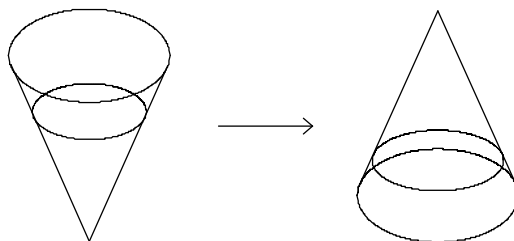


Họ và tên: Lớp:

Câu 1. Một cái phễu dạng hình nón có chiều cao bằng 20 cm. Người ta đổ nước vào cái phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng 5,09 cm chiều cao của phễu. Hỏi, nếu bịt kín miệng phễu và úp phễu xuống thì chiều cao của nước trong phễu bằng bao nhiêu?



- A. 2,21 cm. B. 5,09 cm. C. 5,93 cm. D. 6,67 cm.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

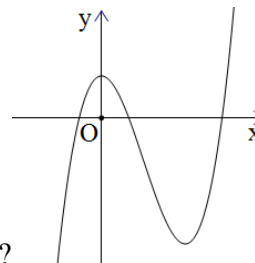
x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$.



Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 5. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

- A. $V = 36\pi$. B. $V = 18\pi$. C. $V = 108\pi$. D. $V = 54\pi$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và AN bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{37}}{74}$. B. $\frac{a}{4}$. C. $\frac{3a}{\sqrt{37}}$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 7. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$, trục hoành và tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(2; 4)$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V = \frac{77\pi}{15}$.

B. $V = \frac{64\pi}{15}$.

C. $V = \frac{176\pi}{15}$.

D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 8. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và nhận giá trị bất kỳ. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

C. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho hai vector $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cách d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a + 2b$.

A. $a + 2b = 7$.

B. $a + 2b = -3$.

C. $a + 2b = 0$.

D. $a + 2b = 4$.

Câu 11. Biết $\int_1^5 \frac{\ln x}{x^2} dx = a \ln 5 + b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab .

A. $ab = -\frac{4}{25}$.

B. $ab = \frac{4}{25}$.

C. $ab = -\frac{6}{25}$.

D. $ab = \frac{6}{25}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2x - 3$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

A. $y = 7x - 8$.

B. $y = -5x - 4$.

C. $y = -5x + 6$.

D. $y = 7x + 6$.

Câu 13. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2a$, $BC = a$. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng a^3 , chiều cao của hình lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. a .

C. $3a$.

D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-9; 9)$ của tham số m để bất phương trình $3 \log x \leq 2 \log \left(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} \right)$ có nghiệm thực?

A. 6.

B. 7.

C. 10.

D. 11.

Câu 15. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 6$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

A. $S = 3$.

B. $S = 4$.

C. $S = 9$.

D. $S = 12$.

Câu 16. Một kỹ sư mới ra trường làm việc với mức lương khởi điểm là 5.000.000 đồng/tháng. Cứ sau 9 tháng làm việc, mức lương của kỹ sư đó lại được tăng thêm 10%. Hỏi sau 4 năm làm việc tổng số tiền lương kỹ sư đó nhận được là bao nhiêu?

A. 296.691.000 đồng.

B. 301.302.915 đồng.

C. 298.887.150 đồng.

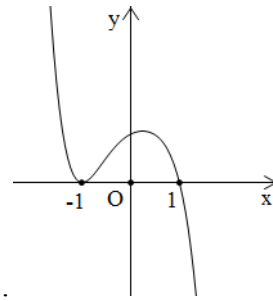
D. 291.229.500 đồng.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 1$, $f(-1) = -\frac{1}{3}$. Đặt

$g(x) = f^2(x) - 4f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\min_{\mathbb{R}} g(x) = -3.$

B. $\max_{\mathbb{R}} g(x) = -3.$



C. $\min_{\mathbb{R}} g(x) = \frac{13}{9}.$

D. $\max_{\mathbb{R}} g(x) = \frac{13}{9}.$

Câu 18. Số chỉnh hợp chập 6 của một tập hợp có 9 phần tử là:

A. $\frac{9!}{3!.6!}.$

B. $\frac{6!}{3!}.$

C. $\frac{9!}{6!}.$

D. $\frac{9!}{3!}.$

Câu 19. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD. Đường thẳng nào dưới đây là giao tuyến của hai mặt phẳng và?

A. Đường thẳng đi qua S và song song với AC.

B. Đường thẳng đi qua S và song song với AB.

C. Đường thẳng đi qua S và song song với BD.

D. Đường thẳng đi qua S và song song với AD.

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4.$

A. $S = (3; 7].$

B. $S = [3; 7].$

C. $S = (-\infty; 7].$

D. $S = [7; +\infty).$

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1.$

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -2.$

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1.$

D. Hàm số $y = f(x)$ không đạt cực trị tại $x = -1.$

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $3iz - \bar{z} = 1 + 5i.$ Môđun của z bằng

A. $\frac{\sqrt{65}}{5}.$

B. $\frac{5\sqrt{2}}{4}.$

C. $\frac{\sqrt{65}}{4}.$

D. $\sqrt{5}.$

Câu 23. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_4(x^2 + 1).$

A. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2}.$

B. $y' = \frac{x \cdot \ln 2}{x^2 + 1}.$

C. $y' = \frac{2x \cdot \ln 2}{x^2 + 1}.$

D. $y' = \frac{x}{(x^2 + 1)\ln 2}.$

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right].$

Biết $f'(x) \cdot \cos x + f(x) \cdot \sin x = 1, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ và $f(0) = 1.$ Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx.$

A. $I = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{3}.$

B. $I = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}.$

C. $I = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}.$

D. $I = \frac{1}{2}.$

Câu 25. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4;5;-7)$ là

- A. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 7t. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = -7 + 2t. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 - t \\ z = 7 + 2t. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 + 5t \\ z = 2 - 7t. \end{cases}$

Câu 26. Cho số thực a thỏa $a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{3}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 1$. B. $a = 1$. C. $0 < a < 1$. D. $a < 0$.

Câu 27. Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_3(9a) = 2 - \log_3 a$. B. $\log_3(9a) = 2 \log_3 a$.
C. $\log_3(9a) = 2 + \log_3 a$. D. $\log_3(9a) = 9 \log_3 a$.

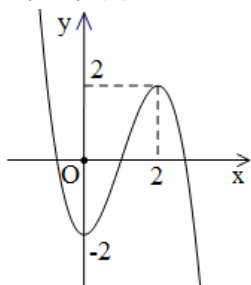
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3		4		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-3; 4)$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực



phân biệt nhỏ hơn 2?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 30. Phần thực; phần ảo của số phức $z = -\sqrt{3} + 4i$ theo thứ tự bằng

- A. $-\sqrt{3}; 4$. B. $-\sqrt{3}; -4$. C. $4; -\sqrt{3}$. D. $-4; -\sqrt{3}$.

Câu 31. Cho hàm số $y = \frac{x}{-x+1}$ có đồ thị, đường thẳng $(d): y = mx - m - 1$ và điểm $A(-1; 0)$. Biết đường

thẳng d cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt M, N mà $AM^2 + AN^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m \in [-1; 0)$. B. $m \in (-\infty; -2)$. C. $m \in [-2; -1)$. D. $m \in [0; +\infty)$.

Câu 32. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

- A. $V = 180$. B. $V = 50$. C. $V = 150$. D. $V = 60$.

Câu 33. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có hai học sinh cùng giới tính đứng cạnh nhau, đồng thời Hoàng và Lan không đứng cạnh nhau bằng

- A. $\frac{1}{450}$. B. $\frac{8}{1575}$. C. $\frac{1}{175}$. D. $\frac{4}{1575}$.

Câu 34. Tìm $\int \frac{1}{x^2} dx$.

A. $\int \frac{1}{x^2} dx = \ln x^2 + C.$

B. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C.$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$

D. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2x} + C.$

Câu 35. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2x+1}$ là đường thẳng

A. $y = 1.$

B. $y = -\frac{1}{2}.$

C. $x = \frac{3}{2}.$

D. $x = -\frac{1}{2}.$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm O , A và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Vector nào trong các vector dưới đây là một vector pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó?

A. $\vec{n}_1 = (1;-1;-1).$

B. $\vec{n}_2 = (1;-1;-3).$

C. $\vec{n}_3 = (1;-1;5).$

D. $\vec{n}_4 = (1;-1;-5).$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

A. $(P_3): x + 2y - 2z - 2 = 0.$

B. $(P_4): x + 2y - 2z - 4 = 0.$

C. $(P_1): x + 2y - 2z + 8 = 0.$

D. $(P_2): x + 2y - 2z - 8 = 0.$

Câu 38. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 9 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Phần thực của số phức $w = 2017z_1 - 2018\overline{z_2}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}.$

B. 3.

C. -3.

D. $\frac{3}{2}.$

Câu 39. Bất phương trình $3^{\frac{x}{2}} + 3.2^x \leq x.2^{x+1} - 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$?

A. 11.

B. 12.

C. 7.

D. 8.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA . Thể tích khối chóp $S.BDM$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}.$

Câu 41. Cho số phức z có môđun bằng 8. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức $w = 2z + 4 - 3i$ là đường tròn có tâm $I(a;b)$, bán kính R . Tổng $a + b + R$ bằng

A. 7.

B. 9

C. 15.

D. 17.

Câu 42. Tìm giá trị dương của tham số m để hàm số $y = \frac{m^2x-1}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1;2]$ bằng 3.

A. $m = 1.$

B. $m = 2.$

C. $m = \sqrt{7}.$

D. $m = \sqrt{5}.$

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 2|z+1| + 2|z-1| + |z-\overline{z}-4i|$ bằng

A. $4 + \frac{14}{\sqrt{15}}.$

B. $2 + \frac{7}{\sqrt{15}}.$

C. $4 + 2\sqrt{3}.$

D. $2 + \sqrt{3}.$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O và có thể tích bằng V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{2V}{27}$. B. $\frac{2V}{9}$. C. $\frac{V}{9}$. D. $\frac{4V}{27}$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - (2m+5)\log_2 x + m^2 + 5m + 4 < 0$ chứa nửa khoảng $[2; 4)$.

- A. $-2 \leq m < 0$. B. $-2 < m \leq 0$. C. $0 \leq m < 1$. D. $0 < m \leq 1$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2; 0; 0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với (P) , cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C khác O . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. 8. B. 16. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 48. Cho hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3, tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) .

- A. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$.

Câu 49. Cho $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = 3, \int_0^1 f(x) dx = -1$. Tính $I = \int_0^1 g(x) dx$.

- A. $I = -1$. B. $I = -2$. C. $I = 2$. D. $I = 1$.

Câu 50. Biểu thức $A = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ được viết lại dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

- A. $A = a^{\frac{2}{5}}$ B. $A = a^{\frac{1}{3}}$ C. $A = a^{\frac{5}{6}}$ D. $A = a^{\frac{1}{6}}$

----- HẾT -----

MA TRẬN ĐỀ THI

Lớp	Chương	Nhận Biết	Thông Hiểu	Vận Dụng	Vận dụng cao
Đại số					
Lớp 12 (90%)	Chương 1: Hàm Số	C2 C4 C21	C28 C29 C35	C12 C17 C31 C42 C47	
	Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit	C50	C16 C20 C26 C27	C14 C39 C45	
	Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng	C8	C34 C49	C7 C11	C24
	Chương 4: Số Phức	C30	C22	C38 C41	C43
	Hình học				
	Chương 1: Khối Đa Diện		C13 C32	C6 C12 C40 C44	
	Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu	C5		C1 C48	
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	C3 C9	C25 C37	C10 C36 C46	
Đại số					
Lớp 11 10%)	Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác				
	Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất		C18	C33	
	Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân	C15			
	Chương 4: Giới Hạn				
	Chương 5: Đạo Hàm		C23		
Hình học					
	Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng				
			C19		

	Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song				
	Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian				
Đại số					
Lớp 10 (0%)	Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp				
	Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai				
	Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình.				
	Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình				
	Chương 5: Thống Kê				
	Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác				
Hình học					
	Chương 1: Vector				
	Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vector Và Ứng Dụng				
	Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng				
Tổng số câu		10	17	21	2
Điểm		2	3.4	4.2	0.4

ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI

Mức độ đề thi: KHÁ

+ Đánh giá sơ lược:

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan

Kiến thức tập trung trong chương trình 12 còn lại 1 số câu hỏi lớp 11 chiếm 10%

Không có câu hỏi lớp 10.

Cấu trúc tương tự đề minh họa ra năm 2018-2019

23 câu VD-VDC phân loại học sinh . Chỉ có 2 câu hỏi khó ở mức VDC : C23 C43

Chủ yếu câu hỏi ở mức thông hiểu và vận dụng

Đề phân loại học sinh ở mức khá

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	C	D	B	C	D	D	A	B	A	B	B	B	B	C	A	D	B	A	A	D	D	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	A	B	A	A	A	B	C	D	D	C	D	D	A	D	C	C	A	A	C	C	B	B	C

Câu 1.

Lời giải:

*** Trước khi úp phễu:**

+ Gọi h và R lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của phễu;

h' và R' lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình nón tạo bởi lượng nước.

+ Thể tích phễu là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

+ Thể tích nước là: $V_1 = \frac{1}{3}\pi R'^2 h' = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{2}{3}R\right)^2 \cdot \frac{2}{3}h = \frac{8}{27} \cdot \left(\frac{1}{3}\pi R^2 h\right) = \frac{8}{27}V$

+ Thể tích của khối không chứa nước trong phễu là: $V_2 = V - V_1 = V - \frac{8}{27}V = \frac{19V}{27}$

+ *Thể tích khối không chứa nước trong phễu bằng thể tích khối không chứa nước khi lật ngược phễu lại.*

*** Sau khi úp phễu:**

+ h_1 và r_1 lần lượt chiều cao và bán kính của khối nón không chứa nước

Ta có: $\frac{V_2}{V} = \frac{19}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{r_1}{R}\right)^2 \cdot \frac{h_1}{h} = \frac{19}{27}$, mà $\frac{r_1}{R} = \frac{h_1}{h}$.

Suy ra $\left(\frac{h_1}{h}\right)^2 \cdot \frac{h_1}{h} = \frac{19}{27} \Leftrightarrow h_1 = \frac{h\sqrt[3]{19}}{3} \Leftrightarrow h_1 = \frac{20\sqrt[3]{19}}{3}$.

Suy ra chiều cao của lượng nước khi lật ngược phễu là: $h_2 = h - h_1 = 20 - \frac{20\sqrt[3]{19}}{3} \approx 2,21$.

Câu 2.

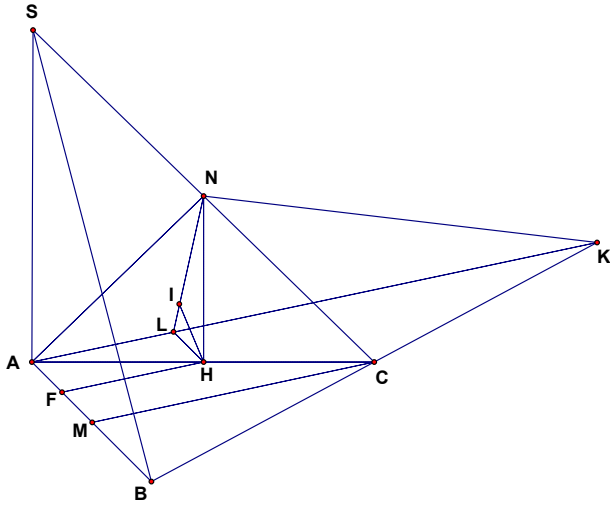
Câu 3.

Câu 4.

Câu 5.

Câu 6.

Lời giải:



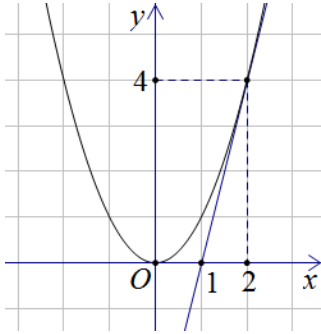
$$+ d(CM, AN) = 2.d(H, (ANK)) = 2HI.$$

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HL^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{16}{a^2} + \frac{4}{9a^2} = \frac{148}{9a^2} \Rightarrow HI = \frac{3a}{2\sqrt{37}}.$$

$$\text{Vậy } d(CM, AN) = \frac{3a}{\sqrt{37}}.$$

Câu 7.

Lời giải:



+ Phương trình tiếp tuyến d của tại điểm có hoành độ bằng 2 là $y = 4x - 4$.

$$V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx - \pi \int_1^2 (4x - 4)^2 dx = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 8.

Câu 9.

Câu 10.

Lời giải:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d.

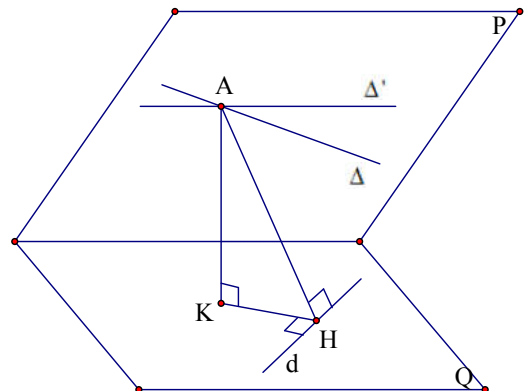
Xét hai đường thẳng Δ và Δ' cùng qua A và nằm trong mp, trong đó Δ vuông góc với AH.

+ Khoảng cách giữa Δ và d bằng AH.

+ Gọi là mặt phẳng chứa d và song song với Δ' , K là hình chiếu vuông góc của A lên.

$$\text{Khi đó : } d(\Delta', d) = d(\Delta', mp(Q)) = d(A, mp(Q)) = AK$$

$$\text{Ta có: } AK \leq AH \Rightarrow d(\Delta', d) \leq d(\Delta, d).$$



Vậy Δ đường thẳng nằm trong mặt phẳng và cách d một khoảng cách lớn nhất.

+H thuộc d nên H.

$$\overrightarrow{AH} = (2t; -4-t; 2+t)$$

d có vtcp là $\overrightarrow{u_d} = (2; -1; 1)$.

$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 4t + 4 - t + 2 + t = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Suy ra $\overrightarrow{AH} = (-2; -3; 1)$.

Một VTPT của d là $\overrightarrow{n_P} = (1; 1; -4)$.

Một VTCP của Δ $\overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{n_P}] = (11; -7; 1)$.

Vậy $a + 2b = -3$.

Phương án B: Δ song song với d .

Phương án C: Δ đi qua A và giao điểm I của d và

$$\frac{1}{2}\overrightarrow{IA} = (4; 0; 1) \Rightarrow a + 2b = 4$$

Phương án D: Δ đi qua A , nằm trong mặt phẳng và vuông góc đường thẳng d .

$$\frac{1}{2}[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}] = (1; 3; 1) \Rightarrow a + 2b = 7$$

Câu 11.

Lời giải:

$$\text{Đặt } u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2} dx \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx, v = -\frac{1}{x}.$$

$$\int_1^5 \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x \Big|_1^5 + \int_1^5 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{5} \ln 5 - \frac{1}{x} \Big|_1^5 = -\frac{1}{5} \ln 5 + \frac{4}{5}. \text{ Suy ra } ab = -\frac{4}{25}.$$

Câu 12.

Lời giải:

$y' = 3x^2 + 6x - 2$, y' đạt giá trị nhỏ nhất bằng -5 tại $x = -1$.

Câu 13.

Câu 14.

Lời giải:

$$\text{BPT đã cho tương với: } \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x\sqrt{x} \leq m\sqrt{x-x^2} + (1-x)\sqrt{1-x} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x\sqrt{x} \leq m\sqrt{x-x^2} + (1-x)\sqrt{1-x} \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{x}} \leq m$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{x}} \quad (0 < x < 1).$$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{x}} = \frac{1-(1-x)}{\sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{1-x}} - \sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2(\sqrt{1-x})^3} + \frac{1}{2\sqrt{1-x}} - \frac{1}{2(\sqrt{x})^3} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1-x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}} \right)^2 + \frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 + 1 \right]$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}. \text{ Lập BBT suy ra } \min f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow m \geq \sqrt{2}.$$

Vậy có 8 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Câu 15.

Câu 16.

Lời giải:

+ Lương khởi điểm $A = 5.000.000$, cứ $t = 9$ tháng tăng bậc lương.

+ Sau 4 năm = 48 tháng = 5x9 tháng + 3 tháng

Áp dụng công thức
$$P = A.t \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right] + k.A(1+r)^n$$

Câu 17.

Lời giải:

$$g'(x) = 2f(x).f'(x) - 4.f'(x) = 2f'(x).[f(x) - 2]$$

Từ đồ thị trên của $y = f'(x)$ suy ra BBT của $y = f(x)$. Suy ra $\max f(x) = f(1) = 1$.

Do đó $f(x) - 2 < 0, \forall x \in R$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 1.$$

Lập bảng biến thiên suy ra $\min g(x) = -3$.

Hàm minh họa:
$$f(x) = -\frac{1}{12}x^6 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x + \frac{1}{6}$$

Câu 18.

Câu 19.

Câu 20.

Câu 21.

Câu 22.

Lời giải:

$$3iz - \bar{z} = 1 + 5i \Leftrightarrow -x - 3y + (3x + y)i = 1 + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = -1 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 - i$$

Câu 23.

Câu 24.

Lời giải:

-Xét trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, ta có: $f'(x).\cos x + f(x).\sin x = 1 \Leftrightarrow \frac{f'(x).\cos x + f(x).\sin x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$

$$\Rightarrow \frac{f'(x).\cos x + f(x).\sin x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = 0 \Rightarrow \left[\frac{f(x)}{\cos x} - \tan x \right]' = 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{\cos x} - \tan x = C$$

Mà $f(0) = 1$ suy ra $C = 1$. Suy ra $\Rightarrow f(x) = \sin x + \cos x$.

Do đó
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x) dx = (\sin x - \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

Câu 25.

Câu 26.

Câu 27.

Câu 28.

Câu 29.

Câu 30.

Câu 31.

Lời giải:

+ Phương trình hoành độ giao điểm: $mx^2 - 2mx + m + 1 = 0$

+ Điều kiện để d cắt tại hai điểm phân biệt là $m < 0$.

+ Trung điểm của MN là I.

+ Theo công thức đường trung tuyến $AM^2 + AN^2 = \frac{20 + MN^2}{2}$.

$AM^2 + AN^2$ nhỏ nhất khi MN^2 nhỏ nhất.

$MN^2 = 4 \left[(-m) + \left(\frac{1}{-m} \right) \right] \geq 8$, dấu bằng xảy ra khi $m = -1$

Câu 32.

Câu 33.

Lời giải:

– Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 10!$

* Xếp 10 học sinh trên một hàng ngang sao cho 5 học sinh nam xen kẽ 5 học sinh nữ có 2 cách xếp.

* Xét trong 2 cách xếp trên các khả năng Hoàng và Lan đứng liền kề nhau:

+ Xếp 8 học sinh trên một hàng ngang sao cho 4 học sinh nam xen kẽ 4 học sinh nữ có 2 cách xếp.

+ Với mỗi cách xếp 8 học sinh trên có 9 khoảng trống tạo ra. Với mỗi khoảng trống trên, xếp Hoàng và Lan vào khoảng trống này để được 5 học sinh nam xen kẽ 5 học sinh nữ có 1 cách xếp.

xxxx

Suy số cách xếp 5 học sinh nam xen kẽ 5 học sinh nữ mà Hoàng và Lan đứng kề nhau là: 2.9

Vậy số phần tử của A là: $n=2-2.9=18432$.

– Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{18432}{10!} = \frac{8}{1575}$.

+ Phương án

B. Tính sai: $P(A) = \frac{2.5!5! - 2.4!4!7}{10!} = \frac{1}{175}$.

+ Phương án

C. Tính sai: $P(A) = \frac{5!5! - 4!4!9}{10!} = \frac{4}{1575}$.

+ Phương án

D. Tính sai: $P(A) = \frac{2.5!5! - 2.4!4!18}{10!} = \frac{1}{450}$.

Câu 34.

Câu 35.

Câu 36.

Lời giải:

Gọi là mặt phẳng đi qua hai điểm O, A .

Phương trình mặt phẳng có dạng: $Ax - Ay + Cz = 0$ ($A^2 + C^2 > 0$)

$$d(B, (P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|A+2C|}{\sqrt{2A^2+C^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow |A+2C| = \sqrt{3}\sqrt{2A^2+C^2}$$

$$\Leftrightarrow A^2 + 4AC + 4C^2 = 3(2A^2 + C^2) \Leftrightarrow C^2 + 4AC - 5A^2 = 0 \Leftrightarrow C = A \text{ hoặc } C = -5A$$

Có 2 mặt phẳng thỏa đề bài lần lượt có phương trình: $x - y + z = 0, x - y - 5z = 0$.

Câu 37.

Câu 38.

Câu 39.

Lời giải:

$$3^{\frac{x}{2}} + 3.2^x \leq x.2^{x+1} - 1 \Leftrightarrow (\sqrt{3})^x + 1 \leq (2x-3)2^x \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2x-3 \Leftrightarrow x \geq 2.$$

Câu 40.

Lời giải:

Tam giác SIK vuông tại S.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng thì H thuộc đoạn IK và $HI = 3HK$

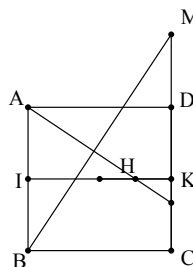
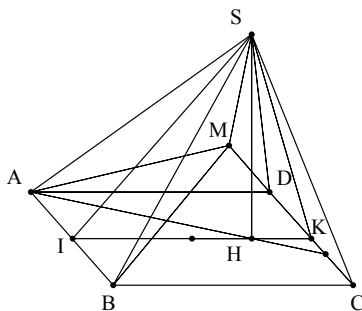
$$SH.IK = SI.SK \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$BM \perp SA \Leftrightarrow BM \perp HA.$$

$$\text{Hai tam giác BMC và AHI đồng dạng} \Rightarrow CM = \frac{3a}{2} \Rightarrow DM = \frac{a}{2}$$

$$\text{Diện tích tam giác BDM: } S_{BDM} = \frac{1}{2} BC.MD = \frac{a^2}{4}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.BDM : V = \frac{1}{3} S_{BDM}.SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$$



Câu 41.

Lời giải:

Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$w = 2z + 4 - 3i \Leftrightarrow z = \frac{w - 4 + 3i}{2}$$

$$|z| = 8 \Leftrightarrow \left| \frac{w-4+3i}{2} \right| = 8 \Leftrightarrow \left| \frac{x+yi-4+3i}{2} \right| = 8 \Leftrightarrow |(x-4)+(y+3)i| = 16.$$

Suy ra: $a = 4$, $b = -3$, $R = 16$. Vậy $a + b + R = 17$.

Câu 42.

Lời giải:

$$y' = \frac{m^2 + 1}{x + 1} > 0, \forall x \in [1; 2]. \text{ Suy ra } \min_{[1; 2]} y = y(1) = \frac{m^2 - 1}{2}, \frac{m^2 - 1}{2} = 3 \Leftrightarrow m = \sqrt{7} \ (m > 0)$$

Câu 43.

Lời giải:

Đặt $z = x + yi$, $|z| \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 4 \Rightarrow x, y \in [-2; 2]$.

$P = 2\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + 2(2-y)$. Gọi $M(x+1; -y)$, $N(x-1; y)$.

Ta có: $\overline{MN} = (-2; 2y)$, $OM = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$, $ON = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$, $MN = 2\sqrt{1+y^2}$

$$P = 2\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + 2(2-y)$$

Vì $OM + ON \geq MN$ nên $\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} \geq 2\sqrt{1+y^2}$.

$OM + ON = MN \Leftrightarrow \overline{OM}, \overline{ON}$ ngược hướng.

a) Nếu $y = 0$ thì $P = 2|x+1| + 2|x-1| + 4 \geq 8, \forall x \in [-2; 2]$.

b) Nếu $y \neq 0$ thì $\overline{OM}, \overline{ON}$ ngược hướng $\Leftrightarrow x = 0$.

$$\text{Suy ra } P \geq 4\sqrt{1+y^2} + 2(2-y) = 2\left(2\sqrt{1+y^2} + 2-y\right)$$

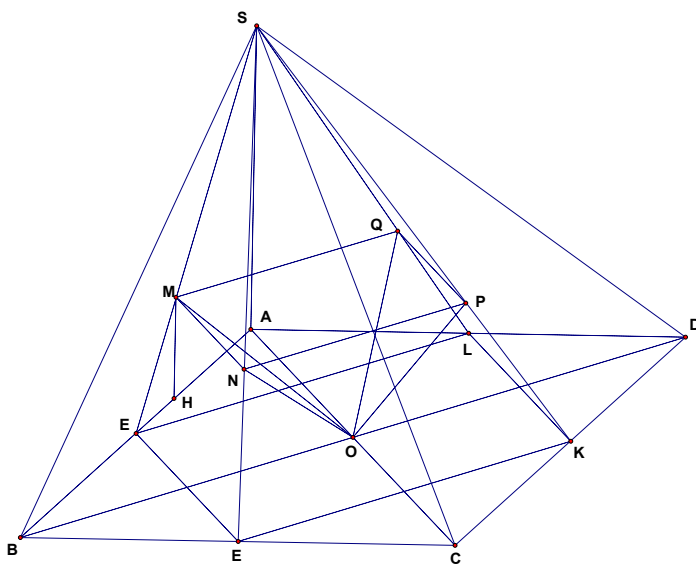
Xét hàm số $f(y) = 2\sqrt{1+y^2} + 2-y, y \in [-2; 2]$, $f'(y) = \frac{2y - \sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+y^2}}, f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Lập bảng biến thiên, suy ra: $\min_{[-2; 2]} f(y) = 2 + \sqrt{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $4 + 2\sqrt{3}$ khi $x = 0, y = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 44.

Lời giải:



+ Đặt $h = SA, S_{ABCD} = S, AB = a$

$$V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot d(O, (MNPQ)) \cdot S_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot d((ABCD), (MNPQ)) \cdot MN^2 = \frac{1}{3} \cdot d(M, (ABCD)) \cdot MN^2$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot d(S, (ABCD)) \cdot \left(\frac{2}{3} EF\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{2a^2}{9} = \frac{2}{27} \left(\frac{1}{3} ha^2\right) = \frac{2V}{27}$$

Câu 45.

Lời giải:

Đặt $t = \log_2 x; x \in [2; 4) \Leftrightarrow t \in [1; 2)$.

Bất phương trình đã cho trở thành $t^2 - (2m+5)t + m^2 + 5m + 4 < 0$.

– Để bất phương trình đã cho có tập nghiệm chứa nửa khoảng $[2; 4)$ thì bpt có tập nghiệm chứa nửa khoảng $[1; 2)$.

– Ta có: $t^2 - (2m+5)t + m^2 + 5m + 4 < 0 \Leftrightarrow m+1 < t < m+4$.

Do đó để bpt có tập nghiệm chứa nửa khoảng $[1; 2)$ thì $\begin{cases} m+1 < 1 \\ 2 \leq m+4 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < 0$.

Câu 46.

Lời giải:

Gọi $B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ ($b > 0, c > 0$).

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$(\alpha) \perp (P) \Leftrightarrow \frac{2}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = 2c$

Phương trình mặt phẳng (α) trở thành: $\frac{x}{2} + \frac{y}{2c} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow cx + y + 2z - 2c = 0$

$d(O, (\alpha)) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{2c}{\sqrt{c^2 + 5}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow c = 2$

$\Rightarrow B(0; 4; 0), C(0; 0; 2) \Rightarrow OA = 2, OB = 4, OC = 2$

$V = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{8}{3}$.

Câu 47.

Lời giải:

+ $y' = \frac{-2m-1}{(x-m)^2}$

+ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ khi $\begin{cases} -2m-1 < 0 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \leq 2$

Câu 48.

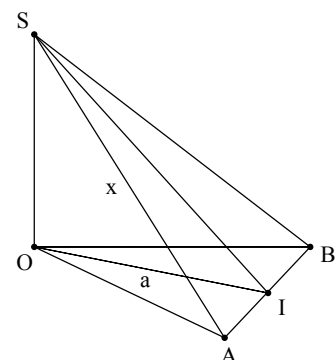
Lời giải:

Đặt $SA = x$

Ta có: $IA = x \cdot \sin 45^\circ = \frac{x\sqrt{2}}{2}, OA = x \cdot \cos 30^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2}$

$OA^2 - IA^2 = OI^2 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{4} - \frac{2x^2}{4} = a^2 \Leftrightarrow x = 2a$

$\Rightarrow R = a\sqrt{3}, l = 2a, h = a$.



$$S_{xq} = \pi r l = 2\sqrt{3}\pi a^2.$$

Câu 49.

Câu 50.