A \equiv C \Rightarrow A \equiv B \equiv C \Rightarrow a, b, c$ đồng quy.



Vậy a, b, c đồng quy $\Rightarrow$ đáp án A đúng.

Chọn A.

Câu 18:

Phương pháp:

Tam giác ABC vuông tại C $\Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$

Cách giải:

$$\text{Gọi } C(c; 0) \in Ox(c > 0) \text{ ta có } \begin{cases} \overrightarrow{CA} = (-2 - c; 4) \\ \overrightarrow{CB} = (8 - c; 4) \end{cases}$$

$$\text{Tam giác ABC vuông tại C } \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (-2 - c)(8 - c) + 16 = 0$$

$$-16 + 2c - 8c + c^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow c^2 - 6c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 (\text{ktm}) \\ c = 6 (\text{tm}) \end{cases} \Rightarrow C(6; 0)$$

Chọn D.

Câu 19:

Phương pháp:

Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i .

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i) (x_i \in [a; b])$. Khi đó:

$$\min_{[a; b]} f(x) = \min \{f(a), f(b), f(x_i)\}, \max_{[a; b]} f(x) = \max \{f(a), f(b), f(x_i)\},$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = 2x - \frac{16}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 2x^3 = \frac{16}{x^2} \Leftrightarrow 2x^3 = 16 \Leftrightarrow x = 2 \in \left[\frac{3}{2}; 4\right]$$

$$y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{155}{12}; y(2) = 12; y(4) = 20$$

$$\text{Vậy } \max_{\left[\frac{3}{2}; 4\right]} y = 20 \text{ khi } x = 4$$

Chọn B.

Câu 20:

Phương pháp:

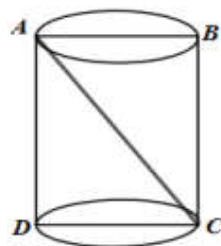
Sử dụng công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \pi r^2 h$

Cách giải:

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABC có

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$$

$$\text{Vậy thể tích khối trụ là } V = \pi \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \cdot BC = \pi \cdot (2a)^2 \cdot 3a = 12\pi a^3$$



Chọn C.

Câu 21:

Phương pháp:

Xét hàm số $y = \log_a x$ ta có:

+) TXĐ: $D = (0; +\infty)$

+) Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm TCD.

+) Có $a > 1$ thì hàm số luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $0 < a < 1$ thì hàm số luôn nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

+) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(1; 0), (a; 1)$ và nằm bên phải trục tung.

Cách giải:

Tập xác định của hàm số: $|x| > 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \Rightarrow$ đáp án D đúng.

Ta có: $y = \log_{\frac{1}{2}} |x| = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x & \text{khi } x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} (-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Vì $0 < a = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ và hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} (-x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$

Chọn A.

Câu 22:

Phương pháp:

Sử dụng khai triển nhị thức Newton: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$

Cách giải:

Ta có: $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{24-3k}$, do đó hệ số của số hạng chứa x^m trong khai triển

trên ứng với $24-3k = m \Leftrightarrow k = \frac{24-m}{3}$

Theo bài ra ta có $C_{12}^{\frac{24-m}{3}} = 792 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{24-m}{3} = 5 \\ \frac{24-m}{3} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = 3 \end{cases}$

Chọn A.

Câu 23:

Phương pháp:

Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m$

Cách giải:

Ta có: $2^{x+1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^2 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1\}$

Chọn B.

Câu 24:

Phương pháp:

+) Gọi E là trung điểm của AB, chứng minh $((ABC); (ABD)) = (CE; DE) = CED$

+) Sử dụng định lý Pytago trong các tam giác vuông tìm x.

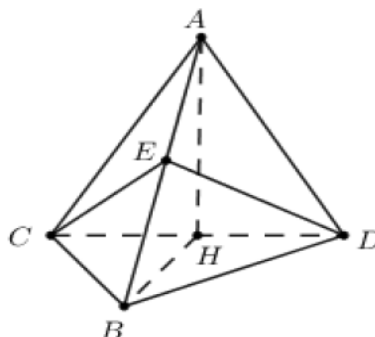
Cách giải:

Gọi H là trung điểm của CD.

Do tam giác ACD cân tại A và tam giác BCD cân tại B

$$\Rightarrow \begin{cases} CD \perp AH \\ CD \perp BH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABH) \Rightarrow CD \perp AB$$

Gọi E là trung điểm của AB, do tam giác ABC cân tại C
 $\Rightarrow CE \perp AB$



$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp CD \\ AB \perp CE \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CDE) \Rightarrow AB \perp DE$$

$$\begin{cases} (ABC) \cap (ABD) = AB \\ (ABC) \supset CE \perp AB \\ (ABD) \supset DE \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((ABC); (ABD)) = \angle(CE; DE) = \angle CED = 90^\circ$$

Ta có $\Delta ABC = \Delta ADC$ (c.c.c) $\Rightarrow CE = DE \Rightarrow \Delta CDE$ vuông cân tại E

$$\Rightarrow CD = CE\sqrt{2} \Leftrightarrow 2x = CE\sqrt{2} \Leftrightarrow CE = x\sqrt{2} (*)$$

Xét tam giác vuông CBH có $BH^2 = BC^2 - CH^2 = a^2 - x^2$

Xét tam giác vuông ACH có $AH^2 = AC^2 - CH^2 = a^2 - x^2$

$$\text{Xét tam giác vuông ABH có } AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2a^2 - 2x^2 \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{2a^2 - 2x^2}}{2}$$

$$\text{Xét tam giác vuông ACE có } CE^2 = AC^2 - AE^2 = a^2 - \frac{a^2 - x^2}{2} = \frac{a^2 + x^2}{2} \Rightarrow CE = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{2}$$

$$\text{Thay vào (*) ta có } \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{2}} = x\sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 - x^2 = 4x^2 \Leftrightarrow 3x^2 = a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Chọn B.

Câu 25:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy S là: $V = \frac{1}{3}Sh$

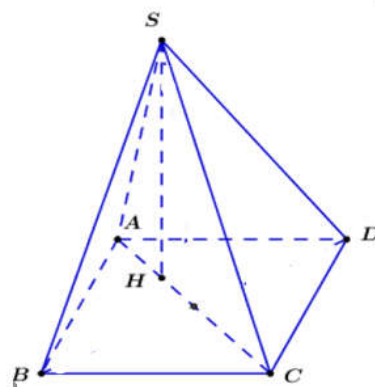
Cách giải:

Gọi H là hình chiếu của S trên AC.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAC) \cap (ABCD) = AC \\ (SAC) \supset SH \perp AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Ta có: $\angle(SA, (ABCD)) = \angle(SA, AH) = \angle(SA, AC) = \angle SAC$

$$\text{Ta có: } AC = AB\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = a$$



$$\text{Xét } \Delta SAC \text{ vuông tại S ta có: } \begin{cases} SA = AC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2} \\ SC = AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔSAC vuông tại S và có đường cao SH ta có:

$$SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Chọn A.

Câu 26:

Phương pháp:

$$\text{Sử dụng nguyên hàm cơ bản } \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

Cách giải:

$$\int f(x) dx = 4 \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - x + C = x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$$

Chọn C.

Câu 27:

Phương pháp:

Dựa vào lý thuyết về các điểm cực trị của hàm số.

Cách giải:

Nếu $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số thì $f'(x_0) = 0$

Nếu $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$

Chọn C.**Câu 28:****Phương pháp:**

Sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{-1}{x} + C$ và công thức vi phân $d[f(x)] = f'(x)dx$

Cách giải:

$$\int f(x)dx = \int \frac{1}{x(\ln x + 2)^2} dx = \int \frac{d(\ln x + 2)}{(\ln x + 2)^2} = \frac{-1}{\ln x + 2} + C$$

Chọn B.

Chú ý: HS có thể sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để giải bài toán này, bằng cách đặt $t = \ln x + 2$.

Câu 29:**Phương pháp:**

+) Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m$

+) Áp dụng hệ thức Vi-ét.

Cách giải:

Ta có:

$$2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = 1$$

Chọn A.**Câu 30:****Phương pháp:**

Sử dụng các công thức:

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

Cách giải:

$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$, do đó đáp án B sai.

Chọn B.**Câu 31:****Phương pháp:**

+) Sử dụng máy tính để bấm máy tích có hướng.

$$+) \text{ Ta có: } \vec{a}(a_1; a_2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}.$$

$$+) \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$+) \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b}$$

Cách giải:

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1.2 - 2.(-1) + 3.(-1) = 1 \neq 0 \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ không vuông góc $\Rightarrow$ loại đáp án A.

Ta thấy không tồn tại số k để $\vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương $\Rightarrow$ loại đáp án B.

$$|\vec{a}| = \sqrt{1 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14} \Rightarrow \text{Đáp án C đúng.}$$

Chọn C.

Câu 32:**Phương pháp:**

- + Chứng minh hình chiếu vuông góc của S trên (ABCD) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.
- + Chứng minh tam giác SAC vuông tại S, tính AC.
- + Tính BD.

$$+) \text{ Sử dụng công thức tính thể tích } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

Cách giải:

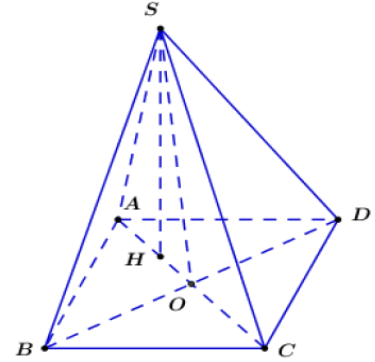
Vì $SA = SB = SD = a$ nên hình chiếu vuông góc của S trên (ABCD) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Do tam giác ABD cân tại A $\Rightarrow H \in AC$

Dễ dàng chứng minh được:

$\Delta SBD = \Delta ABD (c.c.c) \Rightarrow SO = AO = \frac{AC}{2} \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S (Tam giác có trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy)



$$\Rightarrow AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAC có } SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Ta có

$$OA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + x^2} \Rightarrow OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2 + x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3a^2 - x^2}}{2} \Rightarrow BD = \sqrt{3a^2 - x^2}$$

Do ABCD là hình thoi $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$. Khi đó ta có:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot \sqrt{a^2 + x^2} \cdot \sqrt{3a^2 - x^2} = \frac{1}{6} ax \sqrt{3a^2 - x^2}$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cô-si ta có: } x \sqrt{3a^2 - x^2} \leq \frac{x^2 + 3a^2 - x^2}{2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} \leq \frac{1}{6} a \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3}{4}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x^2 = 3a^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a\sqrt{m}}{n} \Rightarrow \begin{cases} m=6 \\ n=2 \end{cases} \Rightarrow m+2n=10$$

Chọn A.**Câu 33:****Phương pháp:**

Nếu $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số thì $f'(x_0) = 0$

Nếu $x = x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$

Cách giải:

$$\text{Ta có } y' = 8x^7 + 5(m+1)x^4 - 4(m^2-1)x^3; y'' = 56x^6 + 20(m+1)x^3 - 12(m^2-1)x^2$$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 8x^7 + 5(m+1)x^4 - 4(m^2-1)x^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 [8x^4 + 5(m+1)x - 4(m^2-1)] = 0$$

$$\text{TH1: Xét } m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

+ Khi $m = 1$ ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x^3(8x^4 + 10x) = x^4(8x^3 + 10) \Rightarrow x = 0$ là nghiệm bội 4 $\Rightarrow x = 0$ không là cực trị của hàm số.

+) Khi $m = -1$ ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x^3 \cdot 8x^4 = 0 \Leftrightarrow 8x^7 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ là nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow x = 0$ là điểm cực trị của hàm số. Hơn nữa qua điểm $x = 0$ thì y' đổi dấu từ âm sang dương nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

TH2: Xét $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ ta có:

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 [8x^5 + 5(m+1)x^2 - 4(m^2 - 1)x] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ 8x^5 + 5(m+1)x^2 - 4(m^2 - 1)x = 0 \end{cases}$$

$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ là nghiệm bội chẵn không là cực trị của hàm số, do đó cực trị của hàm số ban đầu là nghiệm của phương trình $g(x) = 8x^5 + 5(m+1)x^2 - 4(m^2 - 1)x = 0$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Leftrightarrow g'(0) > 0$

Ta có $g'(x) = 40x^4 + 10(m+1)x - 4(m^2 - 1)$

$$\Rightarrow g'(0) = -4(m^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$$

Vậy kết hợp 2 trường hợp ta có $-1 \leq m < 1$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0\}$

Chọn C.

Câu 34:

Phương pháp:

+) Cô lập m , đưa phương trình về dạng $f(x) = m$

+) Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow m \in [\min f(x); \max f(x)]$

Cách giải:

$$\left(x + 2 - \sqrt{x^2 + 1}\right)^2 + \frac{18(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}{x + 2 + \sqrt{x^2 + 1}} = m(x^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(x + 2 - \sqrt{x^2 + 1}\right)^2}{x^2 + 1} + \frac{18\sqrt{x^2 + 1}}{x + 2 + \sqrt{x^2 + 1}} = m$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{\left(x + 2 - \sqrt{x^2 + 1}\right)^2}{x^2 + 1} + \frac{18\sqrt{x^2 + 1}}{x + 2 + \sqrt{x^2 + 1}}. \text{ Sử dụng chức năng MODE 7, ta tìm}$$

$$\min f(x) = 7 \Leftrightarrow x = 0$$

Để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm $\Rightarrow m \geq 7$. Kết hợp điều kiện ta có $m \in [7; 2018], m \in \mathbb{Z}$. Vậy có $(2018 - 7) + 1 = 2012$ giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 35:

Phương pháp:

$$+) \text{ Ta có: } (7 + 3\sqrt{5})(7 - 3\sqrt{5}) = 49 - 45 = 4 \Rightarrow 7 - 3\sqrt{5} = \frac{4}{7 + 3\sqrt{5}}$$

+) Đặt ẩn phụ và đưa phương trình đã cho về phương trình bậc hai ẩn t từ đó tìm m theo yêu cầu của đề bài.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } (7 + 3\sqrt{5})(7 - 3\sqrt{5}) = 49 - 45 = 4 \Rightarrow 7 + 3\sqrt{5} = \frac{4}{7 - 3\sqrt{5}}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1} \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{4}{7+3\sqrt{5}}\right)^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = \frac{1}{2} \cdot 2^{x^2} \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot 2^{x^2} - 2^{x^2} \cdot (7+3\sqrt{5})^2 + 2m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 0 \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{2}{7+3\sqrt{5}}\right)^{2x^2} - \left(\frac{2}{7+3\sqrt{5}}\right)^{x^2} + 2m = 0(*) \\ &\text{Đặt } \left(\frac{2}{7+3\sqrt{5}}\right)^{2x^2} = t \Rightarrow x^2 = \log_{\frac{2}{7+3\sqrt{5}}} t. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } 0 < \frac{2}{7+3\sqrt{5}} < 1 \Rightarrow \log_{\frac{2}{7+3\sqrt{5}}} t > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 1$$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2t^2 - t + 2m = 0(1)$$

Để phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (1) có hai nghiệm phân biệt $t \in (0;1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(0) > 0 \\ af(1) > 0 \\ 0 < -\frac{b}{2a} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-16m > 0 \\ 4m > 0 \\ 2(2m+1) > 0 \\ 0 < \frac{1}{2} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{16} \\ m > 0 \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{16}$$

Chọn A.

Câu 36:

Phương pháp:

+) Gọi điểm $I(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$, sử dụng các công thức cộng trừ vector xác định điểm I.

+) Phân tích $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ bằng cách chèn điểm I, đánh giá và tìm GTNN của $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

Cách giải:

Gọi điểm $I(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{IA} = (-3-a; -b; -c) \\ \overrightarrow{IB} = (-a; -b; 3-c) \\ \overrightarrow{IC} = (-a; -3-b; -c) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = (-3-a; 3-b; 3-c) = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-a=0 \\ 3-b=0 \\ 3-c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=3 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow I(-3; 3; 3)$$

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IC}| = |\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC})| = |\overrightarrow{MI}| = MI$$

Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất $\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P)

Ta thấy $-3+3+3-3=0 \Rightarrow I \in (P) \Rightarrow$ Hình chiếu của I trên (P) là chính nó. Do đó $M \equiv I \Rightarrow M(-3; 3; 3)$

Chọn C.

Câu 37:

Phương pháp:

Tìm điều kiện xác định của bất phương trình.

Giải bất phương trình logarit: $\log f(x) < \log g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$

Cách giải:

$$\log(2x^2 + 3) < \log(x^2 + mx + 1) \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 0 < 2x^2 + 3 < x^2 + mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx + 2 < 0 \forall x \in \mathbb{R} (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 < 0 \\ \Delta = m^2 - 8 < 0 \end{cases} \text{ (vonghiem)}$$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 38:

Phương pháp:

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 6x + 12} = \sqrt{(x-3)^2 + 3} \geq 3$ tìm GTLN của hàm số $f(t)$ với $t \geq 3$

Cách giải:

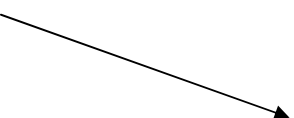
$$f(x) = 6\sqrt{x^2 - 6x + 12} + 6x - x^2 - 4$$

$$f(x) = 6\sqrt{x^2 - 6x + 12} - (x^2 - 6x + 12) + 8$$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 6x + 12} = \sqrt{(x-3)^2 + 3} \geq 3$, khi đó ta có $f(t) = -t^2 + 6t + 8 \forall x \geq 3$

$$\text{Ta có } f'(t) = -2t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 3$$

BBT:

t	3		$+\infty$
$f'(t)$	0	—	
$f(t)$	17		$-\infty$

$$\Rightarrow \max_{[3; +\infty)} f(t) = 17 \Leftrightarrow t = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 3} = 3 \Leftrightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \max f(x) = 17 = M \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy phương trình $f(x) = M$ có nghiệm duy nhất $x = 3$, do đó tích các nghiệm của chúng bằng 3.

Chọn B.

Câu 39:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức nguyên hàm cơ bản để tìm $F(x)$ sau đó giải phương trình.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } F(x) = \int (x^3 - 2x^2 + 1) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + x + C$$

$$\text{Lại có: } F(0) = 5 \Leftrightarrow C = 5 \Rightarrow F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + x + 5$$

$$\Rightarrow F(x) = 5 \Leftrightarrow \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + x = 0 \Leftrightarrow x \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \approx -1,04 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 40:

Cách giải:

Gọi X, Y là hai tập hợp con của A sao cho $X \cap Y = \emptyset; X \neq \emptyset; Y \neq \emptyset$

$$\text{Giả sử } A = \{x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6; x_7; x_8; x_9\}$$

Phần tử x_1 có 3 khả năng: hoặc $x_1 \in X$ hoặc $x_1 \in Y$ hoặc $\begin{cases} x_1 \notin X \\ x_1 \notin Y \end{cases}$

.....

Cứ như vậy đến phần tử x_9 . Do đó ta có 3^9 cặp 2 tập hợp không giao nhau (chứa cả cặp tập hợp rỗng).

Số cách chọn tập $X \neq \emptyset; Y = \emptyset$ là $2^9 - 1$ cách chọn.

Số cách chọn tập $X = \emptyset; Y \neq \emptyset$ là $2^9 - 1$ cách chọn.

$\Rightarrow$ số cặp 2 tập hợp khác rỗng không giao nhau thực sự là $3^9 - 2(2^9 - 1)$

Do $(X; Y)$ và $(Y; X)$ là trùng nhau nên số cặp 2 tập hợp không giao nhau thực sự là $\frac{3^9 - 2(2^9 - 1)}{2} = 9330$

Chọn A.

Câu 41:

Phương pháp:

Hàm số đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (a; b)$

Cách giải:

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(3; 5) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (3; 5)$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + m^2 + 5m + 6 \geq 0 \forall x \in (3; 5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x \geq -m^2 - 5m - 6 \forall x \in (3; 5) (*)$$

$$\text{Đặt } g(x) = x^2 - 3x$$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow g(x) \geq -m^2 - 5m - 6 \forall x \in (3; 5)$$

$$\Rightarrow -m^2 - 5m - 6 \leq \min_{(3;5)} g(x)$$

Khảo sát hàm số $g(x) = x^2 - 3x$ ta được:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	3	5	$+\infty$
$g'(x)$		-	+	+	+
$g(x)$	$+\infty$			10	$+\infty$
		$-\frac{9}{4}$	0		

$$\Rightarrow -m^2 - 5m - 6 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 5m + 6 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq -3 \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 42:

Phương pháp:

+) Tính tổng số trận đấu, tính số trận hòa, trận không hòa.

+) Tính số điểm của các trận hòa, số điểm của các trận không hòa và suy ra số điểm của toàn giải đấu.

Cách giải:

Vì 12 đội bóng thi đấu vòng tròn hai lượt tính điểm (2 đội bất kì thi đấu với nhau đúng 2 trận (nên mỗi đội sẽ thi đấu với 11 đội còn lại, do đó tổng số trận đấu là $12.11 = 132$ (trận).

Số trận hòa là 16 trận, số trận không hòa là $132 - 60 = 72$.

60 trận hòa, mỗi đội được 1 điểm, vậy có 120 điểm.

72 trận không hòa, mỗi trận đội thắng được 3 điểm, vậy có $72.3 = 216$ điểm.

Vậy tổng số điểm của tất cả các đội sau giải đấu là $120 + 216 = 336$.

Chọn A.

Câu 43:

Phương pháp:

Thể tích khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h$

Diện tích xung quanh và 1 đáy của hình trụ là: $S = 2\pi R h + \pi R^2$

Cách giải:

Ta có: Thể tích khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$

Diện tích xung quanh và 1 đáy của hình trụ là: $S = 2\pi R h + \pi R^2$

$$\Rightarrow S = 2\pi R \frac{V}{\pi R^2} + \pi R^2 = \frac{2V}{R} + \pi R^2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương $\frac{V}{R}; \frac{V}{R}; \pi R^2$ ta có:

$$\frac{V}{R} + \frac{V}{R} + \pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{V}{R} + \frac{V}{R} + \pi R^2} = 3\sqrt[3]{\pi V^2}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Rightarrow \frac{V}{R} = \pi R^2 \Leftrightarrow R^3 = \frac{V}{\pi} \Leftrightarrow V = \pi R^3 \Rightarrow h = \frac{\pi R^3}{\pi R^2} = R$$

Chọn D.

Câu 44:

Phương pháp:

+) Hàm số $y = \log_a f(x)$ ($0 < a \neq 1$) xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$

+) Hàm số $\frac{1}{A}$ xác định $\Leftrightarrow A \neq 0$

Cách giải:

Hàm số $y = \frac{4x+7}{\log_{2018}(x^2-2x+m^2-6m+10)}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \log_{2018}(x^2-2x+m^2-6m+10) \neq 0 \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2-2x+m^2-6m+10 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x+m^2-6m+10 \neq 1 \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2-2x+m^2-6m+10 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (m-3)^2 \neq 1 \forall x \in \mathbb{R} \\ (x-1)^2 + (m-3)^2 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 \neq 1 - (x-1)^2 \forall x \in \mathbb{R} \\ (x-1)^2 + (m-3)^2 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 > 1 \\ m-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 2 \\ m \neq 3 \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 45:

Phương pháp

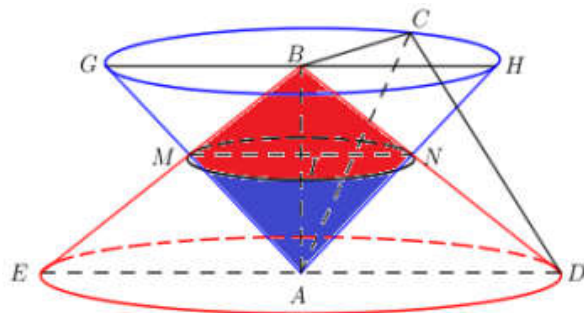
Công thức tính thể tích khối nón tròn xoay có chiều cao h và bán kính đáy R là: $V = \frac{1}{4}\pi R^2 h$

Cách giải:

Ta có:

Khối nón (N_1) được sinh bởi $\triangle ABC$ khi quay quanh AB có chiều cao $h_1 = AB$ và bán kính đáy $R_1 = BC$

Khối nón (N_2) được sinh bởi $\triangle ADB$ khi quay quanh AB có chiều cao $h_2 = AB$ và bán kính đáy $R_2 = AD$



Do hai khối nón cùng có chiều cao AB nên hai đáy của hai khối nón nằm trong hai mặt phẳng song song. Trong mặt phẳng đáy của hình nón (N_1) kẻ đường kính $GH // DE$. Dễ dàng chứng minh được $DEGH$ là hình thang cân.

Gọi $M = AG \cap BE$; $N = AH \cap BD$, $I = AB \cap MN$.

Khi đó phần chung giữa hai khối nón (N_1) và (N_2) là hai khối nón:

+) Khối nón (N_3) đỉnh B , đường cao BI , bán kính đáy $IN \Rightarrow V_3 = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot BI$

+) Khối nón (N_4) đỉnh A , đường cao AI , bán kính đáy $IN \Rightarrow V_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot AI$

Thể tích phần chung $V = V_3 + V_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot BI + \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot AI = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot (AI + BI) = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot AB$

Áp dụng định lý Ta-lét ta có:

$$\frac{MN}{GH} = \frac{AI}{AB}; \frac{MN}{DE} = \frac{BI}{AB} \Rightarrow \frac{MN}{GH} + \frac{MN}{DE} = \frac{AI + BI}{AB} = 1$$

$$\Rightarrow MN \left(\frac{1}{2BC} + \frac{1}{2AD} \right) = 1 \Leftrightarrow MN \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 2a} + \frac{1}{2 \cdot 6a} \right) = 1 \Leftrightarrow MN = 3a$$

$$\text{Dễ thấy } I \text{ là trung điểm của } MN \Rightarrow IN = \frac{MN}{2} = \frac{3a}{2}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{3a}{2} \right)^2 \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{2}$$

Chọn B.

Câu 46:

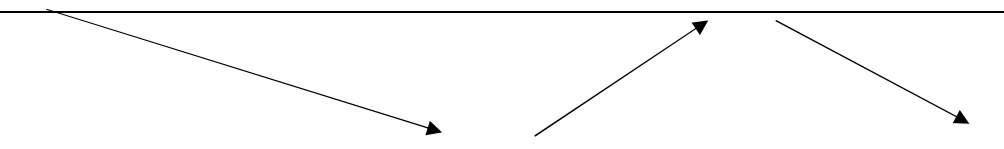
Phương pháp:

Giải phương trình $g'(x) = 0$, lập BBT của đồ thị hàm số $y = g(x)$ và kết luận.

Cách giải:

$$\text{Ta có } g'(x) = f'(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$					

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực đại là $x = 2$.

Chọn D.

Câu 47:

Phương pháp:

+) Dựa vào phương trình đã cho của bài toán ta có thể thấy: $VT = [f(x).f'(x)]'$

+) Lấy nguyên hàm hai vế và dựa vào giả thiết bài toán để làm tiếp.

Cách giải:

Ta có: $VT = [f(x).f'(x)]' = f'(x).f'(x) + f(x).f''(x) = [f'(x)]^2 + f(x).f''(x)$

$$\Rightarrow [f'(x).f(x)]' = x^3 - 2x (*)$$

Nguyên hàm hai vế của (*) ta được: $f'(x).f(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + C(1)$

Lại có: $f'(0) = f(0) = 2 \Rightarrow C = 2.2 = 4$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow f(x).f'(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 4$$

$$\Rightarrow \int f(x)f'(x)dx = \int \left(\frac{x^4}{4} - x^2 + 4 \right) dx \Leftrightarrow \int f(x)df(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^3}{3} + 4x + A$$

$$\Leftrightarrow \frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^5}{20} - \frac{x^3}{3} + 4x + A \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{x^5}{10} - \frac{2x^3}{3} + 8x + 2A$$

Có $f(0) = 2 \Rightarrow 4 = 2A \Leftrightarrow A = 2$

$$\Rightarrow f^2(x) = \frac{x^5}{10} - \frac{2x^3}{3} + 8x + 4$$

$$\Rightarrow f^2(2) = \frac{2^5}{10} - \frac{2.2^3}{3} + 8.2 + 4 = \frac{268}{15}$$

Chọn A.

Câu 48:

Phương pháp:

+) Xác định góc giữa (SAB) và (SBC).

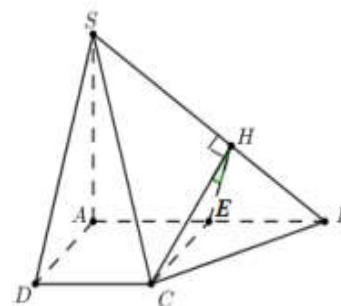
+) Sử dụng tam giác đồng dạng, suy ra các tỉ số và tính SA.

Cách giải:

Gọi E là trung điểm của AB. Ta dễ dàng chứng minh được ABCE là hình vuông

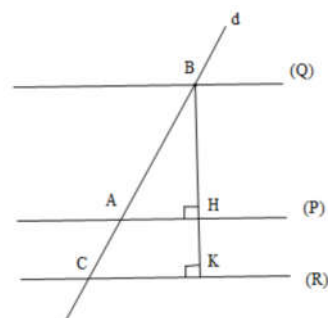
$$\Rightarrow \begin{cases} CE \perp AB \\ CE \perp SA \end{cases} \Rightarrow CE \perp (SAB) \Rightarrow CE \perp SB$$

Trong (SAB) kẻ $HE \perp SB$ ta có:



$$\begin{cases} SB \perp EH \\ SB \perp CE \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CHE) \Rightarrow SB \perp CH$$

$$\begin{cases} (SAB) \cap (SBC) = SB \\ (SAB) \supset EH \perp SB \Rightarrow \angle((SAB); (SBC)) = \angle(EH; CH) = \angle CHE = 60^\circ \\ (SAC) \supset CH \perp SB \end{cases}$$



Xét tam giác vuông CEH có $EH = CE \cdot \cot 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \Delta SAB \sim \Delta EHG(g.g) &\Rightarrow \frac{SA}{EH} = \frac{SB}{BE} \Rightarrow SA = \frac{EH \cdot SB}{BE} = \frac{\frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{SA^2 + 4a^2}}{a} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{3}SA = \sqrt{SA^2 + 4a^2} \Leftrightarrow 3SA^2 = SA^2 + 4a^2 \Leftrightarrow SA^2 = 2a^2 \Leftrightarrow SA = a\sqrt{2} \end{aligned}$$

Chọn A.

Câu 49:

Phương pháp:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x = x_0$ thuộc đồ thị hàm số là:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Hai đường thẳng $y = a_1x + b_1$ và $y = a_2x + b_2$ song song với nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$

Cách giải:

Điều kiện: $ax - 2 \neq 0$. Ta có $y' = \frac{-6 - ab}{(ax - 2)^2}$; $d: 7x + y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = -7x + 4$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có dạng: $d': y = -7x + y_0 (y_0 \neq 4)$

Ta có: $A(1; -4) \in d' \Rightarrow -4 = -7 \cdot 1 + y_0 \Leftrightarrow y_0 = 3(tm) \Rightarrow d': y = -7x + 3$

$A(1; -4)$ thuộc đồ thị hàm số và hệ số góc của d' là: $f'(1) = -7$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4 = \frac{3 \cdot 1 + b}{a - 2} \\ \frac{-6 - ab}{(a - 2)^2} = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + 3 = -4(a - 2) \\ -6 - ab = -7(a - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a + 5 \\ -6 - a(-4a + 5) = -7a^2 + 28a - 28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a + 5 \\ 11a^2 - 33a + 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a + 5 \\ \begin{cases} a = 2 \\ a = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} (tmab \neq -2) \\ \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} (tmab \neq -2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 3b = 11 \\ a - 3b = -2 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 50:

Phương pháp:

+) Nhận xét $(P) // (Q) // (R)$

+) Sử dụng BĐT Cô-si và định lý Ta-let đánh giá biểu thức T.

Cách giải:

Dễ dàng nhận thấy $(P) // (Q) // (R)$

Kẻ đường thẳng qua B vuông góc với cả 3 mặt phẳng (P), (Q), (R), cắt (P) tại H và cắt (Q) tại K.

Ta có $BH = d((Q); (P)) = 9$; $HK = d((P); (R)) = 3$

$$\text{Khi đó ta có: } T = AB^2 + \frac{144}{AC^2} \geq 2\sqrt{AB^2 \cdot \frac{144}{AC^2}} = 24 \frac{AB}{AC} = 24 \cdot \frac{BH}{HK} = 24 \cdot \frac{9}{3} = 72$$

Vậy $T_{\min} = 72$

Chọn C.

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (76%)	Chương 1: Hàm Số		C3 C4 C5 C6 C7 C19	C16 C27 C34 C38 C41 C49	C33 C46
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit		C11 C21 C23 C29	C35 C37 C39 C44	
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng	C14	C26	C28	C47
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>	C1	C13	C24 C25 C32 C48	
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu		C20	C43 C45	
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian		C9 C31	C36	C50
Đại số					
Lớp 11 (18%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác		C12		
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất		C22	C40 C32	

	Chương 3: Dây Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân			C8	
	Chương 4: Giới Hạn	C2			
	Chương 5: Đạo Hàm	C10			
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song		C17		
	Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian		C15		
Đại số					
Lớp 10 (6%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác	C30			
Hình học					
	Chương 1: Vectơ				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vectơ Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng		C18		
Tổng số câu		5	20	21	4

Điểm	1	4	4.2	0.8
-------------	----------	----------	------------	------------

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI: Đề thi thử THPTQG môn Toán năm 2019 trường THPT chuyên Bắc Ninh lần thứ 3 (Mã đề 304), được tổ chức thi vào cuối tháng 12 năm 2018. Đề thi gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm với lượng kiến thức như sau: 76% kiến thức lớp 12, 18% kiến thức lớp 11, 6% kiến thức lớp 10. Đề thi bám sát đề minh họa THPTQG của BGD&ĐT. Các câu hỏi trong đề thi rà soát hầu như hết chương trình học của các em (chưa có phần số phức của lớp 12) nên để làm tốt đề thi này HS cần có kiến thức thật chắc chắn. Trong đề xuất hiện các câu hỏi khó như 32, 40, 45, 46, 47, 49, có câu được trích từ đề thi THPTQG 2018

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.C	2.B	3.D	4.A	5.D	6.B	7.D	8.D	9.D	10.C
11.C	12.D	13.C	14.B	15.C	16.A	17.A	18.D	19.B	20.C
21.A	22.A	23.B	24.B	25.A	26.C	27.C	28.B	29.A	30.B
31.C	32.A	33.C	34.D	35.A	36.C	37.D	38.B	39.C	40.A
41.B	42.A	43.D	44.D	45.B	46.D	47.A	48.A	49.A	50.C

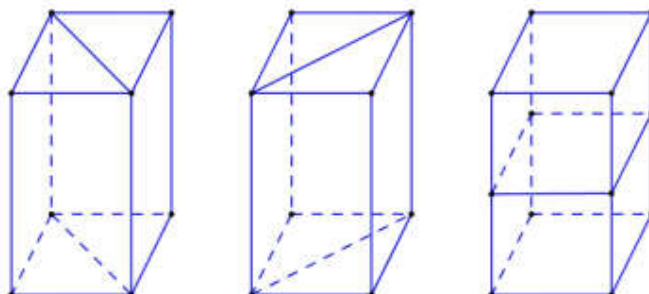
Câu 1:

Phương pháp:

Dựa vào lý thuyết các khối đa diện đều.

Cách giải:

Có 4 mặt phẳng đối xứng như trong hình vẽ dưới đây:



Chọn C.

Câu 2:

Phương pháp:

Sử dụng MTCT tính giới hạn ở từng đáp án và kết luận.

Cách giải:

Đáp án A:

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 3}{1 - 2n^2} = -\infty$$

Đáp án B: $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 - 4n^2 + 1) = +\infty$

Đáp án C: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 2n}{5 + 3^n} = 3$

Đáp án D: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n}{4n^2 - 5} = \frac{3}{4}$

Chọn B.

Câu 3:

Phương pháp

+) Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

+) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ sau đó suy ra giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = m$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$. Ta có đồ thị hàm số như hình

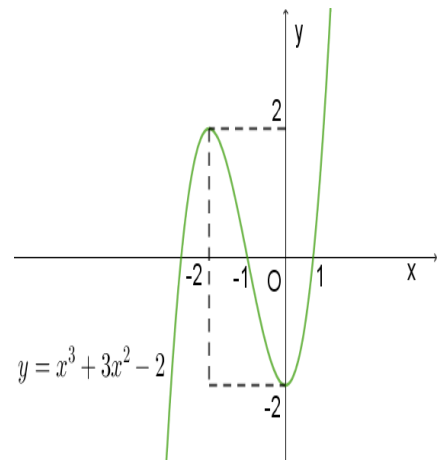
vẽ:

Quan sát đồ thị hàm số ta có: đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số

$y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$

Chọn D.

Chú ý khi giải: Để làm bài nhanh hơn, các em có thể vẽ BBT thay cho đồ thị hàm số.



Câu 4:

Phương pháp:

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = x_0$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song với đường thẳng $y = kx + b$ khi và chỉ khi $f'(x_0) = k$ (Lưu ý: Thử lại để loại trường hợp trùng).

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta có: $y' = \frac{2.1 - 1.1}{(x+2)^2} = \frac{1}{(x+2)^2}$

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0 + 1}{x_0 + 2}\right) \in (C)$

Ta có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là:

$$y' = \frac{1}{(x_0 + 2)^2} (x - x_0) + \frac{x_0 + 1}{x_0 + 2} \quad (d')$$

Đề (d') / (d): $x + y = 1 \Leftrightarrow y = -x - 1 \Rightarrow \frac{1}{(x_0 + 2)^2} = -1$ (vô nghiệm)

$\Rightarrow$ Không có điểm M nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A.

Chú ý: Phải đưa phương trình đường thẳng (d) về dạng $y = kx + b$ và xác định hệ số góc của đường thẳng d cho chính xác, tránh sai lầm khi cho hệ số góc của đường thẳng d trong bài toán này bằng 1.

Câu 5:

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số để nhận xét và đưa ra công thức đúng về đồ thị hàm số, từ đó suy ra các giá trị a, b, c.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có TCN là: $y = 2 \Rightarrow y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow$ loại đáp án A, B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 1) \Rightarrow -\frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow$ chọn D.

Chọn D.

Câu 6:

Phương pháp:

Hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Sử dụng khái niệm hàm số đồng biến, với $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Cách giải:

Hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó ta có } f\left(\frac{1}{x}\right) < f(1) \Leftrightarrow \frac{1}{x} < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

Vậy $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

Chọn B.

Chú ý: Khi giải bất phương trình $\frac{1}{x} < 1$ nhiều HS có cách giải sai như nhau $\frac{1}{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$ và chọn đáp án

C.

Câu 7:

Phương pháp:

Hàm số đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (a; b)$

Hàm số nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in (a; b)$

Giải phương trình $y' = 0$ và lập BBT, từ đó chọn đáp án đúng.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow x^2(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	-	0	+	

Dựa vào BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên $(2; +\infty)$

Chọn D.

Câu 8:

Phương pháp:

Sử dụng công thức SHTQ của cấp số nhân $u_n = u_1 q^{n-1}$.

Cách giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho ta có:

$$\begin{aligned}
20u_1 - 10u_2 + u_3 &= 20u_1 - 10u_1q + u_1q^2 \\
&= 40 - 20q + 2q^2 = 2(q^2 - 10q + 25) - 10 \\
&= 2(q-5)^2 - 10 \geq -10
\end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow q = 5$

Khi đó số hạng thứ sáu của cấp số nhân trên là $u_7 = u_1q^6 = 2.5^6 = 31250$

Chọn D.

Câu 9:

Phương pháp:

Mặt phẳng (P) vuông góc với (Q), (R) $\Rightarrow \vec{n_P} \perp \vec{n_Q}, \vec{n_P} \perp \vec{n_R} \Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}]$

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$ là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

Cách giải:

Mặt phẳng (P) vuông góc với (Q), (R) $\Rightarrow \vec{n_P} \perp \vec{n_Q}, \vec{n_P} \perp \vec{n_R} \Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}]$

Ta có: $\vec{n_Q} = (1; 1; 3), \vec{n_R} = (2; -1; 1)$

$$\Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}] = (4; 5; -3)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $B(2; 1; -3)$ và có VTPT $\vec{n} = (4; 5; -3)$ là:

$$4(x - 2) + 5(y - 1) - 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$$

Chọn D.

Câu 10:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

Cách giải:

$$\left[\ln(5 - 3x^2) \right]' = \frac{-6x}{5 - 3x^2} = \frac{6x}{3x^2 - 5}$$

Chọn C.

Câu 11:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức: $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}; \log_a b + \log_a c = \log_a bc (0 < a, b \neq 1; c > 0)$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \log_5 2 = \frac{1}{\log_2 5} = \frac{1}{a}; \log_5 3 = \frac{1}{\log_3 5} = \frac{1}{b}$$

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a + b}$$

Chọn C.

Câu 12:

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$

Cách giải:

$$\text{Do } 0 < a, b < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < a + b < \pi$$

Ta có: $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = \frac{\frac{1}{7} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}} = 1 \Leftrightarrow a+b = \frac{\pi}{4}$

Chọn D.

Câu 13:

Phương pháp:

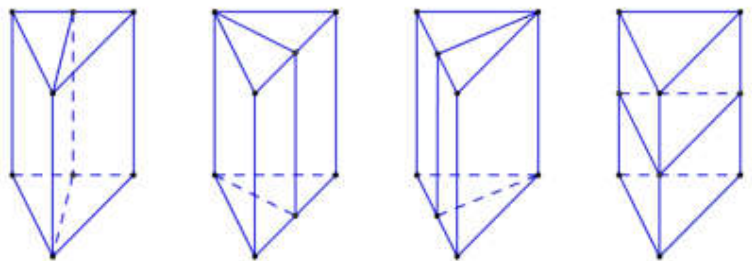
Dựa vào lý thuyết các khối đa diện đều.

Cách giải:

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ bên dưới, trong đó:

+) 3 mặt phẳng tạo bởi 1 cạnh bên và trung điểm của các cạnh đối diện.

+) 1 mặt phẳng tạo bởi trung điểm của 3 cạnh bên.



Chọn C.

Câu 14:

Phương pháp:

Sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản.

Cách giải:

Ta có $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$ do đó đáp án B sai.

Chọn B.

Câu 15:

Phương pháp:

Sử dụng quan hệ vuông góc trong không gian

Cách giải:

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$

Lại có: $BD \perp AC$ (do $ABCD$ là hình vuông)

$\Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AN$

Mà $AN \perp SO$ (gt)

$\Rightarrow AN \perp (SBD) \Rightarrow AN \perp (SOD)$

Chọn C.

Câu 16:

Phương pháp:

Hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất đơn điệu trên từng khoảng xác định của nó.

Cách giải:

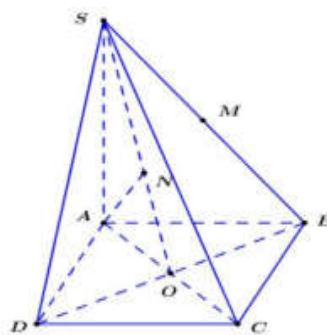
TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ta có: $y' = \frac{-2 \cdot 1 - 1 \cdot (m^2 + 2m)}{(x-2)^2} = \frac{-m^2 - 2m - 2}{(x-2)^2} = \frac{-(m+1)^2 - 1}{(x-2)^2} < 0 \forall x \in D$

$\Rightarrow y' < 0 \forall x \in [3; 4] \Rightarrow$ Hàm số đã cho nghịch biến trên $[3; 4]$

$\Rightarrow \min_{[3;4]} y = y(4) = \frac{m^2 + 2m + 4}{2}; \max_{[3;4]} y = y(3) = m^2 + 2m + 3$

$\Rightarrow A = \frac{m^2 + 2m + 4}{2}; B = m^2 + 2m + 3$

Theo bài ra ta có $A + B = \frac{19}{2} \Leftrightarrow \frac{m^2 + 2m + 4}{2} + m^2 + 2m + 3 = \frac{19}{2}$



$$\Leftrightarrow \frac{m^2 + 2m + 4 + 2m^2 + 4m + 6}{2} = \frac{19}{2} \Leftrightarrow 3m^2 + 6m - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 17:

Phương pháp:

Đọc kĩ từng đáp án sau đó loại trừ và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Xét đáp án A: Giả sử ta có 3 đường thẳng a, b, c và $a \cap b = \{A\}$, $b \cap c = \{B\}$, $c \cap a = \{C\}$

Giả sử điểm $A \equiv B$ ta có:

+) Nếu $A \neq C \Rightarrow a \equiv c \Rightarrow$ mâu thuẫn với giả thiết a, c không đồng phẳng.

+) Nếu $A \equiv C \Rightarrow A \equiv B \equiv C \Rightarrow a, b, c$ đồng quy.

Vậy a, b, c đồng quy $\Rightarrow$ đáp án A đúng.

Chọn A.

Câu 18:

Phương pháp:

Tam giác ABC vuông tại C $\Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$

Cách giải:

$$\text{Gọi } C(c; 0) \in Ox(c > 0) \text{ ta có } \begin{cases} \overrightarrow{CA} = (-2 - c; 4) \\ \overrightarrow{CB} = (8 - c; 4) \end{cases}$$

$$\text{Tam giác ABC vuông tại C} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (-2 - c)(8 - c) + 16 = 0$$

$$-16 + 2c - 8c + c^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow c^2 - 6c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0(\text{ktm}) \\ c = 6(\text{tm}) \end{cases} \Rightarrow C(6; 0)$$

Chọn D.

Câu 19:

Phương pháp:

Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i .

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i) (x_i \in [a; b])$. Khi đó:

$$\min_{[a; b]} f(x) = \min \{f(a), f(b), f(x_i)\}, \max_{[a; b]} f(x) = \max \{f(a), f(b), f(x_i)\},$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = 2x - \frac{16}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 2x^3 = \frac{16}{x^2} \Leftrightarrow 2x^3 = 16 \Leftrightarrow x = 2 \in \left[\frac{3}{2}; 4\right]$$

$$y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{155}{12}; y(2) = 12; y(4) = 20$$

$$\text{Vậy } \max_{\left[\frac{3}{2}; 4\right]} y = 20 \text{ khi } x = 4$$

Chọn B.

Câu 20:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \pi r^2 h$

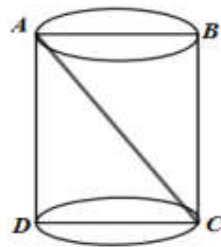
Cách giải:

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABC có

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$$

$$\text{Vậy thể tích khối trụ là } V = \pi \left(\frac{AB}{2} \right)^2 \cdot BC = \pi \cdot (2a)^2 \cdot 3a = 12\pi a^3$$

Chọn C.



Câu 21:

Phương pháp:

Xét hàm số $y = \log_a x$ ta có:

+) TXĐ: $D = (0; +\infty)$

+) Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm TĐĐ.

+) Có $a > 1$ thì hàm số luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $0 < a < 1$ thì hàm số luôn nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

+) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(1; 0)$, $(a; 1)$ và nằm bên phải trục tung.

Cách giải:

Tập xác định của hàm số: $|x| > 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \Rightarrow$ đáp án D đúng.

$$\text{Ta có: } y = \log_{\frac{1}{2}} |x| = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x & \text{khi } x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} (-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

Vì $0 < a = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ và hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} (-x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$

Chọn A.

Câu 22:

Phương pháp:

Sử dụng khai triển nhị thức Newton: $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$

Cách giải:

Ta có: $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{24-3k}$, do đó hệ số của số hạng chứa x^m trong khai triển trên ứng với $24 - 3k = m \Leftrightarrow k = \frac{24 - m}{3}$

$$\text{Theo bài ra ta có } C_{12}^{\frac{24-m}{3}} = 792 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{24-m}{3} = 5 \\ \frac{24-m}{3} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = 3 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 23:

Phương pháp:

Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m$

Cách giải:

Ta có: $2^{x+1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^2 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1\}$

Chọn B.

Câu 24:

Phương pháp:

+) Gọi E là trung điểm của AB, chứng minh $((ABC);(ABD)) = (CE;DE) = CED$

+) Sử dụng định lý Pytago trong các tam giác vuông tìm x.

Cách giải:

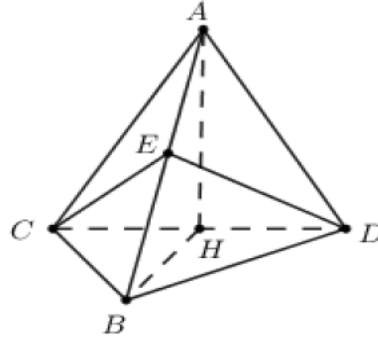
Gọi H là trung điểm của CD.

Do tam giác ACD cân tại A và tam giác BCD cân tại B

$$\Rightarrow \begin{cases} CD \perp AH \\ CD \perp BH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABH) \Rightarrow CD \perp AB$$

Gọi E là trung điểm của AB, do tam giác ABC cân tại C

$$\Rightarrow CE \perp AB$$



$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp CD \\ AB \perp CE \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CDE) \Rightarrow AB \perp DE$$

$$\begin{cases} (ABC) \cap (ABD) = AB \\ (ABC) \supset CE \perp AB \\ (ABD) \supset DE \perp AB \end{cases} \Rightarrow \angle((ABC);(ABD)) = \angle(CE;DE) = \angle CED = 90^\circ$$

Ta có $\triangle ABC = \triangle ADC$ (c.c.c) $\Rightarrow CE = DE \Rightarrow \triangle CDE$ vuông cân tại E

$$\Rightarrow CD = CE\sqrt{2} \Leftrightarrow 2x = CE\sqrt{2} \Leftrightarrow CE = x\sqrt{2} (*)$$

$$\text{Xét tam giác vuông CBH có } BH^2 = BC^2 - CH^2 = a^2 - x^2$$

$$\text{Xét tam giác vuông ACH có } AH^2 = AC^2 - CH^2 = a^2 - x^2$$

$$\text{Xét tam giác vuông ABH có } AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2a^2 - 2x^2 \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{2a^2 - 2x^2}}{2}$$

$$\text{Xét tam giác vuông ACE có } CE^2 = AC^2 - AE^2 = a^2 - \frac{a^2 - x^2}{2} = \frac{a^2 + x^2}{2} \Rightarrow CE = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{2}$$

$$\text{Thay vào (*) ta có } \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{2}} = x\sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 + x^2 = 4x^2 \Leftrightarrow 3x^2 = a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Chọn B.

Câu 25:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy S là: $V = \frac{1}{3}Sh$

Cách giải:

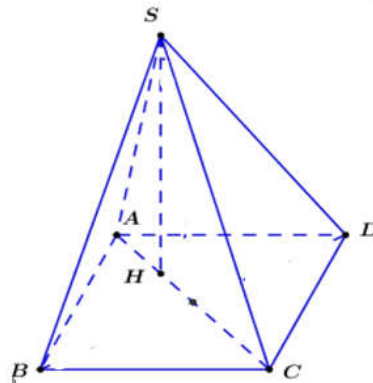
Gọi H là hình chiếu của S trên AC.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAC) \cap (ABCD) = AC \\ (SAC) \supset SH \perp AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Ta có:

$$\angle(SA, (ABCD)) = \angle(SA, AH) = \angle(SA, AC) = \angle SAC$$

$$\text{Ta có: } AC = AB\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = a$$



Xét ΔSAC vuông tại S ta có:
$$\begin{cases} SA = AC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2} \\ SC = AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔSAC vuông tại S và có đường cao SH ta có:

$$SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Chọn A.

Câu 26:

Phương pháp:

Sử dụng nguyên hàm cơ bản $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

Cách giải:

$$\int f(x) dx = 4 \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - x + C = x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$$

Chọn C.

Câu 27:

Phương pháp:

Dựa vào lý thuyết về các điểm cực trị của hàm số.

Cách giải:

Nếu $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số thì $f'(x_0) = 0$

$$\text{Nếu } x = x_0 \text{ là điểm cực trị của hàm số thì } \begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 28:

Phương pháp:

Sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{-1}{x} + C$ và công thức vi phân $d[f(x)] = f'(x)dx$

Cách giải:

$$\int f(x) dx = \int \frac{1}{x(\ln x + 2)^2} dx = \int \frac{d(\ln x + 2)}{(\ln x + 2)^2} = \frac{-1}{\ln x + 2} + C$$

Chọn B.

Chú ý: HS có thể sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để giải bài toán này, bằng cách đặt $t = \ln x + 2$.

Câu 29:

Phương pháp:

+) Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m$

+) Áp dụng hệ thức Vi-ét.

Cách giải:

Ta có:

$$2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x_1 x_2 = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 30:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức:

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

Cách giải:

$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$, do đó đáp án B sai.

Chọn B.

Câu 31:

Phương pháp:

+) Sử dụng máy tính để bấm máy tích có hướng.

+) Ta có: $\vec{a}(a_1; a_2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

+) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

+) $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b}$

Cách giải:

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1.2 - 2.(-1) + 3.(-1) = 1 \neq 0 \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ không vuông góc $\Rightarrow$ loại đáp án A.

Ta thấy không tồn tại số k để $\vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương $\Rightarrow$ loại đáp án B.

$|\vec{a}| = \sqrt{1 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14} \Rightarrow$ Đáp án C đúng.

Chọn C.

Câu 32:

Phương pháp:

+) Chứng minh hình chiếu vuông của S trên (ABCD) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

+) Chứng minh tam giác SAC vuông tại S, tính AC.

+) Tính BD.

+) Sử dụng công thức tính thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH.\frac{1}{2}AC.BD$

Cách giải:

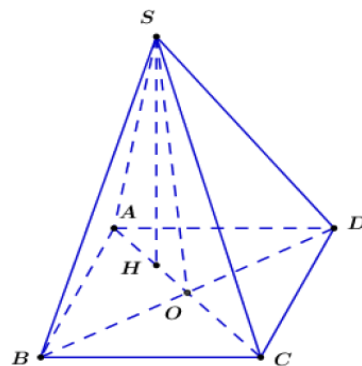
Vì $SA = SB = SD = a$ nên hình chiếu vuông của S trên (ABCD) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Do tam giác ABD cân tại A $\Rightarrow H \in AC$

Dễ dàng chứng minh được:

$\Delta SBD = \Delta ABD(c.c.c) \Rightarrow SO = AO = \frac{AC}{2} \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S (Tam giác có trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy)



$$\Rightarrow AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAC có } SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Ta có

$$OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + x^2} \Rightarrow OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2 + x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3a^2 - x^2}}{2} \Rightarrow BD = \sqrt{3a^2 - x^2}$$

Do ABCD là hình thoi $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD$. Khi đó ta có:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH.S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}} \cdot \sqrt{a^2+x^2} \cdot \sqrt{3a^2-x^2} = \frac{1}{6} ax\sqrt{3a^2-x^2}$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cô-si ta có: } x\sqrt{3a^2-x^2} \leq \frac{x^2+3a^2-x^2}{2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} \leq \frac{1}{6} a \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3}{4}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x^2 = 3a^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a\sqrt{m}}{n} \Rightarrow \begin{cases} m=6 \\ n=2 \end{cases} \Rightarrow m+2n=10$$

Chọn A.

Câu 33:

Phương pháp:

Nếu $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số thì $f'(x_0) = 0$

Nếu $x = x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$

Cách giải:

Ta có $y' = 8x^7 + 5(m+1)x^4 - 4(m^2-1)x^3$; $y'' = 56x^6 + 20(m+1)x^3 - 12(m^2-1)x^2$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 8x^7 + 5(m+1)x^4 - 4(m^2-1)x^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3[8x^4 + 5(m+1)x - 4(m^2-1)] = 0$$

TH1: Xét $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$

+) Khi $m = 1$ ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x^3(8x^4 + 10x) = x^4(8x^3 + 10) \Rightarrow x = 0$ là nghiệm bội 4 $\Rightarrow x = 0$ không là cực trị của hàm số.

+) Khi $m = -1$ ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x^3 \cdot 8x^4 = 0 \Leftrightarrow 8x^7 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ là nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow x = 0$ là điểm cực trị của hàm số. Hơn nữa qua điểm $x = 0$ thì y' đổi dấu từ âm sang dương nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

TH2: Xét $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ ta có:

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2[8x^5 + 5(m+1)x^2 - 4(m^2-1)x] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ 8x^5 + 5(m+1)x^2 - 4(m^2-1)x = 0 \end{cases}$$

$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ là nghiệm bội chẵn không là cực trị của hàm số, do đó cực trị của hàm số ban đầu là nghiệm của phương trình $g(x) = 8x^5 + 5(m+1)x^2 - 4(m^2-1)x = 0$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Leftrightarrow g'(0) > 0$

Ta có $g'(x) = 40x^4 + 10(m+1)x - 4(m^2-1)$

$$\Rightarrow g'(0) = -4(m^2-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$$

Vậy kết hợp 2 trường hợp ta có $-1 \leq m < 1$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0\}$

Chọn C.

Câu 34:

Phương pháp:

+) Cô lập m , đưa phương trình về dạng $f(x) = m$

+) Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow m \in [\min f(x); \max f(x)]$

Cách giải:

$$\left(x + 2 - \sqrt{x^2 + 1}\right)^2 + \frac{18(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}{x + 2 + \sqrt{x^2 + 1}} = m(x^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(x + 2 - \sqrt{x^2 + 1}\right)^2}{x^2 + 1} + \frac{18\sqrt{x^2 + 1}}{x + 2 + \sqrt{x^2 + 1}} = m$$

Đặt $f(x) = \frac{(x+2-\sqrt{x^2+1})^2}{x^2+1} + \frac{18\sqrt{x^2+1}}{x+2+\sqrt{x^2+1}}$. Sử dụng chức năng MODE 7, ta tìm $\min f(x) = 7 \Leftrightarrow x = 0$

Để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm $\Rightarrow m \geq 7$. Kết hợp điều kiện ta có $m \in [7; 2018], m \in \mathbb{Z}$. Vậy có $(2018 - 7) + 1 = 2012$ giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 35:

Phương pháp:

+) Ta có: $(7+3\sqrt{5})(7-3\sqrt{5}) = 49 - 45 = 4 \Rightarrow 7-3\sqrt{5} = \frac{4}{7+3\sqrt{5}}$

+) Đặt ẩn phụ và đưa phương trình đã cho về phương trình bậc hai ẩn t từ đó tìm m theo yêu cầu của đề bài.

Cách giải:

Ta có: $(7+3\sqrt{5})(7-3\sqrt{5}) = 49 - 45 = 4 \Rightarrow 7+3\sqrt{5} = \frac{4}{7-3\sqrt{5}}$

$$\Rightarrow (7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{7+3\sqrt{5}}\right)^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = \frac{1}{2} \cdot 2^{x^2}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2^{x^2} - 2^{x^2} \cdot (7+3\sqrt{5})^2 + 2m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{2}{7+3\sqrt{5}}\right)^{2x^2} - \left(\frac{2}{7+3\sqrt{5}}\right)^{x^2} + 2m = 0(*)$$

Đặt $\left(\frac{2}{7+3\sqrt{5}}\right)^{2x^2} = t \Rightarrow x^2 = \log_{\frac{2}{7+3\sqrt{5}}} t$.

Ta có: $0 < \frac{2}{7+3\sqrt{5}} < 1 \Rightarrow \log_{\frac{2}{7+3\sqrt{5}}} t > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 1$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2t^2 - t + 2m = 0(1)$$

Để phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (1) có hai nghiệm phân biệt $t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(0) > 0 \\ af(1) > 0 \\ 0 < -\frac{b}{2a} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-16m > 0 \\ 4m > 0 \\ 2(2m+1) > 0 \\ 0 < \frac{1}{2} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{16} \\ m > 0 \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{16}$$

Chọn A.

Câu 36:

Phương pháp:

+) Gọi điểm $I(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$, sử dụng các công thức cộng trừ vector xác định điểm I .

+) Phân tích $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ bằng cách chèn điểm I , đánh giá và tìm GTNN của $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

Cách giải:

Gọi điểm $I(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{IA} = (-3-a; -b; -c) \\ \overrightarrow{IB} = (-a; -b; 3-c) \\ \overrightarrow{IC} = (-a; -3-b; -c) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = (-3-a; 3-b; 3-c) = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-a=0 \\ 3-b=0 \\ 3-c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=3 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow I(-3; 3; 3)$$

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IC}| = |\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC})| = |\overrightarrow{MI}| = MI$$

Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất $\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P)

Ta thấy $-3+3+3-3=0 \Rightarrow I \in (P) \Rightarrow$ Hình chiếu của I trên (P) là chính nó. Do đó $M \equiv I \Rightarrow M(-3; 3; 3)$

Chọn C.

Câu 37:

Phương pháp:

Tìm điều kiện xác định của bất phương trình.

Giải bất phương trình logarit: $\log f(x) < \log g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$

Cách giải:

$$\log(2x^2 + 3) < \log(x^2 + mx + 1) \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 0 < 2x^2 + 3 < x^2 + mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx + 2 < 0 \forall x \in \mathbb{R} (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 < 0 \\ \Delta = m^2 - 8 < 0 \end{cases} \text{ (vonghiem)}$$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 38:

Phương pháp:

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 6x + 12} = \sqrt{(x-3)^2 + 3} \geq 3$ tìm GTLN của hàm số $f(t)$ với $t \geq 3$

Cách giải:

$$f(x) = 6\sqrt{x^2 - 6x + 12} + 6x - x^2 - 4$$

$$f(x) = 6\sqrt{x^2 - 6x + 12} - (x^2 - 6x + 12) + 8$$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 6x + 12} = \sqrt{(x-3)^2 + 3} \geq 3$, khi đó ta có $f(t) = -t^2 + 6t + 8 \forall x \geq 3$

$$\text{Ta có } f'(t) = -2t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 3$$

BBT:

t	3	$+\infty$
$f'(t)$	0	-
$f(t)$	17	$-\infty$

$$\Rightarrow \max_{[3; +\infty)} f(t) = 17 \Leftrightarrow t = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 3} = 3 \Leftrightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \max f(x) = 17 = M \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy phương trình $f(x) = M$ có nghiệm duy nhất $x = 3$, do đó tích các nghiệm của chúng bằng 3.

Chọn B.

Câu 39:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức nguyên hàm cơ bản để tìm $F(x)$ sau đó giải phương trình.

Cách giải:

Ta có: $F(x) = \int (x^3 - 2x^2 + 1) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + x + C$

Lại có: $F(0) = 5 \Leftrightarrow C = 5 \Rightarrow F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + x + 5$

$$\Rightarrow F(x) = 5 \Leftrightarrow \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + x = 0 \Leftrightarrow x \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \approx -1,04 \end{cases}$$

Chọn C.**Câu 40:****Cách giải:**

Gọi X, Y là hai tập hợp con của A sao cho $X \cap Y = \emptyset; X \neq \emptyset; Y \neq \emptyset$

Giả sử $A = \{x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6; x_7; x_8; x_9\}$

Phần tử x_1 có 3 khả năng: hoặc $x_1 \in X$ hoặc $x_1 \in Y$ hoặc $\begin{cases} x_1 \notin X \\ x_1 \notin Y \end{cases}$

.....

Cứ như vậy đến phần tử x_9 . Do đó ta có 3^9 cặp 2 tập hợp không giao nhau (chứa cả cặp tập hợp rỗng).

Số cách chọn tập $X \neq \emptyset; Y = \emptyset$ là $2^9 - 1$ cách chọn.

Số cách chọn tập $X = \emptyset; Y \neq \emptyset$ là $2^9 - 1$ cách chọn.

$\Rightarrow$ số cặp 2 tập hợp khác rỗng không giao nhau thực sự là $3^9 - 2(2^9 - 1)$

Do $(X; Y)$ và $(Y; X)$ là trùng nhau nên số cặp 2 tập hợp không giao nhau thực sự là $\frac{3^9 - 2(2^9 - 1)}{2} = 9330$

Chọn A.**Câu 41:****Phương pháp:**

Hàm số đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (a; b)$

Cách giải:

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(3; 5) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (3; 5)$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + m^2 + 5m + 6 \geq 0 \forall x \in (3; 5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x \geq -m^2 - 5m - 6 \forall x \in (3; 5) (*)$$

Đặt $g(x) = x^2 - 3x$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow g(x) \geq -m^2 - 5m - 6 \forall x \in (3; 5)$$

$$\Rightarrow -m^2 - 5m - 6 \leq \min_{(3;5)} g(x)$$

Khảo sát hàm số $g(x) = x^2 - 3x$ ta được:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	3	5	$+\infty$
$g'(x)$		-	+	+	+
$g(x)$	$+\infty$		$-\frac{9}{4}$	0	10
					$+\infty$

$$\Rightarrow -m^2 - 5m - 6 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 5m + 6 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq -3 \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 42:**Phương pháp:**

+) Tính tổng số trận đấu, tính số trận hòa, trận không hòa.

+) Tính số điểm của các trận hòa, số điểm của các trận không hòa và suy ra số điểm của toàn giải đấu.

Cách giải:

Vì 12 đội bóng thi đấu vòng tròn hai lượt tính điểm (2 đội bất kì thi đấu với nhau đúng 2 trận (nên mỗi đội sẽ thi đấu với 11 đội còn lại, do đó tổng số trận đấu là $12.11 = 132$ (trận).

Số trận hòa là 16 trận, số trận không hòa là $132 - 60 = 72$.

60 trận hòa, mỗi đội được 1 điểm, vậy có 120 điểm.

72 trận không hòa, mỗi trận đội thắng được 3 điểm, vậy có $72.3 = 216$ điểm.

Vậy tổng số điểm của tất cả các đội sau giải đấu là $120 + 216 = 336$.

Chọn A.

Câu 43:**Phương pháp:**

Thể tích khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h$

Diện tích xung quanh và 1 đáy của hình trụ là: $S = 2\pi R h + \pi R^2$

Cách giải:

Ta có: Thể tích khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$

Diện tích xung quanh và 1 đáy của hình trụ là: $S = 2\pi R h + \pi R^2$

$$\Rightarrow S = 2\pi R \frac{V}{\pi R^2} + \pi R^2 = \frac{2V}{R} + \pi R^2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương $\frac{V}{R}; \frac{V}{R}; \pi R^2$ ta có:

$$\frac{V}{R} + \frac{V}{R} + \pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{V}{R} + \frac{V}{R} + \pi R^2} = 3\sqrt[3]{\pi V^2}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Rightarrow \frac{V}{R} = \pi R^2 \Leftrightarrow R^3 = \frac{V}{\pi} \Leftrightarrow V = \pi R^3 \Rightarrow h = \frac{\pi R^3}{\pi R^2} = R$$

Chọn D.

Câu 44:**Phương pháp:**

+) Hàm số $y = \log_a f(x) (0 < a \neq 1)$ xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$

+) Hàm số $\frac{1}{A}$ xác định $\Leftrightarrow A \neq 0$

Cách giải:

Hàm số $y = \frac{4x+7}{\log_{2018}(x^2-2x+m^2-6m+10)}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \log_{2018}(x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10) \neq 0 \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10 \neq 1 \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (m-3)^2 \neq 1 \forall x \in \mathbb{R} \\ (x-1)^2 + (m-3)^2 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 \neq 1 - (x-1)^2 \forall x \in \mathbb{R} \\ (x-1)^2 + (m-3)^2 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 > 1 \\ m-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 2 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 2 \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 45:

Phương pháp

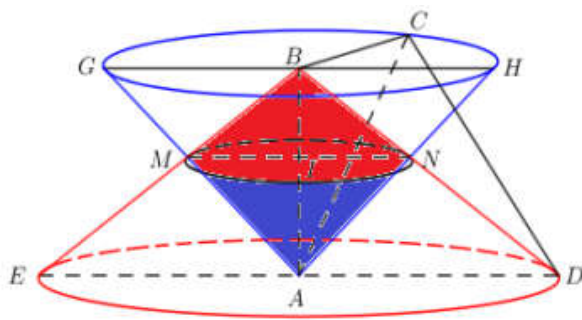
Công thức tính thể tích khối nón tròn xoay có chiều cao h và bán kính đáy R là: $V = \frac{1}{4} \pi R^2 h$

Cách giải:

Ta có:

Khối nón (N_1) được sinh bởi $\triangle ABC$ khi quay quanh AB có chiều cao $h_1 = AB$ và bán kính đáy $R_1 = BC$

Khối nón (N_2) được sinh bởi $\triangle ADB$ khi quay quanh AB có chiều cao $h_2 = AB$ và bán kính đáy $R_2 = AD$



Do hai khối nón cùng có chiều cao AB nên hai đáy của hai khối nón nằm trong hai mặt phẳng song song. Trong mặt phẳng đáy của hình nón (N_1) kẻ đường kính $GH // DE$. Dễ dàng chứng minh được $DEGH$ là hình thang cân.

Gọi $M = AG \cap BE$; $N = AH \cap BD$, $I = AB \cap MN$.

Khi đó phần chung giữa hai khối nón (N_1) và (N_2) là hai khối nón:

+) Khối nón (N_3) đỉnh B , đường cao BI , bán kính đáy $IN \Rightarrow V_3 = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot BI$

+) Khối nón (N_4) đỉnh A , đường cao AI , bán kính đáy $IN \Rightarrow V_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot AI$

Thể tích phần chung $V = V_3 + V_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot BI + \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot AI = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot (AI + BI) = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot AB$

Áp dụng định lý Ta-lét ta có:

$$\frac{MN}{GH} = \frac{AI}{AB}; \frac{MN}{DE} = \frac{BI}{AB} \Rightarrow \frac{MN}{GH} + \frac{MN}{DE} = \frac{AI+BI}{AB} = 1$$

$$\Rightarrow MN \left(\frac{1}{2BC} + \frac{1}{2AD} \right) = 1 \Leftrightarrow MN \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 2a} + \frac{1}{2 \cdot 6a} \right) = 1 \Leftrightarrow MN = 3a$$

$$\text{Để thấy I là trung điểm của MN} \Rightarrow IN = \frac{MN}{2} = \frac{3a}{2}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{3a}{2} \right)^2 \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{2}$$

Chọn B.

Câu 46:

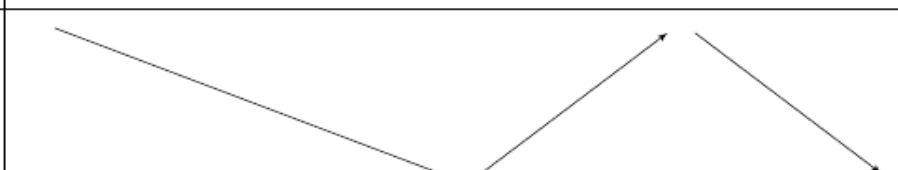
Phương pháp:

Giải phương trình $g'(x) = 0$, lập BBT của đồ thị hàm số $y = g(x)$ và kết luận.

Cách giải:

$$\text{Ta có } g'(x) = f'(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	-	0	+	0	-
$g(x)$								

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực đại là $x = 2$.

Chọn D.

Câu 47:

Phương pháp:

+) Dựa vào phương trình đã cho của bài toán ta có thể thấy: $VT = [f(x) \cdot f'(x)]'$

+) Lấy nguyên hàm hai vế và dựa vào giả thiết bài toán để làm tiếp.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } VT = [f(x) \cdot f'(x)]' = f'(x) \cdot f'(x) + f(x) \cdot f''(x) = [f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x)$$

$$\Rightarrow [f'(x) \cdot f(x)]' = x^3 - 2x (*)$$

$$\text{Nguyên hàm hai vế của (*) ta được: } f'(x) \cdot f(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + C(1)$$

$$\text{Lại có: } f'(0) = f(0) = 2 \Rightarrow C = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow f(x) \cdot f'(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 4$$

$$\Rightarrow \int f(x) \cdot f'(x) dx = \int \left(\frac{x^4}{4} - x^2 + 4 \right) dx \Leftrightarrow \int f(x) df(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^3}{3} + 4x + A$$

$$\Leftrightarrow \frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^5}{20} - \frac{x^3}{3} + 4x + A \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{x^5}{10} - \frac{2x^3}{3} + 8x + 2A$$

$$\text{Có } f(0) = 2 \Rightarrow 4 = 2A \Leftrightarrow A = 2$$

$$\Rightarrow f^2(x) = \frac{x^5}{10} - \frac{2x^3}{3} + 8x + 4$$

$$\Rightarrow f^2(2) = \frac{2^5}{10} - \frac{2 \cdot 2^3}{3} + 8 \cdot 2 + 4 = \frac{268}{15}$$

Chọn A.

Câu 48:

Phương pháp:

+) Xác định góc giữa (SAB) và (SBC).

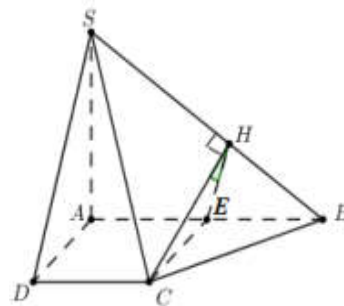
+) Sử dụng tam giác đồng dạng, suy ra các tỉ số và tính SA.

Cách giải:

Gọi E là trung điểm của AB. Ta dễ dàng chứng minh được ABCE là hình vuông

$$\Rightarrow \begin{cases} CE \perp AB \\ CE \perp SA \end{cases} \Rightarrow CE \perp (SAB) \Rightarrow CE \perp SB$$

Trong (SAB) kẻ $HE \perp SB$ ta có:



$$\begin{cases} SB \perp EH \\ SB \perp CE \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CHE) \Rightarrow SB \perp CH$$

$$\begin{cases} (SAB) \cap (SBC) = SB \\ (SAB) \supset EH \perp SB \\ (SAC) \supset CH \perp SB \end{cases} \Rightarrow \angle((SAB); (SBC)) = \angle(EH; CH) = \angle CHE = 60^\circ$$

$$\text{Xét tam giác vuông CEH có } EH = CE \cdot \cot 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Ta có } \Delta SAB \sim \Delta EHG(g.g) \Rightarrow \frac{SA}{EH} = \frac{SB}{BE} \Rightarrow SA = \frac{EH \cdot SB}{BE} = \frac{\frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{SA^2 + 4a^2}}{a}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}SA = \sqrt{SA^2 + 4a^2} \Leftrightarrow 3SA^2 = SA^2 + 4a^2 \Leftrightarrow SA^2 = 2a^2 \Leftrightarrow SA = a\sqrt{2}$$

Chọn A.

Câu 49:

Phương pháp:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x = x_0$ thuộc đồ thị hàm số là:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$\text{Hai đường thẳng } y = a_1x + b_1 \text{ và } y = a_2x + b_2 \text{ song song với nhau} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$$

Cách giải:

$$\text{Điều kiện: } ax - 2 \neq 0. \text{ Ta có } y' = \frac{-6 - ab}{(ax - 2)^2}; d: 7x + y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = -7x + 4$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có dạng: } d': y = -7x + y_0 (y_0 \neq 4)$$

$$\text{Ta có: } A(1; -4) \in d' \Rightarrow -4 = -7 \cdot 1 + y_0 \Leftrightarrow y_0 = 3(\text{tm}) \Rightarrow d': y = -7x + 3$$

$$A(1; -4) \text{ thuộc đồ thị hàm số và hệ số góc của } d' \text{ là: } f'(1) = -7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4 = \frac{3.1+b}{a-2} \\ \frac{-6-ab}{(a-2)^2} = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b+3 = -4(a-2) \\ -6-ab = -7(a-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a+5 \\ -6-a(-4a+5) = -7a^2+28a-28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a+5 \\ 11a^2-33a+22=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a+5 \\ \begin{cases} a=2 \\ a=1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases} \text{ (tmab} \neq -2) \\ \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \text{ (tmab} \neq -2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-3b=11 \\ a-3b=-2 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 50:

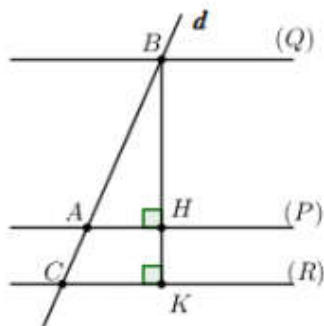
Phương pháp:

+) Nhận xét $(P) // (Q) // (R)$

+) Sử dụng BĐT Cô-si và định lí Ta-let đánh giá biểu thức T.

Cách giải:

Để dàng nhận thấy $(P) // (Q) // (R)$



Kẻ đường thẳng qua B vuông góc với cả 3 mặt phẳng (P), (Q), (R), cắt (P) tại H và cắt (Q) tại K.

Ta có $BH = d((Q);(P)) = 9$; $HK = d((P);(R)) = 3$

$$\text{Khi đó ta có: } T = AB^2 + \frac{144}{AC^2} \geq 2\sqrt{AB^2 \cdot \frac{144}{AC^2}} = 24 \frac{AB}{AC} = 24 \cdot \frac{BH}{HK} = 24 \cdot \frac{9}{3} = 72$$

Vậy $T_{\min} = 72$

Chọn C.