

Mục tiêu: Đề thi thử THPTQG lần II môn Toán của trường THPT Chuyên Hạ Long gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm nội dung chính của đề vẫn xoay quanh chương trình Toán 12, ngoài ra có một số ít các bài toán thuộc nội dung Toán lớp 11, lượng kiến thức được phân bố như sau: 92% lớp 12, 8% lớp 11, 0% kiến thức lớp 10. Đề thi được biên soạn dựa theo cấu trúc đề minh họa môn Toán 2019 mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố từ đầu tháng 12. Trong đó xuất hiện các câu hỏi khó lạ như câu 38, 41, 45 nhằm phân loại tối đa học sinh. Đề thi giúp HS biết được mức độ của mình để có kế hoạch ôn tập một cách hiệu quả nhất.

Câu 1 (TH): Tính thể tích V của khối nón chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = a\sqrt{3}$.

- A. $V = \pi a^3$ B. $V = \frac{\pi a^3}{3}$ C. $V = 3\pi a^3$ D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$

Câu 2 (TH): Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2} = 1$.

- A. $S = \{1\}$ B. $S = \{0; 1\}$. C. $S = \{1; -2\}$. D. $S = \{1; 2\}$.

Câu 3 (TH): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC, với $A(1,1,2)$, $B(-3,0,1)$, $C(8,2,-6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

- A. $G(2,-1,1)$ B. $G(2,1,1)$ C. $G(2,1,-1)$ D. $G(6,3,-3)$

Câu 4 (TH): Tính diện tích xung quanh S của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$.

- A. $S = 48\pi$ B. $S = 24\pi$ C. $S = 96\pi$ D. $S = 12\pi$

Câu 5 (TH): Cho đồ thị hàm số $y = \log_2 x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số nhận trục tung là tiệm cận đứng.
B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(1,0)$.
C. Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.
D. Đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng $(0, +\infty)$.

Câu 6 (TH): Cho hình lăng trụ đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Tính thể tích khối lăng trụ đó.

- A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

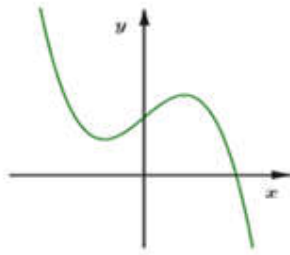
Câu 7 (TH): Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 8 (TH): Đồ thị hàm số $y = \frac{x-6}{x^2-1}$ có mấy đường tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 9 (TH): Đường cong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + x - 1$.

B. $y = x^3 + x + 1$.

C. $y = -x^3 + x + 1$.

D. $y = -x^3 + x + 1$.

Câu 10 (TH): Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$. B. $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C$. C. $\int f(x)dx = e^{3x} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$.

Câu 11 (VD): Cho khối chóp SABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc và SA = a, SB = b, SC = c. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a, b, c.

A. $V = \frac{abc}{6}$

B. $V = \frac{abc}{3}$

C. $V = \frac{abc}{2}$

D. $V = abc$

Câu 12 (VD): Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - x - 2)$.

A. $D = (-1; 2)$.

B. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

C. $D = (2; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; -1)$.

Câu 13 (TH): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1; -2; 2); R = \sqrt{34}$

B. $I(-1; 2; -2); R = 5$

C. $I(-1; 4; -4); R = \sqrt{29}$

D. $I(1; -2; 2); R = 6$

Câu 14 (TH): Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - 2x$.

A. $\int f(x)dx = \sin x - x^2 + C$.

B. $\int f(x)dx = -\sin x - x^2 + C$.

C. $\int f(x)dx = \sin x - x^2$.

D. $\int f(x)dx = -\sin x - x^2$.

Câu 15 (TH): Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		-	+	-	+
y	$+\infty$		2		$+\infty$
		↘	↗	↘	↗
			1		-1

Khẳng định nào sai?

A. $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

D. $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

Câu 16 (VD): Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12}$.

- A. -459. B. -495. C. 495. D. 495.

Câu 17 (VD): Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (e^x + 1)(e^x - 12)(x + 1)(x - 1)^2$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 18 (VD): Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm CC' . Mặt phẳng (MAB) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích hai phần đó (số bé chia số lớn).

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 19 (VD): Tính thể tích V của khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a .

- A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$ B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$ C. $V = \frac{\pi a^3}{3}$ D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$

Câu 20 (VD): Cho khối chóp tam giác đều SABCD có cạnh đáy là a , các mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp đó.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 21 (VD): Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x + 1)e^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$

- A. $f(2) = 4e^2 + 1$ B. $f(2) = 2e^2 + 1$ C. $f(2) = 3e^2 + 1$ D. $f(2) = e^2 + 1$

Câu 22 (VD): Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ biết nó song song với đường thẳng $y = 9x + 6$.

- A. $y = 9x + 26; y = 9x - 6$ B. $y = 9x - 26$
C. $y = 9x + 26$ D. $y = 9x - 26; y = 9x + 6$

Câu 23 (VD): Tính độ dài đường cao của tứ diện đều có cạnh a .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$

Câu 24 (VD): Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \geq 3$. B. $m > 3$. C. $m < 3$. D. $m \leq 3$.

Câu 25 (VD): Cho khối chóp $SABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $AB = a$, $AC = 2a$, $\angle BAC = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $SABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $V = a^3\sqrt{3}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 26 (TH): Cho tam giác ABC vuông cân tại A, đường cao AH = 4. Tính diện tích xung quang S_{xq} của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AH.

- A. $S_{xq} = 4\sqrt{2}\pi$ B. $S_{xq} = 16\sqrt{2}\pi$ C. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$ D. $S_{xq} = 32\sqrt{2}\pi$

Câu 27 (TH): Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{\ln x}$ ($x > 0, x \neq 1$)

A. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$ B. $y' = \frac{x \ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$ C. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{(\ln x)^2}$ D. $y' = \frac{x \ln x - x - 1}{x \ln x}$

Câu 28 (VD): Phương trình $\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0; 3\pi]$.

- A. 7 B. 6 C. 4 D. 5

Câu 29 (TH): Việt Nam là quốc gia nằm ở phía Đông bán đảo Đông Dương thuộc khu vực Đông Nam Á. Với dân số ước tính 93,7 triệu dân vào đầu năm 2018, Việt Nam là quốc gia đông dân thứ 15 trên thế giới và là quốc gia đông dân thứ 8 Châu Á, tỉ lệ tăng dân số hàng năm là 1,2%. Giả sử tỉ lệ tăng dân số từ năm 2018 đến năm 2030 không thay đổi thì dân số nước ta đầu năm 2030 khoảng bao nhiêu:

- A. 118,12 triệu dân. B. 106,12 triệu dân. C. 128,12 triệu dân. D. 108,12 triệu dân.

Câu 30 (TH): Dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = n + 2^n (n \in \mathbb{N}^*)$ B. $u_n = 3n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$ C. $u_n = 3^n (n \in \mathbb{N}^*)$ D. $u_n = \frac{3n+1}{n+2} (n \in \mathbb{N}^*)$

Câu 31 (TH): Tìm nguyên hàm $\int \frac{1}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx$.

- A. $\frac{2}{3} \sqrt{(\ln x + 1)^3} + C$ B. $\sqrt{\ln x + 1} + C$ C. $\frac{1}{2} \sqrt{\ln x + 1} + C$ D. $2\sqrt{\ln x + 1} + C$

Câu 32 (TH): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai vectơ $\vec{a}(-2; -3; 1)$ và $\vec{b}(1; 0; 1)$. Tính $\cos(\vec{a}; \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{-1}{2\sqrt{7}}$ B. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{1}{2\sqrt{7}}$ C. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{-3}{2\sqrt{7}}$ D. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{3}{2\sqrt{7}}$

Câu 33 (TH): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz Cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1); B(-3; 0; 3); C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành?

- A. D(6; -6; 3) B. D(6; 6; 3) C. D(6; -6; -3) D. D(6; 6; -3)

Câu 34 (TH): Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 3}{x - 2}$ trên $[-2; 1]$.

Tính $T = M + 2m$.

- A. $T = -\frac{25}{2}$ B. $T = -11$ C. $T = -7$ D. $T = -10$

Câu 35 (VD): Biết $\int \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C (a, b \in \mathbb{R})$. Tính giá trị biểu thức $a + b$

- A. $a + b = 1$ B. $a + b = 5$ C. $a + b = -5$ D. $a + b = -1$

Câu 36 (VD): Tính tổng tất cả các giá trị của m biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m+3)x + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt A(0;4), B, C sao cho diện tích tam giác IBC bằng $8\sqrt{2}$ với $I(1;3)$.

- A. 3 B. 8 C. 1 D. 5

Câu 37 (VD): Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có 3 điểm cực trị đồng thời các điểm cực trị của đồ thị lập thành tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1. Tính tổng các phần tử của S.

- A. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$ C. 0 D. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

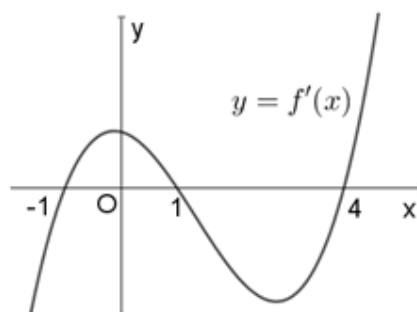
Câu 38 (VDC): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A, D và $AB = AD = a$, $DC = 2a$, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên AC và M là trung điểm HC. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp S.BDM theo a.

- A. $\frac{7\pi a^2}{9}$. B. $\frac{13\pi a^2}{9}$. C. $\frac{13\pi a^2}{3}$. D. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 39 (VD): Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC với $A(1;2;0)$; $B(3;2;-1)$; $C(-1;-4;4)$. Tính tập hợp tất cả các điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 52$

- A. Mặt cầu tâm I(-1;0;-1) bán kính $r = 2$ B. Mặt cầu tâm I(-1;0;-1) bán kính $r = \sqrt{2}$
C. Mặt cầu tâm I(1;0;1) bán kính $r = \sqrt{2}$ D. Mặt cầu tâm I(1;0;1) bán kính $r = 2$

Câu 40 (VDC): Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên R và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-2;-1)$ B. $(-1;2)$ C. $(2;+\infty)$ D. $(-\infty;-1)$

Câu 41 (VDC): Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông ABCD cạnh a. Trên đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) lấy điểm S sao cho $SA = a$. Mặt cầu đường kính AC cắt các đường thẳng SB, SC, SD lần lượt tại $M \neq B$, $N \neq C$, $P \neq D$. Tính diện tích rú giác AMNP ?

- A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$

Câu 42 (VDC): Gọi K là tập nghiệm của bất phương trình $7^{2x+\sqrt{x+1}} - 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m + 5$ đồng biến trên K là $[a - \sqrt{b}; +\infty)$ với a, b là các số thực. Tính $S = a + b$

- A. $S = 14$ B. $S = 8$ C. $S = 10$ D. $S = 11$

Câu 43 (VDC): Cho tứ diện S.ABC có ABC là tam giác nhọn. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trực tâm của tam giác ABC. Khẳng định nào dưới đây là sai khi nói về tứ diện đã cho ?

- A. Các đoạn thẳng nối các trung điểm các cặp cạnh đối của tứ diện bằng nhau.
B. Tổng các bình phương của mỗi cặp cạnh đối của tứ diện bằng nhau.
C. Tồn tại một đỉnh của tứ diện có ba cạnh xuất phát từ đỉnh có đôi một vuông góc với nhau.
D. Tứ diện có các cặp cạnh đối vuông góc với nhau.

Câu 44 (VDC): Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R thỏa mãn $f'(x) + 2x.f(x) = e^{-x^2} \forall x \in R$ và $f(0) = 0$. Tính $f(1)$.

A. $f(1) = e^2$

B. $f(1) = \frac{-1}{e}$

C. $f(1) = \frac{1}{e^2}$

D. $f(1) = \frac{1}{e}$

Câu 45 (VDC): Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 2a. Biết rằng $\angle ASB = \angle ASD = 90^\circ$, mặt phẳng chứa AB và vuông góc với (ABCD) cắt SD tại N. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện DABN.

A. $\frac{2a^3}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

C. $\frac{4a^3}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 46 (VDC): Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+3)x^2 + 3$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của m sao cho qua điểm A(-1;1) kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến (C), Một tiếp tuyến là $\Delta_1: y = -1$ và tiếp tuyến thứ 2 là thỏa mãn tiếp xúc với (C) tại N đồng thời cắt (C) tại P (khác N) có hoành độ bằng 3.

A. Không tồn tại m thỏa mãn

B. $m = 2$

C. $m = 0, m = -2$

D. $m = -2$

Câu 47 (VDC): Cho bất phương trình $m \cdot 9^{2x^2-x} - (2m+1)6^{2x^2-x} + ma^{2x^2-x} \leq 0$. Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng $\forall x \geq \frac{1}{2}$

A. $m < \frac{3}{2}$

B. $m \leq \frac{3}{2}$

C. $m \leq 0$

D. $m < 0$

Câu 48 (VDC): Cho hình vuông ABCD cạnh bằng 1, điểm M là trung điểm CD. Cho hình vuông ABCD (tất cả các điểm trong của nó) quay quanh trục là đường thẳng AM ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích của khối tròn xoay đó.

A. $\frac{7\sqrt{10}}{15}\pi$

B. $\frac{7\sqrt{5}}{30}\pi$

C. $\frac{7\sqrt{2}}{30}\pi$

D. $\frac{7\sqrt{2}}{15}\pi$

Câu 49 (VD): Trong truyện cổ tích Cây tre trăm đốt (các đốt được tính từ 1 đến 100), khi không vác được cây tre dài tận 100 đốt như vậy về nhà, anh Khoai ngồi khóc, Bụt liền hiện lên, bày cho anh ta: “Con hãy hô câu thần chú *Xác suất, xác suất* thì cây tre sẽ rời ra, con sẽ mang được về nhà”. Biết rằng cây tre 100 đốt được tách ra một cách ngẫu nhiên thành các đoạn ngắn có chiều dài là 2 đốt (có thể chỉ có một loại). Xác suất để có đó đoạn 3 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn gần với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

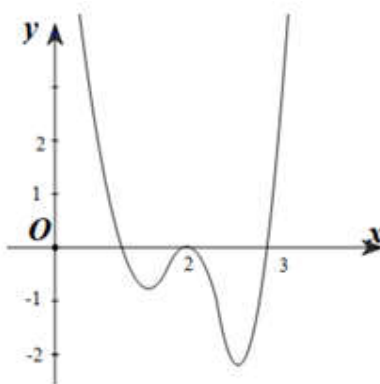
A. 0,142.

B. 0,152.

C. 0,132.

D. 0,122.

Câu 50 (VDC): Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6

B. 8

C. 7

D. 9

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.A	2.D	3.C	4.B	5.C	6.D	7.D	8.B	9.D	10.D
11.A	12.D	13.A	14.A	15.C	16.C	17.B	18.C	19.A	20.C
21.B	22.B	23.C	24.A	25.C	26.B	27.B	28.B	29.D	30.B
31.D	32.A	33.D	34.B	35.A	36.C	37.C	38.D	39.C	40.B
41.D	42.A	43.C	44.D	45.A	46.A	47.C	48.B	49.D	50.D

Câu 1:

Phương pháp:

Thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Cách giải:

Ta có. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(a\sqrt{3})^2 \cdot a = \pi a^3$

Chọn A.

Câu 2:

Phương pháp:

Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m \cdot (0 < a \neq 1).$

Cách giải:

$$9^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy $S = \{1; 2\}$

Chọn D.

Câu 3.

Phương pháp:

$$G(x_G; y_G; z_G) \text{ là trọng tâm tam giác ABC} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1-3+8}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1+0+2}{3} = 1 \Rightarrow G(2; 1; -1). \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2+1-6}{3} = -1 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 4

Phương pháp:

Công thức tính diện tích xung quanh của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là: $S_{xq} = 2\pi rh$.

Cách giải:

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi$.

Chọn B.

Câu 5:**Phương pháp:**

Dựa vào lý thuyết đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1, x > 0$).

Cách giải:

Xét hàm số $y = \log_2 x$ ta có:

+) TXĐ: $D = (0; +\infty)$. Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm TCD.

+) Có $a = 2 > 1$ nên đồ thị hàm số luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$.

+) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(1; 0)$ và nằm bên phải trục tung.

+) Như vậy chỉ có đáp án C sai.

Chọn C.

Câu 6:**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích khối lăng trụ: $V = S_d \cdot h$

Cách giải:

Khối lăng trụ đều là khối lăng trụ đứng có các cạnh bên và các cạnh đáy bằng nhau

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$$

Chọn D.

Câu 7:**Phương pháp:**

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (a; b)$.

Cách giải:

Ta có: $y' = x^2 - 2x - 3$

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Chọn D.

Câu 8:**Phương pháp:**

+) Đường thẳng $x = a$ được gọi là TCD của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$.

+) Đường thẳng $y = b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$

Cách giải:

Ta có $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có 2 TCD là: $x = 1, x = -1$.

Có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN của đồ thị hàm số

Như vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn B

Chú ý khi giải: Học sinh có thể sử dụng máy tính để làm nhanh các bài tians về tìm số đường tiệm cận.

Câu 9.

Phương pháp:

Dựa vào dáng điệu của đồ thị hàm số, nhận xét và suy ra công thức đúng.

Cách giải:

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy nét cuối của hàm số đi xuống nên $a < 0 \Rightarrow$ loại đáp án B.

Ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại 1 điểm có tung độ lớn hơn 0 nên loại đáp án A.

+) Xét đáp án C ta có $y' = -3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = -1 \Rightarrow$ pt VN

$\Rightarrow$ Hàm số không có cực trị.

Mà quan sát đồ thị có hai điểm cực trị $\Rightarrow$ loại C

Chọn D.

Câu 10.

Phương pháp:

Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản $\int e^{nx} dx = \frac{1}{n} e^{nx} + C$.

Cách giải:

Ta có $\int e^{3x} dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$

Chọn D.

Câu 11:

Phương pháp:

+) Ta có: SA, SB, SC đôi một vuông góc nên: $V_{SABC} = \frac{1}{6} SA.SB.SC$

Cách giải:

Ta có: SA, SB, SC đôi một vuông góc nên: $V_{SABC} = \frac{1}{6} SA.SB.SC = \frac{1}{6} abc$.

Chọn D.

Câu 12:

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x) (0 < a \neq 1)$ xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$

Cách giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -1 \end{cases}$

Chọn D.

Câu 13:**Phương pháp:**

Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ thì mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Cách giải:

Theo đề bài, mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2 + 25} = \sqrt{34}$

Chọn A.**Câu 14:****Phương pháp:**

Sử dụng các công thức nguyên hàm cơ bản: $\int \cos x dx = \sin x + C$; $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$

Cách giải:

Ta có $\int (\cos x - 2x) dx = \sin x - \frac{2x^2}{2} + C = \sin x - x^2 + C$.

Chọn A.**Câu 15:****Phương pháp:**

Dựa vào BBT và các đáp án để nhận xét và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy $M(0; 2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Chọn C.**Câu 16:****Phương pháp:**

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton: $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$.

Cách giải

Ta có: $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{-1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{24-2k} (-1)^k x^{-k} = \sum_{k=0}^{12} (-1)^k C_{12}^k x^{24-3k} . (0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{N})$

Để có số hạng không chứa x trong khai triển thì: $24 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 8$

Vậy hệ số cần tìm là $(-1)^8 C_{12}^8 = 495$.

Chọn C.**Câu 17:****Phương pháp:**

Các điểm $x = x_0$ được gọi là điểm cực trị của hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow x = x_0$ là nghiệm bội lẻ của phương trình $y' = 0$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (e^x + 1)(e^x - 12)(x + 1)(x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^x + 1 = 0 \\ e^x - 12 = 0 \\ x + 1 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} = \begin{cases} x = \ln 12 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Trong đó ta thấy $x = 1$ là nghiệm bội hai của phương trình $\Rightarrow x = 1$ không là điểm cực trị của hàm số. Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Chọn B.

Câu 18:

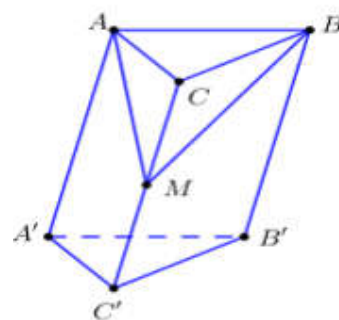
Phương pháp:

So sánh tỉ số diện tích đáy và tỉ số chiều cao, từ đó suy ra tỉ số thể tích.

Cách giải:

$$\text{Ta có } \frac{V_{M.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot d(M; (ABC)) \cdot S_{\Delta ABC}}{d(C'; (ABC)) \cdot S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Do đó tỉ số thể tích hai phần (số bé chia số lớn) mà mặt phẳng (MAB) chia ra là $\frac{1}{5}$



Chọn C.

Câu 19:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Cách giải:

Khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a có bán kính $R = \frac{a}{2}$.

$$\Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{2} \right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$$

Chọn A.

Câu 20:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} S_d \cdot h$

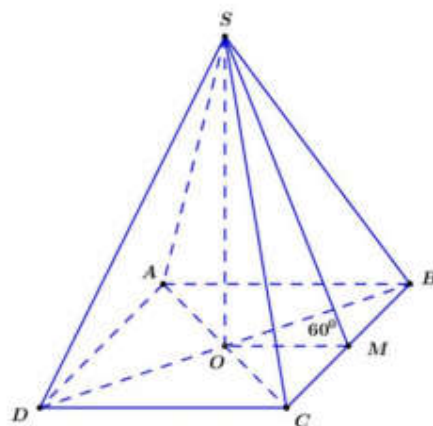
Cách giải:

Gọi $AC \cap BD = \{O\}$. Khi đó ta có O là hình chiếu của S trên (ABCD).

Gọi M là trung điểm của BC $\Rightarrow SM \perp BC$.

$$\Rightarrow \angle((SBC); (ABCD)) = \angle(SM; OM) = \angleSMO = 60^\circ$$

Xét ΔSOM vuông tại O ta có: $SO = OM \tan 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn C.

Câu 21:

Phương pháp:

+) Áp dụng tính chất: $\int f'(x)dx = f(x) + C$

+) Sử dụng các công thức tính nguyên hàm của các hàm số cơ bản để tìm hàm $f(x)$ sau đó tính $f(2)$

Cách giải:

$$\text{Ta có } f(x) = \int (x+1)e^x dx = \int xe^x dx + \int e^x dx = e^x + \int xe^x dx$$

$$\text{Tính } I = \int e^x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$$

$$\Rightarrow f(x) = e^x + xe^x - e^x + C = xe^x + C$$

$$\text{Lại có } f(0) = 1 \Rightarrow 0 \cdot e^0 + C = 1 \Rightarrow C = 1$$

$$f(x) = xe^x + 1 \Rightarrow f(2) = 2 \cdot e^2 + 1 = 2e^2 + 1.$$

Chọn B.

Câu 22:

Phương pháp:

+) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x_0)$ tại điểm $M(x_0, y_0)$ là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

+) Đường thẳng $y = a_1x + b_1$ và $y = a_2x + b_2$ là hai đường thẳng song song $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$

Cách giải:

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x$$

Gọi $M(x_0, y_0)$ là một điểm thuộc đồ thị hàm số. Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm M là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3$

$$\text{Theo đề bài ta có đường thẳng } d // y = 9x + 6 \Rightarrow f'(x_0) = 6$$

$$\Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 6 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow M(3;1) \\ x = -1 \Rightarrow M(-1; -3) \end{cases}$$

+) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(3;1)$ là: $y = 9(x - 3) + 1 = 9x - 26$ (tm)

+) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(-1; -3)$ là: $y = 9(x + 1) - 3 = 9x + 6$ (ktm do $\equiv$ (d))

Chọn B.

Câu 23:

Phương pháp:

Ta có công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}S_d.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_d}$

Cách giải:

Sử dụng công thức tính nhanh khối chóp tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Diện tích của đáy là tam giác đều là: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$$\Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Chọn C

Câu 24:

Phương pháp

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Cách giải:

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 9 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$

Chọn A.

Câu 25:

Phương pháp

Ta có công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}S_d.h$.

Cách giải

Ta có: $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}.AB.AC.\sin A = \frac{1}{6}.a.a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

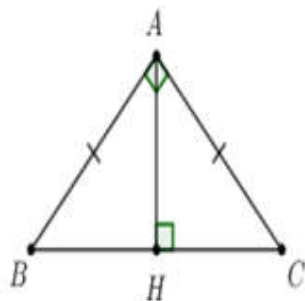
Chọn C.

Câu 26:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi rl$ trong đó r, l lần lượt là bán kính đáy và độ dài đường sinh của hình nón.

Cách giải:



Khi quay tam giác vuông cân ABC quanh AH ta được khối nón có chiều cao $AH = 4$, bán kính đáy $BH = AH = 4$. Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABH có $AB = AH\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi \cdot AH \cdot AB = \pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\pi$

Chọn B.

Câu 27:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm của thương $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$.

Cách giải:

$$y' = \frac{\ln x - (x+1) \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{x \ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$$

Chọn B.

Câu 28:

Phương pháp:

Xét hai trường hợp:

TH1: $\cos x = 0$

TH2: $\cos x \neq 0$. Chia cả 2 vế của phương trình cho $\cos^2 x$.

Cách giải:

TH1: $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \sin^2 x = 1$, khi đó phương trình trở thành $1 = 1$ (luôn đúng)

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ là nghiệm của phương trình.

$$x \in [0; 3\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{5}{2} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2\}$$

TH2: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Chia cả 2 vế của phương trình cho $\cos^2 x$ ta được:

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \sqrt{3} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \tan^2 x + \sqrt{3} \tan x = 1 + \tan^2 x \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$x \in [0; 3\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{17}{6} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2\}$$

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 29:

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép $A_n = A(1+r)^n$ trong đó:

A_n : Dân số sau n năm.

A: Dân số ban đầu

r: tỉ lệ tăng dân số.

Cách giải:

Từ năm 2018 đến năm 2030 là 12 năm.

Dân số nước ta tính đến năm 2030 với tỉ lệ tăng dân số không đổi 1,2% là:

$$S = 93,7(1+1,2\%)^{12} \approx 108,12 \text{ triệu dân.}$$

Chọn D.

Câu 30:

Phương pháp:

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$ luôn bằng hằng số không đổi thì dãy (u_n) là một cấp số cộng.

Cách giải:

$$\text{Xét đáp án B ta có } u_{n+1} = 3(n+1) + 1 = 3n + 4 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Do đó dãy số $u_n = 3n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$ là một cấp số cộng.

Chọn B.

Câu 31:

Phương pháp:

Sử dụng nguyên hàm cơ bản $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$ và công thức vi phân $f'(x)dx = d(f(x))$.

Cách giải:

$$\int \frac{1}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx = \int \frac{d(\ln x + 1)}{\sqrt{\ln x + 1}} = 2\sqrt{\ln x + 1} + C$$

Chọn D.

Chú ý: Đối với bài toán này, nếu không quen sử dụng vi phân học sinh hoàn toàn có thể sử dụng phương pháp biến bằng cách đặt $t = \sqrt{\ln x + 1}$, khi đó $t^2 = \ln x + 1 \Leftrightarrow 2t dt = \frac{dx}{x}$

$$\text{Nguyên hàm trở thành } \int \frac{2t dt}{t} = 2 \int dt = 2t + C = 2\sqrt{\ln x + 1} + C$$

Câu 32:

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

Cách giải:

Ta có $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2+1}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{2}} = \frac{-1}{2\sqrt{7}}$

Chọn A.**Câu 33:****Phương pháp:**

ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$

Cách giải:

ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$

Ta có $\overline{AB} = (-4; -2; 2); \overline{DC} = (2 - x_D; 4 - y_D; -1 - z_D)$

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_D = -4 \\ 4 - y_D = -2 \\ -1 - z_D = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 6 \\ z_D = -3 \end{cases} \Rightarrow D(6; 6; -3)$$

Chọn D.

Chú ý: Học sinh thường nhầm lẫn ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$. Chú ý $AB = CD$ chứ $\overline{AB} \neq \overline{CD}$.

Câu 34:**Phương pháp:**

Phương pháp tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$

+) Giải phương trình $f'(x) = 0$ suy ra các nghiệm $x_i \in [a; b]$

+) Tính $f(a); f(b); f(x_i)$.

+) Kết luận $\max_{[a; b]} f(x) = \max \{f(a); f(b); f(x_i)\}; \min_{[a; b]} f(x) = \min \{f(a); f(b); f(x_i)\}$.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ta có $y' = \frac{(2x+1)(x-2) - (x^2+x+3)}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \notin [-2; 1] \\ x = -1 \in [-2; 1] \end{cases}$

$f(-2) = -\frac{5}{4}; f(1) = -5; f(-1) = -1 \Rightarrow \begin{cases} M = -1 \\ m = -5 \end{cases} \Rightarrow T = M + 2m = -1 - 10 = -11$

Chọn B.**Câu 35:****Phương pháp:**

+) Phân tích biểu thức $\frac{x+1}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} (A, B \in \mathbb{R})$

+) Sử dụng nguyên hàm mở rộng $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$

Cách giải:

$$\text{Ta có } \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} = \frac{-2}{x-1} + \frac{3}{x-2}$$

Do đó

$$\begin{aligned} \int \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} dx &= \int \left(\frac{-2}{x-1} + \frac{3}{x-2} \right) dx = -2 \ln|x-1| + 3 \ln|x-2| + C \\ &= a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a+b=1 \end{aligned}$$

Chọn A.

Câu 36:

Phương pháp:

+) Tìm điều kiện để phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt.

+) Sử dụng công thức tính diện tích tam giác

$$S_{\Delta IBC} = \frac{1}{2} d(I; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} d(I; d) \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{2S_{\Delta IBC}}{d(I; d)}$$

+) Sử dụng công thức tính độ dài $BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$

+) Áp dụng định lý Vi-ét tìm m.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = x + 4 \Leftrightarrow x^3 + 2mx^2 + (m+2)x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A(0; 4) \\ x^2 + 2mx + m+2 = 0(1) \end{cases}$$

Để $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt thì phương trình

$$(1) \text{ phải có 2 nghiệm phân biệt khác } 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Khi đó: $x_B; x_C$ là 2 nghiệm của phương trình (1), áp dụng định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B x_C = m+2 \end{cases}$

$$\text{Ta có } S_{\Delta IBC} = \frac{1}{2} d(I; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} d(I; d) \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{2S_{\Delta IBC}}{d(I; d)}$$

$$\text{Mà } d(I; d) = \frac{|1-3+4|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow BC = \frac{2.8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 16$$

Ta có

$$BC^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = (x_B - x_C)^2 + (x_B + 4 - x_C - 4)^2 = 2(x_B - x_C)^2$$

$$\Leftrightarrow (x_B - x_C)^2 = 128 \Rightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_B x_C = 128$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4(m+2) = 128 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 32 \Leftrightarrow m^2 - m - 34 = 0$$

Phương trình bậc hai ẩn m có 2 nghiệm phân biệt m_1, m_2 và $m_1 + m_2 = 1$.

Chọn C.

Câu 37:

Phương pháp:

+) Tìm điều kiện của hàm số có 3 điểm cực trị. Xác định các điểm cực trị A, B, C của đồ thị hàm số.

+) Tính diện tích tam giác ABC, sử dụng công thức $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} d(A; BC) \cdot BC$.

+) Sử dụng công thức $S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R}$ trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Cách giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}. \text{ Ta có } y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$

$$\text{Khi đó ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2m + m^4 \Rightarrow A(0; 2m + m^4) \\ x = \sqrt{m} \Rightarrow y = m^4 - m^2 + 2m \Rightarrow B(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m) \\ x = -\sqrt{m} \Rightarrow y = m^4 - m^2 + 2m \Rightarrow C(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } d(A; BC) = |m^4 + 2m - m^4 + m^2 - 2m| = m^2; BC = 2\sqrt{m}.$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} d(A; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} m^2 \cdot 2\sqrt{m} = m^2 \sqrt{m}.$$

$$\text{Ta có: } AB^2 = m + m^4 = AC^2$$

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, khi đó ta có:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} \Leftrightarrow m^2 \sqrt{m} = \frac{(m + m^4) 2\sqrt{m}}{4} \Leftrightarrow m + m^4 = 2m^2$$

$$\Leftrightarrow m(m^3 - 2m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \\ m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ 0; 1; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right\}$$

$$\text{Khi đó tổng các phần tử của S là } 0 + 1 + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} = 0$$

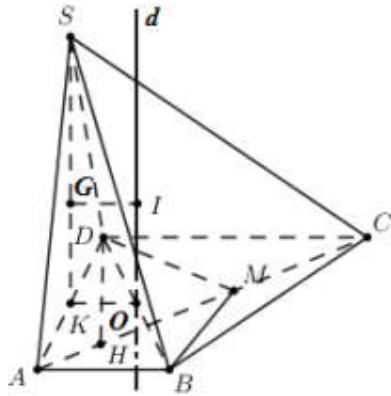
Chọn C.

Câu 38:

Phương pháp:

- +) Chứng minh tứ giác ABMD là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính BD, suy ra mặt cầu ngoại tiếp chóp S.BDM cũng chính là mặt cầu ngoại tiếp chóp S.ABMD.
- +) Xác định giao điểm I của 2 trục của tứ giác ABMD là SAD. Chứng minh I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp S.ABMD.
- +) Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R = IA$, sử dụng công thức tính diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2$.

Cách giải:



Xét tam giác vuông ADC có

$$DH = \frac{AD \cdot CD}{\sqrt{AD^2 + CD^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

$$HC = \frac{CD^2}{AC} = \frac{CD^2}{\sqrt{AD^2 + CD^2}} = \frac{4a^2}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{4a}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow HM = \frac{1}{2} HC = \frac{2a}{\sqrt{5}} = DH$$

$\Rightarrow \triangle DMH$ vuông cân tại H.

$\Rightarrow \angle AMD = 45^\circ = \angle ABD \Rightarrow$ Tứ giác ADMB là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow$ Mặt cầu ngoại tiếp chóp S.BDM cũng chính là mặt cầu ngoại tiếp chóp S.ABMD.

Để thấy tứ giác ABMD nội tiếp đường tròn đường kính BD, gọi O là trung điểm của BD, kẻ đường thẳng $d \perp (ABCD)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác đều SAD, qua G kẻ $GI \parallel OK (I \in d)$ (K là trung điểm của AD).

Ta có $OK \parallel AB \Rightarrow OK \perp AD \Rightarrow OK \perp (SAD) \Rightarrow GI \perp (SAD)$

Ta có: $I \in d \Rightarrow IA = IB = IM = ID$

$$I \in IG \Rightarrow IS = IA = ID$$

$\Rightarrow IA = IB = IM = ID = IS \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp S.ABMD.

$$\text{Ta có } OK = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2} = AK \Rightarrow OA = \sqrt{OK^2 + AK^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Tam giác SAD đều cạnh } a \Rightarrow SK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GK = \frac{1}{3} SK = \frac{a\sqrt{3}}{6} = OI$$

$$\text{Xét tam giác vuông IOA có: } IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6} = R$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp S.BDM là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{7a^2}{12} = \frac{7\pi a^2}{3}$

Chọn D.

Câu 39:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$.

Cách giải:

Gọi $M(a; b; c)$ ta có:

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 52$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 + (a-3)^2 + (b-2)^2 + (c+1)^2 + (a+1)^2 + (b+4)^2 + (c-4)^2 = 52$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - 6a - 6c = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2c = 0$$

Vậy tập hợp tất cả các điểm M là mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$ bán kính $R = \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

Chọn C.

Câu 40:

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức tính đạo hàm hàm hợp tính đạo hàm của hàm số $g(x) = f(3-x)$.

+) Hàm số đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $g'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải:

Đặt $g(x) = f(3-x)$ ta có $g'(x) = -f'(3-x)$

Xét $x \in (-2; -1) \Rightarrow 3-x \in (4; 5) \Rightarrow f'(3-x) > 0 \Rightarrow g'(x) < 0 \Rightarrow$ hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(-2; -1)$

Xét $x \in (-1; 2) \Rightarrow 3-x \in (1; 4) \Rightarrow f'(3-x) < 0 \Leftrightarrow g'(x) > 0 \Rightarrow$ hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(-1; 2)$

Chọn B.

Câu 41:

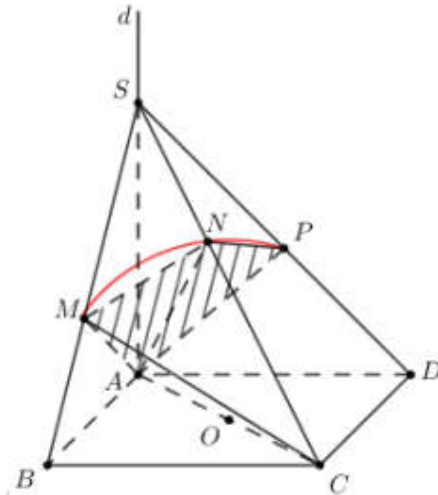
Phương pháp:

+) Chứng minh $SC \perp (AMNP)$.

+) Sử dụng công thức tỉ số thể tích tính thể tích chóp S.AMNP.

+) Sử dụng công thức tính thể tích $V_{S.AMNP} = \frac{1}{3} SN.S_{AMNP} \Rightarrow S_{AMNP} = \frac{3V_{S.AMNP}}{SN}$.

Cách giải:



Gọi $O = AC \cap BD$

Do M thuộc mặt cầu đường kính AC

$$\Rightarrow \angle AMC = 90^\circ \Rightarrow MC \perp MA$$

Ta có

$$\begin{cases} BC \perp AB(gt) \\ BC \perp SA(SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$$

$$\Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SB \text{ và } AM \perp SC$$

Chúng mình tương tự ta có

$$\text{AP} \perp (\text{SCD}) \Rightarrow \text{AP} \perp \text{SC}; \text{AP} \perp \text{SD}.$$

N thuộc mặt cầu đường kính AC $\Rightarrow \angle ANC = 90^\circ \Rightarrow AN \perp SC$

$$\Rightarrow \text{SC} \perp (\text{AMNP})$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAC ta có

$$\text{SN} = \frac{\text{SA}^2}{\text{SC}} = \frac{\text{SA}^2}{\sqrt{\text{SA}^2 + \text{AC}^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad \text{v\grave{a}} \quad \frac{\text{SN}}{\text{SC}} = \frac{\text{SA}^2}{\text{SC}^2} = \frac{a^2}{a^2 + 2a^2} = \frac{1}{3}$$

Áp dụng hệ thức trong tam giác vuông SAB ta có $\frac{SM}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{a^2}{a^2 + a^2} = \frac{1}{2}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAD ta có $\frac{SP}{SD} = \frac{SA^2}{SD^2} = \frac{a^2}{a^2 + a^2} = \frac{1}{2}$

Ta có:

$$\frac{V_{S,AMN}}{V_{S,ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S,AMN} = \frac{1}{6} V_{S,ABC} = \frac{1}{12} V_{S,ABCD}$$

$$\frac{V_{S,ACD}}{V_{S,ACD}} = \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S,ANP} = \frac{1}{6} V_{S,ACD} = \frac{1}{12} V_{S,ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{S,AMN} = V_{S,AMN} + V_{S,ANP} = \frac{1}{12} V_{S,ABCD} + \frac{1}{12} V_{S,ABCD} = \frac{1}{6} V_{S,ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} S A S_{ABCD} = \frac{a^3}{18}$$

$$\text{Lại có } V_{S,AMNP} = \frac{1}{3} SN.S_{AMNP} \Rightarrow S_{AMNP} = \frac{3V_{S,AMNP}}{SN} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{18}}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{6}$$

Chọn D.

Câu 42:

Phương pháp:

+) Sử dụng phương pháp hàm số tìm K.

+) Tìm điều kiện để hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m + 5$ có $y' \geq 0 \forall x \in K$

Cách giải:

$$7^{2x+\sqrt{x+1}} - 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018$$

$$\Leftrightarrow 7^{2x+\sqrt{x+1}} + 2018x + 1009\sqrt{x+1} \leq 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018 + 1009\sqrt{x+1}$$

Xét hàm số $f(t) = 7^t + 1009t$ ta có $f'(t) = 7^t \ln 7 + 1009 > 0 \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2x + \sqrt{x+1} \leq 2 + \sqrt{x+1} \Leftrightarrow x \leq 1 \Rightarrow K = (-\infty; 1]$$

Bài toán trở thành tìm m để hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m + 5$ đồng biến trên $(-\infty; 1]$.

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 - 6(m+2)x + 6(2m+3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + (2m+3) = 0$$

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(2m+3) = m^2 - 4m - 8$$

TH1: $\Delta \leq 0 \Leftrightarrow 2 - 2\sqrt{3} \leq m \leq 2 + 2\sqrt{3}$. Hàm số đã đồng biến trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn đồng biến trên $(-\infty; 1]$.

TH2: $\Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 + 2\sqrt{3} \\ m < 2 - 2\sqrt{3} \end{cases}$, khi đó hàm số có 2 điểm cực trị $x_1 < x_2$. Ta có bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1] \Rightarrow 1 \leq x_1 < x_2$.

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 > 2 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 2 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng định lý Vi-ét ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = 2m + 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m + 2 > 2 \\ 2m + 3 - m - 2 + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$$

$$\Rightarrow m > 2 + 2\sqrt{3}$$

$$\text{Kết hợp 2 trường hợp ta có } 2 - 2\sqrt{3} \leq m \Rightarrow m \in [2 - \sqrt{12}; +\infty) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 12 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 14$$

Chọn A.

Câu 43:

Cách giải:

+) Gọi AA' , BB' , CC' lần lượt là các đường cao của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AA' \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAA') \Rightarrow BC \perp SA.$$

Hoàn toàn tương tự ta chứng minh được $AB \perp SC$, $AC \perp SB \Rightarrow$ Đáp án D đúng.

+) $S.ABC$ là tứ diện trực tâm nên tổng các bình phương của mỗi cặp cạnh đối của tứ diện bằng nhau (tính chất tứ diện trọng tâm) $\Rightarrow$ đáp án B đúng.

+) Gọi M , N , P , Q lần lượt là trung điểm của SA , SC , BC , AB .

Ta có $MN \parallel PQ \parallel AC$, $MN = PQ = \frac{AC}{2}$ (tính chất đường trung bình của tam giác) $\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

$$\text{Lại có } \begin{cases} MN \parallel AC \\ MQ \parallel AC \Rightarrow MN \perp MQ \Rightarrow MNPQ \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow MP = NQ \\ AC \perp SB \end{cases}$$

Tương tự như vậy đối với đường nối trung điểm của 2 cạnh đối diện còn lại là AC và SB . Ta chứng minh được các đoạn thẳng nối các trung điểm các cặp đối của tứ diện bằng nhau $\Rightarrow$ Đáp án A đúng.

Chọn C.

Câu 44:

Phương pháp:

+) Nhân cả 2 vế với e^{x^2} . Lấy nguyên hàm 2 vế sau đó xác định hàm số $f(x)$.

+) Từ giả thiết $f(0) = 0$ tính hằng số C , từ đó tính $f(1)$.

Cách giải:

$$f'(x) + 2x.f(x) = e^{-x^2} \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow e^{x^2} [f'(x) + 2x.f(x)] = 1$$

$$\Leftrightarrow e^{x^2} f'(x) + 2x.f(x)e^{x^2} = 1$$

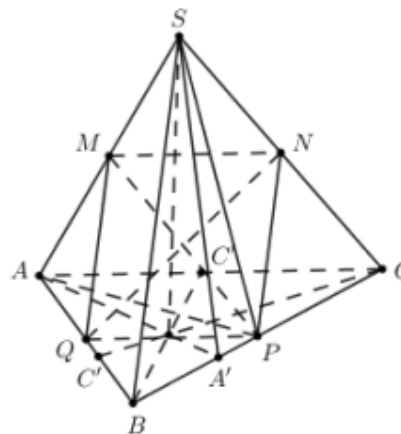
$$\Leftrightarrow (f(x) \cdot e^{x^2})' = 1$$

$$\Leftrightarrow f(x)e^{x^2} = x + C \Leftrightarrow f(x) = (x + C)e^{-x^2}$$

$$\text{Ta có } f(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Leftrightarrow f(x) = xe^{-x^2} \Rightarrow f(1) = 1 \cdot e^{-1} = \frac{1}{e}$$

Chọn D.

Câu 45:



Cách giải:

Gọi $O = AC \cap BD$ và (P) là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với $(ABCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SD \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBD) \Rightarrow SA \perp BD$$

$$\text{Và } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Trong (SAC) kẻ đường thẳng $OI \perp AC (I \in SC)$

Ta có

$$OI \subset (SAC) \Rightarrow OI \perp BD, OI \perp AC \Rightarrow OI \perp (ABCD) \Rightarrow (P) // (OI)$$

Trong (SAC) kẻ $AM // OI (M \in SC)$.

(P) và (SCD) có điểm M chung, $AB // CD \Rightarrow (P) \cap (SCD) =$ đường thẳng qua M và song song với AB, CD .

Trong (SCD) kẻ $MN // CD (N \in SD)$. Khi đó $(P) \equiv (ABMN)$.

$$\text{Ta có } V_{D.ABN} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} \cdot d(N; (ABD)) = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} \cdot d(M; (ABD)) = \frac{2}{3} S_{\triangle MAB} d(I; (ABD)) = \frac{2}{3} IO S_{\triangle ABD}$$

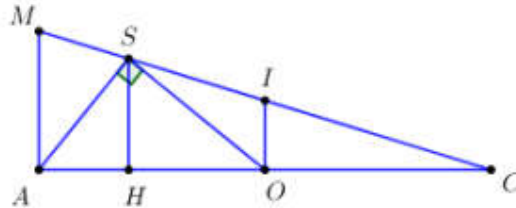
$$\Rightarrow V_{D.ABN} = \frac{2}{3} IO \cdot \frac{1}{2} \cdot 4a^2 = \frac{4a^2}{3} IO$$

Do đó để $V_{D.ABN}$ lớn nhất thì IO phải lớn nhất.

Vì $SA \perp (SBD)$ (cmt) $\Rightarrow SA \perp SO \Rightarrow \triangle SOA$ vuông tại S .

Đặt $SA = x (0 < x < a\sqrt{2} = OA)$. Ta có

$$OA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{OA^2 - SA^2} = \sqrt{2a^2 - x^2}$$



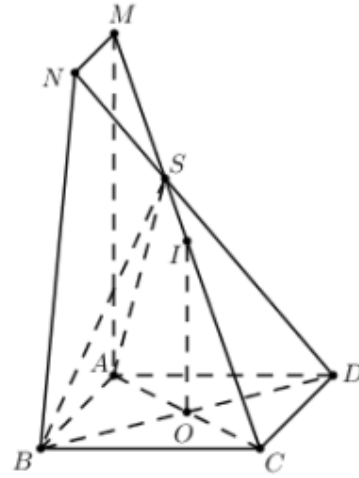
Kẻ $SH \perp AC (H \in AC)$ ta có

$$SH = \frac{SA \cdot SO}{\sqrt{SA^2 + SO^2}} = \frac{x \cdot \sqrt{2a^2 - x^2}}{\sqrt{x^2 + 2a^2 - x^2}} = \frac{x \sqrt{2a^2 - x^2}}{a\sqrt{2}}; OH = \frac{SO^2}{OA} = \frac{2a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}$$

$$CH = OC + OH = a\sqrt{2} + \frac{2a^2 - x^2}{a\sqrt{2}} = \frac{4a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}$$

Áp dụng định lý Ta-lét ($OI // SH$) ta có:

$$\frac{OI}{SH} = \frac{OC}{CH} \Rightarrow OI = \frac{\frac{x \sqrt{2a^2 - x^2}}{a\sqrt{2}} \cdot a\sqrt{2}}{\frac{4a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}} = \frac{x \sqrt{2a^2 - x^2} \cdot a\sqrt{2}}{4a^2 - x^2} = a \frac{x \sqrt{4a^2 - 2x^2}}{4a^2 - x^2}$$



Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số không âm x và $\sqrt{4a^2 - 2x^2}$ ta có:

$$x\sqrt{4a^2 - 2x^2} \leq \frac{x^2 + 4a^2 - 2x^2}{2} = \frac{4a^2 - x^2}{2}$$

$$\Rightarrow 0I \leq a \frac{4a^2 - x^2}{4a^2 - x^2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow x = \sqrt{4a^2 - 2x^2} \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 - 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3}a^2 \Leftrightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } V_{\text{DABN}} \leq \frac{4a^2}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{2a^3}{3} \text{ hay } \max V_{\text{DABN}} = \frac{2a^3}{3}.$$

Chọn A.

Câu 46:

Phương pháp:

+) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = x_0$.

+) Từ giả thiết có một tiếp tuyến là: $\Delta_1: y = -1$ tính được m .

+) Thử lại và kết luận.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$, ta có $y' = 3x^2 - 6(m+3)x$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là:

$$y = (3x_0^2 - 6(m+3)x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3(m+3)x_0^2 + 3(d)$$

Có một tiếp tuyến là $\Delta_1: y = -1$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x_0^2 - 6(m+3)x_0 = 0 \\ x_0^3 - 3(m+3)x_0^2 + 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2(m+3) \\ x_0^3 - 3(m+3)x_0^2 + 3 = -1 \end{cases}$$

TH1: $x_0 = 0 \Rightarrow 3 = -1$ (vô nghiệm).

$$\text{TH2: } x_0 = 2(m+3) \Rightarrow 8(m+3)^3 - 3(m+3) \cdot 4(m+3)^2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4(m+3)^3 + 4 = 0 \Leftrightarrow (m+3)^3 = 1 \Leftrightarrow m+3 = 1 \Leftrightarrow m = -2.$$

Thử lại khi $m = -2$, phương trình đường thẳng (d) trở thành

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 3(d)$$

$$A(-1; -1) \in (d) \Rightarrow -1 = (3x_0^2 - 6x_0)(-1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow -1 = -3x_0^2 + 6x_0 - 3x_0^3 + 6x_0^2 + x_0^3 - 3x_0^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow 2x_0^3 - 6x_0 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -1 \end{cases}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt, do đó từ A kẻ được 2 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số khi $m = -2$ (tm).

Vậy $m = -2$.

Chọn A.

Câu 47:**Phương pháp:**

+) Chia cả 2 vế của bất phương trình cho 4^{2x^2-x} .

+) Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-x} = t$, với $x \geq \frac{1}{2}$ xác định khoảng giá trị của t .

+) Đưa bất phương trình về dạng $m \leq f(t) \forall t \in (a; b) \Leftrightarrow m \leq \min_{(a; b)} f(t)$

+) Lập BBT hàm số $y = f(t)$ và kết luận.

Cách giải:

$$m \cdot 9^{2x^2-x} - (2m+1)6^{2x^2-x} + m4^{2x^2-x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \frac{9^{2x^2-x}}{4^{2x^2-x}} - (2m+1) \frac{6^{2x^2-x}}{4^{2x^2-x}} + m \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{2x^2-x} \right]^2 - (2m+1) \left(\frac{3}{2} \right)^{2x^2-x} + m \leq 0$$

Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-x} = t$ với $x \geq \frac{1}{2}$. Xét hàm số $f(x) = 2x^2 - x$ ta có BBT

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	+
$f(x)$	$+\infty$		$-\frac{1}{8}$	0

$$\Rightarrow f(x) \geq 0 \forall x \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow t \geq \left(\frac{3}{2}\right)^0 = 1$$

Khi đó bất phương trình trở thành $mt^2 - (2m+1)t + m \leq 0 \forall t \geq 1$

$$\Leftrightarrow m(t^2 - 2t + 1) - t \leq 0 \forall t \geq 1 \Leftrightarrow m(t-1)^2 - t \leq 0 \forall t \geq 1$$

Khi $t = 1$ ta có $-1 \leq 0$ luôn đúng.

$$\text{Xét khi } t > 1 \Rightarrow m \leq \frac{t}{(t-1)^2} = f(t) \forall t > 1 \Leftrightarrow m \leq \min_{t>1} f(t)$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{(t-1)^2 - t \cdot 2 \cdot (t-1)}{(t-1)^4} = \frac{t-1-2t}{(t-1)^3} = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

BBT:

t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(t)$	$+$	0	$-$	$-$
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$	0

Dựa vào BBT của hàm số $y = f(t)$ ta có $\min_{t>1} f(t) > 0 \Rightarrow m \leq 0$

Chọn C.

Câu 48:

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức tính thể tích khối nón trong đó r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối nón

+) Sử dụng công thức tính thể tích khối nón cắt trong đó r_1, r_2 lần lượt là bán kính 2 đáy và chiều cao của khối nón

Cách giải

Khi quay hình vuông ABCD quanh AM ta được:

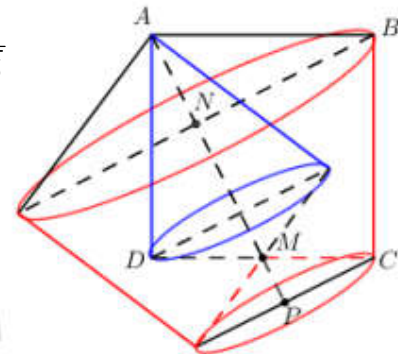
+) 1 khối nón đỉnh A, đường cao AN, bán kính đáy NB (V_1).

+) 1 khối nón cắt tâm N, P (V_2) – 1 khối nón đỉnh M, đường cao MP, bán kính đáy PC (V_3).

$$\text{Ta có } \triangle ABN \sim \triangle MAD (g.g) \Rightarrow \frac{AN}{DM} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AN = \frac{\frac{1}{2} \cdot Z}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow BN = \sqrt{AB^2 - AN^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}\pi}{75}$$



$$\text{Ta có } \triangle MPC \sim \triangle ANB (g.g) \Rightarrow \frac{PC}{NB} = \frac{MC}{AB} = \frac{MP}{AN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} PC = \frac{1}{2} NB = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ MP = \frac{1}{2} AN = \frac{1}{2\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow NP = MN + MP = AM - AN + MP = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{3} \pi (PC^2 + BN^2 + PC \cdot BN) NP = \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{14\sqrt{5}}{75} \pi$$

$$V_3 = \frac{1}{3} \pi MP \cdot PC^2 = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right)^2 = \frac{\sqrt{5}\pi}{150}$$

$$V = V_1 + V_2 - V_3 = \frac{4\sqrt{5}\pi}{75} + \frac{14\sqrt{5}}{75} \pi - \frac{\sqrt{5}\pi}{150} = \frac{7\sqrt{5}}{30} \pi$$

Chọn B.

Câu 49:**Phương pháp**

+) Gọi số đoạn có chiều dài 2 đốt là x và số đoạn có chiều dài 5 đốt là y , lập hệ phương trình giải tìm x, y trong trường hợp $x - y = 1$, suy ra kết quả thuận lợi cho biến cố “số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn”.

+) Tính số bộ số (x, y) thỏa mãn $2x + 5y = 100$ $2x + 5y = 10$ ($x, y \in \mathbb{N}$), suy ra số phần tử của không gian mẫu.

+) Tính xác suất của biến cố.

Cách giải

Gọi số đoạn có chiều dài 2 đốt là x và số đoạn có chiều dài 5 đốt là y , ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 5y = 100 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 14 \end{cases}$$

Gọi A là biến cố số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn” $\Rightarrow n(A) = 1$.

Xét các bộ số (x, y) thỏa mãn $2x + 5y = 100$ ($x, y \in \mathbb{N}$) ta có bảng sau:

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0

$$\Rightarrow n(\Omega) = 11$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{11} \approx 0,09$$

Chọn D.

Câu 50:**Phương pháp**

Giải phương trình $y' = 0$. Lưu ý tính đạo hàm của hàm hợp. Số nghiệm bội lẻ của phương trình chính là số cực trị của hàm số.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị $x = 2$, $x = x_1 \in (1; 2)$, $x = x_2 \in (2; 3)$.

$$\text{Xét hàm số } y = f(f(x)) \text{ có } y' = f'(x) \cdot f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 2 \\ f(x) = x_1 \in (1; 2) \\ f(x) = x_2 \in (2; 3) \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = x_1 \in (1; 2) \\ x = x_2 \in (2; 3) \end{cases}.$$

Phương trình $f(x) = 2$ có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Phương trình $f(x) = x_1 \in (1; 2)$ có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Phương trình $f(x) = x_2 \in (2; 3)$ có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Các nghiệm này không trùng nhau, do đó phương trình $y' = 0$ có 9 nghiệm phân biệt (không trùng nhau),

Các nghiệm đều là nghiệm đơn. Do vậy hàm số $y = f(f(x))$ có 9 điểm cực trị

Chọn D.

Đề khảo sát chất lượng Toán 12 năm 2018-2019

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (92%)	Chương 1: Hàm Số	C7 C9	C8 C15 C34	C17 C22 C24 C36 C37 C40 C50	C46
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C12	C2 C5	C29 C47	C42
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng	C10	C14 C31	C21 C35	C44
	Chương 4: Số Phức				
	Hình học				
	<u>Chương 1: Khối Đa Diện</u>		C6 C11	C18 C20 C23 C25 C43	C41 C45
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C1 C4	C26	C19 C48	C39
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	C13 C32	C3 C33	C39	
Đại số					
Lớp 11 (8%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác		C28		
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất		C16	C49	
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân		C30		
	Chương 4: Giới Hạn				

	Chương 5: Đạo Hàm		C27		
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song				
	Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (0%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vector				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng				
Tổng số câu		8	15	21	6
Điểm		1.6	3	4.2	1.2

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI: Đề thi thử THPTQG lần II môn Toán của trường THPT Chuyên Hạ Long gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm nội dung chính của đề vẫn xoay quanh chương trình Toán 12, ngoài ra có một số ít các bài toán thuộc nội dung Toán lớp 11, lượng kiến thức được phân bố như sau: 92% lớp 12, 8% lớp 11, 0% kiến thức lớp 10. Đề thi được biên soạn dựa theo cấu trúc đề minh họa môn Toán 2019 mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố từ đầu tháng 12. Trong đó xuất hiện các câu hỏi khó lạ như câu 38, 41, 45 nhằm phân loại tối đa học sinh. Đề thi giúp HS biết được mức độ của mình để có kế hoạch ôn tập một cách hiệu quả nhất

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.A	2.D	3.C	4.B	5.C	6.D	7.D	8.B	9.D	10.D
11.A	12.D	13.A	14.A	15.C	16.C	17.B	18.C	19.A	20.C
21.B	22.B	23.C	24.A	25.C	26.B	27.B	28.B	29.D	30.B
31.D	32.A	33.D	34.B	35.A	36.C	37.C	38.D	39.C	40.B
41.D	42.A	43.C	44.D	45.A	46.A	47.C	48.B	49.D	50.D

Câu 1:

Phương pháp:

Thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Cách giải:

Ta có. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(a\sqrt{3})^2 \cdot a = \pi a^3$

Chọn A.

Câu 2:

Phương pháp:

Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m \quad (0 < a \neq 1).$

Cách giải:

$$9^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy $S = \{1; 2\}$

Chọn D.

Câu 3.

Phương pháp:

$$G(x_G; y_G; z_G) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1-3+8}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1+0+2}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2+1-6}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -1).$$

Chọn C.

Câu 4

Phương pháp:

Công thức tính diện tích xung quanh của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là: $S_{xq} = 2\pi rh$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi.$$

Chọn B.

Câu 5:

Phương pháp:

Dựa vào lý thuyết đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1, x > 0$).

Cách giải:

Xét hàm số $y = \log_2 x$ ta có:

+)TXĐ: $D = (0; +\infty)$. Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm TCĐ.

+)Có $a = 2 > 1$ nên đồ thị hàm số luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$.

+)Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(1; 0)$ và nằm bên phải trục tung.

+)Như vậy chỉ có đáp án C sai.

Chọn C.

Câu 6:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối lăng trụ: $V = S_d \cdot h$

Cách giải:

Khối lăng trụ đều là khối lăng trụ đứng có các cạnh bên và các cạnh đáy bằng nhau

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$$

Chọn D.

Câu 7:

Phương pháp:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (a; b)$.

Cách giải:

Ta có: $y' = x^2 - 2x - 3$

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Chọn D.

Câu 8:

Phương pháp:

+) Đường thẳng $x = a$ được gọi là TCD của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$.

+) Đường thẳng $y = b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$

Cách giải:

Ta có $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có 2 TCD là : $x = 1, x = -1$.

Có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-6}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN của đồ thị hàm số

Như vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn B

Chú ý khi giải: Học sinh có thể sử dụng máy tính để làm nhanh các bài tians về tìm số đường tiệm cận.

Câu 9.

Phương pháp:

Dựa vào dáng điệu của đồ thị hàm số, nhận xét và suy ra công thức đúng.

Cách giải:

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy nét cuối của hàm số đi xuống nên $a < 0 \Rightarrow$ loại đáp án B.

Ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại 1 điểm có tung độ lớn hơn 0 nên loại đáp án A.

+) Xét đáp án C ta có $y' = -3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = -1 \Rightarrow$ pt VN

$\Rightarrow$ Hàm số không có cực trị.

Mà quan sát đồ thị có hai điểm cực trị $\Rightarrow$ loại C

Chọn D.

Câu 10.

Phương pháp:

Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản $\int e^{nx} dx = \frac{1}{n} e^{nx} + C$.

Cách giải:

Ta có $\int e^{3x} dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$

Chọn D.

Câu 11:

Phương pháp:

+) Ta có: SA, SB, SC đôi một vuông góc nên: $V_{SABC} = \frac{1}{6} SA.SB.SC$

Cách giải:

Ta có: SA, SB, SC đôi một vuông góc nên: $V_{SABC} = \frac{1}{6} SA.SB.SC = \frac{1}{6} abc$.

Chọn D.

Câu 12:

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x) (0 < a \neq 1)$ xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$

Cách giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -1 \end{cases}$

Chọn D.

Câu 13:

Phương pháp:

Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ thì mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Cách giải:

Theo đề bài, mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2 + 25} = \sqrt{34}$

Chọn A.

Câu 14:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức nguyên hàm cơ bản: $\int \cos x dx = \sin x + C$; $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$

Cách giải:

Ta có $\int (\cos x - 2x) dx = \sin x - \frac{2x^2}{2} + C = \sin x - x^2 + C$.

Chọn A.

Câu 15:

Phương pháp:

Dựa vào BBT và các đáp án để nhận xét và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy $M(0; 2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Chọn C.

Câu 16:

Phương pháp:

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton: $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$.

Cách giải

$$\text{Ta có: } \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{-1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{24-2k} (-1)^k x^{-k} = \sum_{k=0}^{12} (-1)^k C_{12}^k x^{24-3k}. (0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{N})$$

Để có số hạng không chứa x trong khai triển thì: $24 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 8$

Vậy hệ số cần tìm là $(-1)^8 C_{12}^8 = 495$.

Chọn C.

Câu 17:

Phương pháp:

Các điểm $x = x_0$ được gọi là điểm cực trị của hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow x = x_0$ là nghiệm bội lẻ của phương trình $y' = 0$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (e^x + 1)(e^x - 12)(x+1)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^x + 1 = 0 \\ e^x - 12 = 0 \\ x + 1 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} = \begin{cases} x = \ln 12 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Trong đó ta thấy $x = 1$ là nghiệm bội hai của phương trình $\Rightarrow x = 1$ không là điểm cực trị của hàm số
Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Chọn B.

Câu 18:

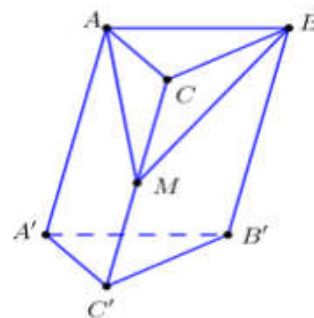
Phương pháp:

So sánh tỉ số diện tích đáy và tỉ số chiều cao, từ đó suy ra tỉ số thể tích.

Cách giải:

$$\text{Ta có } \frac{V_{M.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot d(M; (ABC)) \cdot S_{\Delta ABC}}{\frac{1}{3} \cdot d(C'; (ABC)) \cdot S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Do đó tỉ số thể tích hai phần (số bé chia số lớn) mà mặt phẳng (MAB) chia ra là $\frac{1}{5}$



Chọn C.

Câu 19:

Phương pháp:

$$\text{Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R: } V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cách giải:

Khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a có bán kính $R = \frac{a}{2}$.

$$\Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}.$$

Chọn A.

Câu 20:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} S_d . h$

Cách giải:

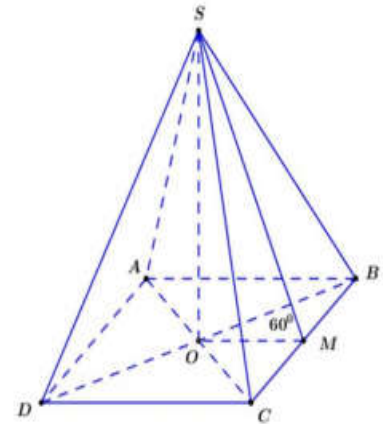
Gọi $AC \cap BD = \{O\}$. Khi đó ta có O là hình chiếu của S trên (ABCD).

Gọi M là trung điểm của BC $\Rightarrow SM \perp BC$.

$$\Rightarrow \angle((SBC); (ABCD)) = \angle(SM; OM) = \angleSMO = 60^\circ$$

$$\text{Xét } \triangle SOM \text{ vuông tại O ta có: } SO = OM . \tan 60^\circ = \frac{a}{2} . \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} .$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO . S_{ABCD} = \frac{1}{3} . \frac{a\sqrt{3}}{2} . a^2 = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6} .$$



Chọn C.

Câu 21:

Phương pháp:

$$+) \text{ Áp dụng tính chất: } \int f'(x) dx = f(x) + C$$

+) Sử dụng các công thức tính nguyên hàm của các hàm số cơ bản để tìm hàm $f(x)$ sau đó tính $f(2)$

Cách giải:

$$\text{Ta có } f(x) = \int (x+1)e^x dx = \int xe^x dx + \int e^x dx = e^x + \int xe^x dx$$

$$\text{Tính } I = \int e^x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$$

$$\Rightarrow f(x) = e^x + xe^x - e^x + C = xe^x + C$$

$$\text{Lại có } f(0) = 1 \Rightarrow 0.e^0 + C = 1 \Rightarrow C = 1$$

$$f(x) = xe^x + 1 \Rightarrow f(2) = 2.e^2 + 1 = 2e^2 + 1 .$$

Chọn B.

Câu 22:

Phương pháp:

+) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x_0)$ tại điểm $M(x_0, y_0)$ là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

+) Đường thẳng $y = a_1x + b_1$ và $y = a_2x + b_2$ là hai đường thẳng song song $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$

Cách giải:

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x$$

Gọi $M(x_0, y_0)$ là một điểm thuộc đồ thị hàm số. Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm M là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3$

Theo đề bài ta có đường thẳng $d // y = 9x + 6 \Rightarrow f'(x_0) = 6$

$$\Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow M(3; 1) \\ x = -1 \Rightarrow M(-1; -3) \end{cases}$$

+) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(3; 1)$ là: $y = 9(x - 3) + 1 = 9x - 26$ (tm)

+) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(-1; -3)$ là: $y = 9(x + 1) - 3 = 9x + 6$ (ktm do $\equiv$ (d))

Chọn B.

Câu 23:

Phương pháp:

$$\text{Ta có công thức tính thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3} S_d \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_d}$$

Cách giải:

$$\text{Sử dụng công thức tính nhanh khối chóp tứ diện đều cạnh a là } V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

$$\text{Diện tích của đáy là tam giác đều là: } S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}}{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Chọn C

Câu 24:

Phương pháp

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Cách giải:

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x + m$$

$$\text{Hàm số đã cho đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 9 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$$

Chọn A.

Câu 25:

Phương pháp

$$\text{Ta có công thức tính thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3} S_d \cdot h.$$

Cách giải

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$$

Chọn C.

Câu 26:

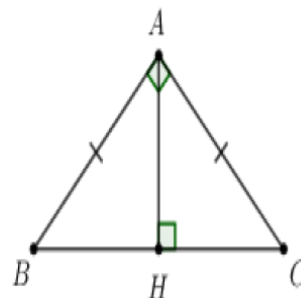
Phương pháp:

Sử dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi rl$ trong đó r, l lần lượt là bán kính đáy và độ dài đường sinh của hình nón.

Cách giải:

Khi quay tam giác vuông cân ABC quanh AH ta được khối nón có chiều cao $AH = 4$, bán kính đáy $BH = AH = 4$. Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABH có $AB = AH\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi \cdot AH \cdot AB = \pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\pi$



Chọn B.

Câu 27:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm của thương $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$.

Cách giải:

$$y' = \frac{\ln x - (x+1) \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{x \ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$$

Chọn B.

Câu 28:

Phương pháp:

Xét hai trường hợp:

TH1: $\cos x = 0$

TH2: $\cos x \neq 0$. Chia cả 2 vế của phương trình cho $\cos^2 x$.

Cách giải:

TH1: $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \sin^2 x = 1$, khi đó phương trình trở thành $1 = 1$ (luôn đúng)

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ là nghiệm của phương trình.

$$x \in [0; 3\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{5}{2} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2\}$$

TH2: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Chia cả 2 vế của phương trình cho $\cos^2 x$ ta được:

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \sqrt{3} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \tan^2 x + \sqrt{3} \tan x = 1 + \tan^2 x \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$x \in [0; 3\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{17}{6} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2\}$$

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 29:

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép $A_n = A(1+r)^n$ trong đó:

A_n : Dân số sau n năm.

A : Dân số ban đầu

r : tỉ lệ tăng dân số.

Cách giải:

Từ năm 2018 đến năm 2030 là 12 năm.

Dân số nước ta tính đến năm 2030 với tỉ lệ tăng dân số không đổi 1,2% là:

$$S = 93,7(1+1,2\%)^{12} \approx 108,12 \text{ triệu dân.}$$

Chọn D.

Câu 30:

Phương pháp:

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$ luôn bằng hằng số không đổi thì dãy (u_n) là một cấp số cộng.

Cách giải:

$$\text{Xét đáp án B ta có } u_{n+1} = 3(n+1) + 1 = 3n + 4 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Do đó dãy số $u_n = 3n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$ là một cấp số cộng.

Chọn B.

Câu 31:

Phương pháp:

Sử dụng nguyên hàm cơ bản $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$ và công thức vi phân $f'(x)dx = d(f(x))$.

Cách giải:

$$\int \frac{1}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx = \int \frac{d(\ln x + 1)}{\sqrt{\ln x + 1}} = 2\sqrt{\ln x + 1} + C$$

Chọn D.

Chú ý: Đối với bài toán này, nếu không quen sử dụng vi phân học sinh hoàn toàn có thể sử dụng phương pháp biến bằng cách đặt $t = \sqrt{\ln x + 1}$, khi đó $t^2 = \ln x + 1 \Leftrightarrow 2tdt = \frac{dx}{x}$

$$\text{Nguyên hàm trở thành } \int \frac{2tdt}{t} = 2 \int dt = 2t + C = 2\sqrt{\ln x + 1} + C$$

Câu 32:

Phương pháp:

$$\text{Sử dụng công thức } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

Cách giải:

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-2 + 1}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{2}} = \frac{-1}{2\sqrt{7}}$$

Chọn A.

Câu 33:

Phương pháp:

ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Cách giải:

ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; 2); \overrightarrow{DC} = (2 - x_D; 4 - y_D; -1 - z_D)$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_D = -4 \\ 4 - y_D = -2 \\ -1 - z_D = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 6 \\ z_D = -3 \end{cases} \Rightarrow D(6; 6; -3)$$

Chọn D.

Chú ý: Học sinh thường nhầm lẫn ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Chú ý $AB = CD$ chứ $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CD}$.

Câu 34:

Phương pháp:

Phương pháp tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$

+) Giải phương trình $f'(x) = 0$ suy ra các nghiệm $x_i \in [a; b]$

+) Tính $f(a); f(b); f(x_i)$.

+) Kết luận $\max_{[a; b]} f(x) = \max \{f(a); f(b); f(x_i)\}; \min_{[a; b]} f(x) = \min \{f(a); f(b); f(x_i)\}$.

Cách giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}. \text{ Ta có } y' = \frac{(2x+1)(x-2) - (x^2 + x + 3)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \notin [-2; 1] \\ x = -1 \in [-2; 1] \end{cases}$$

$$f(-2) = -\frac{5}{4}; f(1) = -5; f(-1) = -1 \Rightarrow \begin{cases} M = -1 \\ m = -5 \end{cases} \Rightarrow T = M + 2m = -1 - 10 = -11$$

Chọn B.

Câu 35:

Phương pháp:

+) Phân tích biểu thức $\frac{x+1}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} (A, B \in \mathbb{R})$

+) Sử dụng nguyên hàm mở rộng $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$

Cách giải:

$$\text{Ta có } \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} = \frac{-2}{x-1} + \frac{3}{x-2}$$

Do đó

$$\int \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{-2}{x-1} + \frac{3}{x-2} \right) dx = -2 \ln|x-1| + 3 \ln|x-2| + C$$

$$= a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$$

Chọn A.

Câu 36:

Phương pháp:

+) Tìm điều kiện để phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt.

+) Sử dụng công thức tính diện tích tam giác

$$S_{\Delta IBC} = \frac{1}{2} d(I; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} d(I; d) \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{2S_{\Delta IBC}}{d(I; d)}$$

$$+) \text{ Sử dụng công thức tính độ dài } BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$$

+) Áp dụng định lý Vi-ét tìm m.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = x + 4 \Leftrightarrow x^3 + 2mx^2 + (m+2)x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + m + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A(0; 4) \\ x^2 + 2mx + m + 2 = 0(1) \end{cases}$$

Để $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt thì phương trình

$$(1) \text{ phải có 2 nghiệm phân biệt khác } 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Khi đó: x_B, x_C là 2 nghiệm của phương trình (1), áp dụng định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B x_C = m + 2 \end{cases}$

$$\text{Ta có } S_{\Delta IBC} = \frac{1}{2} d(I; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} d(I; d) \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{2S_{\Delta IBC}}{d(I; d)}$$

$$\text{Mà } d(I; d) = \frac{|1 - 3 + 4|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow BC = \frac{2.8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 16$$

Ta có

$$BC^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = (x_B - x_C)^2 + (x_B + 4 - x_C - 4)^2 = 2(x_B - x_C)^2$$

$$\Leftrightarrow (x_B - x_C)^2 = 128 \Rightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_B x_C = 128$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4(m + 2) = 128 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 32 \Leftrightarrow m^2 - m - 34 = 0$$

Phương trình bậc hai ẩn m có 2 nghiệm phân biệt m_1, m_2 và $m_1 + m_2 = 1$.

Chọn C.

Câu 37:

Phương pháp:

+) Tìm điều kiện của hàm số có 3 điểm cực trị. Xác định các điểm cực trị A, B, C của đồ thị hàm số.

$$+) \text{ Tính diện tích tam giác ABC, sử dụng công thức } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(A; BC) \cdot BC.$$

+) Sử dụng công thức $S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R}$ trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Cách giải:

TXĐ: $D = R$. Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$

Khi đó ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2m + m^4 \Rightarrow A(0; 2m + m^4) \\ x = \sqrt{m} \Rightarrow y = m^4 - m^2 + 2m \Rightarrow B(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m) \\ x = -\sqrt{m} \Rightarrow y = m^4 - m^2 + 2m \Rightarrow C(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m) \end{cases}$

Ta có $d(A; BC) = |m^4 + 2m - m^4 + m^2 - 2m| = m^2$; $BC = 2\sqrt{m}$.

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(A; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} m^2 \cdot 2\sqrt{m} = m^2 \sqrt{m}$.

Ta có: $AB^2 = m + m^4 = AC^2$

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, khi đó ta có:

$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} \Leftrightarrow m^2 \sqrt{m} = \frac{(m + m^4) 2\sqrt{m}}{4} \Leftrightarrow m + m^4 = 2m^2$

$\Leftrightarrow m(m^3 - 2m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \\ m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ 0; 1; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right\}$

Khi đó tổng các phần tử của S là $0 + 1 + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} = 0$

Chọn C.

Câu 38:

Phương pháp:

+) Chứng minh tứ giác ABMD là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính BD, suy ra mặt cầu ngoại tiếp chóp S.BDM cũng chính là mặt cầu ngoại tiếp chóp S.ABMD.

+) Xác định giao điểm I của 2 trục của tứ giác ABMD là SAD. Chứng minh I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp S.ABMD.

+) Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R = IA$, sử dụng công thức tính diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2$.

Cách giải:

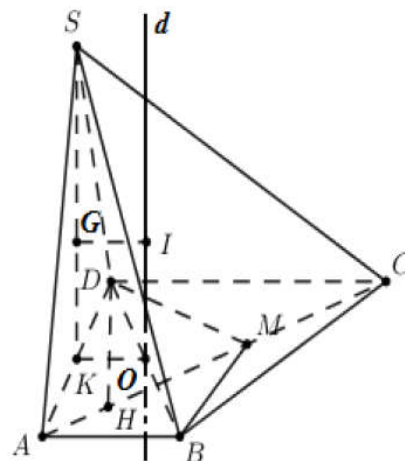
Xét tam giác vuông ADC có

$$DH = \frac{AD \cdot CD}{\sqrt{AD^2 + CD^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

$$HC = \frac{CD^2}{AC} = \frac{CD^2}{\sqrt{AD^2 + CD^2}} = \frac{4a^2}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{4a}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow HM = \frac{1}{2} HC = \frac{2a}{\sqrt{5}} = DH$$

$\Rightarrow \triangle DMH$ vuông cân tại H.



$\Rightarrow \angle AMD = 45^\circ = \angle ABD \Rightarrow$ Tứ giác ADMB là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow$ Mặt cầu ngoại tiếp chóp S.BDM cũng chính là mặt cầu ngoại tiếp chóp S.ABMD.

Để thấy tứ giác ABMD nội tiếp đường tròn đường kính BD, gọi O là trung điểm của BD, kẻ đường thẳng $d \perp (ABCD)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác đều SAD, qua G kẻ $GI \parallel OK (I \in d)$ (K là trung điểm của AD).

Ta có $OK \parallel AB \Rightarrow OK \perp AD \Rightarrow OK \perp (SAD) \Rightarrow GI \perp (SAD)$

Ta có: $I \in d \Rightarrow IA = IB = IM = ID$

$I \in IG \Rightarrow IS = IA = ID$

$\Rightarrow IA = IB = IM = ID = IS \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp S.ABMD.

$$\text{Ta có } OK = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2} = AK \Rightarrow OA = \sqrt{OK^2 + AK^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Tam giác SAD đều cạnh } a \Rightarrow SK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GK = \frac{1}{3} SK = \frac{a\sqrt{3}}{6} = OI$$

$$\text{Xét tam giác vuông IOA có: } IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6} = R$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp S.BDM là } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{7a^2}{12} = \frac{7\pi a^2}{3}$$

Chọn D.

Câu 39:

Phương pháp:

$$\text{Sử dụng công thức tính độ dài đoạn thẳng } AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}.$$

Cách giải:

Gọi $M(a;b;c)$ ta có:

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 52$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 + (a-3)^2 + (b-2)^2 + (c+1)^2 + (a+1)^2 + (b+4)^2 + (c-4)^2 = 52$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - 6a - 6c = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 2c = 0$$

$$\text{Vậy tập hợp tất cả các điểm M là mặt cầu tâm } I(1;0;1) \text{ bán kính } R = \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{2}.$$

Chọn C.

Câu 40:

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức tính đạo hàm hàm hợp tính đạo hàm của hàm số $g(x) = f(3-x)$.

+) Hàm số đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $g'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải:

Đặt $g(x) = f(3-x)$ ta có $g'(x) = -f'(3-x)$

Xét $x \in (-2; -1) \Rightarrow 3-x \in (4; 5) \Rightarrow f'(3-x) > 0 \Rightarrow g'(x) < 0 \Rightarrow$ hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(-2; -1)$

Xét $x \in (-1; 2) \Rightarrow 3-x \in (1; 4) \Rightarrow f'(3-x) < 0 \Leftrightarrow g'(x) > 0 \Rightarrow$ hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(-1; 2)$

Chọn B.

Câu 41:

Phương pháp:

+) Chứng minh $SC \perp (AMNP)$.

+) Sử dụng công thức tỉ số thể tích tính thể tích chóp $S.AMNP$.

+) Sử dụng công thức tính thể tích $V_{S.AMNP} = \frac{1}{3} SN.S_{AMNP} \Rightarrow S_{AMNP} = \frac{3V_{S.AMNP}}{SN}$.

Cách giải:

Gọi $O = AC \cap BD$

Do M thuộc mặt cầu đường kính AC

$\Rightarrow \angle AMC = 90^\circ \Rightarrow MC \perp MA$

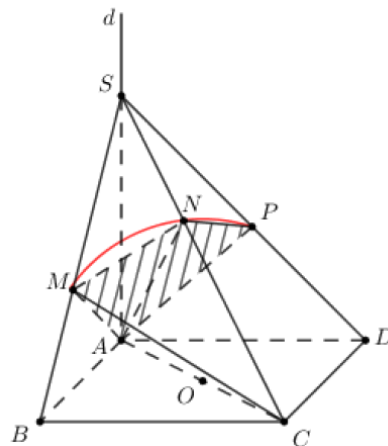
Ta có

$\begin{cases} BC \perp AB(gt) \\ BC \perp SA(SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$

$\Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SB$ và $AM \perp SC$

Chứng minh tương tự ta có

$AP \perp (SCD) \Rightarrow AP \perp SC; AP \perp SD$.



N thuộc mặt cầu đường kính $AC \Rightarrow \angle ANC = 90^\circ \Rightarrow AN \perp SC$

$\Rightarrow SC \perp (AMNP)$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAC ta có

$$SN = \frac{SA^2}{SC} = \frac{SA^2}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ và } \frac{SN}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{a^2}{a^2 + 2a^2} = \frac{1}{3}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAB ta có $\frac{SM}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{a^2}{a^2 + a^2} = \frac{1}{2}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAD ta có $\frac{SP}{SD} = \frac{SA^2}{SD^2} = \frac{a^2}{a^2 + a^2} = \frac{1}{2}$

Ta có:

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} = \frac{1}{12} V_{S.ABCD}$$

$$\frac{V_{S.ACD}}{V_{S.ACD}} = \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.ANP} = \frac{1}{6} V_{S.ACD} = \frac{1}{12} V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{S.AMN} = V_{S.AMN} + V_{S.ANP} = \frac{1}{12} V_{S.ABCD} + \frac{1}{12} V_{S.ABCD} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{18}$$

$$\text{Lại có } V_{S.AMNP} = \frac{1}{3} SN \cdot S_{AMNP} \Rightarrow S_{AMNP} = \frac{3V_{S.AMNP}}{SN} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{18}}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{6}$$

Chọn D.

Câu 42:

Phương pháp:

+) Sử dụng phương pháp hàm số tìm K.

+) Tìm điều kiện để hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m + 5$ có $y' \geq 0 \forall x \in K$

Cách giải:

$$7^{2x+\sqrt{x+1}} - 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018$$

$$\Leftrightarrow 7^{2x+\sqrt{x+1}} + 2018x + 1009\sqrt{x+1} \leq 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018 + 1009\sqrt{x+1}$$

Xét hàm số $f(t) = 7^t + 1009t$ ta có $f'(t) = 7^t \ln 7 + 1009 > 0 \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2x + \sqrt{x+1} \leq 2 + \sqrt{x+1} \Leftrightarrow x \leq 1 \Rightarrow K = (-\infty; 1]$$

Bài toán trở thành tìm m để hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m + 5$ đồng biến trên $(-\infty; 1]$.

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 - 6(m+2)x + 6(2m+3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + (2m+3) = 0$$

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(2m+3) = m^2 - 4m - 8$$

TH1: $\Delta \leq 0 \Leftrightarrow 2 - 2\sqrt{3} \leq m \leq 2 + 2\sqrt{3}$. Hàm số đã đồng biến trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn đồng biến trên $(-\infty; 1]$.

TH2: $\Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 + 2\sqrt{3} \\ m < 2 - 2\sqrt{3} \end{cases}$, khi đó hàm số có 2 điểm cực trị $x_1 < x_2$. Ta có bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1] \Rightarrow 1 \leq x_1 < x_2$.

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 > 2 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 2 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng định lý Vi-ét ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = 2m + 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m + 2 > 2 \\ 2m + 3 - m - 2 + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$$

$$\Rightarrow m > 2 + 2\sqrt{3}$$

Kết hợp 2 trường hợp ta có $2 - 2\sqrt{3} \leq m \Rightarrow m \in [2 - \sqrt{12}; +\infty) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 12 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 14$

Chọn A.

Câu 43:

Cách giải:

+) Gọi AA' , BB' , CC' lần lượt là các đường cao của tam giác ABC .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AA' \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAA') \Rightarrow BC \perp SA$.

Hoàn toàn tương tự ta chứng minh được $AB \perp SC$, $AC \perp SB \Rightarrow$ Đáp án D đúng.

+) $S.ABC$ là tứ diện trực tâm nên tổng các bình phương của mỗi cặp cạnh đối của tứ diện bằng nhau (tính chất tứ diện trọng tâm) $\Rightarrow$ đáp án B đúng.

+) Gọi M , N , P , Q lần lượt là trung điểm của SA , SC , BC , AB .

Ta có $MN \parallel PQ \parallel AC$, $MN = PQ = \frac{AC}{2}$ (tính chất đường trung bình của tam giác) $\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

Lại có $\begin{cases} MN \parallel AC \\ MQ \parallel AC \Rightarrow MN \perp MQ \Rightarrow MNPQ \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow MP = NQ \\ AC \perp SB \end{cases}$

Tương tự như vậy đối với đường nối trung điểm của 2 cạnh đối diện còn lại là AC và SB . Ta chứng minh được các đoạn thẳng nối các trung điểm các cặp đối của tứ diện bằng nhau $\Rightarrow$ Đáp án A đúng.

Chọn C.

Câu 44:

Phương pháp:

+) Nhân cả 2 vế với e^{x^2} . Lấy nguyên hàm 2 vế sau đó xác định hàm số $f(x)$.

+) Từ giả thiết $f(0) = 0$ tính hằng số C , từ đó tính $f(1)$.

Cách giải:

$$f'(x) + 2x.f(x) = e^{-x^2} \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow e^{x^2} [f'(x) + 2x.f(x)] = 1$$

$$\Leftrightarrow e^{x^2} f'(x) + 2x.f(x)e^{x^2} = 1$$

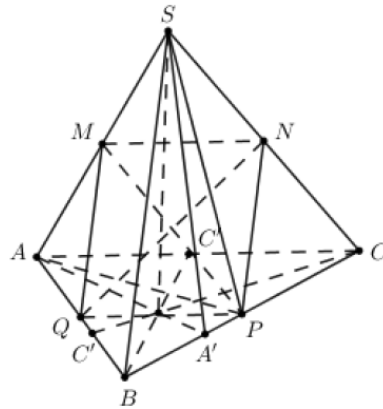
$$\Leftrightarrow (f(x) \cdot e^{x^2})' = 1$$

$$\Leftrightarrow f(x)e^{x^2} = x + C \Leftrightarrow f(x) = (x + C)e^{-x^2}$$

$$\text{Ta có } f(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Leftrightarrow f(x) = xe^{-x^2} \Rightarrow f(1) = 1 \cdot e^{-1} = \frac{1}{e}$$

Chọn D.

Câu 45:



Cách giải:

Gọi $O = AC \cap BD$ và (P) là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với $(ABCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SD \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBD) \Rightarrow SA \perp BD$$

$$\text{Và } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Trong (SAC) kẻ đường thẳng $OI \perp AC (I \in SC)$

Ta có

$$OI \subset (SAC) \Rightarrow OI \perp BD, OI \perp AC \Rightarrow OI \perp (ABCD) \Rightarrow (P) // (OI)$$

Trong (SAC) kẻ $AM // OI (M \in SC)$.

(P) và (SCD) có điểm M chung, $AB // CD \Rightarrow (P) \cap (SCD) =$ đường thẳng qua M và song song với AB, CD .

Trong (SCD) kẻ $MN // CD (N \in SD)$. Khi đó $(P) \equiv (ABMN)$.

$$\text{Ta có } V_{D.ABN} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABD} \cdot d(N; (ABD)) = \frac{1}{3} S_{\Delta ABD} \cdot d(M; (ABD)) = \frac{2}{3} S_{\Delta MAB} d(I; (ABD)) = \frac{2}{3} IO S_{\Delta ABD}$$

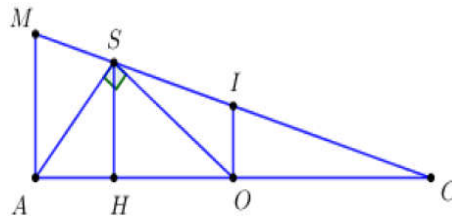
$$\Rightarrow V_{D.ABN} = \frac{2}{3} IO \cdot \frac{1}{2} \cdot 4a^2 = \frac{4a^2}{3} IO$$

Do đó để $V_{D.ABN}$ lớn nhất thì OI phải lớn nhất.

Vì $SA \perp (SBD)$ (cmt) $\Rightarrow SA \perp SO \Rightarrow \Delta SOA$ vuông tại S .

Đặt $SA = x (0 < x < a\sqrt{2} = OA)$. Ta có

$$OA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{OA^2 - SA^2} = \sqrt{2a^2 - x^2}$$



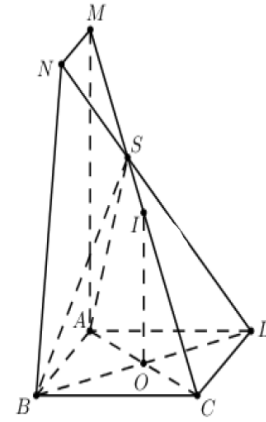
Kẻ $SH \perp AC (H \in AC)$ ta có

$$SH = \frac{SA \cdot SO}{\sqrt{SA^2 + SO^2}} = \frac{x \cdot \sqrt{2a^2 - x^2}}{\sqrt{x^2 + 2a^2 - x^2}} = \frac{x \sqrt{2a^2 - x^2}}{a\sqrt{2}}; OH = \frac{SO^2}{OA} = \frac{2a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}$$

$$CH = OC + OH = a\sqrt{2} + \frac{2a^2 - x^2}{a\sqrt{2}} = \frac{4a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}$$

Áp dụng định lý Ta-lét ($OI // SH$) ta có:

$$\frac{OI}{SH} = \frac{OC}{CH} \Rightarrow OI = \frac{\frac{x \sqrt{2a^2 - x^2}}{a\sqrt{2}} \cdot a\sqrt{2}}{\frac{4a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}} = \frac{x \sqrt{2a^2 - x^2} \cdot a\sqrt{2}}{4a^2 - x^2} = a \frac{x \sqrt{4a^2 - 2x^2}}{4a^2 - x^2}$$



Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số không âm x và $\sqrt{4a^2 - 2x^2}$ ta có:

$$x\sqrt{4a^2 - 2x^2} \leq \frac{x^2 + 4a^2 - 2x^2}{2} = \frac{4a^2 - x^2}{2}$$

$$\Rightarrow OI \leq a \frac{\frac{4a^2 - x^2}{2}}{4a^2 - x^2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow x = \sqrt{4a^2 - 2x^2} \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 - 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3}a^2 \Leftrightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } V_{\text{DABN}} \leq \frac{4a^2}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{2a^3}{3} \text{ hay } \max V_{\text{DABN}} = \frac{2a^3}{3}.$$

Chọn A.

Câu 46:

Phương pháp:

+) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = x_0$.

+) Từ giả thiết có một tiếp tuyến là: $\Delta_1: y = -1$ tính được m .

+) Thử lại và kết luận.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$, ta có $y' = 3x^2 - 6(m+3)x$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là:

$$y = (3x_0^2 - 6(m+3)x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3(m+3)x_0^2 + 3(d)$$

Có một tiếp tuyến là $\Delta_1: y = -1$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x_0^2 - 6(m+3)x_0 = 0 \\ x_0^3 - 3(m+3)x_0^2 + 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2(m+3) \\ x_0^3 - 3(m+3)x_0^2 + 3 = -1 \end{cases}$$

TH1: $x_0 = 0 \Rightarrow 3 = -1$ (vô nghiệm).

$$\text{TH2: } x_0 = 2(m+3) \Rightarrow 8(m+3)^3 - 3(m+3) \cdot 4(m+3)^2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4(m+3)^3 + 4 = 0 \Leftrightarrow (m+3)^3 = 1 \Leftrightarrow m+3 = 1 \Leftrightarrow m = -2.$$

Thử lại khi $m = -2$, phương trình đường thẳng (d) trở thành

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 3(d)$$

$$A(-1; -1) \in (d) \Rightarrow -1 = (3x_0^2 - 6x_0)(-1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow -1 = -3x_0^2 + 6x_0 - 3x_0^3 + 6x_0^2 + x_0^3 - 3x_0^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow 2x_0^3 - 6x_0 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -1 \end{cases}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt, do đó từ A kẻ được 2 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số khi $m = -2$ (tm).

Vậy $m = -2$.

Chọn A.

Câu 47:

Phương pháp:

+) Chia cả 2 vế của bất phương trình cho 4^{2x^2-x} .

+) Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-x} = t$, với $x \geq \frac{1}{2}$ xác định khoảng giá trị của t.

+) Đưa bất phương trình về dạng $m \leq f(t) \forall t \in (a; b) \Leftrightarrow m \leq \min_{(a; b)} f(t)$

+) Lập BBT hàm số $y = f(t)$ và kết luận.

Cách giải:

$$m.9^{2x^2-x} - (2m+1)6^{2x^2-x} + m4^{2x^2-x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \frac{9^{2x^2-x}}{4^{2x^2-x}} - (2m+1) \frac{6^{2x^2-x}}{4^{2x^2-x}} + m \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{2x^2-x} \right]^2 - (2m+1) \left(\frac{3}{2} \right)^{2x^2-x} + m \leq 0$$

Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-x} = t$ với $x \geq \frac{1}{2}$. Xét hàm số $f(x) = 2x^2 - x$ ta có BBT

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	+
$f(x)$	$+\infty$		0	$+\infty$

$$\Rightarrow f(x) \geq 0 \forall x \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow t \geq \left(\frac{3}{2}\right)^0 = 1$$

Khi đó bất phương trình trở thành $mt^2 - (2m+1)t + m \leq 0 \forall t \geq 1$

$$\Leftrightarrow m(t^2 - 2t + 1) - t \leq 0 \forall t \geq 1 \Leftrightarrow m(t-1)^2 - t \leq 0 \forall t \geq 1$$

Khi $t = 1$ ta có $-1 \leq 0$ luôn đúng.

$$\text{Xét khi } t > 1 \Rightarrow m \leq \frac{t}{(t-1)^2} = f(t) \forall t > 1 \Leftrightarrow m \leq \min_{t>1} f(t)$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{(t-1)^2 - t.2.(t-1)}{(t-1)^4} = \frac{t-1-2t}{(t-1)^3} = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

BBT:

t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(t)$	$+$	0	$-$	$-$
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$	0

Dựa vào BBT của hàm số $y = f(t)$ ta có $\min_{t>1} f(t) > 0 \Rightarrow m \leq 0$

Chọn C.

Câu 48:

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức tính thể tích khối nón trong đó r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối nón

+) Sử dụng công thức tính thể tích khối nón cụt trong đó r_1, r_2 lần lượt là bán kính 2 đáy và chiều cao của khối nón

Cách giải

Khi quay hình vuông ABCD quanh AM ta được:

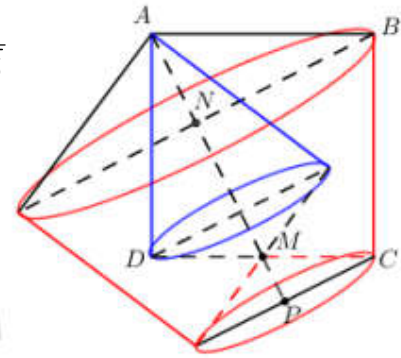
+) 1 khối nón đỉnh A, đường cao AN, bán kính đáy NB (V_1).

+) 1 khối nón cụt tâm N, P (V_2) – 1 khối nón đỉnh M, đường cao MP, bán kính đáy PC (V_3).

$$\text{Ta có } \triangle ABN \sim \triangle MAD(g.g) \Rightarrow \frac{AN}{DM} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AN = \frac{\frac{1}{2} \cdot Z}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow BN = \sqrt{AB^2 - AN^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}\pi}{75}$$



$$\text{Ta có } \triangle MPC \sim \triangle ANB(g.g) \Rightarrow \frac{PC}{NB} = \frac{MC}{AB} = \frac{MP}{AN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} PC = \frac{1}{2} NB = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ MP = \frac{1}{2} AN = \frac{1}{2\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow NP = MN + MP = AM - AN + MP = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{3} \pi (PC^2 + BN^2 + PC \cdot BN) NP = \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{14\sqrt{5}}{75} \pi$$

$$V_3 = \frac{1}{3} \pi MP \cdot PC^2 = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right)^2 = \frac{\sqrt{5}\pi}{150}$$

$$V = V_1 + V_2 - V_3 = \frac{4\sqrt{5}\pi}{75} + \frac{14\sqrt{5}}{75}\pi - \frac{\sqrt{5}\pi}{150} = \frac{7\sqrt{5}}{30}\pi$$

Chọn B.

Câu 49:

Phương pháp

+) Gọi số đoạn có chiều dài 2 đốt là x và số đoạn có chiều dài 5 đốt là y , lập hệ phương trình giải tìm x, y trong trường hợp $x - y = 1$, suy ra kết quả thuận lợi cho biến cố “số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn”.

+) Tính số bộ số (x, y) thỏa mãn $2x + 5y = 100$ $2x + 5y = 10$ ($x, y \in \mathbb{N}$), suy ra số phần tử của không gian mẫu.

+) Tính xác suất của biến cố.

Cách giải

Gọi số đoạn có chiều dài 2 đốt là x và số đoạn có chiều dài 5 đốt là y , ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 5y = 100 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 14 \end{cases}$$

Gọi A là biến cố số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn” $\Rightarrow n(A) = 1$.

Xét các bộ số (x, y) thỏa mãn $2x + 5y = 100$ ($x, y \in \mathbb{N}$) ta có bảng sau:

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0

$$\Rightarrow n(\Omega) = 11$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{11} \approx 0,09$$

Chọn D.

Câu 50:

Phương pháp

Giải phương trình $y' = 0$. Lưu ý tính đạo hàm của hàm hợp. Số nghiệm bội lẻ của phương trình chính là số cực trị của hàm số.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị $x = 2$, $x = x_1 \in (1; 2)$, $x = x_2 \in (2; 3)$.

$$\text{Xét hàm số } y = f(f(x)) \text{ có } y' = f'(x) \cdot f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 2 \\ f(x) = x_1 \in (1; 2) \\ f(x) = x_2 \in (2; 3) \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = x_1 \in (1; 2) \\ x = x_2 \in (2; 3) \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 2$ có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Phương trình $f(x) = x_1 \in (1; 2)$ có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Phương trình $f(x) = x_2 \in (2; 3)$ có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Các nghiệm này không trùng nhau, do đó phương trình $y' = 0$ có 9 nghiệm phân biệt (không trùng nhau),

Các nghiệm đều là nghiệm đơn. Do vậy hàm số $y = f(f(x))$ có 9 điểm cực trị

Chọn D.